

I. 作业25答案

1、在坐标原点有一电流元 $Id\vec{l} = 3 \times 10^{-3} \vec{k} A \cdot m$ 分别求出点 (3,0,4)、(3,4,0) 的磁感应强度。
解：由毕奥-萨伐尔定律知

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} = 10^{-7} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

其中

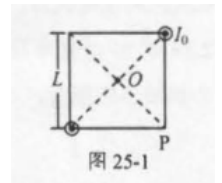
$$Id\vec{l} = 3 \times 10^{-3} \vec{k}$$

所以

$$B_1 = 10^{-7} \times \frac{3 \times 10^{-3} \vec{k} \times (3\vec{i} + 4\vec{k})}{125} T = 7.2 \times 10^{-12} \vec{j} T$$

$$B_2 = 10^{-7} \times \frac{3 \times 10^{-3} \vec{k} \times (3\vec{i} + 4\vec{j})}{125} T = -9.6 \times 10^{-12} \vec{i} + 7.2 \times 10^{-12} \vec{j} T$$

2、如果25-1所示，两条平行通电流 I_0 的无限长直导线，分别垂直通过边长为 L 的正方形两个相对的顶点，求：相邻顶点 P 点的磁感应强度。



解：无限长载流直导线产生的磁场为

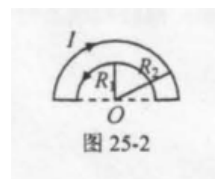
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

则两直导线在 P 点产生的磁场为

$$B = \frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{2\pi L}$$

方向：右偏上45度。

3、如图25-2所示，两个同心半圆弧组成一闭合线圈，通有电流。求：（1）圆心 O 点的磁感应强度 \vec{B} ；（2）线圈的磁矩



解：（1）载流圆线圈中心的磁感应强度为

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

图中闭合线圈，只有两半圆弧对中心 O 的磁场有贡献，两半圆弧在 O 点产生的磁场分别为

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4R_1}$$

方向：垂直于纸面向外

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4R_2}$$

方向：垂直于纸面向里
所以

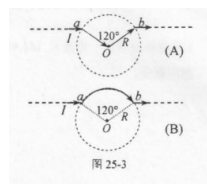
$$B = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 I}{4R_1} - \frac{\mu_0 I}{4R_2}$$

方向：垂直纸面向外
(2) 线圈的磁矩：

$$\vec{m} = I s \vec{n} = \frac{1}{2} I \pi (R_2^2 - R_1^2) \vec{n}$$

其中 \vec{n} 表示垂直纸面向里。

4、无限长直导线通电流 I ，分别弯成图25-3 (A)、(B) 所示的形状。求：(1) 图 (A) 中 O 点磁感应强度 \vec{B}_1 ；
(2) 图 (B) 中 O 点磁感应强度 \vec{B}_2 ；



解：(1) 图 (A) 中所示部分产生的磁场相当于无限长载流直导线在 O 点产生的磁场减去有限长直导线 ab 在 O 点产生的磁场：

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi \frac{R}{2}} - \frac{\mu_0 I}{4\pi \frac{R}{2}} \left(\cos \frac{\pi}{6} - \cos \frac{5\pi}{6} \right) = \frac{\mu_0 I}{\pi R} - \frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{2\pi R} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} (2 - \sqrt{3})$$

方向：垂直于纸面向里

(2) 图 (B) 中的磁场相当于 (1) 中的磁场加上弧 ab 在 O 点产生的磁场：

$$B_2 = B_1 + \frac{120}{360} \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} (2 - \sqrt{3}) + \frac{\mu_0 I}{6R}$$

方向：垂直于纸面向里

5、从经典理论认为，氢原子可看作是一个电子绕核高速旋转的体系，已知电子以速度 $2.2 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 在半径 $r = 0.53 \times 10^{-10} \text{ m}$ 的圆轨道上运动。求：(1) 电子的磁矩；(2) 轨道中心的磁感应强度。

解：(1) 电子绕核运动所产生的电流为

$$I = \frac{q}{t} = \frac{ev}{2\pi r} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 2.2 \times 10^6}{2\pi \times 0.53 \times 10^{-10}} \text{ A} = 1.057 \times 10^{-3} \text{ A}$$

由此产生的磁矩：

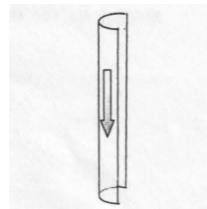
$$m = I \pi r^2 = 1.057 \times 10^{-3} \times 0.34 \times (0.53 \times 10^{-10})^2 \text{ A} \cdot \text{m}^2 = 9.3 \times 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2$$

(2) 轨道中心的磁感应强度可以看作是带电圆环在圆心 O 产生的磁感应强度：

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 1.057 \times 10^{-3}}{2 \times 0.53 \times 10^{-10}} \text{ T} = 12.53 \text{ T}$$

方向：电子运动方向 + 右手定则

6、半径为 $R = 1.0 \text{ cm}$ 的无限长半圆柱形金属薄片，自上而下由电流 $I = 0.5 \text{ A}$ 通过 (如图所示)。求：圆柱轴线上任一点的磁感应强度。



解：取宽度为 $d\vec{l}$ 的无限长载流细直导线为电流元，则

$$dI = \frac{I}{\pi R} dl = \frac{I}{\pi R} R d\theta = \frac{I}{\pi} d\theta$$

此电流元在轴线上产生的磁感应强度：

$$B = \frac{\mu_0 dI}{2\pi R} = \frac{\mu_0 I}{2\pi^2 R} d\theta$$

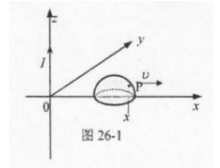
由于对称性，平行于电流方向的磁场互相抵消，只有垂直于电流方向的磁场存在

$$B_{\perp} = B \sin \theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi^2 R} \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 0.5}{\pi^2 \times 0.01} T = 6.37 \times 10^{-7} T$$

方向：垂直于轴线

II. 作业26参考答案

1、如图26—1所示，无限长载流导线电流 I 沿 z 轴流，半径为 r 的半球面扣在 xy 平面上，沿 x 轴以速度 v 远离，求（1）当半球面在图中位置时，曲面上点 P 的磁感应强度大小 B ；（2）穿过曲面的磁通量 Φ 。



解：（1）曲面上点 p 的磁感应强度相当于无限长载流直导线产生的磁场，即：

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

由磁场的高斯定理：磁感应线为闭合曲线时，穿过任何一个闭合曲面的磁通量为零，则

$$\Phi = \oint_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

2、一电子以速度 v 垂直地进入磁感应强度为 \vec{B} 的均匀磁场中，求：穿过此电子运动的轨迹所围的面积磁通量。

解：电子在磁场中运动的轨迹半径为

$$r = \frac{mv}{eB}$$

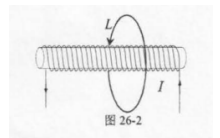
运动轨迹所围的面积为

$$S = \pi r^2 = \pi \left(\frac{mv}{eB} \right)^2 = \pi \frac{m^2 v^2}{e^2 B^2}$$

所以，穿过此运动轨迹所围面积的磁通量为

$$\Phi = \oint_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \pi \frac{m^2 v^2}{e^2 B^2} = \frac{\pi m^2 v^2}{e^2 B}$$

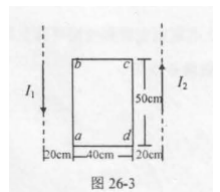
3、如图26-2所示，细长密绕真实螺线管，通电流强度为 I ，对套在螺线管轴线外的环路 L （螺线管穿过环路）作积分 $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$ 。



解：穿过环路 L 的电流强度为 I ，则

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

4、两平行长直导线相距80cm，每条导线载有电流10A，如图26-3所示，求通过图中矩形面积 $abcd$ 的磁通量 Φ_m 。



解：长直导线产生的磁场为

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

所以两平行长直导线产生的磁场分别为

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

方向垂直于纸面向外

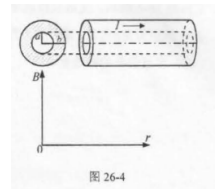
$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}$$

