第11章 线性动态电路的时域分析

● 重点

1. 动态电路方程的建立及初始条件的确定;

2. 一阶电路的三要素分析及三要素的确定;

3. 一阶电路的阶跃响应和冲激响应。

11.1　动态电路及方程

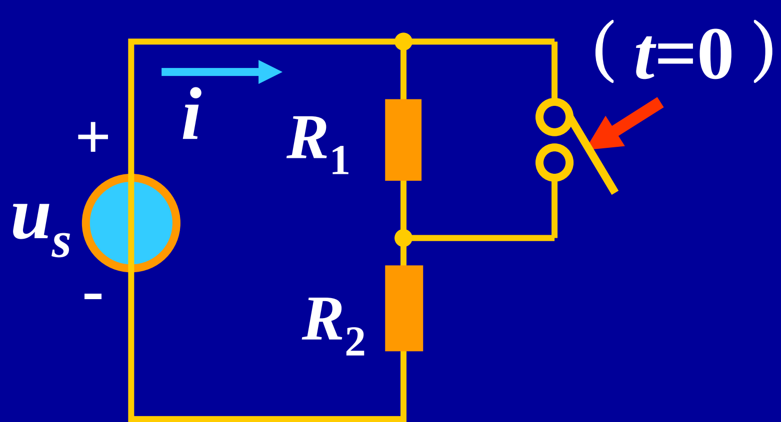
1. 动态电路

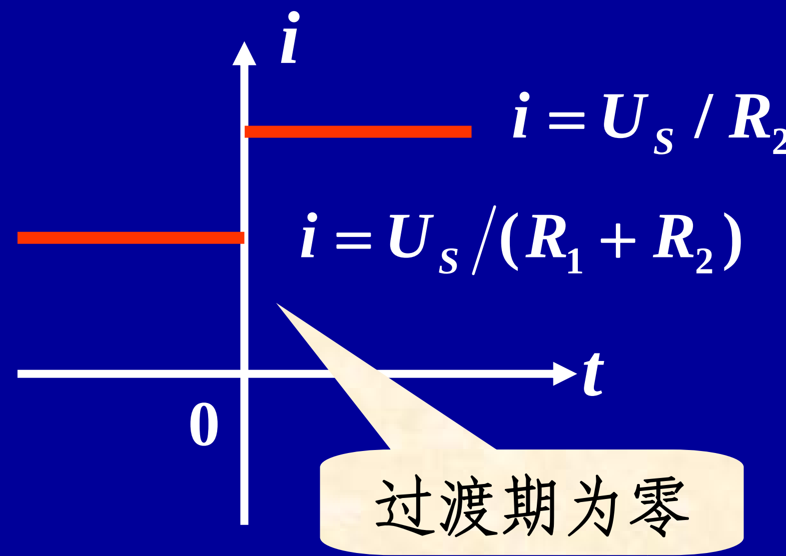
含有电容和电感这样的动态元件的电路称动态电路。

特点:

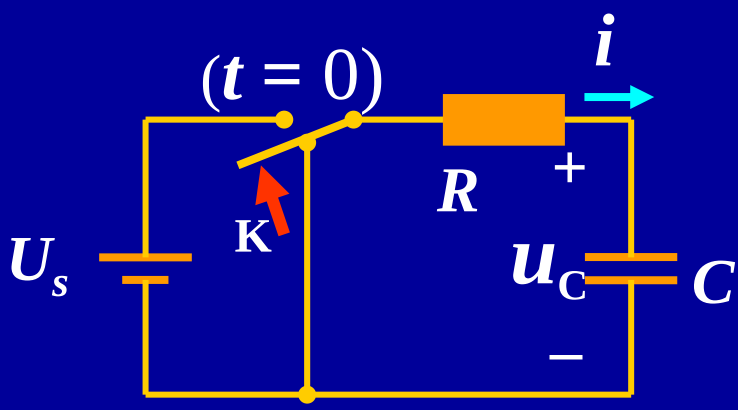
当动态电路状态发生改变时（换路）需要经历一个变化过程才能达到新的稳定状态。这个变化过程称为电路的过渡过程。

