5-1 电感和电容元件的电压 u、电流 i 参考方向如题 5-1 图所示，已知 $u_C=10\sin(10t+30^\circ)$V，$i_L=5\cos(10t-30^\circ)$A。试电流 i_C 和电压 u_L。

题 5-1 图

解 应用元件 VCR 关系时，要注意电压 u 和电流 i 的关联参考方向。

(a) $i_C(t)=-5\times10^{-6}\dfrac{du_c}{dt}=-5\times10^{-6}\times10\times10\cos(10t+30^\circ)=-5\times10^{-4}\cos(10t+30^\circ)$ A

(b) $u_L(t)=10\times10^{-3}\dfrac{di_L}{dt}=10\times10^{-3}\times5\times10(-\sin(10t-30^\circ))=0.5\cos(10t+60^\circ)$V

5-2 30 μF 和 10 μF 的两只电容串联和并联后电容量各为多大？两只电容并联后充电到 12V，求每一电容存储的电荷和能量。

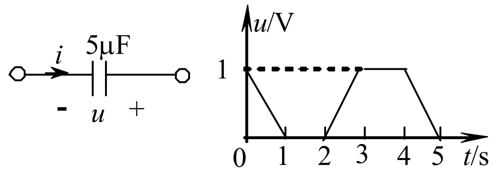
解 30 μF 和 10 μF 的两只电容串联后电容量为 $C=\dfrac{30\times10}{30+10}=7.5\mu F$

30 μF 和 10 μF 的两只电容并联后电容量为 $C=30+10=40\mu F$

$q_1=30\times10^{-3}\times12=0.36mC$； $W_1=\dfrac{1}{2}\times30\times10^{-3}\times12^2=2.16mJ$

$q_2=10\times10^{-3}\times12=0.12mC$； $W_2=\dfrac{1}{2}\times10\times10^{-3}\times12^2=0.72mJ$

5-3 已知电容元件两端电压波形如图题 5-3 所示，求电流波形。



题 5-3 图

解 由图可以看出电压 $u_c(t)$的变化规律为

$$u_C(t)=\begin{cases}1-t & 0<t<1s\\ 0 & 1s<t<2s\\ t-2 & 2s<t<3s\\ 1 & 3s<t<4s\\ 5-t & 4s<t<5s\\ 0 & t>5s\end{cases}(单位：V)$$

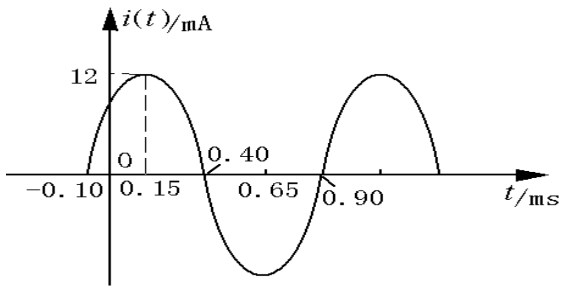
应用元件 VCR 关系

$$i_C(t) = -5\times10^{-6}\frac{du_c}{dt} = \begin{cases} 5\times10^{-6} & 0<t<1s \\ 0 & 1s<t<2s \\ -5\times10^{-6} & 2s<t<3s \\ 0 & 3s<t<4s \\ 5\times10^{-6} & 4s<t<5s \\ 0 & t>5s \end{cases} \quad \text{(单位：A)}$$

5-4 已知一正弦电流的波形如题 5-4 图所示。

(1) 试求此正弦电流的幅值、周期、频率、角频率和初相；

(2) 写出此正弦电流的瞬时函数表达式。



题 5-4 图

解 (1) 由题 5-4 图所示正弦电流波，可以看出 $I_m = 12\text{A}, T = 1ms$

从而，有 $f = 1/T = 1k\text{Hz}, \omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2000\pi rad/s$

令 $i(t) = 12\cos(\omega t + \varphi_i)$ mA

当 $\cos(\omega t + \varphi_i) = 0$ 时，由题 5-2 图看出 $t = 0.4ms$

所以，得 $\varphi_i = -\dfrac{3}{10}\pi$

(2) 电流的瞬时函数表达式为 $i(t) = 12\cos(2000\pi t - \dfrac{3}{10}\pi)$ mA

5-5 写出下列各正弦量的相量式，并在同一复平面上绘出相量图。

(1) $i(t) = 2\cos(\omega\ t - 27^\circ)$ A； (2) $u(t) = 3\sin\left(\omega\ t + \dfrac{\pi}{4}\right)$ V

解 正弦量的瞬时函数表达式与其有效值相量式的转换过程中要注意：(a)幅值与有效值的关系；(b)本书规定正弦量是用 cos 表示，若是 sin 必须转化为 cos。

(1) 相量表达式为 $\dot{I} = \sqrt{2}\angle(-27°)$ A

(2) $u(t) = 3\sin\left(\omega\ t + \dfrac{\pi}{4}\right) = 3\cos(\omega\ t + \dfrac{\pi}{4} - \dfrac{\pi}{2}) = 3\cos(\omega\ t - \dfrac{\pi}{4})$V

相量表达式为 $\dot{U} = 1.5\sqrt{2}\angle(-\dfrac{\pi}{4})$ V

相量图略

5-6 写出对应于下列各相量的瞬时函数表达式，设角频率为ω。

(1) $\dot{U}_1 = 200\angle 120^\circ$ V; (2) $\dot{U}_2 = 300\angle 0^\circ$ V; (3) $\dot{I} = 250\angle(-60^\circ)$ mA

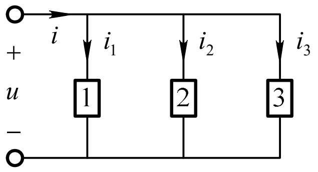
解 列写正弦量的瞬时函数表达式时要注意幅值、频率、初相位三个要素及两种表达式的对应关系。

(1) $u_1(t) = 200\sqrt{2}\cos(\omega t + 120°)$ V

(2) $u_2(t) = 300\sqrt{2}\cos\omega t$ V

(3) $i(t) = 250\sqrt{2}\cos(\omega t - 60°)$ mA

5-7 如题 5-7 图所示电路中，设 $u = 100\cos(\omega t + 10°)$V， $i_1 = 2\cos(\omega t + 100°)$A， $i_2 = -4\cos(\omega t + 190°)$ A， $i_3 = 5\sin(\omega t + 10°)$ A。试写出电压和各电流的有效值、初相位，并求电压越前于各电流的相位差。



题 5-7 图

解 正弦量的瞬时函数表达式与其有效值相量式的转换过程中要注意：(a)幅值与有效值的关系；(b)本书规定正弦量是用 cos 表示，若是 sin 必须转化为 cos。

$$i_2 = -4\cos(\omega t + 190°) = 4\cos(\omega t + 190° + 180°) = 4\cos(\omega t + 10°)\ \text{A}$$

$$i_3 = 5\sin(\omega t + 10°) = 5\cos(\omega t + 10° + 90°) = 5\cos(\omega t + 100°)\ \text{A}$$

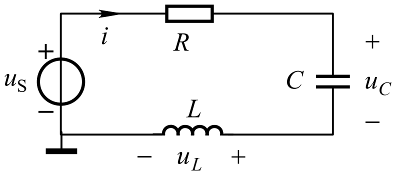
$$U = 100/\sqrt{2} = 50\sqrt{2}\ \text{V}; \psi_u = 10°$$