方向垂直于纸面向外

由分析知：两平行长直导线产生的磁场通过图中矩形面积的磁通量相等，方向一致，则

$$\Phi_m = 2 \oint_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = 2ab \int_{0.2}^{0.6} B_1 dr = 2 \times ab \int_{0.2}^{0.6} \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} dr = \frac{ab\mu_0 I_1}{\pi} \ln 3 = \frac{0.5 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 10}{\pi} \ln 3 (Wb) \approx 2.197 \times 10^{-6} (Wb)$$

5、有一很长的载流导体直圆管，内半径为a，外半径为b，电流强度为I，电流沿轴线方向流动，并且均匀地分布在管壁的横截面上，如图26-4所示，求空间个点的磁感应强度，并画出B-r曲线（r为场点到轴线的垂直距离）。



解：由安培环路定理知

当 $r \leq a$ 时，

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc} = 0$$

所以

$$B = 0$$

当 $a < r < b$ 时，

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc} = \mu_0 \frac{I}{\pi(b^2 - a^2)} \pi(r^2 - a^2) = \mu_0 I \frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2}$$

所以

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 I \frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2}$$

当 $r \geq b$ 时，

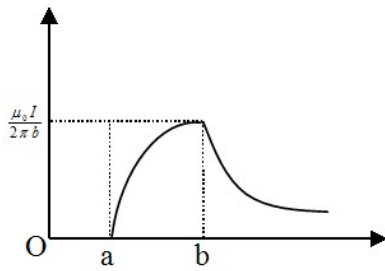
$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc} = \mu_0 I$$

所以

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

B-r曲线如图所示:



6、通电流强度为I的矩形截面的螺线环，尺寸见图26-5。(1) 求空间磁感应强度的分布；(2) 证明通过螺线管环截面(图中阴影区)的磁通量为 $\Phi_m = \frac{\mu_0 N I h}{2\pi} \ln \frac{D_1}{D_2}$ ，其中N为螺旋环线圈总匝数。

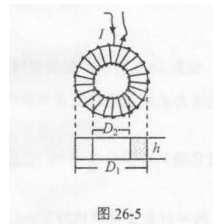


图 26-5

解: (1) 取与螺线环同心的圆形环路
当 $r < \frac{D_2}{2}$ 时,

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc} = 0$$

所以

$$B = 0$$

当 $\frac{D_2}{2} \leq r \leq \frac{D_1}{2}$ 时,

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc} = \mu_0 N I$$

所以

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

当 $r > \frac{D_1}{2}$ 时,

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc} = 0$$

所以

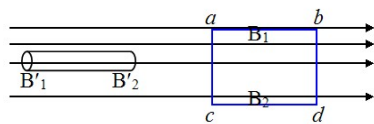
$$B = 0$$

(2) 通过螺线环截面(图中阴影区)的磁通量为

$$\Phi_m = \oint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_{\frac{D_2}{2}}^{\frac{D_1}{2}} \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} \cdot h dr = \frac{\mu_0 N I h}{2\pi} \ln \frac{D_1}{D_2}$$

证毕

7、用高斯定理和安培环路定理证明，在无电流的空间区域，如果磁感应线是平行直线，则磁场必均匀。



证明：

由安培环路定理可证明： $B_1 = B_2$ 水平方向均匀；

由高斯定理可证明： $B'_1 = B'_2$ 垂直方向均匀；

所以磁场必均匀

III. 作业27答案

1、如图27-1所示，半圆形线圈半径为R，通有电流I，在磁场B的作用下从图示位置转过 30° 时，求线圈所受的磁力矩(大小和方向)。

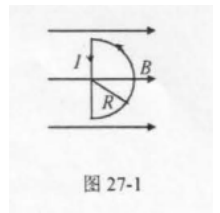


图 27-1

解：线圈的磁矩为

$$\vec{m} = I\vec{S} = \frac{1}{2}\pi R^2 I \vec{n}$$

则磁力矩的大小为

$$|\vec{M}| = |\vec{m} \times \vec{B}| = \frac{1}{2}\pi R^2 IB \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{4}\pi R^2 IB$$

方向：俯视时逆时针方向

2、距离长直载流导线a处C点有一运动电子，其受洛仑兹力 \vec{f} 的方向如图27-2所示。设电子在CGE平面内运。导线中电流为I。(1)求电子的速率；(2)在图27-2中画出电子速度 \vec{v} 的方向。

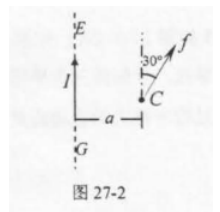


图 27-2

解：长直载流导线在C点产生的磁场大小为

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

由

$$\vec{f} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

则

$$|\vec{v}| = \frac{|\vec{f}|}{e|\vec{B}|} = \frac{2\pi a |\vec{f}|}{\mu_0 e I}$$

又 $\vec{f} \perp \vec{v}$ ，且运动电荷为电子，则由左手定则知：电子运动方向垂直 \vec{f} 斜向上

3、如图27-3所示，宽2cm、厚0.1cm的金属片，载有20A电流，处于磁感应强度为2T的均匀磁场中，测得霍尔电势差为 $4.27 \mu\text{V}$ 。(1)霍尔电势差是指a、b、c中哪两点之间的电势差？指出霍尔电势差的高电势；(2)计算片中电子的漂移速度；(3)求电子的浓度。

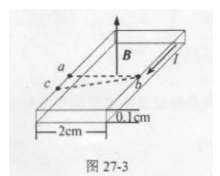


图 27-3

解：（1）霍尔电势差是指a、b之间的电势差，根据左手定则，电子向a端运动，于是a端聚集了大量负电荷，则b点是高电势点

（2）当金属中电子所受磁场的洛伦兹力与电场力平衡时：

$$ev_d B = eE = e \frac{V}{l}$$

所以，漂移速度

$$v_d = \frac{V}{Bl} = \frac{4.27 \times 10^{-6}}{2 \times 2 \times 10^{-2}} m/s = 1.0675 \times 10^{-4} m/s$$

（3）由ab两端的霍尔电势差： $|V| = \frac{1}{ne} \frac{IB}{d}$ 得电子浓度为：

$$n = \frac{IB}{e|V|d} = \frac{20 \times 2}{1.6 \times 10^{-19} \times 4.27 \times 10^{-6} \times 0.001} m^{-3} = 5.85 \times 10^{28} m^{-3}$$

4、如图27-4所示，一通电电流I的矩形线圈边长分别为 l_1, l_2 ，放在均匀磁场中，线圈平面与磁场方向平行。求：（1）线圈所受力矩（用矢量表示），并说明其大小、方向；（2）若线圈在此力矩作用下旋转 60° ，求力矩所做功。

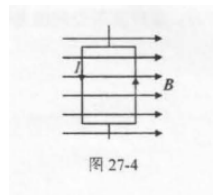


图 27-4

解：（1）线圈所受的磁力矩

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} = IS\vec{n} \times \vec{B}$$

当线圈平面与磁场方向平行时， \vec{n} 与磁场方向垂直，所以

$$M = IB l_1 l_2$$

方向：俯视时逆时针方向。

（2）若线圈在此力矩作用下旋转 60° ，则力矩所做功：

$$A = I(\phi_2 - \phi_1) = I(BS \sin \frac{\pi}{3} - 0) = \frac{\sqrt{3}}{2} B I l_1 l_2$$

5、如图27-5(A)所示，O、a、b三处分别置有相互平行的长直载流导线。固定O、a处导线，并保持三者平行，将b处导线沿图27-5(B)所示路径缓慢平移到c处。问：这过程中磁力做正功还是负功？为什么？请用最简单的受力分析加以说明。

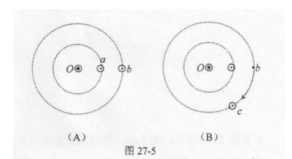


图 27-5

解：做负功。因为运动中Ob距离不变，不做功，而ab距离逐渐变大，且运动方向与引力方向的夹角大于 90° ，做负功。

6、能否利用恒定磁场对带电粒子的作用来增大粒子的动能？如果随时间变化的磁场呢？

解：不能。

因为： $\vec{f} = q\vec{v} \times \vec{B}$ 带电粒子所受的磁场力始终与运动速度垂直，所以它只能改变速度的方向，不能改变速度的大小。因而不能利用恒定磁场对带电粒子的作用来增大粒子的动能。