例　电阻电路





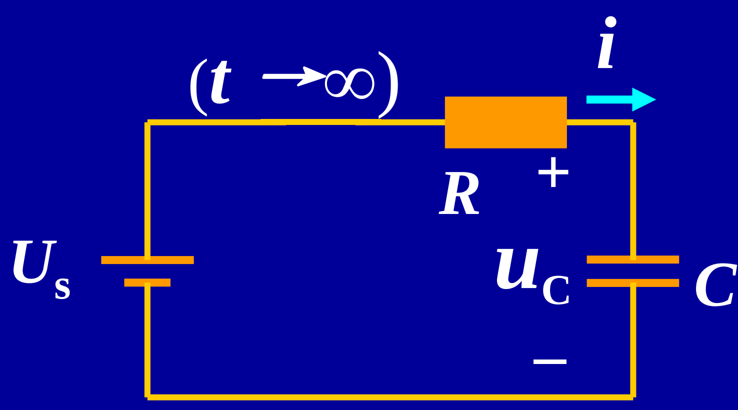
电容电路



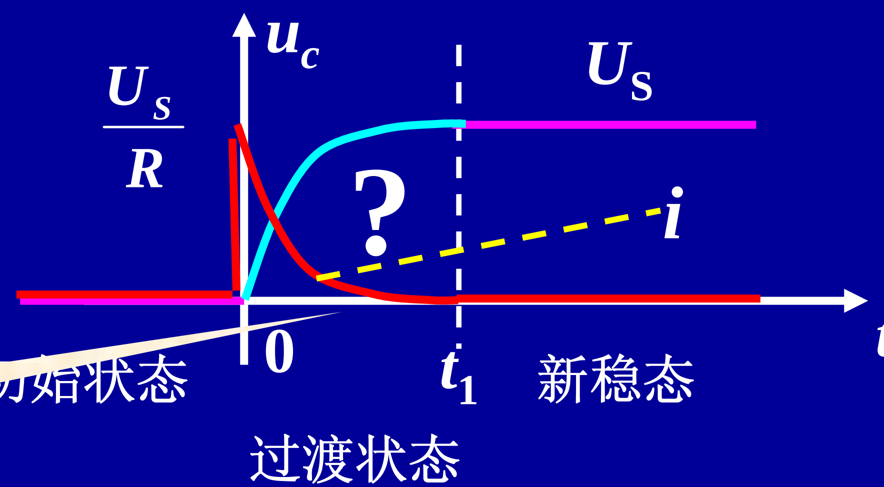
K未动作前，电路处于稳定状态

$$i = 0\ ,\quad u_C = 0$$

K接通电源后很长时间，电容充电完毕，电路达到新的稳定状态



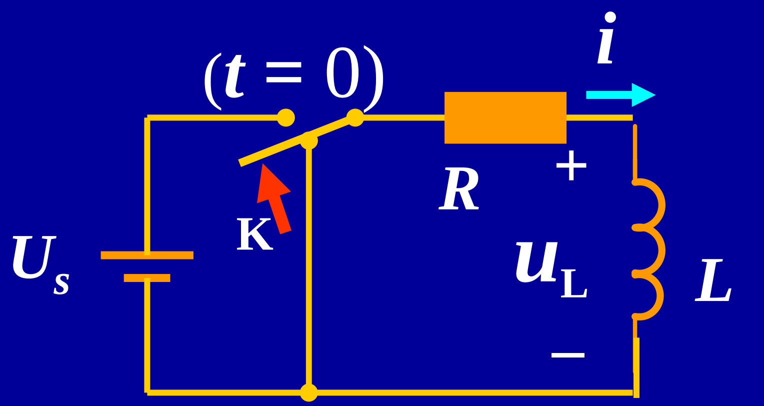
$$i = 0\ ,\quad u_C = U_s$$



有一过渡期

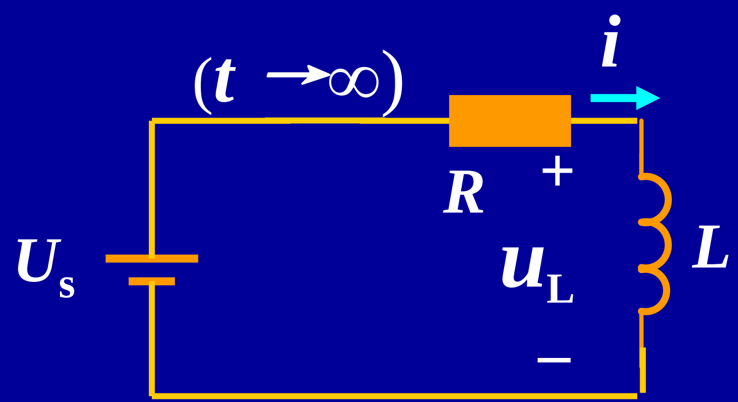
电感电路

K未动作前，电路处于稳定状态

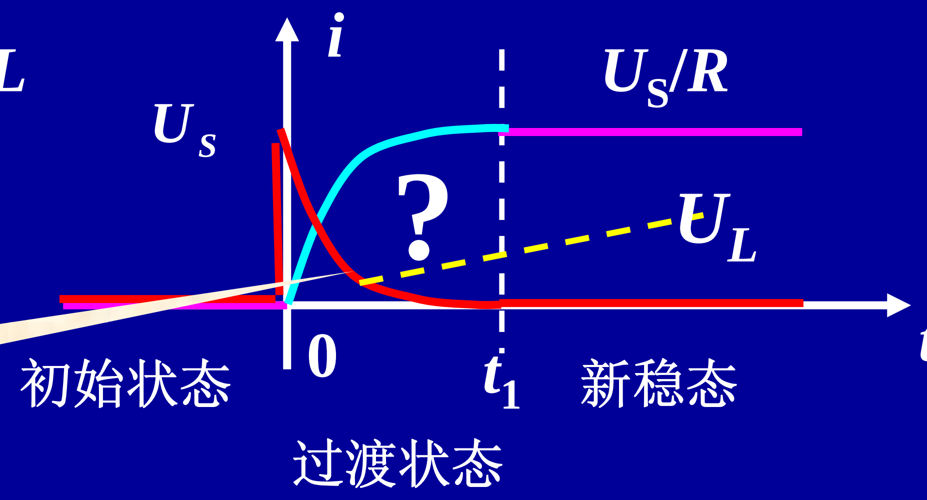


$i = 0$ ， $u_L = 0$

K接通电源后很长时间，电路达到新的稳定状态，电感视为短路



$u_L = 0$, $i = U_s/R$



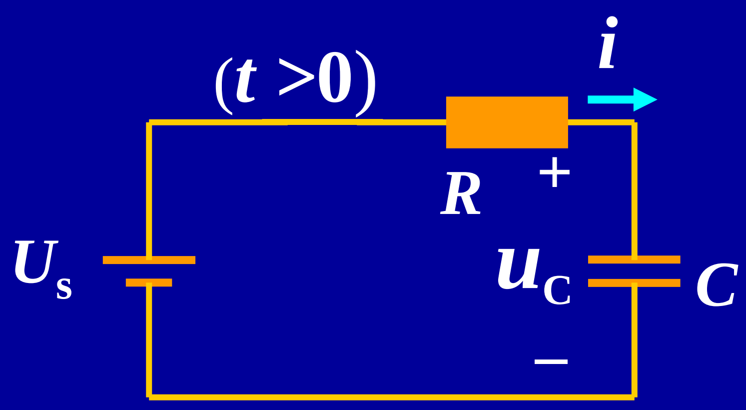
有一过渡期

换路 → 电路结构、状态发生变化 $\begin{cases}\text{支路接入或断开}\\\text{电路参数变化}\end{cases}$

过渡过程产生的原因 →

电路内部含有储能元件 *L* 、*C*，电路在换路时能量发生变化，而能量的储存和释放都需要一定的时间来完成。

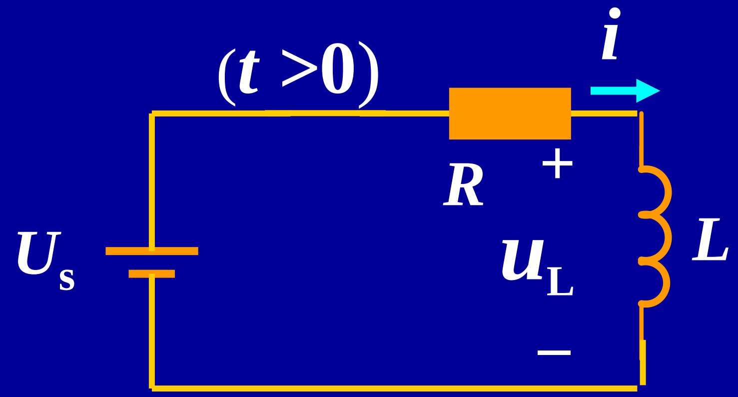
$$p=\frac{\Delta w}{\Delta t}$$



2. 动态电路的方程

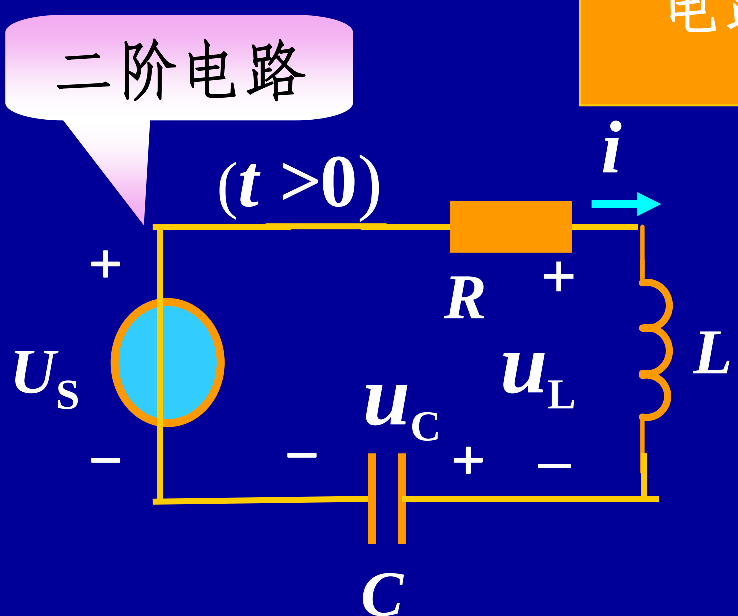
应用KVL和元件的VCR得:

$$Ri+u_c=U_S \quad\longrightarrow\quad RC\frac{du_c}{dt}+u_c=U_S$$



$$Ri + u_L = U_S$$

$$Ri + L\frac{di}{dt} = U_S$$



$$Ri + u_L + u_c = U_S$$

$$LC\frac{d^2u_c}{dt^2} + RC\frac{du_c}{dt} + u_c = U_S$$

结论：（1）描述动态电路的电路方程为微分方程；

（2）动态电路方程的阶数等于电路中动态元件的个数；

一阶电路 → 描述电路的方程是一阶微分方程。

一阶电路中只有一个动态元件。

稳态分析和动态分析的区别

稳态	动态
恒定或周期性激励	任意激励
换路发生很长时间后状态	换路发生后的整个过程
微分方程的特解	微分方程的一般解

动态电路的分析方法

建立微分方程：

$$a_n\frac{d^n x}{dt^n}+a_{n-1}\frac{d^{n-1}x}{dt^{n-1}}+\cdots+a_1\frac{dx}{dt}+a_0x=e(t)\quad t\geq 0$$

本章采用

时域分析法

- 经典法
- 状态变量法
- 卷积积分
- 数值法

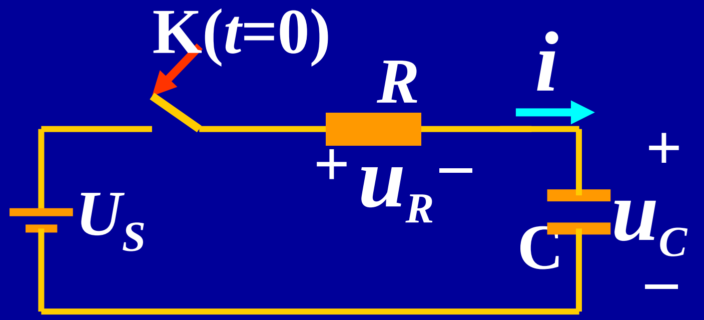
复频域分析法

- 拉普拉斯变换法
- 状态变量法
- 付氏变换

下面以RC电路为例先分析一阶动态电路

以RC电路为例，非齐次方程

$$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=U_S$$



解答为 $u_C(t)=u_C'+u_C''$

$$\begin{cases}\text{稳态解} & u_C'=U_S\\ \text{暂态解} & u_C''=Ae^{-\frac{t}{\tau}}\end{cases}$$

$$\tau=RC$$

由起始值定A

$$u_C(0^-)=U_0$$

$$u_C(0^+)=A+U_S=U_0$$

$$\therefore A=U_0-U_S$$

$$u_C=U_S+Ae^{\frac{-t}{\tau}}=U_S+(U_0-U_S)e^{-\frac{t}{\tau}}\qquad t\geq 0$$

$$u_C = U_S + Ae^{\frac{-t}{\tau}} = U_S + (U_0 - U_S)e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \geq 0$$

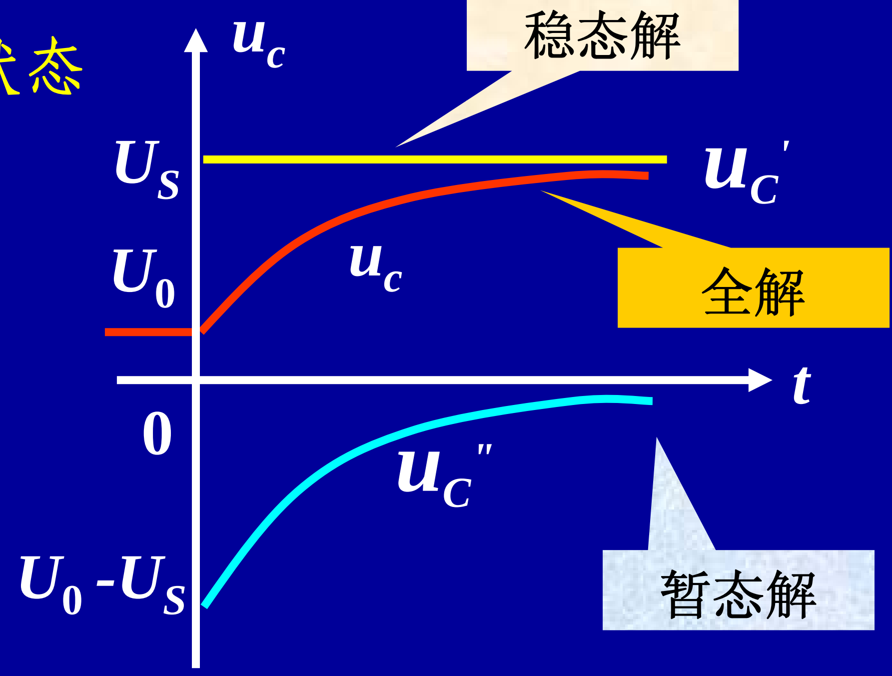
强制分量

自由分量(暂态解)

全响应

全响应的两种分解方式

（1）着眼于电路的两种工作状态



全响应 =

强制分量(稳态解)

+

自由分量(暂态解)

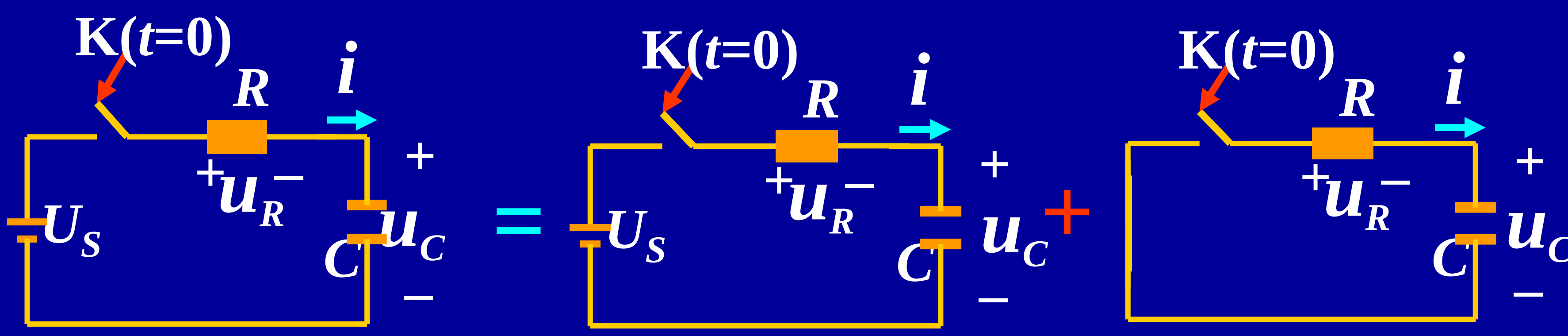
物理概念清晰

(2). 着眼于因果关系　　便于叠加计算

$$u_C = U_S\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (t \geq 0)$$

零状态响应　　零输入响应

全响应 = 零状态响应 + 零输入响应

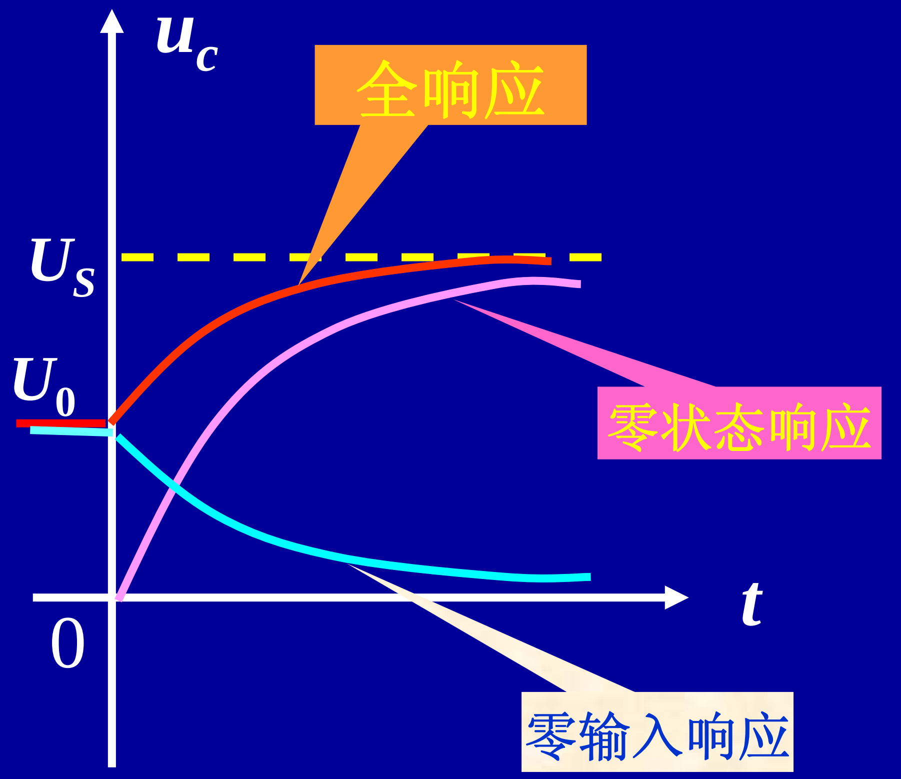


$u_C(0^-)=U_0$　　$u_C(0^-)=0$　　$u_C(0^-)=U_0$

$$u_C = U_S(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) + U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (t \geq 0)$$