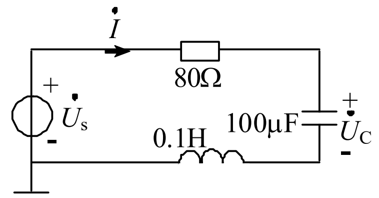
$$I_1 = \sqrt{2}A; \psi_{i1} = 100°; \varphi_1 = -90°$$

$$I_2 = 2\sqrt{2}A; \psi_{i2} = 10°; \varphi_2 = 0°$$

$$I_3 = 2.5\sqrt{2}A; \psi_{i3} = 100°; \varphi_3 = -90°$$

5-8 如题 5-8 所示正弦交流电路，已知 $u_S = 120\cos\omega t$ V， $\omega = 10^3$ rad/s， $R = 80\Omega$， $L = 0.1$H， $C = 100\mu$F。（1）求电流 i 的正弦量表达式；（2）求电容 C 储存电场能量的最大值。





题 5-8 图　　　　　　　　　题 5-8 图的相量模型

解 题 5-6 图对应的相量模型如图所示。

由已知条件，知　$\dot{U}_s = 60\sqrt{2}\angle 0°\ \mathrm{V}$；$\mathrm{j}\omega L = \mathrm{j}100\ \Omega$；$-\mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C} = -\mathrm{j}10\Omega$

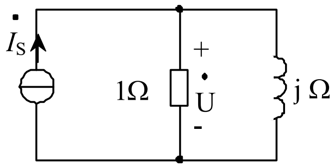
$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}} = \frac{60\sqrt{2}\angle 0°}{80 + j100 - j10} = 0.4983\sqrt{2}\angle -48.37°\mathrm{A}$$

（1）$i = 0.996\cos(\omega t - 48.37°)A$

（2）$\dot{U}_C = -\mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C}\dot{I} = -\mathrm{j}10\Omega \times 0.4983\sqrt{2}\angle -48.37°V$

$$W_C = \frac{1}{2}CU_{Cm}^2 = 0.5 \times 100 \times 10^{-6} \times (10 \times 0.4983\sqrt{2} \times \sqrt{2})^2 = 4.965 \times 10^{-3} J$$

5-9 如题 5-9 图所示电路中，已知$\dot{U} = \sqrt{2}\angle 45°\ \mathrm{V}$，求电流$\dot{I}_S$。

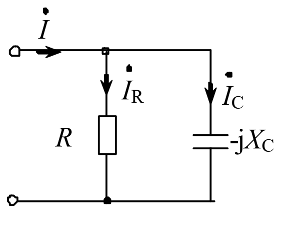


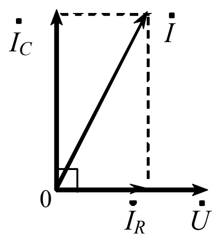
题 5-9 图

解 由图可以看出 $\dot{U} = \dot{I}_s(1//\mathrm{j}) = \dot{I}_s \times \dfrac{j}{1+j} = \dot{I}_s \times \dfrac{1}{\sqrt{2}}\angle 45°$

求得 $\dot{I}_s = \sqrt{2}\dot{U}\angle -45° = 2A$

5-10 如题 5-10 图所示电路中，已知电流有效值 I=5 A，I_R=4 A，求电容电流有效值 I_C。



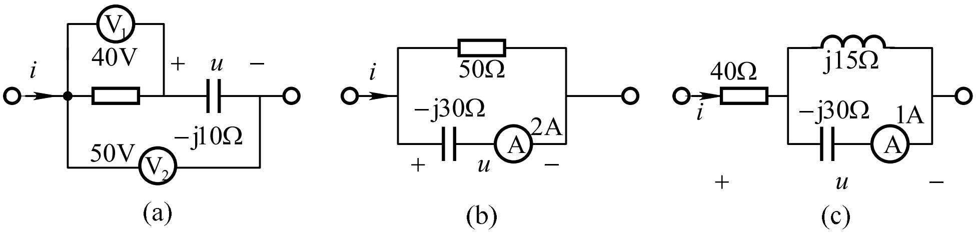


题 5-10 图

解 由图可以看出 $\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_C$，相量图如图所示

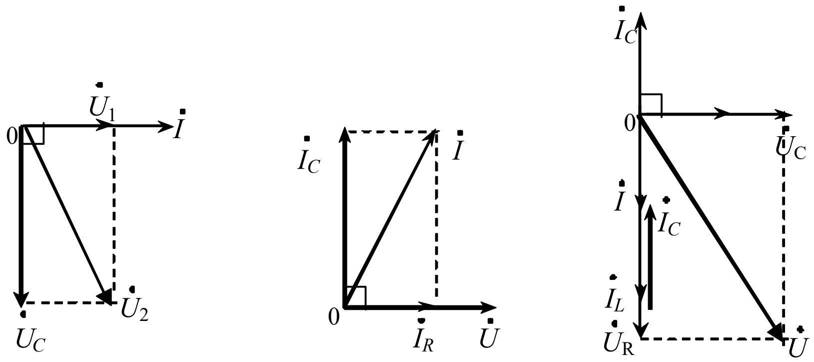
$$I_C = \sqrt{I^2 - I_R^2} = 3A$$

5-11 如题5-11图所示各电路，已标明电压表和电流表的读数，试求电压u和电流i的有效值。



题 5-11 图

解 对应的向量图如图所示。



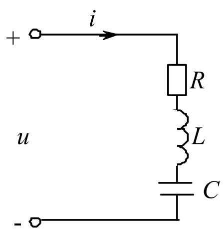
(a) $U=\sqrt{U_2^2-U_1^2}=30V$； $I=\dfrac{30}{10}=3A$

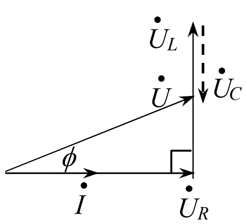
(b) $U=30\times2=60V$； $I_R=\dfrac{60}{50}=1.2A$； $I=\sqrt{I_C^2+I_R^2}=\sqrt{2^2+1.2^2}=2.33A$

(c) $U_C=30\times1=30V$； $I_L=\dfrac{30}{15}=2A$； $I=I_L-I_C=1A$；

$$U=\sqrt{U_C^2+U_R^2}=\sqrt{30^2+(40\times1)^2}=50V$$

5-12 如题 5-12 图所示电路中，已知每个元件上电压有效值均为 10 V，求电压u 的有效值。





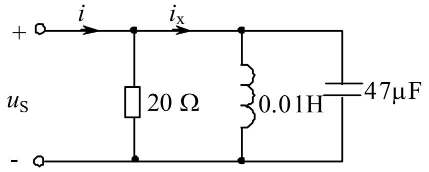
题 5-12 图

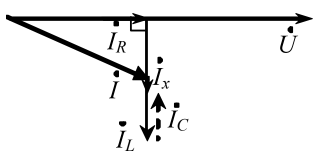
解 对应的向量图如图所示。

由于 $U_L=U_C$

所以， $U=U_R=10V$

5-13 如题 5-13 图所示电路中，已知电源电压 u_S=12cosωt V，求 $\omega=10^2$ rad/s 时，电流 i_X 超前于电流 i 的相位差。





