

## § 5.6 声波与声强级

次声波 20 可闻声波 20000 超声波  $\nu$  (Hz)

## 一、声压

能引起人的听觉、频率在20Hz到20kHz范围内，传播于固体、液体和气体中的机械纵波——**声波**。

定义：媒质中有声波传播时的压力与无声波传播时的静压力之差。 $p^* = p - p_0$

对某声波媒质 { 无声波—静压力 $p_0$ 、密度 $\rho_0$   
有声波—静压力 $p$ 、密度 $\rho$

**声波—纵波（疏密波）：**

{ 稀疏区域：实际压力小于静压力，声压为**负值**；  
稠密区域：实际压力大于静压力，声压为**正值**。

2018年5月3日

1

媒质质元周围受到的压强改变时，体积也会改变。

体应变

媒质中的纵波

$$p^* = \Delta p = -K \frac{\Delta V}{V}$$

$$u = \sqrt{K/\rho}$$

$$\xi = A \cos \omega(t - x/u)$$

$$p^* = -\rho u^2 \frac{\Delta V}{V} = -\rho u^2 \frac{S \Delta \xi}{S \Delta x} = -\rho u^2 \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad p_m = \rho u \omega A$$

$$p^* = \rho u \omega A \cos \left[ \omega(t - \frac{x}{u}) - \frac{\pi}{2} \right]$$

声压比位移的相位落后 $\pi/2$ ，在位移最大处，声压为零；在平衡位置处，声压最大。

## 二、声强

声波的平均能流密度，常用声压幅来表示。

$$I = \frac{1}{2} \rho u \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \frac{\rho^2 u^2 \omega^2 A^2}{\rho u} = \frac{1}{2} \frac{p_m^2}{\rho u} \quad \text{声强计算公式}$$

2018年5月3日

2

## 三、声波的强度分级

① 闻阈和痛阈：除了**频率**，人的听觉还与**声强**有关。其中声强的下限称为**闻阈**、声强的上限称为**痛感阈**。

② 声强的标准：**1000Hz**闻阈。**2000~3000Hz**最敏感。

③ 声强级：

$$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

规定频率为1000Hz的声波的  
的可听下限为**标准声强**。

$$X = \lg \frac{I}{I_0} \quad \text{单位：贝尔 (B)}$$

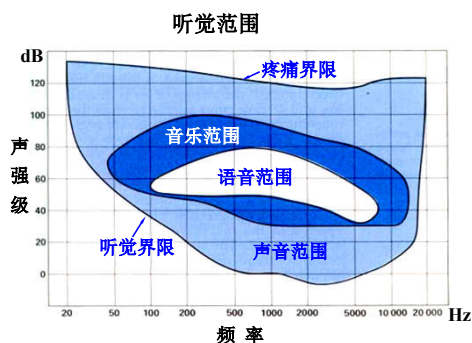
$$X = 10 \lg \frac{I}{I_0} \quad \text{单位：分贝 (dB)}$$

$$X_{\max} = 120 \text{ (dB)} \rightarrow I_{\max} = I_0 \times 10^{12} = 1.0 \text{ (W/m}^2\text{)} \quad \text{频率为1000Hz}$$

$$\nu = 200 \sim 3000 \text{ Hz} \rightarrow 0.32 \times 10^{-12} \sim 1 \text{ W/m}^2$$

2018年5月3日

3



2018年5月3日

4

## 四、超声波与次声波

$2 \times 10^4 \sim 5 \times 10^8 \text{ Hz}$

$10^{-4} \sim 20 \text{ Hz}$

超声波特点：

频率高、波长短、衍射不严重、易聚焦

① **定向传播特性**

② **穿透本领大**

用于内部成像，如**B超**  
加工照射、**超声延迟等**。

超声波一般由晶体的电  
磁振荡产生。

次声波特点：

频率低、能量损失少、  
传输远

与地球、海洋及大气  
的大规模运动有关。

如火山爆发、地震、  
大气湍流等都有次声  
波产生。

**声学新分支—次声学**

2018年5月3日

5

例1 录音棚内的回音可以忽略，每人与麦克的距离相等，且测得每人在麦克处的声强级为60dB，求①两个人同时演唱时，麦克处的声强级为多少？②四个人同时演唱时，麦克处的声强级为多少？