零状态响应

零输入响应



归纳一阶动态电路的解的形式

一阶电路的数学模型是一阶微分方程：

$$a\frac{df}{dt}+bf=c$$

其解答一般形式为：

$$f(t)=f(\infty)+Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

令 $t=0^+$ $\quad f(0^+)=f(\infty)\big|_{0^+}+A \longrightarrow A=f(0^+)-f(\infty)\big|_{0^+}$

$$f(t)=f(\infty)+[f(0^+)-f(\infty)\big|_{0^+}]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

三要素

- $f(\infty)$ 稳态解 → 用t→∞的稳态电路求解
- $f(0^+)$ 初始值 → 用0^+等效电路求解
- τ 时间常数

分析一阶电路问题转为求解电路的三个要素的问题

11. 2　一阶电路的三要素分析

11.2.1. 初始值$f(0+)$

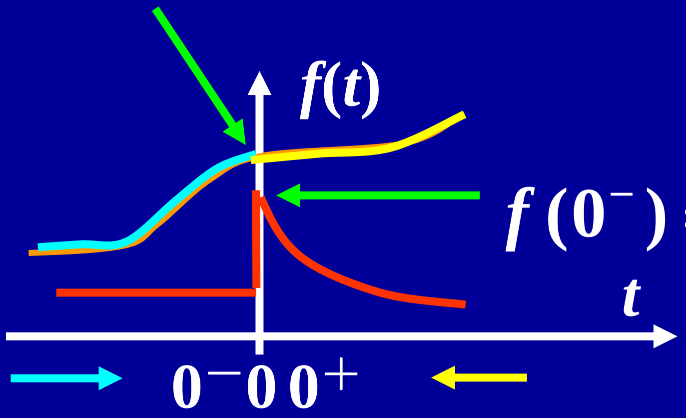
(1) $t = 0^+$与$t = 0^-$的概念

认为换路在 t=0时刻进行

0^-　换路前一瞬间

0^+　换路后一瞬间

$f(0^-) = f(0^+)$



$f(0^-) \neq f(0^+)$

$$f(0^-) = \lim_{\substack{t\to 0\\ t<0}} f(t)$$

$$f(0^+) = \lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}} f(t)$$

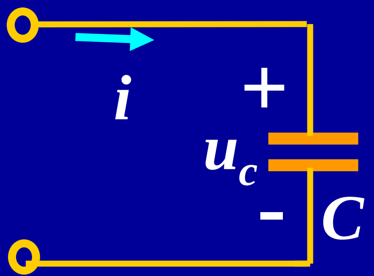
初始条件为 $t = 0^+$时u，i 及其各阶导数的值

(2) 电容的初始条件

$$u_C(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{0^-} i(\xi)\mathrm{d}\xi+\frac{1}{C}\int_{0^-}^{t} i(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$=u_C(0^-)+\frac{1}{C}\int_{0^-}^{t} i(\xi)\mathrm{d}\xi$$



$t = 0^+$时刻

$$u_C(0^+)=u_C(0^-)+\underbrace{\frac{1}{C}\int_{0^-}^{0^+} i(\xi)\mathrm{d}\xi}_{0}$$

当$i(\xi)$为有限值时

$$\boxed{u_C(0^+)=u_C(0^-)}$$

$q=C\,u_C$

$$\boxed{q(0^+)=q(0^-)}$$

电荷守恒

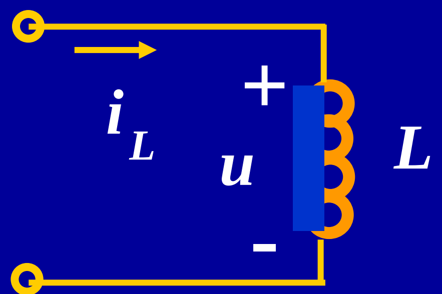
结论

换路瞬间，若电容电流保持为有限值，

则电容电压（电荷）换路前后保持不变。

(3) 电感的初始条件

$$i_L(t)=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t}u(\xi)\mathrm{d}\xi$$



$$=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{0^-}u(\xi)\mathrm{d}\xi+\frac{1}{L}\int_{0^-}^{t}u(\xi))\mathrm{d}\xi$$

$$=i_L(0^-)+\frac{1}{L}\int_{0^-}^{t}u(\xi)d\xi$$

$t=0^+$时刻

$$i_L(0^+)=i_L(0^-)+\cancelto{0}{\frac{1}{L}\int_{0^-}^{0^+}u(\xi)d\xi}$$

当u为有限值时

$$i_L(0^+)=i_L(0^-)$$

$\psi=Li_L$

$$\psi_L(0^+)=\psi_L(0^-)$$

磁链守恒

结论

换路瞬间，若电感电压保持为有限值，
则电感电流（磁链）换路前后保持不变。

（4）换路定律

$$\begin{cases} q_c(0^+) = q_c(0^-) \\ u_C(0^+) = u_C(0^-) \end{cases}$$

换路瞬间，若电容电流保持为有限值，则电容电压（电荷）换路前后保持不变。

$$\begin{cases} \psi_L(0^+) = \psi_L(0^-) \\ i_L(0^+) = i_L(0^-) \end{cases}$$

换路瞬间，若电感电压保持为有限值，则电感电流（磁链）换路前后保持不变。

注意:

（1）电容电流和电感电压为有限值是换路定律成立的条件

（2）换路定律反映了能量不能跃变。

5. 电路初始值的确定

1. 由换路前电路（一般为稳定状态）求$u_C(0^-)$和$i_L(0^-)$;

2. 由换路定律得 $u_C(0^+)$ 和 $i_L(0^+)$。

3. 画0^+等效电路。

   a. 换路后的电路

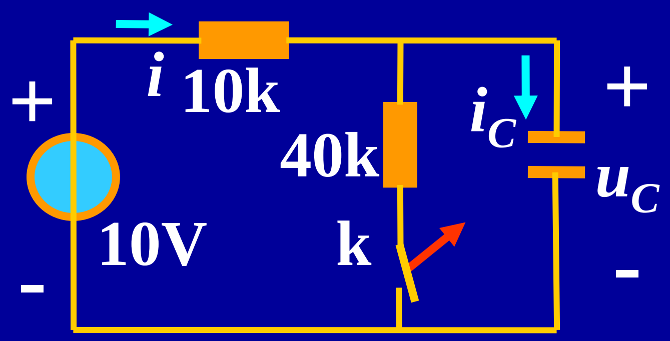
   b. 电容用电压源替代；电感用电流源替代。

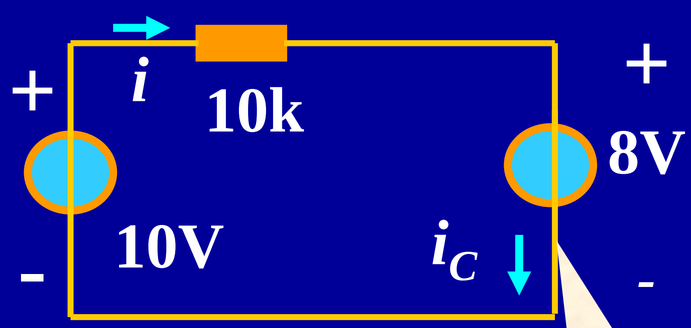
（取0^+时刻值，方向同原假定的电容电压、电感电流方向）。

4. 由0^+电路求所需各变量的0^+值。

例1

求 $i_C(0^+)$

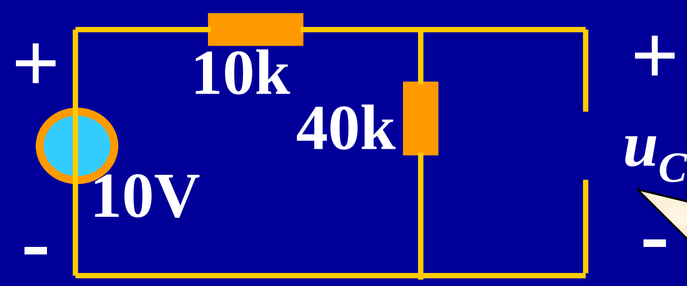




0^+等效电路

电容用电压源替代

(1) 由0^-电路求 $u_C(0^-)$



电容开路

$$u_C(0^-)=8V$$

(2) 由换路定律

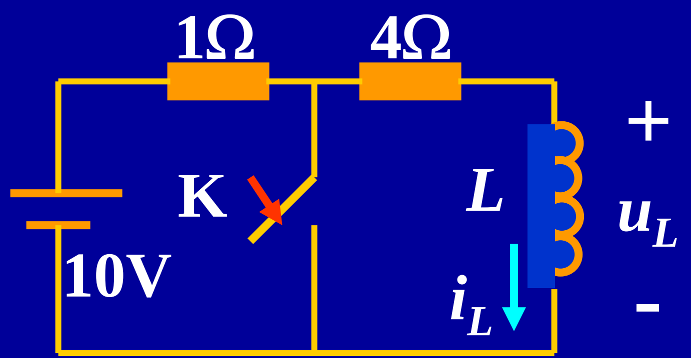
$$u_C(0^+) = u_C(0^-)=8V$$

(3) 由0^+等效电路求 $i_C(0^+)$

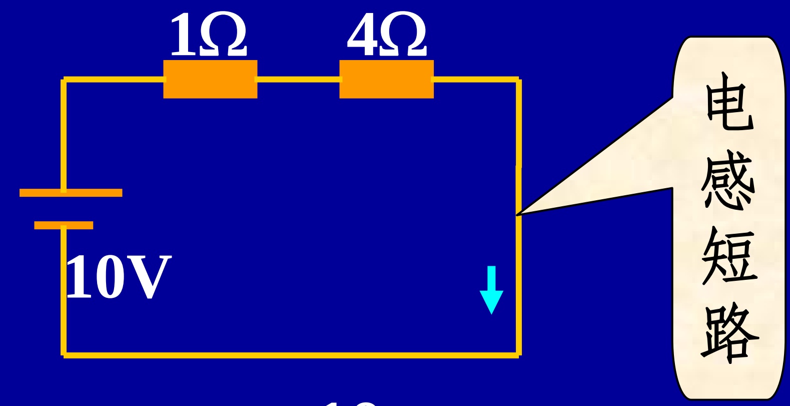
$$i_C(0^+) = \frac{10-8}{10} = 0.2mA$$

$$i_C(0^-)=0 \neq i_C(0_+)$$

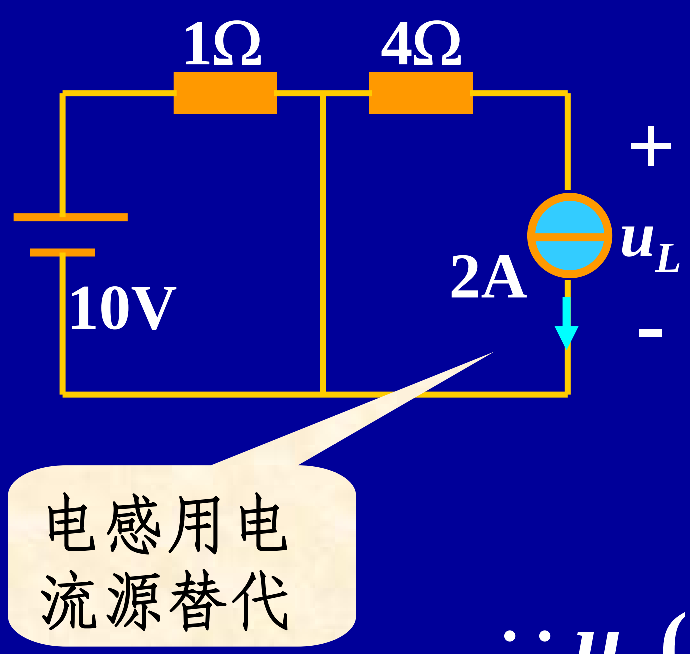
例 2　$t = 0$时闭合开关k， 求 $u_L(0^+)$。 **解**



(1) 由0^-电路求 $i_L(0^-)$



0^+电路



$$i_L(0^-) = \frac{10}{1+4} = 2A$$

(2)由换路定律:

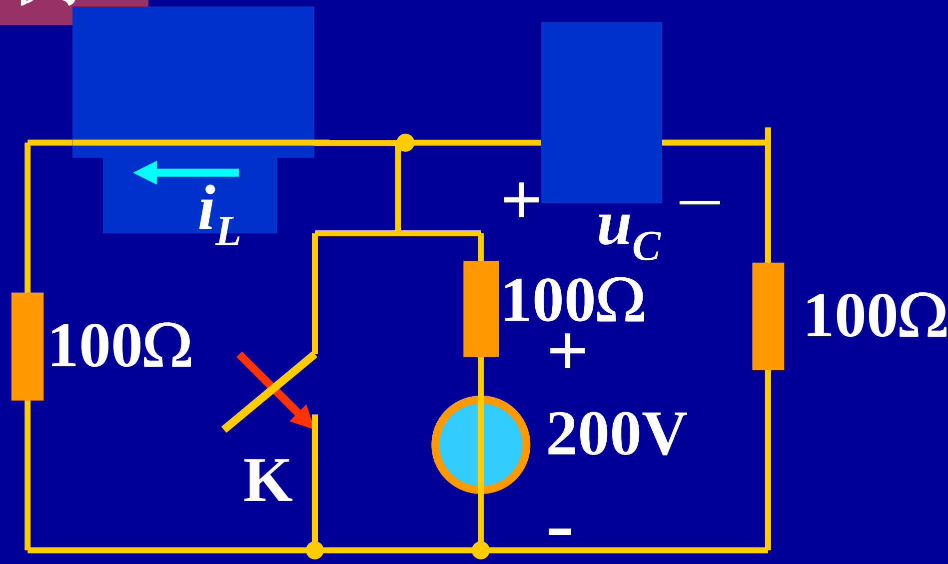
$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 2A$$

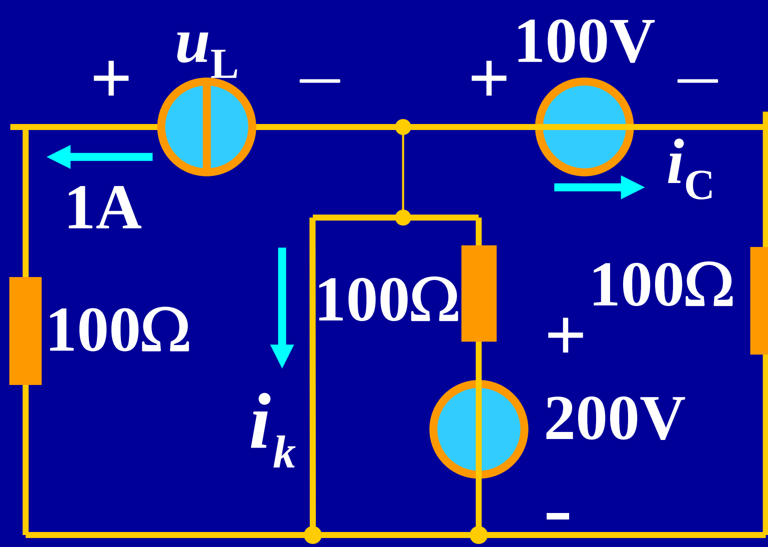
(3) 由0^+等效电路求 $u_L(0^+)$

$$u_L(0^+) = -2 \times 4 = -8V$$

$$\because u_L(0^-) = 0 \quad \therefore u_L(0^+) = \cancel{0}$$

例3　求K闭合瞬间流过它的电流值。





解　（1）确定0^-值

$$i_L(0^+)=i_L(0^-)=\frac{200}{200}=1A$$

$$u_C(0^+)=u_C(0^-)=100V$$

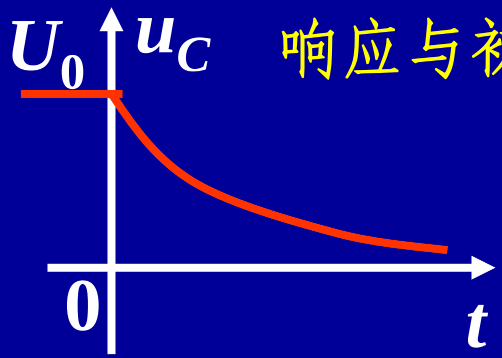
（2）给出0^+等效电路

$$i_k(0^+)=\frac{200}{100}+\frac{100}{100}-1=2A$$

$$u_L(0^+)=i_L(0^+)\times 100=100V$$

$$i_C(0^+)=-u_C(0^+)/100=-1A$$

11.2.2. 时间常数τ



响应与初始状态成线性关系，其衰减快慢与*RC*有关。

$$\tau = RC$$

称τ为一阶*RC*电路的时间常数

$$[\tau]=[RC]=[欧][法]=[欧]\left[\frac{库}{伏}\right]=[欧]\left[\frac{安秒}{伏}\right]=[秒]$$

$$\tau = L/R$$

称τ为一阶*RL*电路的时间常数

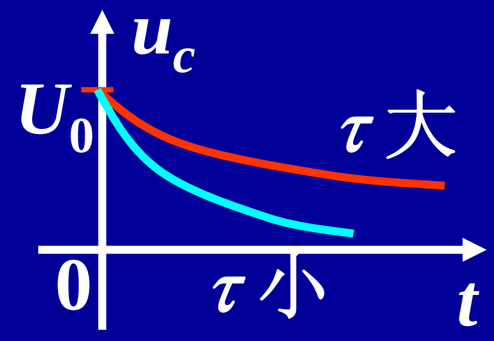
*R*均为将电感或电容断开后的单口网络的等效电阻，即从储能元件两端看进去，独立电源置零，求等效电阻。对于复杂的一阶电路，均可以采用第四章戴维南定理的方法等效为只含有一个电阻的简单*RC*电路或*RL*电路。

$\tau = RC$

时间常数 τ 的大小反映了电路过渡过程时间的长短

τ大 → 过渡过程时间长

τ小 → 过渡过程时间短



物理含义 → 电压初值一定:

C大（R一定） $W=Cu^2/2$ 储能大

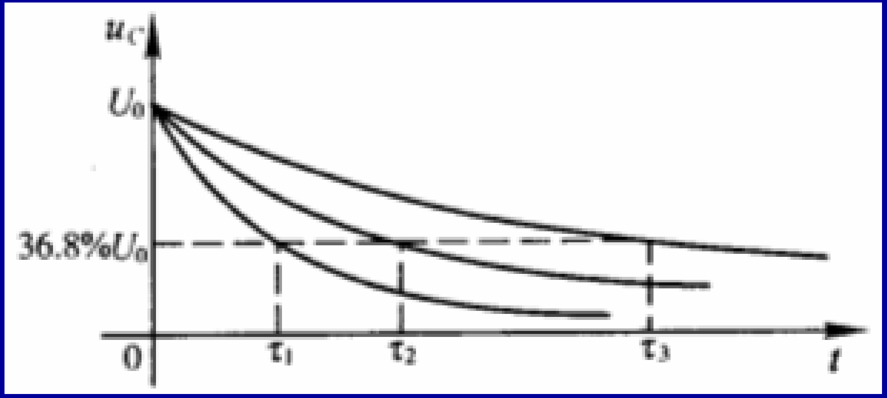
R大（C一定） $i=u/R$ 放电电流小

} 放电时间长

t	0	τ	2τ	3τ	5τ
$u_c = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$	U_0	$U_0 e^{-1}$	$U_0 e^{-2}$	$U_0 e^{-3}$	$U_0 e^{-5}$
	U_0	$0.368\ U_0$	$0.135\ U_0$	$0.05\ U_0$	$0.007\ U_0$

τ：电容电压衰减到原来电压36.8%所需的时间。

工程上认为，经过 $3\tau-5\tau$，过渡过程结束。



$\tau=RC$，R、C越大，所需充电、放电时间越长.

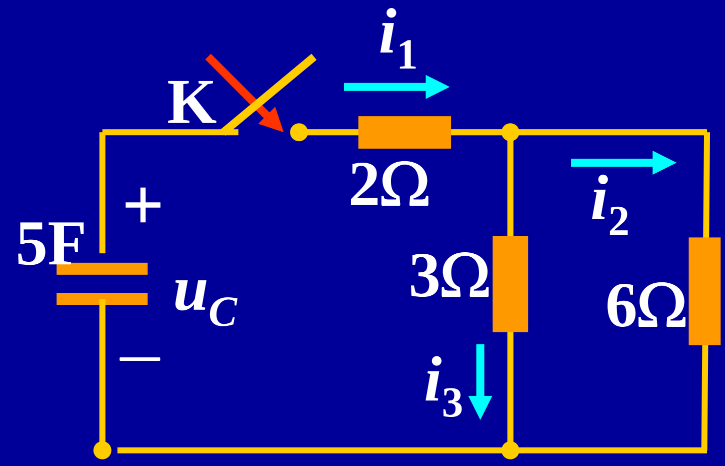
11.2.3．稳态值*f*(∞)

f(∞)是指动态过程达到稳态时的电压或电流的值。在直流电源激励的一阶电路中，稳态电路是用开路替代电容、或用短路替代电感的直流电阻电路，所以，求任一*u*(∞)或*i*(∞)都是采用直流电路求解电压和电流的分析方法，对我们来说不是新内容。

在电源为直流电源的一阶电路中，三要素表达式可改写为：

$$f(t) = f(\infty) + [f(0_+) - f(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$= f(\infty)(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + f(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