题 5-13 图

解 对应的向量图如图所示。

由已知条件，知 $\dot{U}_S = 6\sqrt{2}\angle 0°$ V

由欧姆定律，得

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}_S}{R} = 0.4242 \text{ A}$$

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{U}_S}{\mathrm{j}\omega L} = -\mathrm{j}6\sqrt{2} = -\mathrm{j}8.484 \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = \mathrm{j}\omega C\dot{U}_S = \mathrm{j}10^2 \times 47\times10^{-6}\times 6\sqrt{2} = \mathrm{j}0.0399 \text{ A}$$

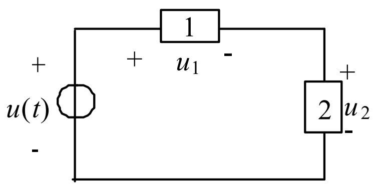
$$\dot{I}_X = \dot{I}_L + \dot{I}_C = -j8.484 + \mathrm{j}0.0399\text{=-j}8.4441 \text{ A}$$

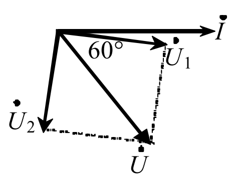
$$\dot{I} = \dot{I}_L + \dot{I}_C + \dot{I}_R = \text{=-j}8.4441\text{+}0.4242\text{=}\ 8.45\angle -87.12\text{A}$$

电流 i_X 超前于电流 i 的相位差为

$$\phi = -90° + 87.12° = -2.88°$$

5-14 如题 5-14 图所示电路中有两个未知元件，它们可能是 R、L 或 C，已知 $u\ (t) = 10\sin(100t+30°)\,V$ 时，$u_2(t) = 5\sqrt{2}\cos(100t-105°)\,V$，试确定它们各是什么元件？并确定元件参数。





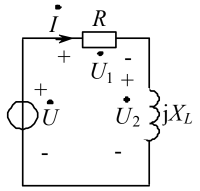
题 5-14 图

解 画出已知电压的相量图如图所示。

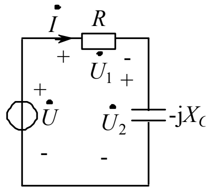
$$\dot{U} = \frac{10}{\sqrt{2}}\angle -60° \text{ V}\text{，}\ \dot{U}_2 = 5\angle -105° \text{ V}$$

$$\dot{U}_1 = \dot{U} - \dot{U}_2 = 3.54 - j6.12 + 1.29 + j4.83 = 4.83 - j1.29 = 5\angle -15° \text{ V}$$

由相量图可知两元件不可能同时为L和C，因而只能是以下两种形式，如图(a)和(b)所示。



（a）

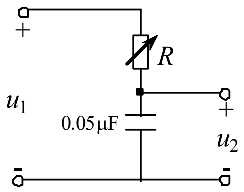


（b）

图（a）中，设两元件为 R 和 L，因为 $U_1=U_2$，所以，$R=\omega L=100L$

图（b）中，设两元件为 R 和 C，因为 $U_1=U_2$，所以，$R=1/\omega C=1/100C$

5-15 如题5-15图所示电路，已知 $u_1(t)=10\sqrt{2}\cos(2\pi\times10^3t)V$，(1)欲使 u_2 在相位上滞后 u_1 60°，R 应为多大？（2）欲使 U_2=7.5V，R 应为多大？



题 5-15 图

解 (1)容抗为 $-\mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C}=-\mathrm{j}\dfrac{1}{2\pi\times10^3\times0.05\times10^{-6}}\mathrm{k\Omega}=-\mathrm{j}3.2\mathrm{k\Omega}$

$$\dot{U}_2=\frac{-j3.2\times10^3}{R-j3.2\times10^3}\times10\angle0°=\frac{32\times10^3\angle-90°}{\sqrt{R^2+3.2^2\times10^6}\angle\arctan\dfrac{-3.2\times10^3}{R}}$$

使 $\dot{U}_2$ 滞后 $\dot{U}_1$ 60°，则

$$-90°-\arctan\frac{-3.2\times10^3}{R}=-60°$$

$$\arctan\frac{-3.2\times10^3}{R}=-30°$$

$$R=\frac{-3.2\times10^3}{-0.578}\Omega=5.5\mathrm{k\Omega}$$

（2）若使 U_2=7.5V，则

$$\frac{32\times10^3}{\sqrt{R^2+3.2^2\times10^6}}=7.5$$

$$R=2.81\mathrm{k\Omega}$$

5-16 日光灯与镇流器串接于 220V、50Hz 正弦交流电源，已知灯管等效电阻 R_1=280Ω，镇流器的电阻和电感分别为 R_2=22Ω和 L=1.65H，试求：（1）电路中的电流和灯管两端与镇流器两端电压；（2）两个电压有效值加起来是否等于 220V？为什么？（3）是否可用一个电阻和一个电容来替代镇流器，若保持日光灯管两端电压为（1）的值，R、C 应取多大？（4）若仅用一个电阻使日光灯两端电压为（1）的值，R 应取多大？这种降压的

方法为何不被采用。

解 (1) $\dot{I}=\dfrac{220\angle 0^{\circ}}{280+20+j2\pi\times 50\times 1.65}=\dfrac{220\angle 0^{\circ}}{300+j518.36}A=0.367\angle-60^{\circ}A$

$\dot{U}_{灯}=R_1\dot{I}=280\times 0.367\angle-60^{\circ}=102.76\angle-60^{\circ}V$

$\dot{U}_{镇流器}=(20+j518.36)\times 0.367\angle-60^{\circ}=190.55\angle 27.8^{\circ}V$

（2）有效值之和不等于电源电压，因为由相量关系

（3）可以用电容替代电感，只要容抗和感抗相等。

$$\frac{1}{\omega C}=518.36$$

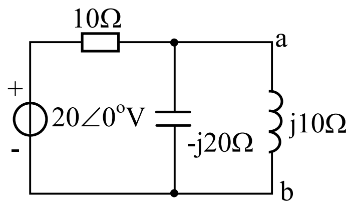
所以，$C=\dfrac{1}{2\pi\times 50\times 518.36}=6.14\mu F$

（4）$I=\dfrac{220}{280+R}=0.367A$

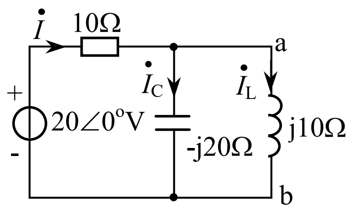
$$R=\frac{220-280\times 0.367}{0.367}\Omega=319.46\Omega$$

如果采用电阻降压，则电阻应取 319.46Ω，但耗能大。

5-17 试求题 5-17 图所示电路中的$\dot{U}_{ab}$及各支路电流相量，并分别画出电流和电压的相量图。



题 5-17 图



题 5-17 解图

解 各支路电流的参考方向如题 5-17 解图所示。

电路的等效阻抗为

$$Z=10+\frac{\mathrm{j}10\times(-\mathrm{j}20)}{\mathrm{j}10-\mathrm{j}20}=10+\mathrm{j}20=22.4\angle 63.4^{\circ}\,\Omega$$

从而，有

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{Z}=\frac{20\angle 0^{\circ}}{22.4\angle 63.4^{\circ}}=0.893\angle(-63.4^{\circ})\mathrm{A}$$

$$\dot{U}_{ab}=(-\mathrm{j}20\,//\,\mathrm{j}10)\dot{I}=17.86\angle 26.6^{\circ}\ \mathrm{V}$$