已知  $\lg 10 = \lg 2 + \lg 5 = 0.3 + 0.7 = 1$

$$\text{解：} X = 10 \lg \frac{I}{I_0} = 60$$

$$X_2 = 10 \lg \frac{2I}{I_0} = 10 \left( \lg 2 + \lg \frac{I}{I_0} \right) = 10 \times 0.3 + 60 = 63$$

$$X_4 = 10 \lg \frac{4I}{I_0} = 10 \left( 2 \times \lg 2 + \lg \frac{I}{I_0} \right) = 10 \times 0.6 + 60 = 66$$

$$X_5 = 10 \lg \frac{5I}{I_0} = 10 \left( \lg 5 + \lg \frac{I}{I_0} \right) = 10 \times 0.7 + 60 = 67$$

2018年5月3日

6

## § 5.7 多普勒效应

**多普勒效应：**波源与接收器有相对运动时，接收到的频率与波源的发射频率不相同的现象。

1842年，奥地利人多普勒提醒人们注意一个事实，发光体的颜色如发声体的音调一样，必定由于发光体和观察者的相对运动而发生变化。

在彩超、车辆测速、卫星定位、膨胀宇宙的观测等领域中有重要应用。



2018年5月3日

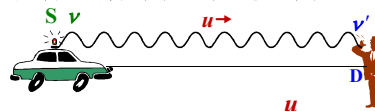
7

$\nu$ —波源频率（与媒质无关）。

$\nu'$ —接收器接收到的频率

（接收器在单位时间内接收到的振动次数或完整波数）。

$\nu_w$ —波的频率（媒质质元在单位时间内振动的次数或单位时间内通过媒质中某点的完整波的个数）。



$$S, D \text{ 相对静止 } \nu = \nu' = \nu_w = \frac{u}{\lambda}$$

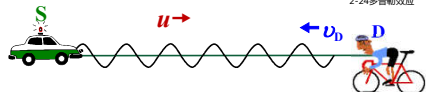
S、D相对运动，造成  $\lambda$  或  $u$  变化，都会引起  $\nu \neq \nu'$

2018年5月3日

8

一、S 静止，D 以  $v_D$  的速度运动

2-24多普勒效应 2-25多普勒效应



在D的参照系里，波以  $u' = u + v_D$  的速度通过，即单位时间D可接收到  $u' / \lambda$  个完整的波形。

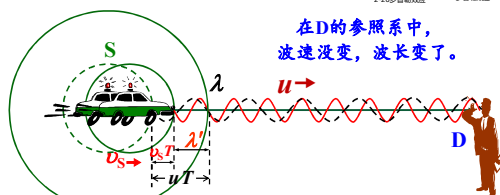
$$\nu' = \frac{u'}{\lambda} = \frac{u + v_D}{\lambda} = \frac{u + v_D}{u} \nu \begin{cases} \text{靠近: } v_D > 0 \rightarrow \nu' > \nu \\ \text{远离: } v_D < 0 \rightarrow \nu' < \nu \end{cases}$$

2018年5月3日

9

二、D 静止，S 以  $v_S$  的速度运动

2-26多普勒效应 2-27多普勒效应



在D的参照系中，波速没变，波长变了。

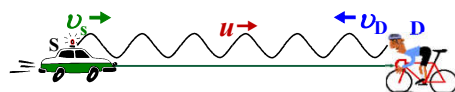
$$\lambda' = \lambda - v_S T = (u - v_S) T$$

$$\nu' = \frac{u}{\lambda'} = \frac{u}{u - v_S} \nu \begin{cases} \text{靠近: } v_S > 0 \rightarrow \nu' > \nu \\ \text{远离: } v_S < 0 \rightarrow \nu' < \nu \end{cases}$$

2018年5月3日

10

三、相对于媒质，波源和探测器同时运动



$$\begin{cases} u \rightarrow u' = (u + v_D) \\ \lambda \rightarrow \lambda' = (u - v_S) T \end{cases} \quad \nu' = \frac{u'}{\lambda'} = \frac{u + v_D}{u - v_S} \nu$$

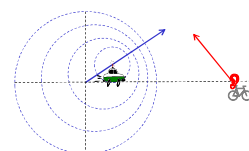
波源速度项在分母，探测器速度项在分子， $v_S$ 、 $v_D$  理解为代数

