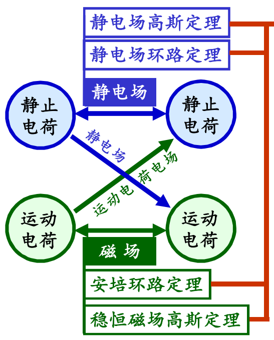
第7章 静电场和恒定电场

四种基本相互作用	相对强弱：
➢ 引力相互作用	强相互作用的强度＝1
➢ 电磁相互作用	电磁相互作用≈10^{-2}
➢ 强相互作用	弱相互作用≈10^{-12}
➢ 弱相互作用	引力相互作用≈10^{-40}

电磁学是研究电磁现象规律的学科。电磁学是经典物理学的一部分。它研究物质间的电磁相互作用，以及电磁场产生、变化和运动的规律。



法拉第电磁感应定律
麦克斯韦位移电流假设

麦克斯韦方程组

$$\oint_s \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho \,\mathrm{d}V$$

$$\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0\int_S (\vec{j}+\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\vec{E})\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\oint_s \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

§7.1 静电场 高斯定理

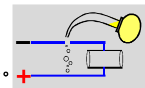
一、电荷

1.电荷的种类：正电荷与负电荷 同种相斥，异种相吸

2. 基本电荷：带电体所携带的电荷的多少称为电量；电量及其变化是不连续的，只能是基本电荷的倍数；微观上电荷呈现量子化，宏观上电荷近似连续分布。

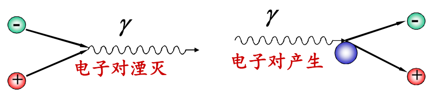
$e = 1.602\times10^{-19}\,\mathrm{C}$ 密立根油滴试验

1923 年获诺贝尔物理学奖，美国物理学家。



现代物理发现夸克电量为 $\pm\frac{1}{3}e, \pm\frac{2}{3}e$，但独立存在的夸克尚未得到实验验证。

3. 在一个和外界没有电荷交换的系统内，正负电荷的代数和在任何物理过程中保持不变。电荷守恒定律是物理学中普遍的基本定律。



4. 电荷的相对论不变性：一个电荷的电量与它的运动状态无关，即在不同的参考系内观察，同一带电粒子的电量不变。

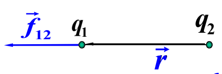
◆ 回旋加速器中电子运动速度的计算，已假设电子电荷e不变。实验结果也反过来证明了电荷的相对论不变性的正确性。

二、库仑定律：

描述惯性系自由空间（或真空）中两个静止的点电荷之间的作用力。

1. 点电荷：带电体线度 << 带电体之间距离

2. 库仑定律：1785 年，C.A.Coulomb 扭秤实验



$\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}\ \mathrm{C^2N^{-1}m^{-2}}$ 真空电容率(介电常数)

电荷1 受电荷 2的力

$$\vec{f}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

同号电荷排斥，异号电荷相吸；
作用力沿两点电荷的连线；
与两电荷的电量的乘积成正比；
与两电荷的距离的平方成反比。

例1：氢原子中电子和质子的距离约为 $5.3\times10^{-11}\text{m}$
此二粒子间的库仑力和万有引力各为多大？

$$F_e=k\frac{q_1q_2}{r^2}\approx9\times10^9\frac{(1.6\times10^{-19})^2}{(5.3\times10^{-11})^2}=8.2\times10^{-8}(\text{N})$$

$$F_g=G\frac{m_1m_2}{r^2}=G\frac{9.1\times10^{-31}\times1.7\times10^{-27}}{(5.3\times10^{-11})^2}=3.7\times10^{-47}(\text{N})$$

原子的结合力远大于相同粒子相隔同样距离的万有引力。

例2：假设铁原子中的二质子的距离为 $4.0\times10^{-15}\text{m}$
此二粒子间的库仑力有多大？ 强引力---核力

$$F_e=k\frac{q_1q_2}{r^2}\approx9\times10^9\frac{(1.6\times10^{-19})^2}{(4.0\times10^{-15})^2}=14(\text{N})$$