由分流公式，得

$$\dot{I}_C=\frac{\mathrm{j}10}{-\mathrm{j}20+\mathrm{j}10}\dot{I}=0.893\angle 116.6^{\circ}\ \mathrm{A}$$

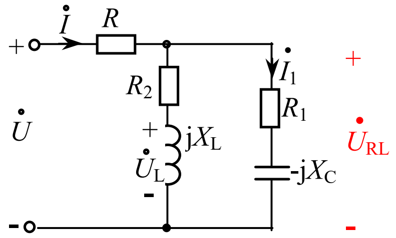
$$\dot{I}_L = \frac{-\mathrm{j}20}{-\mathrm{j}20+\mathrm{j}10}\dot{I} = 1.786\angle(-63.4°)\,\mathrm{A}$$

5-18 在题 5-18 图所示电路中，已知 R_1=10 Ω，X_C=17.32 Ω，I_1=5 A，U=120 V，U_L=50 V，电压 $\dot{U}$ 与电流 $\dot{I}$ 同相。求 R、R_2 和 X_L。

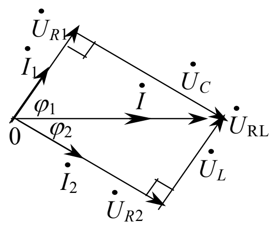
解 取电压 $\dot{U}_{RL}$ 为参考相量，题 5-18 图所示电路对应的相量图如题 5-9 解图所示。

由于 $\dot{U} = \dot{U}_{RL} + \dot{I}R$，所以，电压 $\dot{U}$ 与电流 $\dot{I}$ 同相时，电压 $\dot{U}_{RL}$ 应与电流 $\dot{I}$ 同相。

$U_{RL} = I_1\sqrt{R_1^2 + X_C^2} = 100\,\mathrm{V}$，$U_{R2} = \sqrt{U_{RL}^2 - U_L^2} = 86.6\,\mathrm{V}$



题 5-18 图



题 5-18 解图

$\varphi_1 = arctg\frac{X_C}{R_1} = 60°$，$\varphi_2 = arctg\frac{U_L}{U_{R_2}} = 30°$

由题意知 $I_1 \sin\varphi_1 = I_2 \sin\varphi_2$

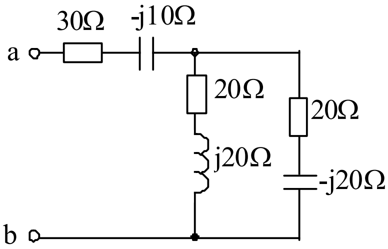
求得 $I_2 = \frac{I_1 \sin\varphi_1}{\sin\varphi_2} = 5\sqrt{3}\,\mathrm{A}$

从而，有 $R_2 = \frac{U_{R2}}{I_2} = 10\,\Omega$，$X_L = \frac{U_L}{I_2} = 5.77\,\Omega$

又 $U_R = U - U_{RL} = 20\,\mathrm{V}$，$I = I_1\cos\varphi_1 + I_2\cos\varphi_2 = 10\mathrm{A}$

所以，有 $R = \frac{U_R}{I} = 2\,\Omega$

5-19 求题 5-19 图所示电路中 a、b 端的等效阻抗。

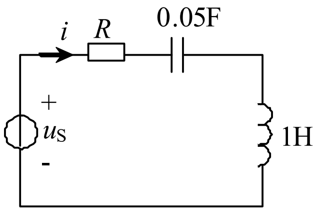


题 5-19 图

解 a、b 端的等效阻抗为

$$Z_{ab}=30-j10+\frac{(20+j20)(20-j20)}{20+j20+20-j20}=50-j10\,\Omega$$

5-20 如题 5-20 图所示正弦稳态电路中，已知电源的角频率为ω=4 rad/s。若电流 i 超前电压 u_S 的角度为 arctan2，求电阻 R 的值。



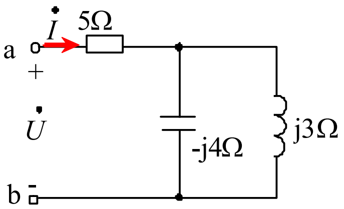
题 5-20 图

解 由题意，电流 i 超前电压 u_S 的角度为 arctan2 就是阻抗角为 ϕ_Z=- arctan2，即

$$\tan\phi_z=\frac{\omega L-\dfrac{1}{\omega C}}{R}=\frac{4\times1-\dfrac{1}{4\times0.05}}{R}=\frac{-1}{R}$$

所以，R=0.5Ω

5-21 如题 5-21 图所示单口网络，已知电压 $\dot{U}=10\angle45°$ V，求此单口网络消耗的功率。



题 5-21 图

解 单口网络的等效阻抗为

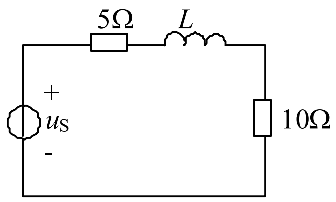
$$Z=5+\frac{j3\times(-j4)}{j3-j4}=5+j12=13\angle75.96°\Omega$$

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{Z}=\frac{10\angle45°}{5+j12}=\frac{10\angle45°}{13\angle75.96}=0.769\angle-30.96A$$

单口网络消耗的功率为

$$P=UI\cos\phi=10\times0.769\cos(45°+30.96°)=1.87\text{W}$$

5-22 如题 5-22 图所示正弦稳态电路中，已知 $u_S(t)=50\cos\omega t$，5Ω电阻消耗的功率为 10W，求电压源 u_S 的功率因数。



题 5-22 图

解 由已知条件知 $P_{5\Omega}=5I^2=10W$，故 $I=\sqrt{2}A$

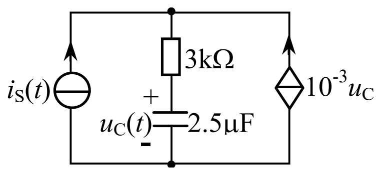
$$P=P_{5\Omega}+P_{10\Omega}=10+20=30W$$

$$U_S=\frac{50}{\sqrt{2}}=25\sqrt{2}V$$

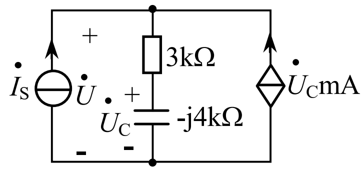
$$S=UI=25\sqrt{2}\times\sqrt{2}=50VA$$

故 $\lambda=\dfrac{P}{S}=0.6$

5-23 在题 5-23 图所示电路中，i_S=20cos100t mA，求电阻、受控源及独立源吸收的平均功率，并求电容的无功功率。



题 5-23 图



题 5-23 解图

解 题 5-23 如图所示电路的相量模型如题 5-23 解图所示。

由已知条件，知 $\dot{I}_S=\dfrac{20}{\sqrt{2}}\angle 0°mA$

列节点电压方程如下

$$\begin{cases}\dfrac{\dot{U}}{3-\mathrm{j}4}=\dfrac{20}{\sqrt{2}}\angle 0°+\dot{U}_C\\ \dot{U}_C=\dfrac{-\mathrm{j}4}{3-\mathrm{j}4}\dot{U}\end{cases}$$