若为随时间变化的磁场，因为变化的磁场产生电场，电场可以改变粒子的动能，所以可以利用随时间变化的磁场来增大粒子的动能。

7、若释放磁铁附近的小铁片，它会向磁铁运动，其动能从何而来？

解：这时的动能是磁铁储存的能量的一种转换。磁铁在磁化过程中，会有外加能量，这样磁铁磁化过程，也是磁铁能量储存的过程。

IV. 作业28答案

1、载流长直螺线管内充满相对磁导率为 μ_r 的均匀抗磁质，写出螺线管内部的磁感应强度B和磁场强度H的关系。

解： $B = \mu_0 \mu_r H$ ，对于抗磁质： $\mu_r \leq 1$

2、在稳恒磁场中，关于磁场强度H的下列几种说法中正确的是[]。

A、 \vec{H} 仅与传导电流有关。

B、若闭合曲线内没有包围传导电流，则曲线上各点的H必为零。

C、若闭合曲线上各点 \vec{H} 均为零，则该曲线所包围传导电流的代数和为零。

D、以闭合曲线L为边界的任意曲面的 \vec{H} 通量相等。

解：C.理由： \vec{H} 的环流只与传导电流有关。即 $\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_i I_i$

3、图28-1中三条曲线分别为顺磁质、抗磁质和铁磁质的B-H曲线的示意图，请说明Oa、Ob、Oc表示哪种磁介质。

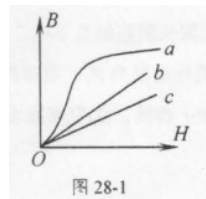


图 28-1

解：Oa为铁磁质；Ob为顺磁质；Oc为抗磁质。

4、某铁磁质的磁滞回线如图28-2所示，则图中Ob (Ob')、Oc (Oc') 所表示的物理意义。

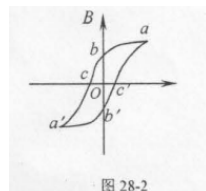


图 28-2

解：Ob (Ob') 为剩磁；Oc (Oc') 为矫顽力。

5、介质中的安培环路定理为 $\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{r} = \sum I_i$, $\sum I_i$ 为正向穿过闭合回路L所围的任意曲面的的传导电流的代数和，这是否可以说： \vec{H} 只与传导电流有关，与分子电流无关？

解：不可以。因为：介质中的安培环路定理说明定理的左端，即 \vec{H} 的环流只与传导电流有关，与分子电流无关；并不是说 \vec{H} 只与传导电流有关，与分子电流无关。这里的 \vec{H} 和 \vec{B} 的环流是两个不同的概念。

6、螺线环中心周长 $l=30\text{cm}$.环上线圈匝数 $N=300$.线圈中通有电流 $I=100\text{mA}$.(1)求管内的磁场强度H和磁感应强度；(2)若管内充满相对磁导率 $\mu_r = 4000$ 的磁介质，则管内的H和B是多少？(3)磁介质内由导线中电流产生的 B_0 和磁化电流产生的 B' 各是多少？

解：(1) 由介质中 \vec{H} 的安培环路定理：

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_i I_i$$

所以

$$H \cdot l = NI$$

$$H = \frac{NI}{l} = \frac{300 \times 100 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-2}} \text{ A/m} = 300 \text{ A/m}$$

对于管内，此时无磁介质，则

$$B_0 = \mu_0 H = 4\pi \times 10^{-7} \times 300 \text{ T} = 3.768 \times 10^{-4} \text{ T}$$

(2) 管内充满磁介质时

$$H = 300 \text{ A/m}$$

$$B = \mu_0 \mu_r H = 4\pi \times 10^{-7} \times 4000 \times 300 \text{ T} = 1.5072 \text{ T}$$

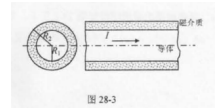
(3) 磁介质内由导线中电流产生的磁感应强度:

$$B_0 = \mu_0 H = 4\pi \times 10^{-7} \times 300 \text{ T} = 3.768 \times 10^{-4} \text{ T}$$

由磁化电流产生的磁感应强度:

$$B' = B - B_0 = 1.5068 \text{ T}$$

7、一无限长圆柱形直导线，外包一层相对磁导率为 μ_r 的圆筒形磁介质，导线半径为 R_1 ，磁介质外半径为 R_2 ，导线内有电流 I 通过(见图28-3)。求: (1)空间磁感应强度的分布，画出B-r曲线;(2)空间磁场强度，画出H-r曲线。



解: 由介质中安培环路定理知 $\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_i I_i$ 当 $0 < r \leq R_1$ 时,

$$H \cdot 2\pi r = I \frac{\pi r^2}{\pi R_1^2} = I \frac{r^2}{R_1^2}$$

所以

$$H = \frac{Ir}{2\pi R_1^2}$$

当 $r > R_1$ 时,

$$H \cdot 2\pi r = I$$

所以

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

由磁感应强度B和磁场强度H的关系知当 $0 < r \leq R_1$ 时

$$B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R_1^2}$$

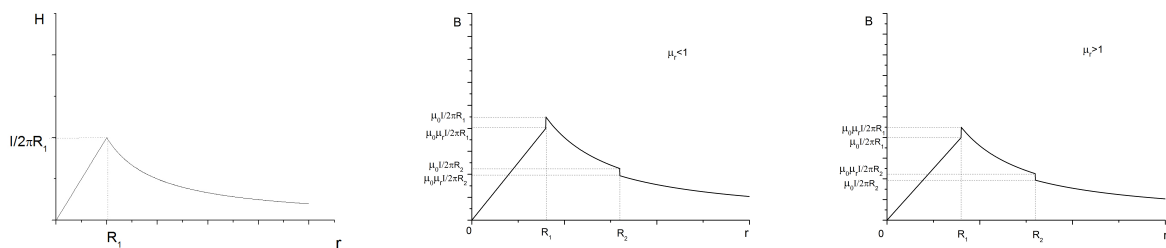
当 $R_1 < r \leq R_2$ 时

$$B = \mu_0 \mu_r H = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi r}$$

当 $r > R_2$ 时

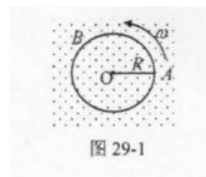
$$B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

图如下所示:



V. 作业29答案

1、如图29-1所示，在均匀磁场中，有一半半径为R的导体圆盘，盘面与磁场方向垂直，圆盘以匀角速度 ω 绕过盘心的与B平行的轴转动，求盘心O与边缘上的A点间的电动势。

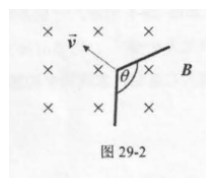


解：圆盘可以看作是无数由圆心半径导线组成的，在转动过程中的产生的电势相等，且相互并联，因此可以取OA作为研究对象，由

$$\varepsilon_{OA} = \int_{OA} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{r} = \int_{OA} \omega r B dr = \frac{1}{2} \omega B R^2$$

方向：由O指向A.