例1　　已知图示电路中的电容原本充有24V电压，求K闭合后，电容电压和各支路电流随时间变化的规律。

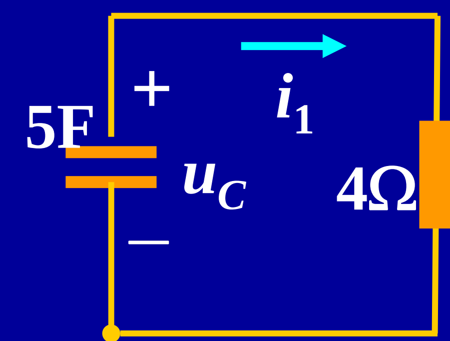


解　这是一个求一阶RC零输入响应问题，有:

$$u_c = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \geq 0$$

代入 $U_0 = 24V \quad \tau = RC = 5 \times 4 = 20s$

等效电路　$t > 0$

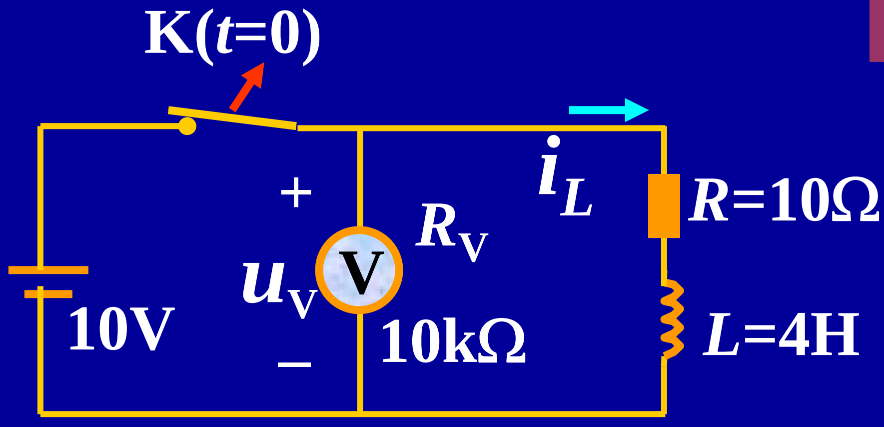


$$\longrightarrow \quad u_c = 24e^{-\frac{t}{20}} V \qquad t \geq 0$$

$$i_1 = u_C / 4 = 6e^{-\frac{t}{20}} A$$

分流得: $i_2 = \frac{2}{3} i_1 = 4e^{-\frac{t}{20}} A \quad i_3 = \frac{1}{3} i_1 = 2e^{-\frac{t}{20}} A$

例2 t=0时，打开开关K，求u_V。 电压表量程：50V



解 $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1\ \text{A}$

$$i_L = e^{-t/\tau} \qquad t \geq 0$$

$$\tau = \frac{L}{R + R_V} = \frac{4}{10000} = 4\times10^{-4}\,s$$

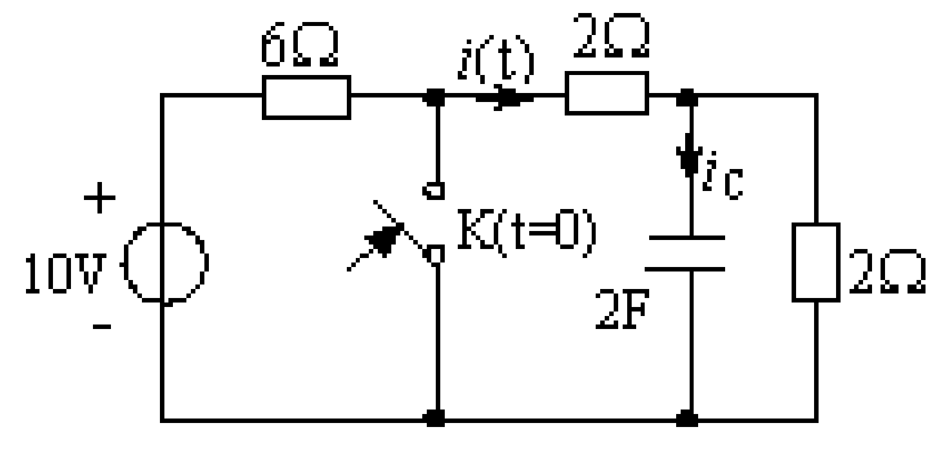
$$R_V = 10k\Omega$$

$$u_V = -R_V i_L = -10000e^{-2500t} \qquad t \geq 0$$

$u_V(0^+)$=－ 10000V 造成 Ⓥ 损坏。

现象：电压表坏了

例3 t=0时，开关K闭合，求电流$i(t)$。$t \geqslant 0$

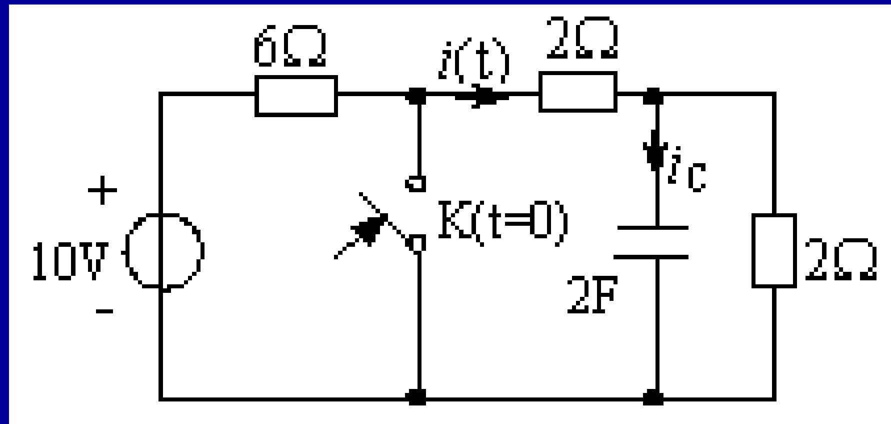


解法 1 用三要素法先求解$u_C(t)$，再利用KVL、KCL和VCR求其它的电压和电流 。

由换路定理，得 $$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 2V$$

$t = \infty$ 时，电容C放电完毕， $$u_C(\infty) = 0$$

电路换路后断开电容，从端口看进去的等效电阻为2个2电阻的并联，即1Ω



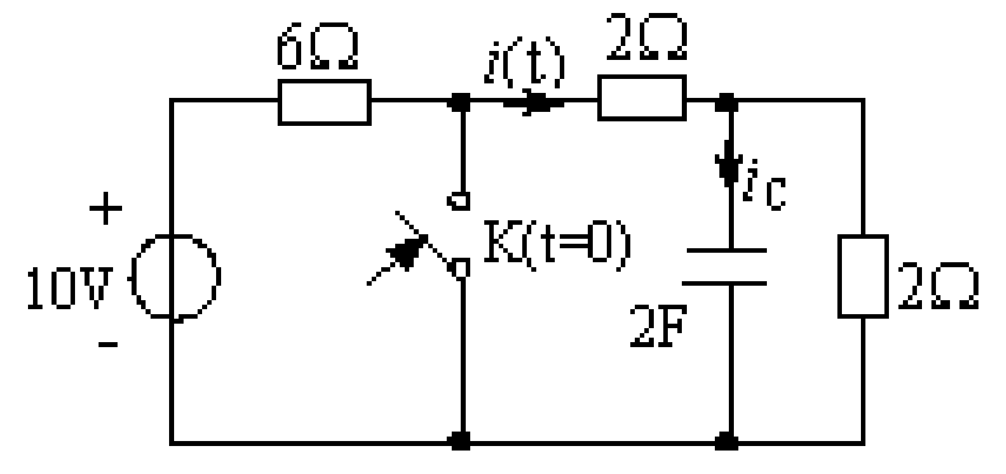
所以 $\tau = 2\times 1 = 2s$

从而，得 $u_C(t) = 2e^{-0.5t}\text{V} \quad t \geq 0$

由VCR得 $i_C(t) = C\dfrac{du_C(t)}{dt} = -2e^{-0.5}\text{A} \quad t \geq 0$

由KCL得 $i(t) = i_C(t) + \dfrac{u_C(t)}{R} = -e^{-0.5t}\text{A} \quad t \geq 0$

解法2　直接用三要素法求解



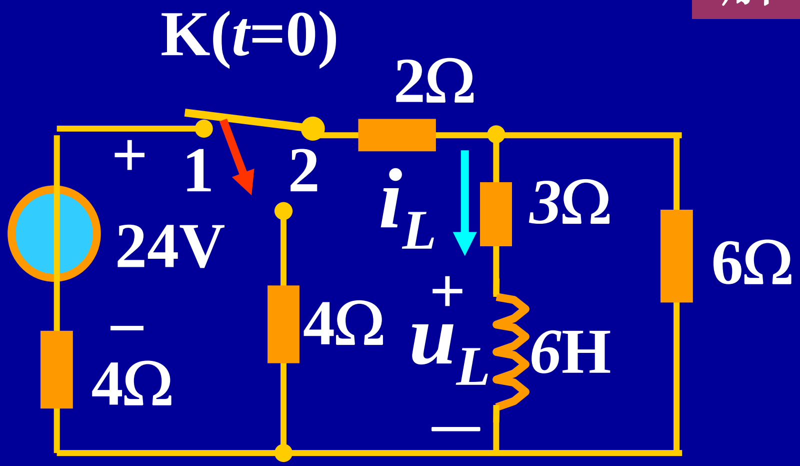
$t=\infty$ 时，电容C放电完毕，$i(\infty)=0$

因为 $u_C(0_+)=u_C(0_-)=2V$

由0+时刻电路图求得 $i(0_+)=-\dfrac{2}{2}=-1\text{A}$

所以 $\tau=2\times1=2s$

练习 t=0时，开关K由1→2，求电感电压和电流及开关两端电压u_{12}。



解

$$i_L(0^+)=i_L(0^-)$$

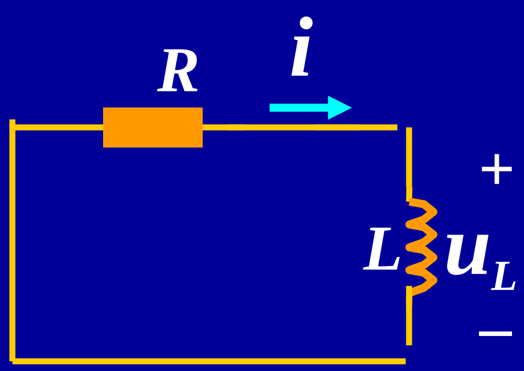
$$=\frac{24}{4+2+3//6}\times\frac{6}{3+6}=2A$$

$$R=3+(2+4)//6=6\Omega$$

$$\tau=\frac{L}{R}=\frac{6}{6}=1s$$

t >0

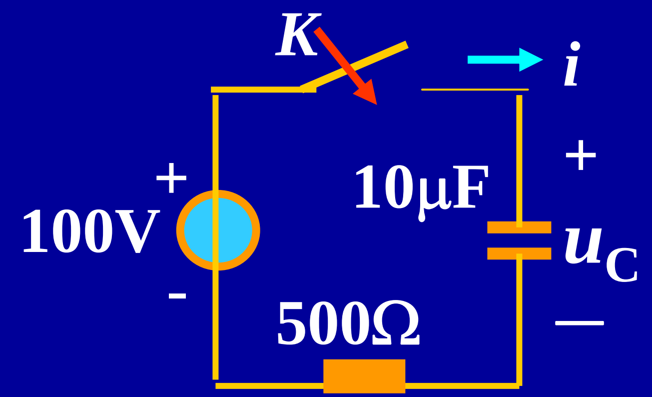
$$i_L=2e^{-t}\text{A}\qquad u_L=L\frac{di_L}{dt}=-12e^{-t}\text{V}\qquad t\geq 0$$