原子核内质子间的斥力远大于原子的结合力。

三、电场和电场强度

1. 电场：是一种特殊的物质，电场由电荷产生，并施力于其它电荷，其在真空中以光速传播。

超距作用：无需中间物传递，超越空间瞬时发生。

场的观点：通过空间中的媒介，以有限的速度传递。

电荷 $\Leftrightarrow$ 电场 $\Leftrightarrow$ 电荷

实验证实场的观点的正确性，电场和磁场是客观存在的物质，具有动量和能量，可脱离电荷和电流单独存在。

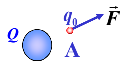
静电场是由静止电荷产生的，是电场的一种特例。

凡对静止电荷有作用力的场都是电场，如运动电荷电场、感应电场。

2. 电场强度

电场强度是描述场中各点电场强弱和方向的物理量。

试验电荷 { 线度足够地小——场点确定。
电量充分地小——不至于使场源电荷重新分布。



实验发现：在电场中任取 A 点处 $\frac{\vec F}{q_0}=\frac{\vec F_1}{q_0'}=\frac{\vec F_2}{q_0''}=\cdots=c$

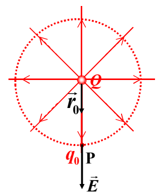
确定的场点，比值 $\vec F/q_0$ 与试验电荷无关，反映电场自身性质。

定义式 $\boxed{\vec E=\frac{\vec F}{q_0}}$ { 大小：单位电荷在该点所受电场力
方向：正电荷受力的方向
单位：N/C 、V/m

3. 点电荷的场强公式

由库仑定律 $\vec F=\frac{Qq_0}{4\pi\varepsilon_0r^3}\vec r$

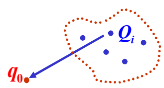
由场强定义 $\vec E=\frac{\vec F}{q_0}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0r^2}\vec r_0$



{ $\vec r_0$ 从源电荷指向场点
方向：正电荷受力的方向
点电荷的电场呈球对称分布

4. 电场叠加原理

如果带电体由 n 个点电荷组成



由电力 → 叠加原理 $\vec F=\sum_{i=1}^{n}\vec F_i$ 两个点电荷之间的作用力，不会因为第三个电荷的存在而改变。

由场强定义 → $\vec E=\frac{\vec F}{q_0}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\vec F_i}{q_0}=\sum_{i=1}^{n}\frac{\vec F_i}{q_0}=\sum_{i=1}^{n}\vec E_i$

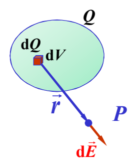
某点的电场强度等于各点电荷单独存在时在该点产生的电场强度的矢量和。

场强叠加原理 $\boxed{E=\sum_{i=1}^{n}\frac{Q_i}{4\pi\varepsilon_0r_i^2}\vec r_0}$

点电荷系电场中的场强 $\boxed{E=\sum_{i=1}^{n}\frac{Q_i}{4\pi\varepsilon_0r_i^2}\vec r_0}$

电荷连续分布的带电体的场强

$$\boxed{\vec E=\int\mathrm{d}\vec E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\mathrm{d}Q}{r^2}\vec r_0}$$



{ 体电荷密度 $\mathrm{d}Q=\rho\mathrm{d}V$
面电荷密度 $\mathrm{d}Q=\sigma\mathrm{d}S$
线电荷密度 $\mathrm{d}Q=\lambda\mathrm{d}l$