整理，得 $\mathrm{j}\dfrac{\dot{U}_C}{4}-\dot{U}_C=\dfrac{20}{\sqrt{2}}$

从而，求得

$$\dot{U}_C = \frac{20}{\sqrt{2}(-1+0.25\text{j})} = 13.7\angle(-166°)\ \text{V}$$

$$\dot{U}_R = -\frac{3}{\text{j}4}\dot{U}_C = 10.3\angle(-76°)\ \text{V}$$

$$\dot{U} = -\frac{3-\text{j}4}{\text{j}4}\dot{U}_C = 17.1\angle(-129°)\ \text{V}$$

所以，有

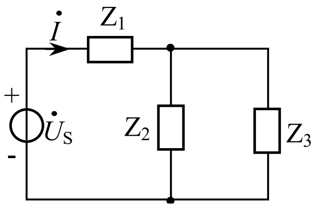
$$P_R = \frac{U_R^2}{R} = 35.36\ \text{mW}$$

$$P_{\text{独}} = -UI_S\cos\phi = -17.1\times\frac{20}{\sqrt{2}}\cos(-129°) = 152.2\ \text{mW}$$

$$P_{\text{受}} = -U\times(10^{-3}U_C)\cos(-129°+166°) = -187.1\ \text{mW}$$

$$Q_{\text{C}} = -U_C I_C = -\frac{U_C^2}{X_C} = -47.04\ \text{mVar}$$

5-24 题 5-24 图所示电路中,已知$\dot{U}_S = 100\angle(-90°)\ \text{V}$, $Z_1 = 0.5-\text{j}3.5\ \Omega$，$Z_2 = 5\angle 53°\ \Omega$，$Z_3 = 5\angle-90°\ \Omega$。求电流$\dot{I}$及整个电路吸收的平均功率及功率因数。



题 5-24 图

解 如题 5-24 图所示，电路的等效阻抗为

$$Z = Z_1 + Z_2 // Z_3 = 0.5-\text{j}3.5+\frac{5\angle 53°\times 5\angle(-90°)}{5\angle 53°+5\angle(-90°)} = 8-\text{j}6 = 10\angle(-36.9°)\,\Omega$$

由欧姆定律，得

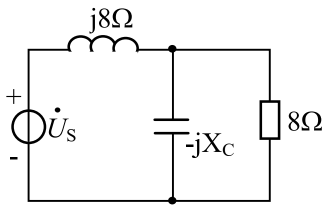
$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_S}{Z} = 10\angle(-53.1°)\,\text{A}$$

所以，整个电路吸收的平均功率为

$$P = -U_S I\cos\varphi = -100\times 10\cos(-90°+53.1°) = 800\ \text{W}$$

功率因数为 $\lambda = \cos\varphi = \cos(-90°+53.1°) = 0.8$

5-25 在题 5-25 图所示电路中，$U_S = 50\ \text{V}$，向电路提供的功率为 312.5 W，求 X_C。



题 5-25 图

解 如题 5-25 图所示，令 $Z_1=(-\mathrm{j}X_C\,//\,8)=\dfrac{-\mathrm{j}8X_C}{-\mathrm{j}X_C+8}$

由分压公式，得

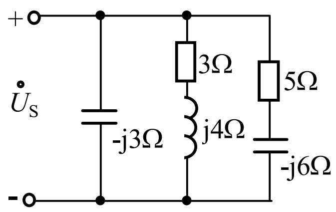
$$U_R=U_C=50\times\left|\frac{Z_1}{Z_1+\mathrm{j}8}\right|=50\times\frac{1}{\left|1-\dfrac{8}{X_C}+\mathrm{j}\right|}$$

并已知 $\dfrac{U_R^2}{R}=312.5$

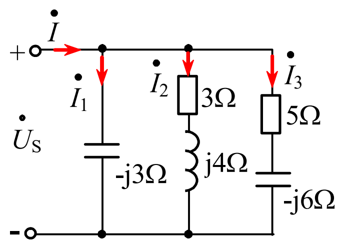
所以，有 $$\frac{\left(\dfrac{50}{\left|1-\dfrac{8}{X_C}+\mathrm{j}\right|}\right)^2}{8}=312.5$$

求得 $X_C=8\ \Omega$

5-26 在题 5-26 图所示电路中，$\dot{U}_S=100\angle 0°\ \mathrm{V}$，求电路吸收的平均功率、视在功率及功率因数。



题 5-26 图



题 5-26 解图

解 题 5-26 图所示电路中各支路电流的参考方向如题 5-26 解图所示。

由欧姆定律，知

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}_S}{-\mathrm{j}3}=\mathrm{j}33.3\ \mathrm{A}，\quad \dot{I}_2=\frac{\dot{U}_S}{3+\mathrm{j}4}=20\angle(-53.1°)\ \mathrm{A}，\quad \dot{I}_3=\frac{\dot{U}_S}{5-\mathrm{j}6}=12.8\angle 50.2°\ \mathrm{A}$$

由 KCL，有

$$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2+\dot{I}_3=20.19+\mathrm{j}27.13=33.76\angle 53.34°\ \mathrm{A}$$

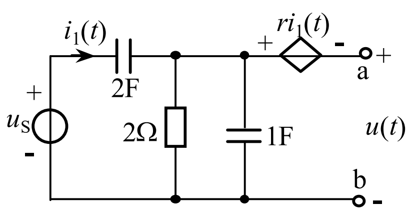
所以，有

$$P=U_SI\cos\phi=100\times 33.76\cos 53.34°\approx 2015.5\ \mathrm{W}$$

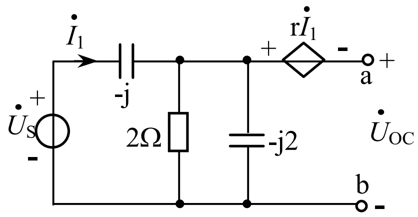
$S = U_S I = 100 \times 33.76 = 3376\,\text{VA}$

$\lambda = \cos\phi = \cos 53.34 = 0.597$

5-27 在题 5-27 图所示电路中，$u_S(t) = 2\cos(0.5t + 120°)$ V, $r = 1$，求从 a,b 端看进去的戴维南等效电路。



题 5-27 图



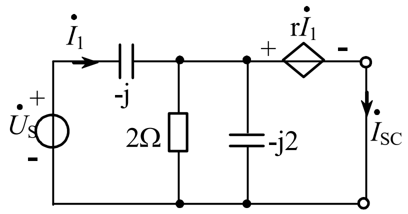
题 5-27 解图(a)

解 (1)求开路电压$\dot{U}_{OC}$，如题 5-27 解图(a)所示。

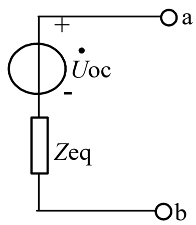
$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_S}{-\mathrm{j} + [2 // (-\mathrm{j}2)]} = \frac{\sqrt{2}\angle 120°}{\sqrt{5}\angle(-63.4°)} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\angle 183.4°\,\text{A}$$

$$\dot{U}_{OC} = -r\dot{I}_1 - (-\mathrm{j}\dot{I}_1) + \dot{U}_S = (-r + \mathrm{j})\dot{I}_1 + \dot{U}_S = -0.038 + \mathrm{j}0.631 = 0.632\angle 93.4°\,\text{V}$$