$$u_{12}=24+4\times\frac{i_L}{2}=24+4e^{-t}V$$

例 4　t=0时，开关K闭合，已知 $u_C(0^-)=0$，求（1）电容电压和电流，（2）u_C＝80V时的充电时间t。

解　(1) 这是一个RC电路零状态响应问题，有：



$$\tau = RC = 500\times10^{-5} = 5\times10^{-3}\,s$$

$$u_c = U_s(1-e^{-\frac{t}{RC}}) = 100(1-e^{-200t})\mathrm{V}\quad (t\geq 0)$$

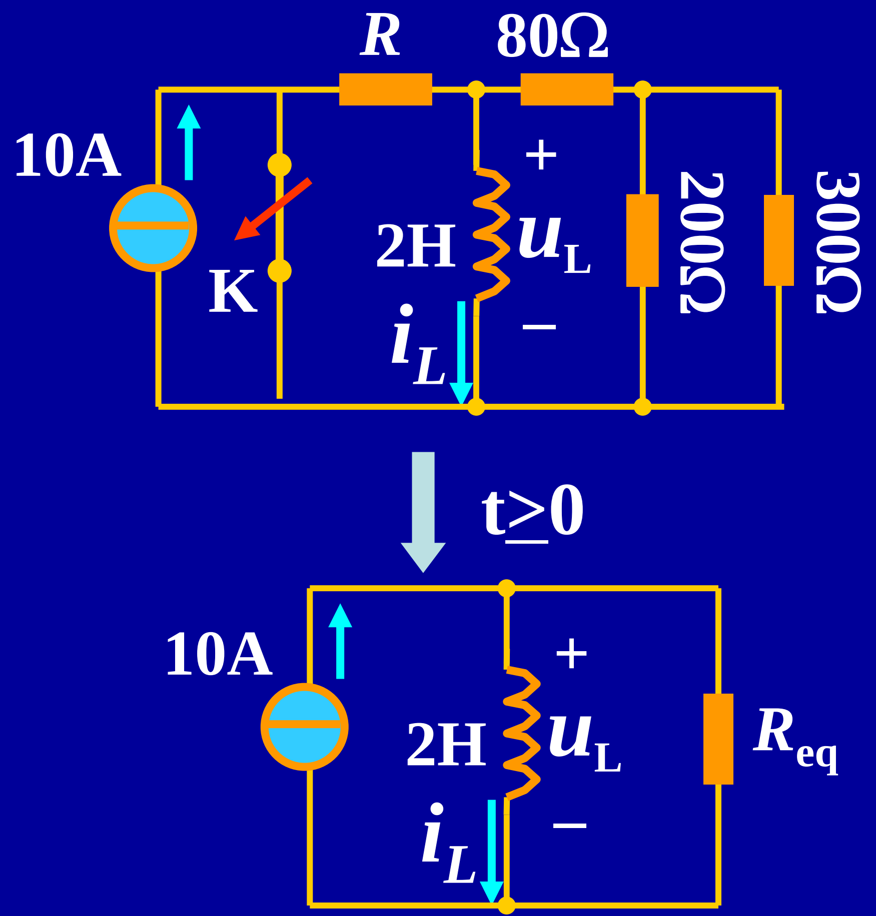
$$i = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \frac{U_S}{R}e^{-\frac{t}{RC}} = 0.2e^{-200t}A$$

（2）设经过t_1秒，u_C＝80V

$$80 = 100(1-e^{-200t_1}) \rightarrow t_1 = 8.045\mathrm{ms}$$

练习 t=0时，开关K打开，求t>0后i_L、u_L的变化规律。

解 这是一个RL电路零状态响应问题，先化简电路，有：



$$R_{eq} = 80 + 200 // 300 = 200\Omega$$

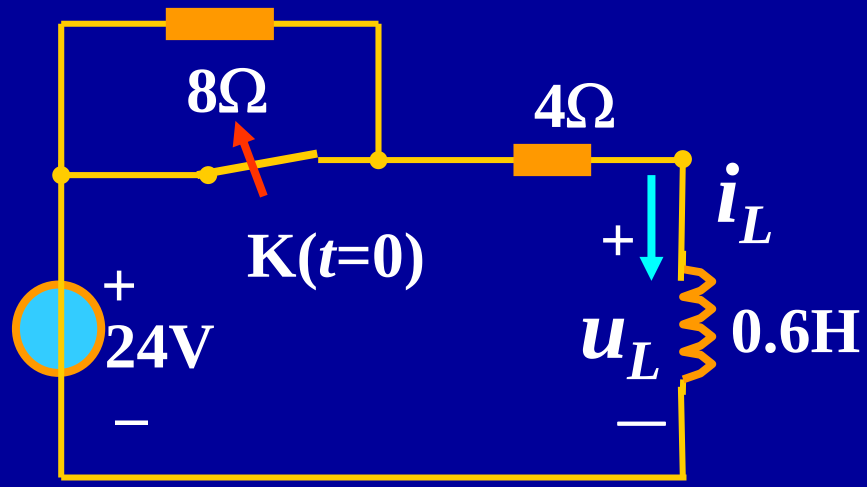
$$\tau = L / R_{eq} = 2 / 200 = 0.01s$$

$$i_L(\infty) = 10A$$

$$i_L(t) = 10(1 - e^{-100t})A$$

$$u_L(t) = 10 \times R_{eq} e^{-100t} = 2000e^{-100t}V$$

例 5 t=0时，开关K打开，求t>0后的i_L、u_L



解 这是一个RL电路全响应问题，有：

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = U_S / R_1 = 6A$$

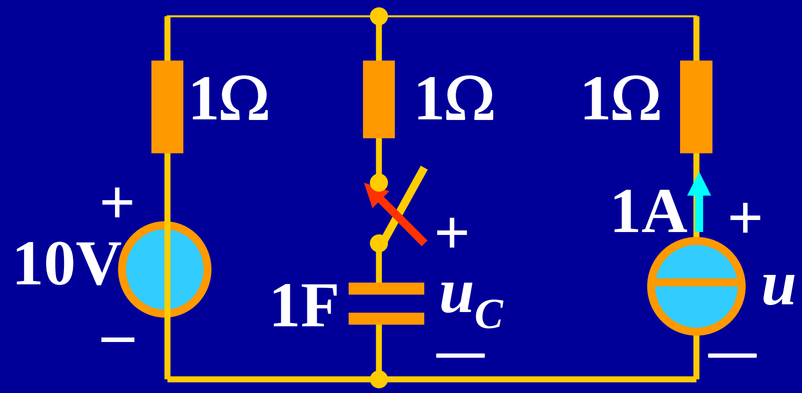
$$\tau = L / R = 0.6 / 12 = 1 / 20 s$$

$$i_L(\infty) = U_S /(8+4) = 2A$$

利用三要素直接求，得

全响应：$$i_L(t) = 6e^{-20t} + 2(1-e^{-20t}) = 2 + 4e^{-20t} A$$

练习　t=0时，开关K闭合，求t>0后的i_C、u_C及电流源两端的电压。$(u_C(0^-)=1V)$



解

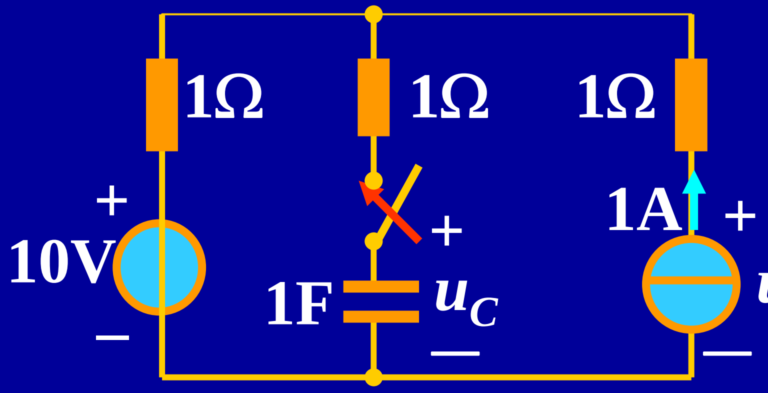
这是一个RC电路全响应问题，有：

初始分量：$u_C(0^+)=u_C(0^-)=1V$

稳态分量：$u_C(\infty)=10+1=11V$

时间常数：$\tau=RC=(1+1)\times 1=2s$

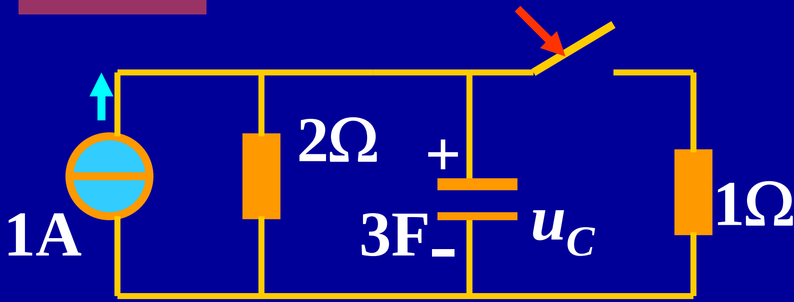
全响应：$u_C(t)=11-10e^{-0.5t}V$

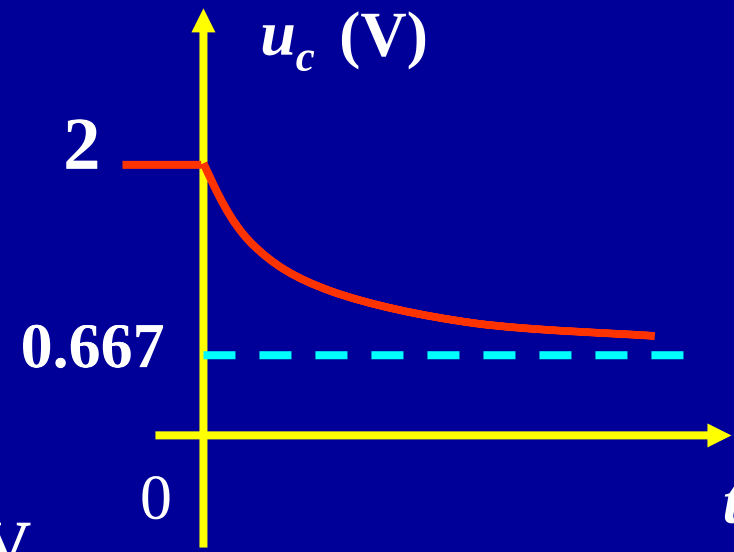


$$i_C(t) = C\frac{du_C}{dt} = 5e^{-0.5t}A$$

$$u(t) = 1\times 1 + 1\times i_C + u_C = 12 - 5e^{-0.5t}V$$

例 6　已知：t=0时开关闭合，求换路后的$u_C(t)$ 。





解

$$u_C(0^+) = u_C(0^-) = 2\text{V}$$

$$u_C(\infty) = (2 // 1) \times 1 = 0.667\text{V}$$

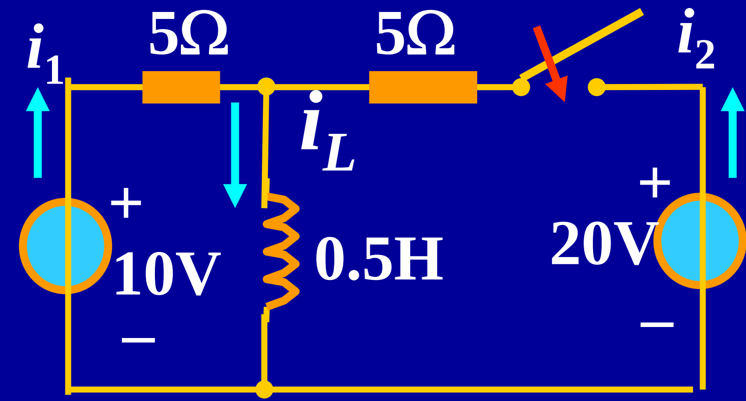
$$\tau = R_{eq}C = \frac{2}{3} \times 3 = 2\ s$$

$$u_c(t) = u_c(\infty) + [u_c(0^+) - u_c(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_C = 0.667 + (2 - 0.667)e^{-0.5t} = 0.667 + 1.33e^{-0.5t} \quad t \geq 0$$