2、如图29-2所示，长度为l的刚性直导从中间折成 120° 角，在均匀磁场B中以恒定速度 \vec{v} 沿对称轴移动,求导线中的动生电动势。



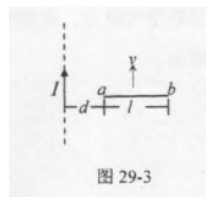
解：导线的有效长度为

$$L = 2 \frac{l}{2} \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} l$$

所以导线中的动生电动势为

$$\varepsilon = \int_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \frac{\sqrt{3}}{2} B l v$$

3、如图29-3所示，长直导线通有电流 $I=5A$ ，在其附近有一长度 $l=20cm$ 的金属棒，近端距离长直导线 $d=12cm$ ，金属棒沿平行于直导线的方向以速度 $v = 10m \cdot s^{-1}$ 平移，求棒中的感应电动势，并指出哪端的电势高？(金属棒与长直导线共面且垂直)



解：金属棒中感应电动势为

$$\varepsilon_{ab} = \int_{ab} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{r} = \int_{ab} v \frac{\mu_0 I}{2\pi(d+r)} dr = \frac{v \mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{l+d}{d} = \frac{10 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 5}{2\pi} \ln \frac{0.32}{0.12} V = 9.8 \times 10^{-6} V$$

方向由b指向a，所以a端电势高。

4、如图29-4所示，长直导线中通有电流 $I=6A$ ，另有一10匝的矩形线圈与长直导线共面，宽 $a=10cm$ ，长 $L=20cm$ ，以 $v = 2m \cdot s^{-1}$ 的速度向右运动，求：(1)线圈中的感应电动势与x的函数关系；(2)当 $x=10cm$ 时线圈中的感应电动势。

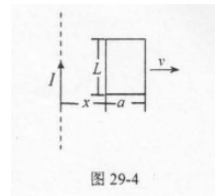


图 29-4

解：（1）图中线圈只有左右两边切割磁感线，产生感应电动势
对于左边

$$\varepsilon_1 = N \int_l (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 N I L v}{2\pi x}$$

方向：由下往上
对于右边

$$\varepsilon_2 = N \int_l (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 N I L v}{2\pi(x+a)}$$

方向：由下往上
因为 $|\varepsilon_1| > |\varepsilon_2|$ 所以，线圈中的感应电动势为

$$\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{\mu_0 N I L v}{2\pi x} - \frac{\mu_0 N I L v}{2\pi(x+a)} = \frac{\mu_0 N I L v a}{x(x+a)} = \frac{4.8 \times 10^{-7}}{x(x+0.1)}$$

方向为顺时针方向

（2）当 $x = 10\text{cm} = 0.1\text{m}$ 时

$$\varepsilon = \frac{4.8 \times 10^{-7}}{0.02} \text{V} = 2.4 \times 10^{-5} \text{V}$$

5、如图29-5所示，一长方形平面金属线框置于均匀磁场中，磁场方向与线框平面法线的夹角为 $\alpha = 30^\circ$ ，磁感应强度 $B = 0.5$ ，可滑动部分 cd 的长度为 $L = 0.2\text{m}$ ，以 $v = 1\text{m/s}$ 的速度向右运动，求线框中的感应电动势。

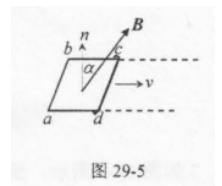


图 29-5

解：对产生电动势起作用的是垂直于速度的磁场分量

$$|\varepsilon| = v B_{\perp} L = B L v \cos \alpha = 0.5 \times 0.2 \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 8.66 \times 10^{-2} \text{V}$$

6、图29-6所示系统的静止状态。若轻轻下拉后松开，使条形磁铁在闭合导线圈内作振动，忽略空气阻力，请简单描述磁铁振动中振幅、频率能量的变化和线圈温度变化，并说明理由。

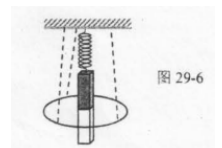


图 29-6

解：磁铁在闭合线圈中振动时，根据楞次定律，线圈中感应电流产生的磁场总是阻碍条形磁铁振动带来的磁场改变，因此，磁铁振动中振幅变小，能量减少，转化为线圈的焦耳热，使线圈温度升高，由于 $f = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ，所以线圈频率不变。

7、将尺寸完全相同的铜环和木环适当放置，使通过两环中的磁通量的变化率相等。问在两环中是否产生相同的感应电动势和感应电流？

解：会产生相同的感应电动势，因为感应电动势取决于磁场的变化；但在铜环中会有感应电流产生，而在木环中没有，因为铜是导体，木头是绝缘体。

VI. 作业30答案

1、如图30-1所示，圆柱形均匀磁场的边界用虚线表示，两个导线回路与磁场边界同心，回路平面垂直于磁场强度，用导线由半径方向把回路相连，若磁场大小随时间减小，则下图中正确表示感应电流流向的是[B]。

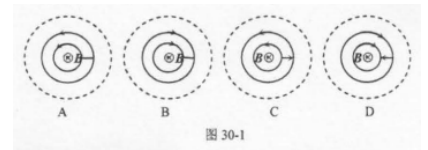


图 30-1

简单说明理由：由于磁场垂直于纸面向里且随时间减小，由楞次定律知感应电流产生的磁场垂直于纸面向里，因此感应电流沿顺时针方向，排除A和C，又因为两环间导线无电动势，故此导线上无电流，排除D。

2、如图30-2所示，均匀磁场限制在圆柱形空间， $\frac{dB}{dt} > 0$ ；A、B、C、D都在半径为R且与磁场同心的圆周上， \widehat{AOB} 和 \widehat{COD} 对圆心的张角都是 90° ，求感应电动势 $\varepsilon_{\widehat{AB}}$ 、 $\varepsilon_{\widehat{CD}}$ 。

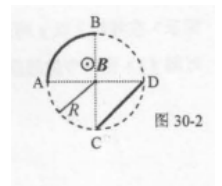


图 30-2

解：均匀变化磁场会产生环向电场，因此，对AOB而言，径向OA，OB方向与电场垂直，从而沿其积分电势差为0，所以

$$\varepsilon_{AOB} = \varepsilon_{\widehat{AB}} = -\frac{d\Phi}{dt} = -S\frac{dB}{dt} = -\frac{\pi R^2}{4}\frac{dB}{dt}$$

方向由A指向B
同理

$$\varepsilon_{COD} = \varepsilon_{\widehat{CD}} = -\frac{d\Phi}{dt} = -S\frac{dB}{dt} = -\frac{1}{2}R^2\frac{dB}{dt}$$

方向由D指向C

3、如图30-3所示，闭合线圈共50匝，半径 $r=4\text{cm}$ ，线圈法线正向与磁感应强度之间的夹角 $\alpha=60^\circ$ ，磁感应强度 $B = (2t^2 + 8t + 5) \times 10^{-2}\text{T}$ 。求： $t=5\text{s}$ 时感应电动势的大小和方向。

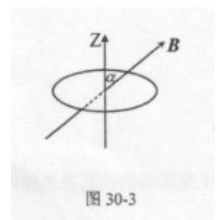


图 30-3

解：穿过一个线圈的磁通量为

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \alpha$$

感应电动势 ($t=5\text{s}$) 为

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N \frac{d(BS \cos \alpha)}{dt} = -N \pi R^2 (4t + 8) \times 10^{-2} \cos \frac{\pi}{3} = -50 \times \pi \times 0.04^2 \times 28 \times 10^{-2} \times \frac{1}{2} = 0.0352\text{V}$$

方向为顺时针方向

4、如图30-4所示，若均匀磁场被限制在 $R=1\text{m}$ 的圆柱形空间内，磁场以 $\frac{dB}{dt} = 5\text{T} \cdot \text{s}^{-1}$ 的均匀速率增加，已知 $\theta = \frac{\pi}{3}$ ， $\overline{oa} = \overline{ob} = 0.4\text{m}$ ，求等腰梯形导线框中的感应电动势，并指出其方向。

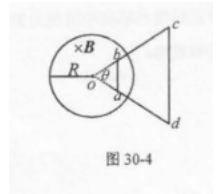


图 30-4

解：等腰梯形导线框中仅有处于磁场中的部分产生感应电动势

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -s \frac{dB}{dt} = -\left(\frac{\pi R^2}{6} - \frac{1}{2} a^2 \cos \frac{\pi}{6}\right) \frac{dB}{dt} = -2.27V$$

方向：逆时针方向

5、图30-5所示，均匀磁场 $B = B_0 t$ ，固定一宽度为 L 的U形介质导轨，金属杆(长度见图示)在导轨上以 v 的速度匀速向右运动，设 $t=0$ 时刻金属杆与导轨左边缘重合，求： t 时刻(1)回路中的感应电动势；(2)杆中的动生电动势。

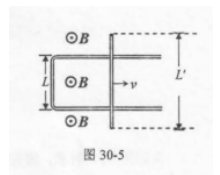


图 30-5

解：（1）回路中的感应电动势

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BS)}{dt} = -\frac{B_0 t L v t}{dt} = -2B_0 L v t$$