(2)利用开路-短路法求等效阻抗Z_{eq}，如题 5-27 解图(b)所示。



题 5-27 解(b)图



题 5-27 解(c)图

端口短路电流为 $\dot{I}_{SC} = \dot{I}_1 - \dfrac{r\dot{I}_1}{2} - \dfrac{r\dot{I}_1}{-\mathrm{j}2} = 0.5(1-\mathrm{j})\dot{I}_1$

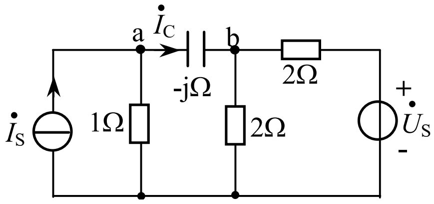
又 $r\dot{I}_1 - \mathrm{j}\dot{I}_1 = \dot{U}_S$ 所以，有 $\dot{I}_1 = \dfrac{\dot{U}_S}{r - \mathrm{j}} = \dfrac{\dot{U}_S}{1-\mathrm{j}}$

从而，得 $\dot{I}_{SC} = 0.5(1-\mathrm{j})\dot{I}_1 = 0.5(1-\mathrm{j})\dfrac{\dot{U}_S}{1-\mathrm{j}} = 0.5\dot{U}_S = 0.5\sqrt{2}\angle 120°\,\text{A}$

所以，等效阻抗为 $Z_{eq} = \dfrac{\dot{U}_{OC}}{\dot{I}_{SC}} = 0.894\angle 26.6°\,\Omega$

戴维南等效电路如题 5-27 解图(c)所示。

5-28 在题 5-28 图所示电路中，已知$\dot{I}_S = 10\angle 0°$ A，$\dot{U}_S = 20\angle 90°$ V，用节点法求各节点电压及流过电容的电流i_C。



题 5-28 图

解 由题 5-28 图所示电路，列节点电压方程如下

$$\begin{cases}(1+\dfrac{1}{-\mathrm{j}})\dot U_a-\dfrac{1}{-\mathrm{j}}\dot U_b=10\\(-\dfrac{1}{-\mathrm{j}})\dot U_a+(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{-\mathrm{j}})\dot U_b=\dfrac{\mathrm{j}20}{2}\end{cases}$$

整理，得 $\begin{cases}(1+\mathrm{j})\dot U_a-\mathrm{j}\dot U_b=10\\-\mathrm{j}\dot U_a+(1+\mathrm{j})\dot U_b=\mathrm{j}10\end{cases}$

求得

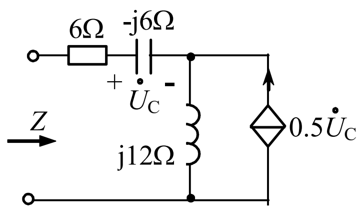
$$\dot U_a=\frac{\mathrm{j}10}{1+\mathrm{j}2}=4+\mathrm{j}2=4.47\angle 26.56^\circ\ \mathrm{V}$$

$$\dot U_b=\frac{10(2\mathrm{j}-1)}{1+\mathrm{j}2}=6+\mathrm{j}8=10\angle 53.1^\circ\ \mathrm{V}$$

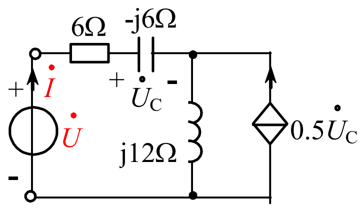
所以，有

$$\dot I_C=\frac{\dot U_a-\dot U_b}{-\mathrm{j}}=\mathrm{j}(\dot U_a-\dot U_b)=6-\mathrm{j}2=6.32\angle(-18.44^\circ)\ \mathrm{A}$$

5-29 试求题 5-29 图所示电路的端口等效阻抗 Z。



题 5-29 图



题 5-29 解图

解 采用外加电源法求等效阻抗 Z，如题 5-29 解图所示。

列 KVL 方程如下

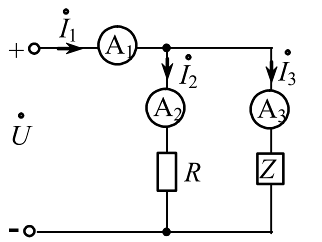
$$\begin{cases}\dot U=\dot I\times(6-\mathrm{j}6)+(\dot I+0.5\dot U_C)\times\mathrm{j}12\\\dot U_C=-\mathrm{j}6\dot I\end{cases}$$

整理，得 $\dot U=\dot I\times(42+\mathrm{j}6)$

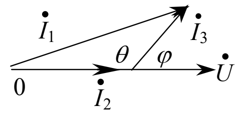
所以，有

$$Z=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=42+\mathrm{j}6=42.43\angle 8.13°\Omega$$

5-30 用三只电流表测定一电容性负载功率的电路如题 5-30 图所示，设其中表A_1的读数为 7 A，表A_2的读数为 2 A，表A_3的读数为 6 A，电源电压有效值为 220 V，试画出电流、电压的相量图，并计算负载 Z 所吸收的平均功率及其功率因数。



题 5-30 图



题 5-30 解图

解 题 5-30 图所示电路对应的相量图如题 5-30 解图所示。

由相量图，有 $7^2=2^2+6^2-2\times 2\times 6\cos\theta$

求得 $\cos\theta=-0.375$，$\theta=112°$

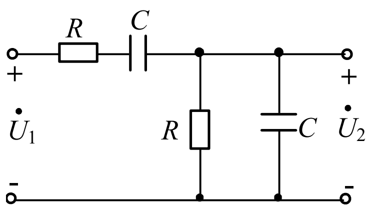
所以，有 $\phi=180°-\theta=68°$

负载 Z 所吸收的平均功率及其功率因数为

$$P=UI_3\cos\phi=220\times 6\cos 68°\approx 495\,\mathrm{W}$$

$$\lambda=\cos\phi=\cos 68°=0.375$$

5-31 在题 5-31 图所示简单选频电路中，当角频率等于某一特定值ω_0时，U_2 和 U_1 之比可为最大。试求ω_0和电路参数 R、C 之间的关系式。



题 5-31 图

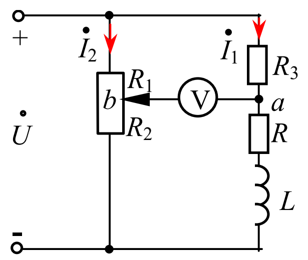
解 如题 5-31 图所示电路中，令 $Z=R-\mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C}$， $Y=\dfrac{1}{R}+\mathrm{j}\omega C$

则 $$\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{\dfrac{1}{Y}}{Z+\dfrac{1}{Y}}=\frac{\dfrac{1}{\dfrac{1}{R}+\mathrm{j}\omega C}}{R-\mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C}+\dfrac{1}{\dfrac{1}{R}+\mathrm{j}\omega C}}=\frac{1}{3+\mathrm{j}(\omega RC-\dfrac{1}{\omega RC})}$$

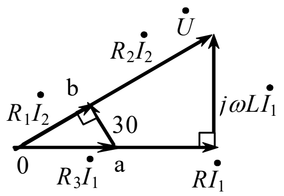
要使$\dfrac{U_2}{U_1}$ 最大，必有 $\omega RC-\dfrac{1}{\omega RC}=0$