例 7 t=0时，开关闭合，求t>0后的i_L、i_1、i_2

解 三要素为:



$$i_L(0^-)=i_L(0^+)=10/5=2A$$

$$i_L(\infty)=10/5+20/5=6A$$

$$\tau=L/R=0.6/(5//5)=1/5s$$

应用三要素公式 $i_L(t)=i_L(\infty)+[i_L(0^+)-i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$

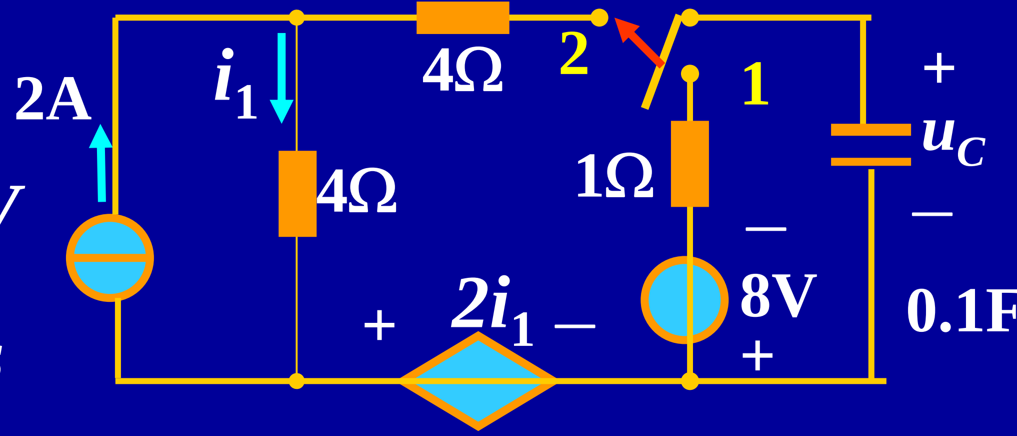
$$i_L(t)=6+(2-6)e^{-5t}=6-4e^{-5t} \quad t\geq 0$$

$$u_L(t)=L\frac{di_L}{dt}=0.5\times(-4e^{-5t})\times(-5)=10e^{-5t}V$$

$$i_1(t)=(10-u_L)/5=2-2e^{-5t}A$$

$$i_2(t)=(20-u_L)/5=4-2e^{-5t}A$$

练习　已知：$t=0$时开关由1→2，求换路后的$u_C(t)$ 。

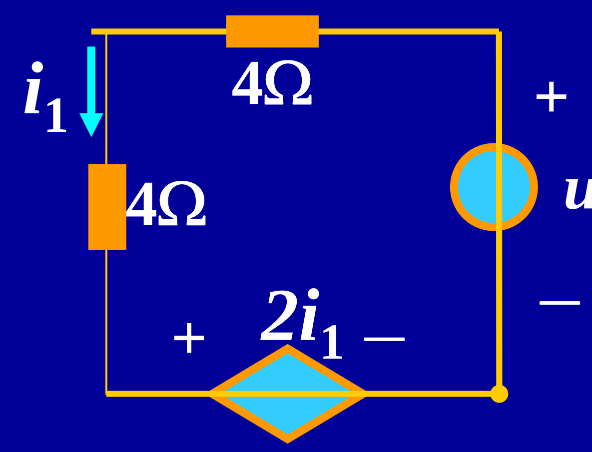


解　三要素为：

$$u_C(0^+) = u_C(0^-) = -8V$$

$$\tau = R_{eq}C = 10 \times 0.1 = 1s$$

$$u_C(\infty) = 4i_1 + 2i_1 = 6i_1 = 12V$$



$$u_c(t) = u_c(\infty) + [u_c(0^+) - u_c(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

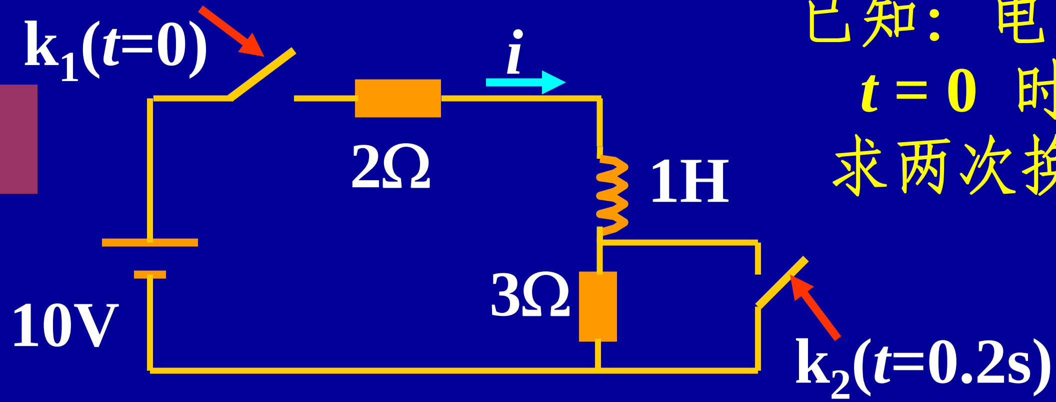
$$u = 10i_1 \rightarrow$$

$$R_{eq} = u / i_1 = 10\Omega$$

$$u_c(t) = 12 + [-8 - 12]e^{-t}$$

$$= 12 - 20e^{-t}V$$

例 8



已知：电感无初始储能 $t=0$ 时k_1闭合，$t=0.2$s时k_2闭合，求两次换路后的电感电流$i(t)$。

解

$0 < t < 0.2$s

$$i(0^+) = i(0^-) = 0$$

$$\tau_1 = L/R = 1/5 = 0.2\ \text{s}$$

$$i(\infty) = 10/5 = 2\text{A}$$

$$i(t) = 2 - 2e^{-5t}\ \text{A}$$

$t > 0.2$s

$$i(0.2^-) = 2 - 2e^{-5\times 0.2} = 1.26$$

$$i(0.2^+) = 1.26A$$

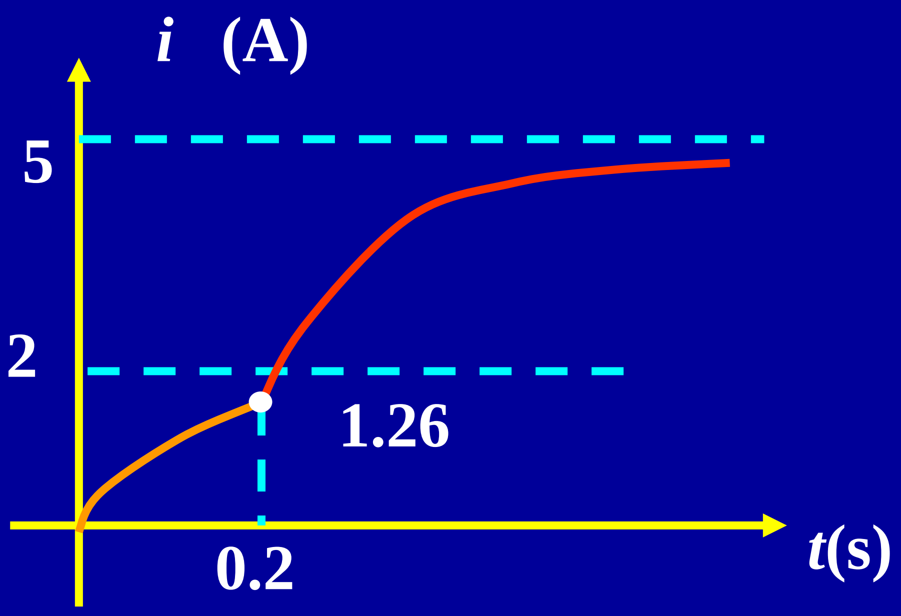
$$\tau_2 = L/R = 1/2 = 0.5$$

$$i(\infty) = 10/2 = 5A$$

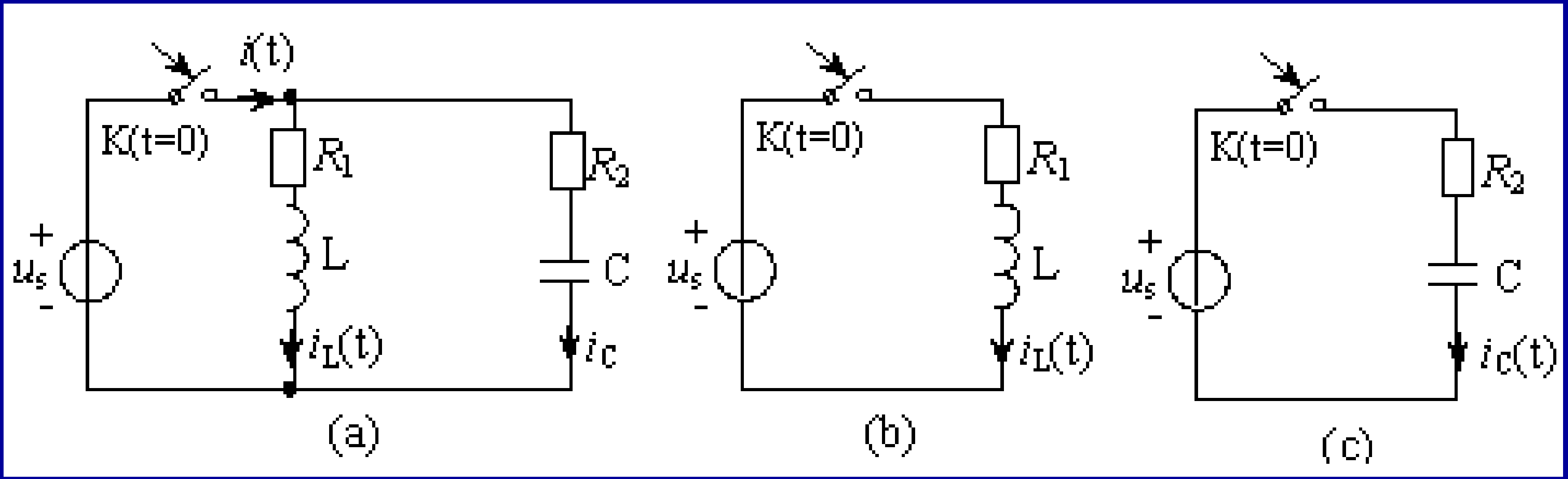
$$i(t) = 5 - 3.74e^{-2(t-0.2)}\ \text{A}$$

$$i = 2 - 2e^{-5t} \qquad (0 < t \le 0.2s)$$

$$i = 5 - 3.74e^{-2(t-0.2)} \qquad (t \ge 0.2s)$$



例 9 开关在 **t=0** 时刻闭合，换路前电路已处于稳态，已知 $u_C(0_-)=0$ ，$i_L(0_-)=0$ 求 $i(t)$ $t\geq 0$



解 形式上是二阶动态电路，实际上换路后是两个独立的一阶动态电路。即两条串联支路并联到一个理想电压源上互为虚支路，可以看成是 **(b)** 和图 **(c)** 所示的两个一阶电路，且 $i(t)=i_L(t)+i_C(t)$