所以

$$|\varepsilon_i| = 2B_0 L v t$$

（2）杆中的动生电动势

$$\varepsilon = \int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = B L' v = B_0 L' v t$$

6、变压器的铁芯总是做成片状的，而且涂上绝缘漆互相隔开，为什么？

解：线圈所产生的磁通在铁芯流动，因为铁芯本身也是导体，在垂直于磁力线的平面上就会感应产生电动势，这个电势在铁芯的断面上形成闭合回路并产生电流，好像一个旋涡所以称为“涡流”。这个“涡流”使变压器的损耗增加，并且使变压器的铁芯发热变压器的温升增加。为减小该“涡流”，变压器的铁芯作成片状，并涂上绝缘漆互相隔开。

VII. 作业31答案

1、关于长直螺线管的自感系数 L 的值,下列说法中错误的是[B]。
 A.充有铁磁质的 L 比真空的 L 大; B.通以的电流 I 的值越大, L 越大;
 C.单位长度的匝数越多, L 越大; D.螺线管的半径越大, L 越大。
 简单说明理由: 自感系数 $L = \mu n^2 V$,与电流无关。

2、对于单匝线圈取自感系数的定义式为 $L = \frac{\Phi}{I}$.设线圈的几何形状、大小及周围磁介质不变,且无铁磁性物质,若线圈中的电流强度变小,则线圈的自感系数 L [E]。

A.变大,与电流强度成正比; B.变小,与电流强度成正比;
 C.变大,与电流强度成反比; C.变小,与电流强度成反比;
 E不变

简单说明理由: 自感系数只与线圈的几何形状,大小及周围磁介质分布有关,与电流无关。

3、估计中子星表面的磁感应强度为 $10^8 T$ 。(1)求该处的磁能密度;(2)按质能关系,写出相应的质量密度。

解: (1) 磁能密度

$$w = \frac{1}{2}BH = \frac{B^2}{2\mu_0} = 4 \times 10^{21} J/m^3$$

质量密度

$$m = \frac{B^2}{2\mu_0 c^2} = 3.987 \times 10^{21} kg/m^3$$

其中 c 为真空光速。

4、半径为 R 的螺线管长 l ,上面均匀密绕 N 匝线圈,线圈内为空气。(1)求此螺线管的自感系数;(2)求当螺线管中电流的变化率 $\frac{dI}{dt} > 0$ 时,线圈中产生的自感电动势。

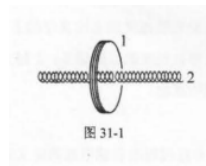
解: (1) 螺线管的自感系数

$$L = \mu n^2 V = \mu \left(\frac{N}{l}\right)^2 \pi R^2 l = \mu \pi N^2 R^2 / l$$

(2) 线圈中产生的自感电动势

$$\varepsilon_L = -L \frac{dI}{dt}$$

5、如图31-1线圈1面积为 S_1 ,共 N_1 匝,套在面积为 S_2 、长为 l 的共 N_2 的螺线管2上,螺线管中通有电流 I_2 ,求(1)线圈1中的磁通量;(2)线圈与螺线管的互感系数。



解: (1) 线圈1中的磁通量

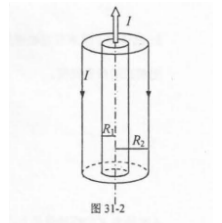
$$\Phi_{m1} = N_1 \mu_0 n_2 I_2 S_2$$

其中 $n_2 = \frac{N_2}{l}$

(2) 线圈与螺线管的互感系数

$$M = \frac{\Phi_{m1}}{I_2} = N_1 \mu_0 n_2 S_2$$

6、一同轴电缆由中心导体圆柱和外层导体圆筒组成,二者半径分别为 R_1 和 R_2 ,筒和圆柱之间充以电介质,电介质和金属的 μ_r 均可作取1,求此电缆通过电流 I (由中心圆柱流出,由圆筒流回)时,单位长度内储存的磁能,并通过和自感磁能的公式比较求出单位长度电缆的自感系数。



解：由介质中的安培环路定理

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_{enc}$$

取长度为 l 的一段

当 $0 < r < R_1$ 时,

$$H = \frac{Ir}{2\pi R_1^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 \mu_r Ir}{2\pi R_1^2} = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R_1^2}$$

$$W_{m1} = \int_V w dV = \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_0 I r}{2\pi R_1^2} \cdot \frac{I r}{2\pi R_1^2} \cdot 2\pi r l \cdot dr = \frac{\mu_0 I l}{16\pi}$$

当 $R_1 < r < R_2$ 时,

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

$$B = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$W_{m2} = \int_V w dV = \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2} \cdot \frac{I}{2\pi r} \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot 2\pi r l \cdot dr = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

当 $r > R_2$ 时,

$$H = 0$$

$$W_{m3} = 0$$

所以总磁能:

$$W_m = W_{m1} + W_{m2} + W_{m3} = \frac{\mu_0 I^2 l}{16\pi} (1 + 4 \ln \frac{R_2}{R_1})$$

单位长度内储存的磁能为

$$w_m = \frac{W_m}{l} = \frac{\mu_0 I^2}{16\pi} (1 + 4 \ln \frac{R_2}{R_1})$$

自感磁能与自感系数的关系

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2$$

所以

$$L = \frac{2W_m}{I^2} = \frac{\mu}{8\pi} (1 + 4 \ln \frac{R_2}{R_1})$$

7、如果电路中通有强电流，当突然断开电闸断电时，电闸间会产生火花，请解释这一现象。

解：断电时，电流变化剧烈，由于自感，在电闸的两极积聚大量电荷，形成很强的电场，从而击穿空气产生火花。

8、两个相距不太远的线圈，如何取向可使其互感最大？如何取向可使其互感最小？

解：当两个线圈相距不太远时，两线圈轴线平行并在同一直线上时互感最大，垂直时互感最小

VIII. 作业32答案

1、下述说法中正确的是[D]

- A.位移电流的热效应服从焦耳—楞次定律; B.位移电流是由变化的磁场产生的;
C.位移电流的磁效应不服从安培环路定理; D.位移电流是由变化的电场产生的。

2、下列说法中正确的是[D]

- A.随时间变化而变化的电场所产生的磁场,一定随时间变化;
B.随时间变化而变化的磁场所产生的电场,一定随时间变化;
C.有电流就有磁场,没有电流就一定没有磁场;
D.变化着的电场所产生的磁场,不一定随时间变化。

简单说明理由: 随时间变化的电场可以产生磁场, 磁场可以是变化的, 也可以是稳定的; 同样, 随时间变化的磁场也可以产生电场, 该电场可以是变化的, 也可以是稳恒的。

3、真空中一平面电磁波表达式为 $E_y = E_x = 0$, $E_z = E_0 \cos \omega(t - \frac{y}{c})$, 在 $t = t_0$ 时刻、 $y = y_0$ 处的电场强度指向x 轴负向, 写出该时刻、该处的磁场强度矢量表示式。

解: 由于 \vec{E} 、 \vec{H} 、 \vec{k} 满足右手螺旋关系, 又电磁波的表达式得知, 电磁波的传播方向为y轴正向, 可知磁场强度沿z轴正向。

$$\vec{H} = \vec{k} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E = \vec{k} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0 \cos \omega(t - \frac{y}{c})$$

4、真空中沿z轴负向传播的平面电磁波, 其磁场强度的波的表达式为 $\vec{H} = \vec{i} H_0 \cos(\omega(t + \frac{z}{c}))$ [SI] 求电场强度的波的表达式。

解: 由于 \vec{E} 、 \vec{H} 、 \vec{k} 满足右手螺旋关系, 又磁场强度的波的表达式得知, 电磁波的传播方向为z轴负向, 可知磁场强度沿y轴正向。

$$\vec{E} = \vec{j} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} H = \vec{j} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} H_0 \cos \omega(t + \frac{z}{c})$$

5、对于平面电磁波, 在空间任一点的E和B的相位相同(相同/相反/无确定关系), 大小关系为 $\sqrt{\varepsilon} E = \sqrt{\mu} H$ 振动方向垂直(相同/相反/垂直/各种可能都有)

6、由两块半径为 $R=2\text{cm}$ 的圆形金属板组成的平板电容器, 中间为空气, 当以 2A 的电流充电时, 求:(1)电容器内部的电场强度变化率 $\frac{dE}{dt}$; (2)极板间的位移电流密度 J_d ; (3)极板间的位移电流 I_d ; (4)在圆板边缘处的磁感应强度B.