从而，得 $\omega_o=\dfrac{1}{RC}$

5-32 题 5-32 图表示在工频下测量线圈参数(R 和 L)的电路。测量时调节可变电阻使电压表(设内阻为无限大)的读数最小。若此时电源电压为 100 V，R_1 为 5 Ω，R_2 为 15 Ω，R_3 为 6.5 Ω。电压表读数为 30 V，试求 R 和 L 之值。



题 5-32 图



题 5-32 解图

解 题 5-32 图所示电路对应的相量图如题 5-32 解图所示。

由已知条件知 $I_2=\dfrac{100}{5+15}=5\text{A}$

根据相似三角形对应边成比例，有 $\dfrac{U}{\omega LI_1}=\dfrac{R_3I_1}{U_{ab}}$

即 $\dfrac{100}{\omega LI_1}=\dfrac{\sqrt{30^2+(5\times5)^2}}{30}$ (1)

又 $I_1=\dfrac{\sqrt{30^2+(5\times5)^2}}{R_3}=\dfrac{\sqrt{30^2+25^2}}{6.5}$ (2)

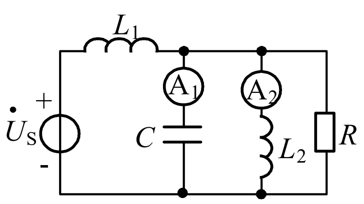
联立(1)(2)，并知 $\omega=2\pi f=314\,rad/s$

从而，求得 L=0.04H

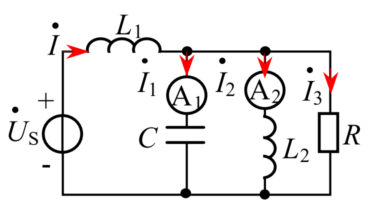
同理，有 $\dfrac{(R_3+R)I_1}{\omega LI_1}=\dfrac{R_1I_2}{30}$

代入数据，求得 R=3.967Ω

5-33 在题 5-33 图所示电路中，已知 $X_{L1}=X_{L2}=R=10\,\Omega$，电流表Ⓐ₁，Ⓐ₂的读数均为 1A，设流过电感 L_2 的电流初相位角为零度，求$\dot{U}_S$。



题 5-33 图



题 5-33 解图

解 题 5-33 图所示电路中各支路电流参考方向如题 5-33 解图所示。

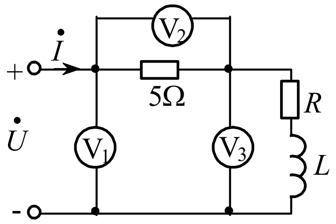
由题意，有 $\dot{I}_2 = 1\angle 0°\text{A}, \dot{I}_1$=-1A , $\dot{I}_3$=j1A

从而，得

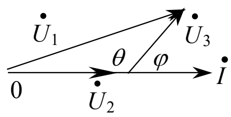
$\dot{U} = \text{j}X_L\dot{I}_2$=j10V ， $\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3$=j1A

所以，有 $\dot{U}_S = \dot{I} \times \text{j}X_{L1} + \dot{U}$=-10+j10=$10\sqrt{2}\angle 135°$V

5-34 在题 5-34 图所示电路中，已知电源频率 f=50Hz，三个电压表Ⓥ1、Ⓥ2、Ⓥ3的读数分别为 149V；50 V；120 V，求 R 和 L 的值。



题 5-34 图



题 5-34 解图

解 题 5-34 图所示电路对应的相量图如题 5-34 解图所示。

由已知条件，得 $I = \dfrac{U_2}{5} = 10\text{A}$

由相量图，有 $149^2 = 50^2 + 120^2 - 2\times 50\times 120\cos\theta$

求得 $\cos\theta = -0.442$， $\theta = 116.2°$

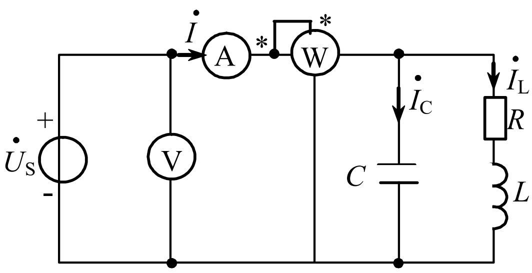
所以，有 $\phi = 180° - \theta = 63.8°$

又 $\dfrac{U_3}{I} = \left|R + \text{j}\omega L\right| = 12$

从而，得

$R = 12\cos\varphi = 5.3\,\Omega$， $\omega L = 12\sin\varphi = 10.767\,\Omega \rightarrow \text{L} = 0.0343\text{H}$

5-35 在题 5-35 图所示正弦电路中，已知电压表、电流表、和功率表的读数分别为 69.3V、3A 和 180W，C=139μF，电源频率 f=50Hz，求电路中的 R、L 和整个电路的功率因数 cosφ。



题 5-35 图

解 由题意，有

$$\cos\phi = \frac{P}{U_S I} = \frac{180}{69.3\times 3} = 0.866$$

求得 $\phi = \pm 30°$

设 $\dot{U}_S = 69.3\angle 0°\ \mathrm{V}$

则 $\dot{I} = 3\angle \pm 30°\ \mathrm{A}$，$\dot{I}_C = \dfrac{\dot{U}_S}{-\mathrm{j}X_C} = \mathrm{j}2\pi fC\dot{U}_S = \mathrm{j}3\ \mathrm{A}$

下面分两种情况讨论

(1) $\dot{I}_L = \dot{I} - \dot{I}_C = 3\angle 30° - \mathrm{j}3 = 2.598 - \mathrm{j}1.5 = 3\angle(-30°)\ \mathrm{A}$

则 $\begin{cases} R^2 + X_L^2 = (\dfrac{69.3}{3})^2 \\ \dfrac{X_L}{R} = \dfrac{1.5}{2.958} = 0.577 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} R = 20\Omega \\ L = 36.7mH \end{cases}$

(2) $\dot{I}_L = \dot{I} - \dot{I}_C = 3\angle -30° - \mathrm{j}3 = 2.598 - \mathrm{j}4.5 = 5.2\angle(-60°)\ \mathrm{A}$

则 $\begin{cases} R^2 + X_L^2 = (\dfrac{69.3}{5.2})^2 \\ \dfrac{X_L}{R} = \dfrac{4.5}{2.958} = 1.732 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} R = 6.67\Omega \\ L = 36.7mH \end{cases}$

5-36 三个负载并联，接于内阻为10Ω的电源u_s，负载两端电压为110V，若已知感性负载1吸收功率100W，功率因数0.6；感性负载2吸收功率200W，功率因数0.8；负载3吸收功率150W，功率因数1，试求三个负载并联后的功率因数。

解 由题意，有

$P_1 = 100W$；$Q_1 = \dfrac{P_1}{\cos\phi}\sin\phi = \dfrac{100}{0.6}\times 0.8 = 133.33\,\mathrm{var}$

$P_2 = 200W$；$Q_2 = \dfrac{P_2}{\cos\phi}\sin\phi = \dfrac{200}{0.8}\times 0.6 = 150\,\mathrm{var}$

$P_3 = 150W$；$Q_3 = 0$

三个负载并联后

$P = P_1 + P_2 + P_3 = 450W$

$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 283.33\,\mathrm{var}$

$\tan\phi = \dfrac{Q}{P} = \dfrac{283.33}{450} = 0.6296$；$\lambda = \cos\phi = 0.846$