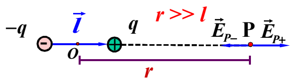
分量式

$$E_x=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{x}{r^3}\mathrm{d}Q$$

$$\vec E=E_x\vec i+E_y\vec j+E_z\vec k$$

例3 求：电偶极子延长线及中垂线上任意点的场强。

① 电偶极子延长线上任意点的场强。



电偶极矩 $\vec{p}=q\vec{l}$

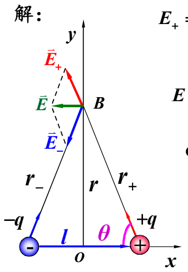
解：$E_{P+}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{(r-\frac{l}{2})^2}$ $\quad E_{P-}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{(r+\frac{l}{2})^2}$

$$E_P=E_{P+}-E_{P-}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\boxed{ql}r}{\boxed{(r^2-\frac{l^2}{4})^2}}$$

$$\boxed{\vec{E}_P=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\vec{p}}{r^3}}$$

② 电偶极子中垂线上任意点的场强

解：



$$E_+=E_-=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2+\frac{l^2}{4}}$$

$$E=2E_+\cos\theta$$

$$\cos\theta=\frac{l/2}{\sqrt{r^2+\frac{l^2}{4}}}$$

$r>>l$

$$\boxed{E=\frac{ql}{4\pi\varepsilon_0 r^3}}$$

$$\boxed{\vec{E}=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}}{r^3}}$$

$\vec{p}=q\vec{l}$

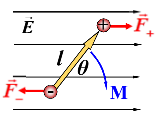
例4 计算电偶极子在均匀电场中所受的力矩

解：电偶极子在均匀外电场中所受作用

$$\vec{F}=\vec{F}_++\vec{F}_-=q\vec{E}-q\vec{E}=0$$

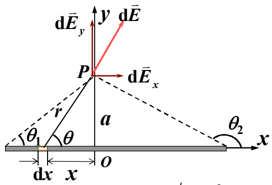
$$M=F_+l\sin\theta=qEl\sin\theta$$

$$M=pE\sin\theta$$



$\boxed{\vec{M}=\vec{p}\times\vec{E}}$ 电偶极子在外电场中受力矩作用而旋转，使其电偶极矩转向外电场方向。

例5 真空中有均匀带电直线，长为 L，总电荷量为 Q。线外有一点P，离开直线的垂直距离为a，P点和直线两端连线的夹角分别为θ_1和θ_2。求P点的场强。（设电荷线密度为λ）



解：电荷元：$\mathrm{d}Q=\lambda\mathrm{d}x$

$$\mathrm{d}E=\frac{\lambda\mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\mathrm{d}E_x=\mathrm{d}E\cos\theta$$

$$\mathrm{d}E_x=\frac{\lambda\mathrm{d}x\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{\lambda\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 a}\mathrm{d}\theta$$

$$\mathrm{d}E_y=\mathrm{d}E\sin\theta=\frac{\lambda\mathrm{d}x\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{\lambda\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 a}\mathrm{d}\theta$$

$$x=-a/\tan\theta$$

$$\mathrm{d}x=a\csc^2\theta\mathrm{d}\theta$$

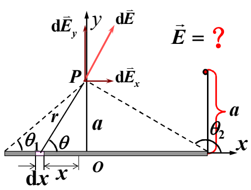
$$r=\frac{a}{\sin\theta}=a\csc\theta$$

$$\mathrm{d}E_x=\frac{\lambda\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 a}\mathrm{d}\theta$$

$$E_x=\int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{\lambda\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 a}\mathrm{d}\theta=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\sin\theta_2-\sin\theta_1)$$

$$\mathrm{d}E_y=\frac{\lambda\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 a}\mathrm{d}\theta$$

$$E_y=\int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{\lambda\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 a}\mathrm{d}\theta=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$



$\vec{E}=?$

无限长带电直线：

$\theta_1=0$，$\theta_2=\pi$

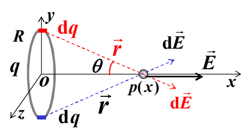
$E_x=0$

$$\boxed{E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}}$$

无限长带电直线的电场呈轴对称分布。

例6：计算均匀带电圆环轴线上的场强。

解：如图建立坐标系，在圆环上取一电荷元 dq。



根据矢量合成的对称性，总电场强度只有 x 分量。

$$E=\int \mathrm{d}E\cos\theta=\int_q\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta=\frac{\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\int_q\mathrm{d}q=\frac{q\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\boxed{E=\frac{qx}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}}\quad \boxed{E_o=0}\quad E_{x>>R}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$