两者相互靠近取正号，远离取负号，静止时等于0。

2018年5月3日

11

如果波源和接收器是沿着它们的垂直方向运动，则不难推知，没有多普勒效应发生。多普勒效应由速度连线上的分量代入即可



$$\nu' = \frac{u + v_D \cos \theta_D}{u - v_S \cos \theta_S} \nu$$

电磁波的多普勒效应：

$$\nu' = \sqrt{\frac{c + v}{c - v}} \nu_S$$

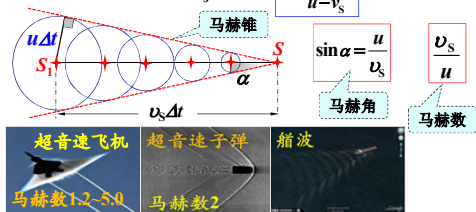
当波源与接收器靠近时，接收到的频率比发射频率高，称为蓝移（紫移）；远离时，接收到的频率比发射频率低，称为红移。

2018年5月3日

12

## 四、马赫波——冲击波\*

当S向D靠近, 速度 $v_s > u$  时  $v' = \frac{u}{u-v_s} v$  失去意义!



以点波源为顶点的圆锥形的波称为冲击波——锥面外无扰动, 锥面处振幅极大。冲击波面达到的地方空气压强突然增大, 过强冲击波掠过物体时甚至会造成伤害。

2018年5月3日

13

例1 设空气中声速为330m/s, 火车速度30m/s, 车上汽笛的频率为600Hz. 静止观察者听到的频率有何变化? 以10m/s与火车相向运动时, 听到的频率又如何?

解:  $u = 330\text{m/s}$ ,  $v_s = 30\text{m/s}$ ,  $v_o = 600\text{Hz}$

当观察者在车前时, 是波源向其运动

$$v' = \frac{u}{u-v_s} v_o = \frac{330}{330-30} \times 600 = 660\text{Hz} \quad \text{汽笛声尖锐}$$

当观察者在车后时, 是波源离开观察者

$$v' = \frac{u}{u+v_s} v_o = \frac{330}{330+30} \times 600 = 550\text{Hz} \quad \text{声音变低沉}$$

观察者与火车相向运动, 二者互相接近

$$v' = \frac{u+v_o}{u-v_s} v_o = \frac{330+10}{330-30} \times 600 = 680\text{Hz}$$

2018年5月3日

14

例2 一频率为540Hz的汽笛以15 rad/s的角速度沿一半径为0.6m的圆周运动。一观察者相对圆周静止地站在远处。求他听到的最低频率和最高频率。

解: 汽笛的速度就是波源的纵向速度,  $v_s = R\omega$

$$v_D = \frac{u}{u-v_s} v_o = \frac{331}{331-0.6 \times 15.0} \times 540 \quad v_{\max} = 555\text{Hz}$$

$$v_D = \frac{u}{u+v_s} v_o = \frac{331}{331+0.6 \times 15.0} \times 540 \quad v_{\min} = 525\text{Hz}$$

2018年5月3日

15

例3 主动脉内血液的流速一般为  $V = 0.32\text{m/s}$  沿血流方向发射的超声波的频率为  $\nu_0 = 4.0 \times 10^6\text{Hz}$  已知超声波在人体内的传播速度为  $u = 1.54 \times 10^3\text{m/s}$  试求: 红血球的反射波与原超声波的拍频~彩超。

解: 对于彩超, 红血球先作观察者、再作新波源。

作为观察者, 接收的频率:  $\nu_1 = \frac{u-v_D}{u} \nu_0 = \frac{u-V}{u} \nu_0$

作为新波源的红血球就是以该频率向接收器发射的, 接收用于成拍的波的频率:  $\nu_2 = \frac{u}{u+v_s} \nu_1 = \frac{u-V}{u+V} \nu_0$

$$\Delta\nu = \nu_0 - \nu_2 = \left(1 - \frac{u-V}{u+V}\right) \nu_0 = \frac{2V}{u+V} \nu_0 \approx \frac{2V}{u} \nu_0 = 1662\text{Hz}$$

2018年5月3日

16

2018年5月3日

17

2018年5月3日

18

## § 5.8 波的色散

## 一、复波

频率相同的简谐波合成后仍是简谐波；频率不同的简谐波合成后一般为复波。

频率较大且相近，初相相同，振幅相同的复波。

$$\xi_1(x, t) = A \cos(\omega t - kx), \quad \xi_2(x, t) = A \cos[(\omega + d\omega)t - (k + dk)x]$$

$$\xi = 2A \cos\left(\frac{d\omega}{2}t - \frac{dk}{2}x\right) \cdot \cos\left[\left(\omega + \frac{d\omega}{2}\right)t - \left(k + \frac{dk}{2}\right)x\right]$$

$$d\omega \ll \omega$$

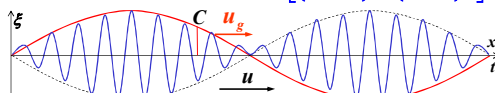
合成的复波是近似简谐波，其振幅缓慢发生变化。

2018年5月3日

19

## 二、相速度与群速度

$$\xi = 2A \cos\left(\frac{d\omega}{2}t - \frac{dk}{2}x\right) \cdot \cos\left[\left(\omega + \frac{d\omega}{2}\right)t - \left(k + \frac{dk}{2}\right)x\right]$$



