

第6章 相对论基础

§ 6.1 经典时空观

§ 6.2 狭义相对论和洛伦兹变换

§ 6.3 狭义相对论的时空观

§ 6.4 狭义相对论的动力学

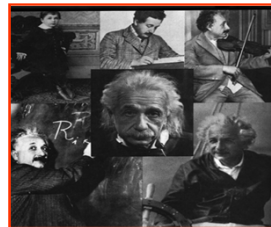
§ 6.5 广义相对论简介

2018年5月7日

1

1

第六章 相对论基础



20世纪最伟大的物理学家之一，1905年、1915年先后创立狭义和广义相对论，1905年提出了光子假设，1921年获得诺贝尔物理学奖，还在量子理论方面有重要贡献。

爱因斯坦(1879-1955)

居里夫人、洛伦兹、爱丁顿、伦琴等，瑞典皇家科学院奥森

2018年5月7日

2

2

1879年3月14日，爱因斯坦出生于德国东部的乌尔姆，犹太血统；

上学前，父亲给他一个指南针，指针总要指着南北极，使他着迷了很久；

和牛顿一样并不早慧，4岁才开口说话，少儿学习期间也无“神童”的表现，中学时被勒令退学；

爱因斯坦家教：父亲用赏识的眼光发现了他超人的音乐天赋、可贵的探索精神；

中学时代就自学了包括微积分在内的基础数学及理论物理知识，进入大学后，独自修读了经典理论物理，研究了麦克斯韦电磁理论。

2018年5月7日

3

1900年毕业于苏黎世工业大学，并入瑞士国籍。

曾在伯尔尼专利局任职，1909年10月离开。

1905年3月，发展量子论，提出光子假设，解决了光电效应问题。4月向苏黎世大学提交论文《分子大小的新测定法》，取得博士学位。（26岁）

1905年6月30日，德国《物理学年鉴》接受了爱因斯坦的论文《论动体的电动力学》——**独立而完整地提出狭义相对性原理，开创物理学的新纪元。**

1913年返德国，任柏林威廉皇帝物理研究所所长和柏林大学教授，并当选为普鲁士科学院院士。^{34岁}

2018年5月7日

4

19世纪理论物理学达到了巅峰状态，电磁学与力学的统一使物理学显示出一种形式上的完整，在人们的心目中，古典物理学已经达到了近乎完美的程度。

两朵‘乌云’：
 { 迈克耳逊-莫雷实验结果 — 相对论 } 诞生
 { 黑体辐射的紫外灾难 — 量子力学 }

➢ 汤姆逊说：“爱因斯坦的相对论是人类思想史上最伟大的成就之一，这不是发现一个孤岛，这是发现了新的科学思想的新大陆。”

➢ 相对论从逻辑思想上统一了经典物理学，使经典物理学成为一个完美的科学体系。

➢ 量子力学是在20世纪初由普朗克(1918年诺奖)、玻尔、海森堡、薛定谔等一大批物理学家共同创立的。

2018年5月7日

5

5

物理领域拓展（十九世纪末，二十世纪初）

宏观低速——经典物理

宏观高速——相对论

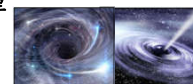
微观低速——量子物理

微观高速——相对论量子物理

高速： $v > 10^7 \text{ ms}^{-1}$

微观： $l < 10^{-10} \text{ m}$

狭义相对论 S.R.
广义相对论 G.R.