由三要素法求得

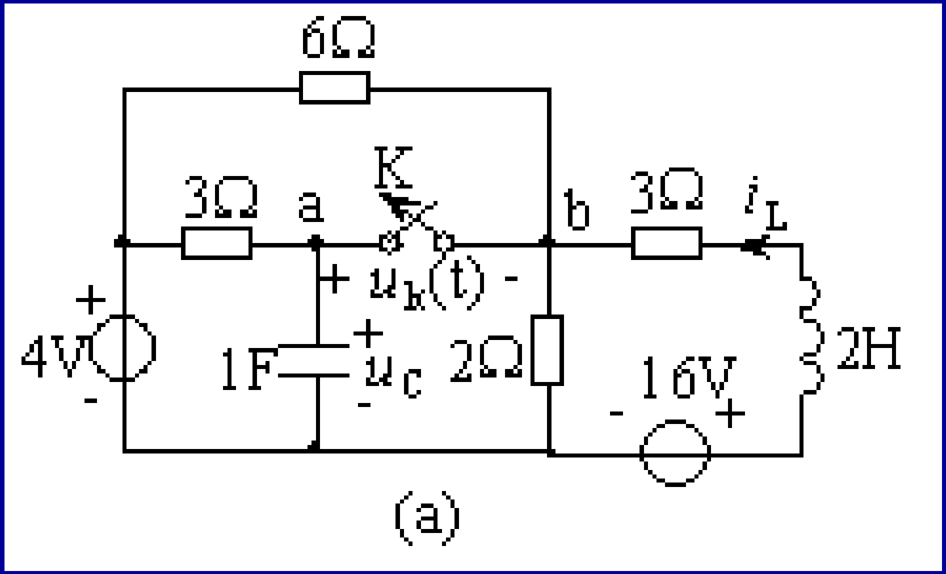
$$i_L(t)=\frac{u_S}{R_1}(1-e^{-\frac{R_1}{L}t})\mathrm{A} \quad t\ge 0$$

$$i_C(t)=\frac{u_S}{R_2}e^{-\frac{t}{R_2C}}\mathrm{A} \quad t\ge 0$$

从而，有

$$i(t)=i_L(t)+i_C(t)=\frac{u_S}{R_1}-\frac{u_S}{R_1}e^{-\frac{R_1}{L}t}+\frac{u_S}{R_2}e^{-\frac{t}{R_2C}}\mathrm{A} \quad t\ge 0$$

练习 开关在$t=0$时刻打开，换路前电路已处于稳态，求 $u_k(t)$

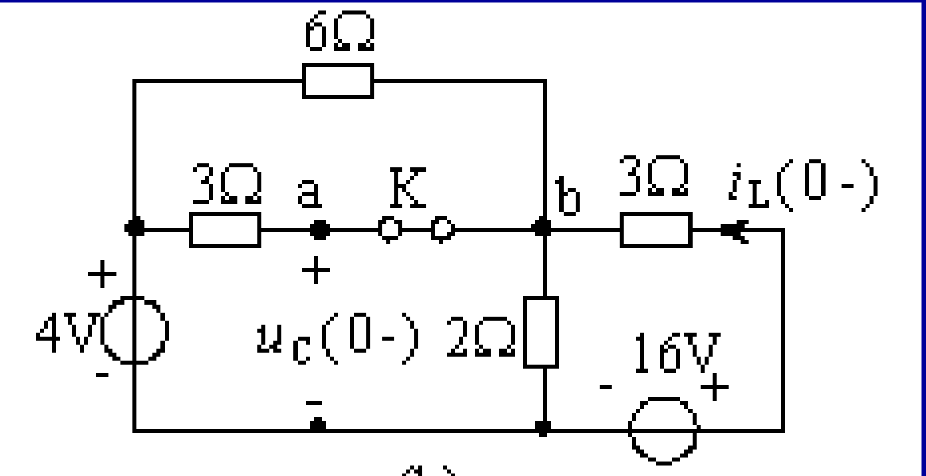


解 如图 **(a)**所示电路为两个独立的复杂的一阶**RC**电路和**RL**电路并联在**4V**的理想电压源上，是互为虚支路的类型。

所求电压为 $u_k(t)=u_a(t)-u_b(t)$

而 $u_a(t)=u_C(t)$ $u_b(t)=u_{2\Omega}(t)$

换路前电路如图**(b)**所示，求 $u_C(0_-)$，和 $i_L(0_-)$.



(b)

$$u_C(0_-) = \frac{\frac{4}{2}+\frac{16}{3}}{(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3})} = \frac{44}{8} = 5.5\text{ V}$$

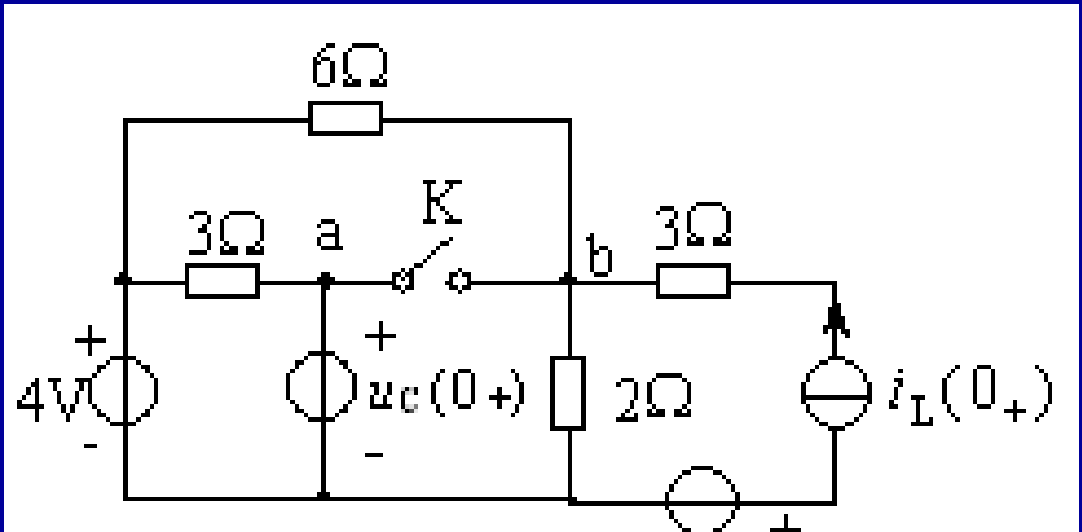
$$i_L(0_-) = \frac{16-5.5}{3} = 3.5\text{ A}$$

由换路定则

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 5.5\text{ V}$$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 3.5\text{ A}$$

0+时刻电路如图 (c)所示，求 $u_a(0_+)$ **，和** $u_b(0_+)$ **.**

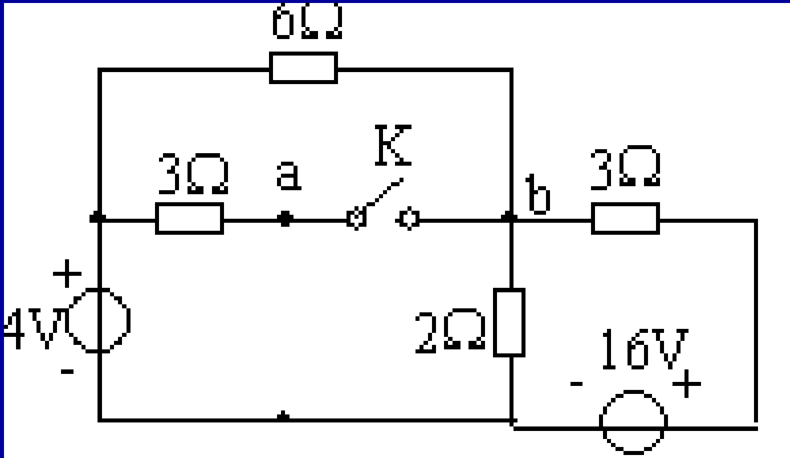


(c)

$$u_a(0_+) = u_C(0_+) = 5.5\ \mathrm{V}$$

$$\boldsymbol{u_b}(0_+) = \frac{3.5 + \frac{4}{6}}{\frac{1}{6} + \frac{1}{2}} = 6.25\ \mathrm{V}$$

换路后稳态电路如图 **(d)**所示，求 $u_a(\infty)$，和 $u_b(\infty)$.



(d)

$$u_a(\infty)=u_C(\infty)=4\text{ V}$$

$$u_b(\infty)=\frac{\frac{4}{6}+\frac{16}{3}}{\frac{1}{6}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}=6\text{ V}$$

求时间常数τ_C和τ_L

τ_C **=3×1=3 s**

$$\tau_L=\frac{2}{3+\frac{2\times 6}{2+6}}=\frac{4}{9}\text{ s}$$

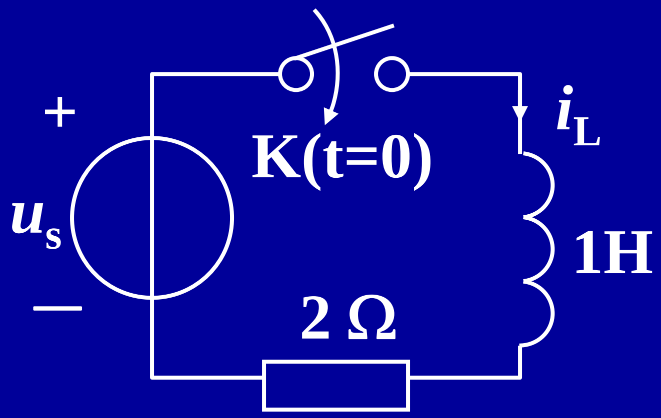
由三要素法求得

$$u_k(t)=u_a(t)-u_b(t)=4+(5.5-4)e^{-\frac{t}{3}}-[6+(6.25-6)e^{-\frac{9}{4}t}]$$

$$=-2+1.5e^{-\frac{t}{3}}-0.25e^{-2.25t}\text{ V}\qquad t\ge 0$$

例10 正弦电源激励

t＝0时刻开关闭合，换路前电路处于稳态，$u_s=10\sin(t+45^{o})$V，求开关闭合后 $i_L(t)$



解：(1) $i_L(0+)=0$A

(2) 求稳态解

$$\dot{I}_L' = \frac{10\angle 45^\circ}{2+j1} = 4.47\angle 18.4^\circ A$$

$i_L' =4.47\sin(t+18.43^{o})$A

$i_L'(0+) =4.47\sin 18.43^{o}=1.414$A

(3)$\tau=0.5$s

(4)由三要素法：

$i_L(t)=4.47\sin(t+18.43^{o})+(0-1.414)\, e^{-2t}$

$= 4.47\sin(t+18.43^{o})-1.414\, e^{-2t}$ (A)