解: (1) 极板上电量为

$$Q = It$$

电荷面密度为

$$\sigma = \frac{Q}{S} = \frac{It}{S}$$

极板间电场强度为

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{It}{\varepsilon_0 S}$$

则电场的变化率:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{I}{\varepsilon_0 S} = \frac{2}{8.854 \times 10^{-2} \times \pi \times 0.02^2} = 1.79 \times 10^{14} \text{V m}^{-1} \text{s}^{-1}$$

(2) 极板间的电位移

$$D = \sigma = \frac{It}{S}$$

位移电流密度

$$J_d = \frac{dD}{dt} = \frac{I}{S} = \frac{2}{\pi \cdot 0.02^2} = 1.59 \times 10^3 A \cdot m^{-2}$$

(3) 极板间的位移电流

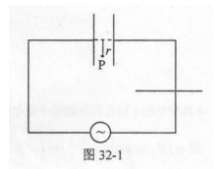
$$I_d = J_d S = I = 2A$$

(4) 由安培环路定理

$$\oint_r \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 I_d$$

$$B = \frac{\mu_0 I_d}{2\pi r} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 2}{2\pi \times 0.02} = 2 \times 10^{-5} T$$

7、如图32-1所示，平板电容器之间加一交变电场 $E = 20 \sin 10^5 \pi t V/m$ 。求距电容器中心连线 $r=0.01m$ 处的P点，经过 $2 \times 10^5 s$ ，位移电流产生的磁场强度的大小。



解：极板间的位移电流密度

$$J_d = \frac{dD}{dt} = \varepsilon_0 \frac{dE}{dt} = \varepsilon_0 \times 20 \times 10^5 \pi \cos 10^5 \pi t$$

以 r 为半径绕极板中心作圆形安培环路，由安培环路定理

$$\oint_r \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_{enc}$$

$$H \cdot 2\pi r = \pi r^2 J_d$$

$$H = \frac{r}{2} J_d = \frac{0.01}{2} \times 8.854 \times 10^{-12} \times 20 \times 10^5 \pi \cos 2\pi = 2.78 \times 10^{-7} A/m$$

I. 作业33答案

1、什么叫波动光学？什么叫几何光学？什么情况下可以用几何的方法研究光学问题？

答：波动光学是以波动理论来研究光的干涉、衍射等现象的光学分支；

几何光学是以光线为基础，研究光的传播和成像规律的光学分支。

在光学中，可以忽略波长，即相当于 $\lambda \rightarrow 0$ 极限情况的这一分支，通常称为几何光学，因为在这种近似处理下，光学定律可以用几何学的语言来表述。

2、费马原理的数学表达式为 $\int_N n d\vec{l} < \int_M n d\vec{l}$ ，请说明“<”两边积分式的物理意义。

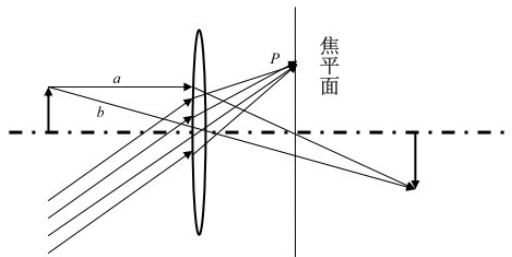
答：左边是光程，右边是光学长度，光线沿光学长度最短的路径传播。

3、光在折射率为 $n(x)$ 的空间沿直线从 $P_1(x_1)$ 传播到 $P_2(x_2)$ ，写出这段光程的数学表示式。

答：

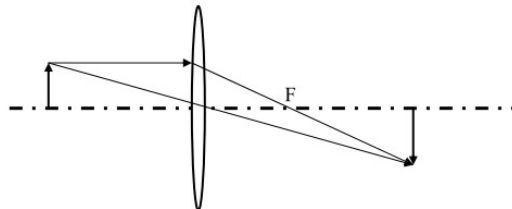
$$\delta = \int_{x_1}^{x_2} n(x) dx$$

4、图33-1中的 P' 是物P经薄透镜L所成的像。(1)请用作图法画出入射平行光经透镜后的像；(2)简单写出步骤和理由。解：(1)



(2) 先利用两条特殊光线a, b确定焦点位置，再作出焦平面；这束平行光中过透镜中心的光线与焦平面交点P，则该平行光汇聚在P点。

5、如图33-2所示，F、F'分别是薄透镜L的物空间和像空间的焦点。请用作图法分别求物P的像(用 P' 表示)。



6、杨氏双缝实验，已知 $d=0.3\text{mm}$, $D=1.2\text{m}$ ，测得两个第7级暗条纹中心的间距为 22.78mm ，求入射单色光的波长，并说明其颜色。

解：单色光杨氏双缝干涉实验中，暗条纹的位置为

$$x_k = (2k - 1) \frac{D\lambda}{2d}$$

$$\Delta x = x_7 - x_{-7} = \frac{13D\lambda}{d}$$

所以

$$\lambda = \frac{\Delta x d}{13D} = \frac{22.78 \times 10^{-3} \times 0.3 \times 10^{-3}}{13 \times 1.2} \text{m} = 438 \text{nm}$$

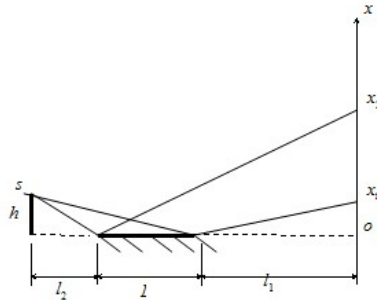
光的颜色为紫色

7、如图33-4所示，洛埃镜长2cm，观察屏与镜边相距 $l_1 = 1.6\text{cm}$ ；线光源S离镜面的高度为 $h=0.5\text{mm}$ ，到镜另一边的水平距离 $l_2 = 2\text{cm}$ ，实验用准单色光波长为 600nm ，(1)求屏上干涉条纹的间距；(2)标出屏幕上的相干区域；(3)计算最多能出现的明条纹数目。

解：(1) 洛埃镜实验的干涉条纹间距与双缝间距 $d = 2h$ 的杨氏双缝实验相同，即

$$\Delta x = \frac{D\lambda}{2h} = \frac{(l_1 + l_2 + 2) \times 10^{-2} \lambda}{2h} = \frac{5.6 \times 10^{-2} \times 600 \times 10^{-9}}{2 \times 0.5 \times 10^{-3}} = 33.6 \times 10^{-6} \text{m} = 33.6 \mu\text{m}$$

(2)



(3) 由几何关系知

$$\frac{x_1}{l_1} = \frac{h}{l_2 + 2}$$

$$\frac{x_2}{l_1 + 2} = \frac{h}{l_2}$$

可得： $x_1 = 0.2\text{mm}$, $x_2 = 0.9\text{mm}$
所以

$$0.2\text{mm} < (2k - 1) \frac{D\lambda}{4h} < 0.9\text{mm}$$

解之得

$$6.45 < k < 27.28$$

所以，条纹从第7级到27级，共有21条。

8、如图33-5所示，p点是杨氏双缝实验中第5级明条纹中心，现将折射率为1.65的玻璃片插入上边光路，p点成为0级明条纹中心。若入射光波长为 600nm ，求玻璃片厚度。

解：从第5级明条纹中心变为0级明条纹中心，光程差改变了 5λ ，设玻璃片厚度为 h ，有：

$$h(n - 1) = 5\lambda$$

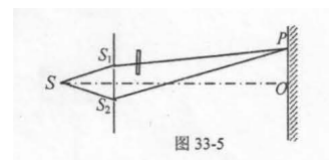


图 33-5

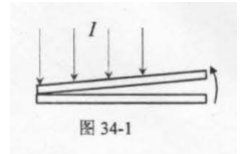
$$h = \frac{5\lambda}{n - 1} = \frac{5 \times 600 \times 10^{-9}}{1.65 - 1} \text{m} = 4.615 \times 10^{-6} \text{m} = 4.615 \mu\text{m}$$