狭义相对论：基本原理“**爱因斯坦相对性原理**”和“**光速不变原理**”。揭示了时间和空间的联系。

广义相对论：基本论点“引力来源于弯曲”。解释了引力的本质。黑洞。

2018年5月7日

6

§ 6.1 经典时空观

一、经典时空观

相对不同的参照系，长度和时间的测量结果都一样吗？

牛顿的绝对时空观

$$\begin{cases} \Delta x = \Delta x' \\ \Delta t = \Delta t' \end{cases}$$

绝对的、真正的和数学的时间自己流逝着，并由于它的本性而均匀地与任何外界对象无关地流逝着。



Newton
1642—1727

绝对空间，就其本性而言，与外界任何事物无关，而永远是相同的和不动的。

时间的量度与参考系无关。

空间的量度与参考系无关。

如何区别“普通时间”与绝对时间？如何从诸多的惯性系中找到“绝对参照系”？

牛顿说：人类无能为力，只有上帝知道！

2018年5月7日

7

二、伽利略的相对性原理

1-02 伽利略相对性

相对不同的参照系，基本力学定律的形式完全一样吗？

一切惯性系中，力学规律相同（牛顿定律）相同。



Galileo Galilei
1564—1642



伽利略封闭船舱里的力学实验，不能区分船是静止还是匀速直线运动。

$$\vec{F} = \vec{F}', m = m', \vec{a} = \vec{a}' \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a} \rightarrow \vec{F}' = m'\vec{a}'$$

力学规律在伽利略变换下形式不变（协变、对称）。

2018年5月7日

8

三、伽利略变换

牛顿的绝对时空观 \Rightarrow 牛顿（伽利略）的相对性原理

变换——不同参照系对同一运动的描述之间的数学对应关系。在两个惯性系中考察同一事件，选取两坐标原点重合时为计时零点，则空间点P的坐标有两套，且满足：

$$\begin{cases} x' = x - ut \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases} \quad \begin{cases} x = x' + ut' \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases} \quad \begin{cases} S \text{系: } P(x, y, z, t) \\ S' \text{系: } P'(x', y', z', t') \end{cases}$$

$$\begin{cases} v'_x = v_x - u \\ v'_y = v_y \\ v'_z = v_z \end{cases} \quad \begin{cases} a'_x = a_x \\ a'_y = a_y \\ a'_z = a_z \end{cases} \quad \begin{cases} \vec{a} = \vec{a}' \\ \vec{u} = u\vec{i} \text{ 常量} \end{cases}$$

2018年5月7日

9

§ 6.2 狭义相对论和洛伦兹变换

一、光速引出的困惑

伽利略变换：在惯性系S光速 c ，当另一惯性参照系以速度 u 运动时，光速是 $c' = c \pm u$ ？

19世纪麦克斯韦电磁理论给出光在真空中的速率

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 2.99792458 \times 10^8 \text{ (m/s)}$$

真空中光速 c 是常量，与参考系无关

伽利略变换下麦克斯韦方程组非协变。

麦克斯韦认为此方程组在“绝对参照系”中精确成立，在高速运动的参照系中明显不成立。

——通过电磁实验可以找到“绝对参照系” \Rightarrow 以太

2018年5月7日

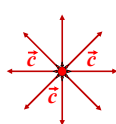
10

二、迈克耳逊—莫雷实验

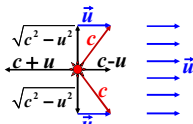
光在“以太”中以速度 c 传播，各向同性，把以太作为绝对静止的参考系。

那么地球相对“以太”运动，在地球上同一点测量，沿不同方向传播的光速是不同的。

在地球上参考系： $\vec{v}_{\text{光-地}} = \vec{v}_{\text{光-以太}} - \vec{v}_{\text{地-以太}} = \vec{c} - \vec{u}$



光在以太中以速度 c 传播



地球相对以太的速度 u ，地球参考系测量

2018年5月7日

11

Michelson-Morley (1881-1887)

地球相对绝对静止“以太”的运动速度为 u ，光在以太中的速度 c

$$\Delta t_{\parallel} = \frac{L}{c-u} + \frac{L}{c+u} \quad \Delta t_{\perp} = 2 \frac{L}{c_{\perp}} = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - u^2}}$$