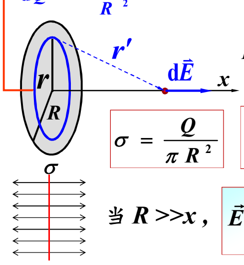
电荷的均匀分布对于电场强度的对称分析至关重要。

以上结论用于圆盘和球状电荷分布的电场强度计算。

例7 已知：总电量Q；半径R。
求：均匀带电圆盘轴线上的场强。

$$dQ = \frac{2Q\,r\,dr}{R^2}$$

解：$d\vec{E} = \dfrac{x\,dQ\,\vec{i}}{4\pi\varepsilon_0\left(x^2+r^2\right)^{\frac{3}{2}}}$



$$E = \frac{xQ}{2\pi\varepsilon_0 R^2}\int_0^R \frac{r\,dr}{\left(x^2+r^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\boxed{\sigma = \frac{Q}{\pi R^2}} \qquad \boxed{\vec{E} = \frac{Q\vec{i}}{2\pi\varepsilon_0 R^2}\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)}$$

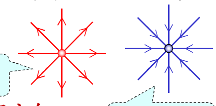
当 $R>>x$，$\boxed{\vec{E} = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{i}}$ 无限大带电平面场强

四、电场线和电通量

1. 电场线：用一族假想的空间曲线形象描述场强分布。

$E = \dfrac{d\Phi_e}{dS_\perp}$ 电场线数

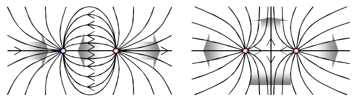
电场线数密度



①曲线的切线方向代表该点场强方向。

②曲线稀疏处场强小；稠密处场强大。

③场线的特点：无电荷处不产生、不中断、不相交。



电偶极子　　一对等量正点电荷

静电场的电场线不会形成闭合曲线。

2. 电通量：通过任一面的电场线条数。

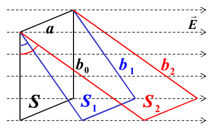
① 均匀电场 $\vec{E}\uparrow\uparrow\vec{n}$

$\Phi_e = ES$

② 均匀电场 $\widehat{\vec{E}\vec{n}} = \theta$

$\Phi_e = ES_1\cos\theta_1 = ES_2\cos\theta_2$

$\boxed{\Phi_e = \vec{E}\cdot\vec{S}}$

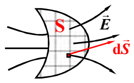


$\vec{n}$ ~ 平面的单位法线

③ 非均匀电场、任意曲面

$d\Phi_e = \vec{E}\cdot d\vec{S}$ $\boxed{\Phi_e = \iint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}}$

可正可负



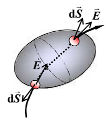
④ 对封闭曲面：$\boxed{\Phi_e = \oint\!\!\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}}$

规定外法线为正向

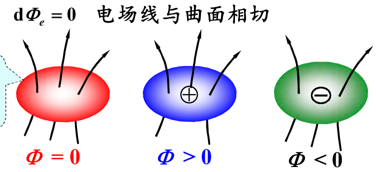
$\theta < 90^\circ$，$d\Phi_e > 0$　穿出曲面为正

$\theta > 90^\circ$，$d\Phi_e < 0$　穿入曲面为负

$\theta = 90^\circ$，$d\Phi_e = 0$　电场线与曲面相切



曲面上每一点的 $E \neq 0$



$\Phi = 0$　　$\Phi > 0$　　$\Phi < 0$

通过闭合曲面的电通量等于净穿出封闭面的电场线总条数。