$d\omega \ll \omega$  前一个因子表示相对缓慢变化的波包。

$$\frac{d\omega}{2}t - \frac{dk}{2}x = \text{常量} \Rightarrow u_g = \frac{dx}{dt} = \frac{d\omega}{dk} \quad u = \frac{\omega}{k}$$

实际能量传播的速度 群速度—波包的传播速度 相速度

群速度—特定振幅的速度，表示群体运动的快慢。

相速度—特定相位的速度，表示状态传播的快慢。

2018年5月3日

20

## 三、波的色散

1. 波的色散：在有些介质中，不同频率的波有不同的相速度，这种现象叫色散。

三棱镜是色散物质

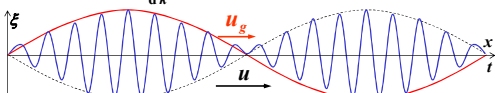
2. 色散使波包逐渐扩散：

$$\text{当 } \frac{du}{dk} \neq 0, \quad u_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(ku)}{dk} = u + k \frac{du}{dk}$$

空气和真空是非色散介质

3. 非色散波包稳定行进： $u_g = u + k(du/dk) = u$

波的色散是由介质的性质决定的，在有些介质中，相速度与波长无关，即  $\frac{du}{dk} = 0$ ，这时群速度和相速度相同。



2018年5月3日

21

一列行波在介质分界面上反射，入射波和反射波叠加形成驻波。

反射波有半波损失 { ① 反射处为固定端；

② 波疏入波密

⇒ 在分界面反射波与入射波反相 ( $\pi$  相位突变)

⇒ 反射点为驻波的波节

反射波无半波损失 { ① 反射处为自由端；

② 波密入波疏

⇒ 在分界面反射波与入射波同相

⇒ 反射点为驻波的波腹

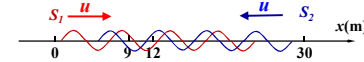
2018年5月3日

22

例 两相干波源  $S_1$ 、 $S_2$  相距  $d=30\text{ m}$ ，由  $S_1$ 、 $S_2$  分别发出的两列波，沿  $x$  轴传播时强度保持不变。  $x_1=9\text{ m}$ ， $x_2=12\text{ m}$  处的两点是相邻的波节。

求 (1) 两列波的波长； (2) 两波源间的最小相位差。

解：



$$\xi_1 = A \cos(\omega t + \varphi_1) \quad \xi_2 = A \cos(\omega t + \varphi_2)$$

相邻两波节间距  $\lambda/2 \Rightarrow \lambda = 6\text{ m}$

$$\xi_1(t, x) = A \cos(\omega t - 2\pi \frac{x}{\lambda} + \varphi_1) \quad \xi_2(t, x) = A \cos(\omega t + 2\pi \frac{x-30}{\lambda} + \varphi_2)$$

$$\xi(x, t) = \xi_1(t, x) + \xi_2(t, x) = 2A \cos(-2\pi \frac{x}{\lambda} + \frac{30}{\lambda} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}) \cos(\omega t - \pi \frac{30}{\lambda} + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2})$$

$$\text{已知在 } x=9 \text{ 处是波节 } \varphi_1 - \varphi_2 = (2k+1)\pi \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \pm\pi$$

2018年5月3日

23

10-5 一质点同时参与两个方向的简谐振动，已知合振动为  $x = 4 \cos(10\pi t + \pi/6)$  (SI)，其中一个分振动为  $x_1 = 2 \cos(10\pi t + \pi/2)$  (SI)，求另一分振动的表达式。

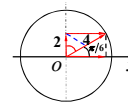
$$\text{解： } A = 4 \quad \varphi = \pi/6$$

$$A_1 = 2 \quad \varphi_1 = \pi/2$$

$$\theta = \varphi_1 - \varphi = \pi/2 - \pi/6 = \pi/3$$

$$A_2 = 2\sqrt{3} \quad \varphi_2 = 0$$

$$x_2 = 2\sqrt{3} \cos(10\pi t) \text{ (SI)}$$



2018年5月3日

24