II. 作业34答案

1、如图34-1所示，通过两片玻璃形成的空气劈尖作等厚干涉实验，如果上面的玻璃以左棱为轴转动，增大劈尖角，则条纹变化为[A]。

A.向左平移，条纹间距变小； B.向左平移，条纹间距变大；

C.向右平移，条纹间距变小； D.向右平移，条纹间距变大。



简单说明理由：增大劈尖角，则 θ 增大， h 增大。 h 增大，则对应条纹的R或R'的取值应变大，即条纹向左平移； θ 增大，由明（暗）条纹中心间距 $\Delta l = \frac{\lambda_0}{2n\theta}$ 知，条纹间距变小。

2、如图34-1，通过两片玻璃形成的空气劈尖作等厚干涉实验，如果上面的玻璃缓慢往上平移，下面的玻璃保持不动，则条纹变化为[A]。

A.向左平移，条纹间距不变； B.向右平移，条纹间距不变；

C.向右平移，条纹间距变大； D.向左平移，条纹间距变小。

简单说明理由：上面的玻璃往上平移，则 h 增大， θ 不变。 h 增大，则对应条纹的R或R'的取值应变大，即条纹向左平移； θ 不变，由明（暗）条纹中心间距 $\Delta l = \frac{\lambda_0}{2n\theta}$ 知，条纹间距不变。

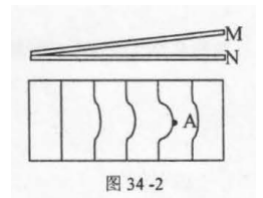
3、M、N两块玻璃构成空气劈尖，用波长为 $\lambda = 600nm$ 的单色平行光束垂直照射，已知M是严格的光学平面，若现观察到反射光的干涉暗条纹(如图34-2)所示，则A点所对应的玻璃N的上(上/下)表面是凸(凹/凸)缺陷，凹(凸)的深(厚)度约为150nm。

解：第 k 级明纹中心所对应膜的厚度： $h_k = \frac{k\lambda}{2n_2}$ ；

第 k' 级暗纹中心所对应膜的厚度： $h'_k = \frac{k'\lambda}{2n_2} + \frac{\lambda}{4n_2}$ 。

图中缺陷的厚度是第四级暗条纹中心所对应膜的厚度减去第四级明纹中心所对应膜的厚度，故

$$\Delta h = \frac{\lambda}{4} = \frac{600nm}{4} = 150nm$$



4、空气中一油膜厚600nm、折射率为1.5.白光以 30° 入射角照射，求可见光中反射光相干加强的波长。

解：等倾干涉中明条纹的确定

$$\delta = 2h\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i_1} + \frac{\lambda}{2} = k\lambda (k = 1, 2, 3 \cdots)$$

于是

$$\lambda = \frac{4h\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i_1}}{2k - 1} = \frac{4 \times 600nm \cdot \sqrt{1.5^2 - 1^2 \cdot (\frac{1}{2})^2}}{2k - 1} = \frac{3393.6nm}{2k - 1}$$

可得 $k = 1$ 时， $\lambda = 3393.6nm$

$k = 2$ 时， $\lambda = 1131.2nm$

$k = 3$ 时， $\lambda = 678.72nm$

$k = 4$ 时， $\lambda = 484.8nm$

$k = 5$ 时， $\lambda = 377.07nm$

又可见光范围为380 – 780nm

所以所求波长为： $\lambda = 678.72nm, 484.8nm$

5、折射率为1.5的玻璃片上，镀一层折射率为1.38的薄膜，为了使波长为520nm的光垂直反射减到最小，求：膜的最小厚度。

解：由于顺着光到达的介质先后，折射率由小到大排列($1.38 < 1.5$)，无半波损失，则反射最小满足

$$2nh = (2k - 1)\frac{\lambda}{2}, (k = 1, 2, 3 \cdots)$$

$k = 1$ 时给出最小厚度，所以

$$h_{min} = \frac{(2 \cdot 1 - 1) \frac{\lambda}{2}}{2n} = \frac{520nm/2}{2 \times 1.38} = 94.2nm$$

6、用波长为 λ 的单色光垂直照射空气劈尖，观察到距离棱边 L 处是暗条纹中心，以棱边为转轴缓慢增大劈尖角 θ ，当该处再次成为暗条纹中心时，求劈尖角增量 $\Delta\theta$ 。

解：等厚干涉暗条纹条件：

$$\delta = 2nh = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, (k = 0, 1, 2 \cdots)$$

所以

$$h = \frac{(2k + 1)\lambda}{4n}$$

$$\Delta h = \frac{2\lambda}{4n} = \frac{\lambda}{2n}$$

又 $\Delta h = L\Delta\theta$ ，所以

$$\Delta\theta = \frac{\Delta h}{L} = \frac{\lambda}{2nL} = \frac{\lambda}{2L}$$

7、牛顿环装置由折射率为1.38、半径为 R 的平凸镜和相同折射率的光学平玻璃组成，若将实验从空气中移入折射率为1的水中，求第8级暗环直径的相对变化 $\frac{\Delta D_8}{D_8}$ 。

解：由于 $n_1 > n_2 > n_3$ ，考虑半波损失

而 $n_2 \neq 1$ ，则暗条纹条件为 $h_k = k \frac{\lambda}{2n_2}$

又

$$R = \frac{r_k^2}{2h_k} = \frac{n_2 r_k^2}{k \lambda_0}$$

所以

$$r_k = \sqrt{\frac{k \lambda_0 R}{n_2}}$$

所以

$$\frac{\Delta D_8}{D_8} = \frac{2r'_k - 2r_k}{2r_k} = \frac{\sqrt{\frac{1}{1.33}} - \sqrt{\frac{1}{1}}}{\sqrt{11}} = \frac{1}{\sqrt{1.33}} - 1 = -0.133$$

负号表示减小

8、用波长为 λ 的平行单色光垂直照射图34-3中所示的装置，观察空气薄膜上下表面反射光形成的等厚干涉条纹。试分析中央和边缘处的明暗情况，可观察到几条暗纹。

解：确定明暗条纹的条件为

$$\delta = 2nh + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda, & \text{明;} \\ (2k' + 1) \frac{\lambda}{2}, & \text{暗.} \end{cases}$$

中央：

$$\delta = 2 \times \frac{7}{4} \lambda + \frac{\lambda}{2} = 4\lambda$$

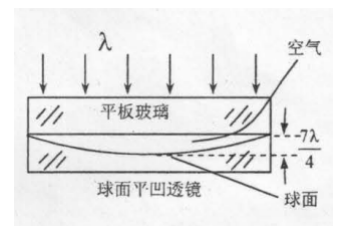
是第四级明条纹中心

边缘处：

$$\delta = 2 \cdot 0 + \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2}$$

是第一级暗条纹中心

所以，可观察到4条明纹，3条暗纹（最边缘处暗条纹不可见）。



III. 作业35答案

1、叙述惠更斯-菲涅耳原理。

答：波阵面上每一个小面元都可以看作发射球面波的子波源，其前方空间任一点的光振动是所有子波在该点引起振动的相干叠加。

2、写出夫琅禾费衍射与菲涅耳衍射的区别。

答：夫琅禾费衍射：入射光源到衍射屏的距离 $R \rightarrow \infty$ ，衍射屏到观察屏的距离 $r \rightarrow \infty$ ，两个条件同时满足。

菲涅耳衍射：入射光源到衍射屏的距离 $R \rightarrow \infty$ ，衍射屏到观察屏的距离 $r \rightarrow \infty$ ，两个条件不同时满足。