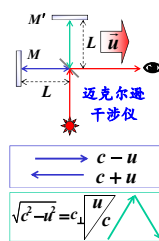
$$\Delta \delta = c (\Delta t_{\parallel} - \Delta t_{\perp}) \approx \frac{Lu^2}{c^2}$$

$$\Delta N = \frac{2Lu^2}{c^2} / \lambda$$

理论计算，实验装置旋转90°，干涉条纹将有3/4条纹宽度的移动。但是，没有——“零”的结果！

结论：光在地球参考系各向同性，光速与参考系无关。

\Rightarrow 没有绝对静止的参照系 \Rightarrow 以太不存在



2018年5月7日

12

迈克尔逊-莫雷实验引起了物理学界广泛而激烈的争论：

伽利略变换？

光速与参考系有关



相对性原理？

麦克斯韦方程组
符合相对性原理
(光速不变)

爱因斯坦的观点：



- 物质世界的规律应该是统一的、和谐的。麦克斯韦方程组也应对所有惯性系成立、形式不变。
- “真空中的光速始终是一个常数，与参考系无关”是个实验事实，应该接受。
- 应该对伽利略变换关系进行修正！

2018年5月7日

13

13

三、狭义相对论基本假设

1905

1905年，爱因斯坦在《论动体的电动力学》论文中，大胆地提出了两个观点：

①爱因斯坦相对性原理

物理规律(力、电磁...)对所有惯性系都是一样的。

不存在任何特殊的惯性系(如“绝对静止”的)。

力学的相对性原理 \Rightarrow 整个物理学的相对性原理

②光速不变原理

真空中光速对任何惯性系都相同为 c 。

——(与光源、接收器的运动状态无关)。

这两个原理在相对论中所起的作用，如同牛顿定律在经典力学中所起的作用~逻辑基础。

虽然很奇怪，
然而真实的

2018年5月7日

14

14

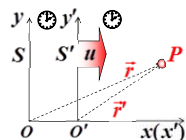
四、洛伦兹变换

假设 O 与 O' 重合时 $t=t'=0$

此时原点一光源发出一光信号

经过一段时间，光波传到 P 点：

(x', y', z', t') 与 (x, y, z, t)



需要重新寻找两个参考系的坐标值之间的相互关系。

由空间各向均匀、各向同性和线性变换的要求，设：

测量 O 点 $\left\{ \begin{array}{l} S \text{系: } x_0 = 0 \\ S' \text{系: } x'_0 = -ut' \rightarrow x'_0 + ut' = 0 \end{array} \right\} x = k(x' + ut')$

测量 O' 点 $\left\{ \begin{array}{l} S' \text{系: } x'_0 = 0 \\ S \text{系: } x_0 = ut \rightarrow x_0 - ut = 0 \end{array} \right\} x' = k'(x - ut)$

据狭义相对论的相对性原理有 $k = k'$ 两者等价。

2018年5月7日

15

15

在 $x(x')$ 方向，任一时刻光信号到达点的坐标分别是：

$$x = ct \quad x' = ct' \quad x = k(x' + ut') \quad x' = k(x - ut)$$

$$c^2 tt' = k^2 t t' (c + u)(c - u) \Rightarrow k = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$\text{将 } k \text{ 带入得 } x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad x = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

从这两式中消去 x' 或 x ，便可得到关于时间的变换式

$$t' = \frac{t - \frac{u}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad t = \frac{t' + \frac{u}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

2018年5月7日

16

16

洛伦兹变换： S 系测得 (x, y, z, t) ， S' 系测得 (x', y', z', t')

在 S 系测量， S' 系以速度 u 沿 x 方向作匀速直线运动

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - (u/c)^2}} \quad t' = \frac{t - \frac{u}{c^2} x}{\sqrt{1 - (u/c)^2}}$$

①低速运动时， $u \ll c$ ，得到伽利略变换。

②洛伦兹变换反映了时间、空间和物质运动之间不可分割的统一关系，它们在测量时互相不能分离。两者构成统一的四维时空。

③由于时空坐标均为实数， u 不能大于或等于 c ，所以洛伦兹变换给出的结论是：真空中的光速 c 是物体运动的极限速度。

2018年5月7日

17

17

洛伦兹变换 令 $\beta = \frac{u}{c}$

在 S 系测量， S' 系以速度 u 沿 x 方向作匀速直线运动

在 S' 系测量，则 S 系沿 x' 轴负方向以速度 u 相对于 S' 作匀速直线运动

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \frac{t - \frac{u}{c^2} x}{\sqrt{1 - \beta^2}} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \frac{t' + \frac{u}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \end{array} \right.$$