5-37 某单相50Hz的交流电源，其额定容量为$S_N = 40\text{kVA}$，额定电压$U_N = 220\text{V}$，给照明电路供电，若负载都是40W的日光灯（可认为是RL串联电路），其功率因数为0.5，试求：

（1）最多可正常点亮多少盏日光灯？

（2）用补偿电容将功率因数提高到 1，这时电路的总电流是多少？需用多大的补偿电容？

（3） 功率因数提高到 1 以后，除供给以上日光灯外，该电源还可为多少盏 40W 的白炽灯供电？

解 由题意，交流电源的额定电流为

$$I_0 = \frac{S}{U} = \frac{40000}{220} = 181.8181A$$

当 λ=0.5 时，每个日光灯所取的电流为

$$I = \frac{P}{U\lambda} = \frac{40}{220\times 0.5} = 0.3636A$$

（1）最多点亮的日光灯数为 $n = \dfrac{I_0}{I} = \dfrac{181.8181}{0.3636} = 500\text{盏}$

（2）当 λ=1 时，电路总电流为

$$I = 500\times\frac{P}{U\lambda} = 500\times\frac{40}{220\times 1} = 90.91A$$

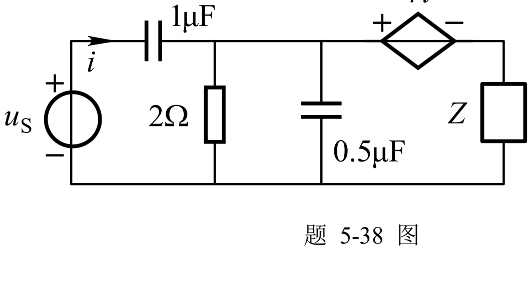
补偿电容为 $C = \dfrac{P}{\omega U^2}(\tan\phi_1 - \tan\phi_2) = \dfrac{40\times 500}{2\pi\times 50\times 220^2}\tan 60° = 2279.3\mu F$

其中 $\phi_1 = \arccos 0.5 = 60^\circ$

（3）功率因数提高到 1 以后，除供给以上日光灯外，该电源还可为 40W 的白炽灯供电数为：

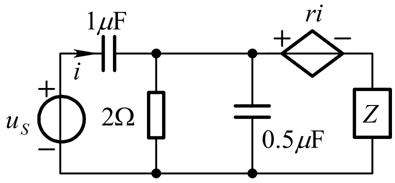
$$n = \frac{400000 - 40\times 500}{40} = 500\text{盏}$$

5-38 在题 5-38 图所示正弦电路中$u_S = 2\cos\omega t\ \text{V}$，$\omega = 10^6\ \text{rad/s}$，$r = 1\Omega$。问负载阻抗$Z$为多少可获得最大功率？求出此最大功率。

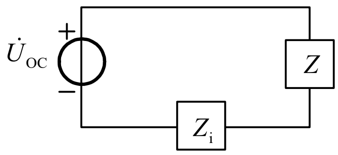


题 5-38 图

解 对原电路做戴维南等效，如图（b）所示。

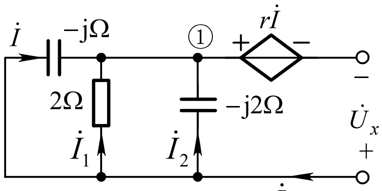


(a)

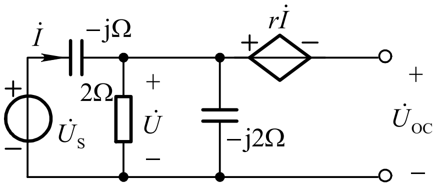


(b)

（1）求输入阻抗，由图（c）得



(c)



(d)

$$\dot{U}_x = -\mathrm{j}\Omega \times \dot{I} + r\dot{I} = (1-\mathrm{j})\Omega \times \dot{I}$$

$$\dot{I}_x = \dot{I} + \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{I} + (-j\Omega \times \dot{I}) \times (\frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{-\mathrm{j}2\Omega}) = (\frac{3}{2} - \frac{\mathrm{j}}{2})\dot{I}$$

$$Z_i = R_\mathrm{i} + \mathrm{j}X_\mathrm{i} = \frac{\dot{U}_x}{\dot{I}_x} = \frac{(1-\mathrm{j})\Omega\dot{I}}{\frac{1}{2}(3-\mathrm{j})\dot{I}} = (0.8 - \mathrm{j}0.4)\Omega$$

（2）求开路电压，如图（d）所示

$$\dot{U}_{\mathrm{OC}} = \dot{U} - r\dot{I}$$

$$= \frac{2\Omega // (-\mathrm{j}2\Omega)}{2\Omega // (-\mathrm{j}2\Omega) + (-\mathrm{j}\Omega)} \dot{U}_\mathrm{S} - r \frac{\dot{U}_\mathrm{S}}{2\Omega // (-\mathrm{j}2\Omega) + (-\mathrm{j}\Omega)}$$

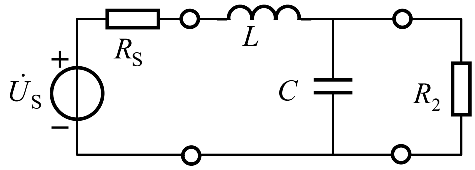
$$= \frac{1+\mathrm{j}}{1+\mathrm{j}3} \dot{U}_\mathrm{S} = (0.4 - \mathrm{j}0.2)\sqrt{2}\mathrm{V} = 0.2\sqrt{10}\angle -26.57^\circ \mathrm{V}$$

（3）求最大功率

根据最大功率传输定理，当 $Z_L = \overset{*}{Z}_\mathrm{i} = (0.8 + \mathrm{j}0.4)\Omega$ 时，Z_L 可获得最大功率

$$P_{\max} = \frac{U^2{}_{\mathrm{OC}}}{4R_\mathrm{i}} = \frac{(0.2\sqrt{10})^2}{4 \times 0.8} \mathrm{W} = 0.125\mathrm{W}$$

5-39 在题 5-39 图所示正弦电路中，电源频率 $f = 318\mathrm{kHz}$，$U_\mathrm{S} = 1\mathrm{V}$，内阻 $R_\mathrm{S} = 125\Omega$，负载电阻 $R_2 = 200\Omega$。LC 组成阻抗匹配网络，问 L 和 C 为多少时，R_2 能够获得最大功率，并求出此功率。



题 5-39 图

解 L 、 C 及 R_2 的等效阻抗

$$Z_L = j\omega L + \frac{R_2/(j\omega C)}{R_2 + 1/(j\omega C)}$$

当 L 、C 改变时，Z_L 的实部及虚部均发生变化，根据最大功率传输定理知，当 $\overset{*}{Z}_L = R_S$，R_2 可获得最大功率，

即

$$\begin{cases} \dfrac{R_2}{1+(\omega R_2 C)^2} = R_S \\ \omega L - \dfrac{\omega R_2{}^2 C}{1+(\omega R_2 C)^2} = 0 \end{cases}$$

联立解得

$$\begin{cases} C = \dfrac{\sqrt{R_2/R_S - 1}}{\omega R_2} = 0.0194\mu\text{F} \\ L = R_2 R_S C = 0.485\text{mH} \end{cases}$$

此时

$$P_{\max} = \frac{U_S{}^2}{4R_S} = \frac{1\text{V}}{4\times 125\Omega} = 2\text{mW}$$