2018年5月7日

18

18

五、洛伦兹变换的启发

- 洛伦兹变换先于相对论的建立，但洛伦兹是作为研究电子论的简化数学计算的辅助工具提出来的，并没有意识到这种变换的深刻含义。
- 英国的斐兹杰惹甚至已提出了统一的运动收缩率。
- 数学的极其简单与理解的极其困难形成鲜明对照。

★而爱因斯坦大大发展了相对性原理，在他看来，根本不存在绝对静止的空间，同样不存在绝对同一的时间，所有时间和空间都是和运动的物体联系在一起的。

对于任何一个参照系和坐标系，都只有属于这个参照系和坐标系的空间和时间。

2018年5月7日

19

19

洛伦兹发现：洛伦兹变换下，麦克斯韦方程组不变。

类比：惯性力导致牛顿定律在非惯性系成立
洛伦兹变换导致麦克斯韦方程在一般惯性系成立

两种选择：
A坚持绝对时空观导致坚持伽利略变换放弃电磁现象的相对性原理
B认同时相对性导致拓展洛伦兹变换导致相对性原理带到电磁学

洛伦兹选择A：认为洛伦兹变换中的时间为辅助量用动尺缩短解释迈克耳孙实验

爱因斯坦选择B：认为洛伦兹变换中的时间有真实性用相对性原理解释迈克耳孙实验

2018年5月7日

20

2018-05-07

思考题

- 伽利略相对原理与狭义相对论的相对性原理有何相同之处？有何不同之处？

相同之处：力学规律对一切惯性系都是等价

不同之处：伽利略仅限于力学规律，而狭义相对论对所有物理规律，一切惯性系都等价。

- 根据狭义相对论的原理，时间和空间的测量是相对的。

它们与观察者的相对运动状态密切相关。

2018年5月7日

21

作业11-2 图为 $t=0$ 时一平面简谐波的波形曲线，则该时刻平衡位置在 $x=0$ 处质元的振动相位为_____

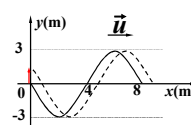
解： $y(x, t) = A \cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi]$

$v(x, t) = -\omega A \sin[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi]$

由图知：

$y(0, 0) = 0 \Rightarrow \cos \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \pm \pi/2$

$v > 0 \Rightarrow \sin \varphi < 0 \Rightarrow \varphi = -\pi/2$



已知 $t=0$ 时刻的波形曲线，求某位置振动的相位时，看该位置的振动速度是正或负→要画出下一时刻的波形曲线来确定。

2018年5月7日

22

11-6 一平面简谐波在弹性媒质中沿 x 轴传播，周期 $T=2$ s。图中所示为 $t=T/4$ 时刻的波形图，且此时图中平衡位置在P点的质元运动方向向上。(1) 画出 $t=0$ 时刻，平衡位置在 $x=0$ 处质元的旋转矢量图；(2) 写出该波的波函数；(3) 写出为 $t=T/4$ 时刻，在 $0 \leq x \leq 6$ m区域内，振动势能为零的各媒质质元的平衡位置坐标。

解：(1) 由图知沿 x 轴负向传播

$y(0, 0) = -1, v > 0 \Rightarrow \varphi = \pi$

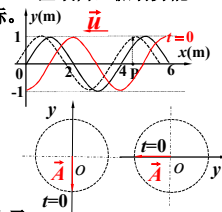
(2) $A = 1\text{m}, \omega = 2\pi/T = \pi$

$\lambda = 4\text{m}, u = \lambda/T = 2\text{m/s}$

$y(x, t) = \cos\left[\pi\left(t + \frac{x}{2}\right) + \pi\right]$

(3) 图中1, 3, 5m的点振动势能为零。

振动动能为零，总能量也为零。



2018年5月7日

23