3、夫琅禾费衍射实验中单缝是可调式的，若调节缝宽，使观察屏上第3级暗条纹中心成为2级暗条纹中心，求缝宽相对原来宽度的变化率。

解：干涉相消的条件为

$$a \sin \theta_k = \pm k\lambda (k = 1, 2, 3, \dots)$$

由 $a_1 \sin \theta = 3\lambda$ 和 $a_2 \sin \theta = 2\lambda$ 可知

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{2}{3}$$

相对原来的变化率为

$$\frac{a_2 - a_1}{a_1} = \frac{2 - 3}{3} = -\frac{1}{3}$$

负号表示减小

4、 $\lambda = 560nm$ 的平行单色光束，射到宽度 $a = 0.4mm$ 的狭缝上，缝后透镜的焦距 $f = 40cm$ ，观测屏放在透镜的焦平面处，求：中央明条纹的宽度。

解：中央明条纹的宽度为

$$\Delta x_0 = \frac{2\lambda f}{a} = \frac{2 \times 560 \times 10^{-9} \times 40 \times 10^{-2}}{0.4 \times 10^{-3}} m = 1.12 \times 10^{-6} m = 1.12 mm$$

5、单缝夫琅禾费实验， $\lambda = 600nm$ 的准单色光的衍射图样中两个2级暗纹中心的间距为 $2cm$ ，已知透镜的焦距 $f = 40cm$ ，求：狭缝宽度。

解：设狭缝宽度为 a ，则暗纹中心的衍射角满足：

$$a \sin \theta_k = \pm k\lambda (k = 1, 2, 3, \dots)$$

且

$$\Delta x_2 = 2f \tan \theta_2$$

所以

$$a = \frac{2\lambda}{\sin \theta_2} \approx \frac{2\lambda}{\tan \theta_2} = \frac{2\lambda \cdot 2f}{\Delta x_2} = \frac{4\lambda f}{\Delta x_2} = \frac{4 \times 40 \times 10^{-2} \times 600 \times 10^{-9}}{2 \times 10^{-2}} m = 4.8 \times 10^{-5} m = 48 \mu m$$

6、用未知频率的蓝光作单缝夫琅禾费衍射实验，已知狭缝宽度 $a = 0.6mm$ ，远镜焦距 $f = 0.4m$ ，观察屏上离中心 $1.4mm$ 处是明条纹中心，求：入射光的波长。

解：由

$$a \sin \theta_k = \pm (2k - 1) \frac{\lambda}{2} (k = 1, 2, 3, \dots)$$

且

$$f \tan \theta = 1.4 \times 10^{-3} m$$

知

$$\lambda = \frac{2a}{2k-1} \sin \theta \approx \frac{2a}{2k-1} \tan \theta = \frac{2 \times 0.6 \times 10^{-3}}{2k-1} \frac{1.4 \times 10^{-3}}{0.4} = \frac{4200}{2k-1} nm$$

当 $k = 1$ 时, $\lambda = 4200 nm$;

当 $k = 2$ 时, $\lambda = 1400 nm$;

当 $k = 3$ 时, $\lambda = 840 nm$;

当 $k = 4$ 时, $\lambda = 600 nm$;

当 $k = 5$ 时, $\lambda = 467 nm$;

当 $k = 6$ 时, $\lambda = 382 nm$;

因为是蓝光, 所以 $\lambda = 467 nm$.

7、天文台的反射式望远镜的通光孔径为 $2.5m$, 设星体发射 $\lambda = 550 nm$ 的准单色光, 求: 望远镜所能分辨的双星的最小夹角。

解: 光学仪器对像的最小可分辨角为

$$\Delta \theta = \frac{1.22 \lambda}{D} = \frac{1.22 \times 550 \times 10^{-9}}{2.5} rad = 2.684 \times 10^{-7} rad$$

8、在图35-1的单缝夫琅禾费衍射实验中, 若作如下操作, 衍射图样将如何变化?

(1) 线光源 S 上下作微小移动;

(2) 透镜 L_1 上下作微小移动;

(3) 透镜 L_2 上下作微小移动。

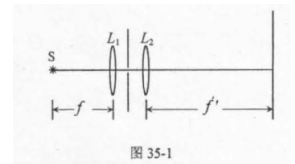


图 35-1

答: (1) 衍射图样上下做相反的移动;

(2) 衍射图样上下做相同的移动;

(3) 衍射图样上下做相同的移动。

IV. 作业36答案

1、用含有波长 λ_1 、 λ_2 的复色光作光栅衍射实验，先后两次实验用了A、B两块光栅常数 d 相同、总刻痕数 $N_A \neq N_B$ 的光栅，测得两组一级光谱(如图36-1所示)，则[A]。

A. $N_A > N_B; \lambda_1 < \lambda_2$; B. $N_A < N_B; \lambda_1 < \lambda_2$;

C. $N_A > N_B; \lambda_1 > \lambda_2$; D. $N_A < N_B; \lambda_1 > \lambda_2$;

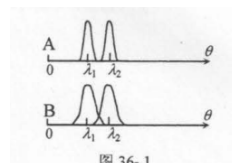


图 36-1

简单说明理由：由光栅方程 $d \sin \theta = m\lambda$ 同一级光栅衍射光谱波长越长，衍射角越大，因此 $\lambda_1 < \lambda_2$ ，由光栅的色分辨本领 $R = Nm$ ，同一级光栅衍射光谱， N 越大，光栅分辨本领越大，因此 $N_A > N_B$ 。

2、用单色光垂直入射一光栅，屏幕上只能看到0级、1级和2级主极大，要想在屏幕上观察到更高级次的主极大，可以采用下述哪些措施[A.C.E].

A.用波长更短一些的单色光； B.用波长更长一些的单色光；

C.换一个光栅常数较大的光栅； D.换一个光栅常数较小的光栅；

E.单色光斜入射光栅

简单说明理由：由光栅方程 $d \sin \theta = m\lambda$ 可知，要观察到更高级次的主极大，需减少 θ ，故可以采取的方法是用波长更短一些的单色光、换一个光栅常数较大的光栅，A.C正确，又因为，当入射角为 $\theta_0 (0 < \theta_0 < \frac{\pi}{2})$ 时，光栅方程为 $d(\sin \theta - \sin \theta_0) = m\lambda$ ，故E中使单色光斜入射光栅， θ 会增大，而不是减小，故E不正确，答案为A.C.

3、用波长 $\lambda = 480nm$ 的平行光垂直照射缝宽 $a = 0.08mm$ 的双缝，已知双缝的中心间距 $d = 0.4mm$ ，双缝后会聚透镜的轴与平行光方向一致，焦距 $f = 2.0m$ ，观察屏与透镜焦平面重合。求：(1)观察屏上干涉条纹的间距；(2)单缝衍射中央明条纹范围内干涉明条纹的数目。

解：(1) 观察屏上干涉条纹的间距

$$\Delta x = \frac{D}{d} \lambda = \frac{f}{d} \lambda = \frac{2.0m}{0.4mm} \times 480nm = 2.4mm$$

(2) 把双缝看作光栅，单缝衍射暗纹的位置

$$a \sin \theta = k\lambda$$

双缝干涉主极大的位置

$$d \sin \theta = m\lambda, (m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots)$$

所以单缝衍射中央明条纹范围内，双缝干涉明条纹的最高级数

$$m = \frac{d}{a} = \frac{0.4}{0.08} = 5$$

又因为 $m = \frac{d}{a} k = 5k$ ，(k为整数)时缺级，所以第5级缺级

所以单缝衍射中央明条纹范围内干涉明条纹的数目为 $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$ 共9级干涉条纹。

4、波长为 $500nm$ 的单色光以 30° 的倾角入射到光栅上，已知光栅常数 $d = 2.1\mu m$ 、透光缝宽 $a = 0.7\mu m$ ，求：所有能看到的谱线级次。

解：入射角为 θ_0 时，光栅方程为：

$$d(\sin \theta - \sin \theta_0) = m\lambda, (m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots)$$

所以

$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{d} + \sin \theta_0 = \frac{m \cdot 500 \times 10^{-9}}{2.1 \times 10^{-6}} + \frac{1}{2} = \frac{5}{21}m + \frac{1}{2}$$

又 $|\sin \theta| < 1$ 所以

$$-1 < \frac{5}{21}m + \frac{1}{2} < 1$$

故有

$$-6.1 < m < 2.1$$

又 $m = \frac{d}{a}k = 3k$ (k 为整数) 时缺级, 所以 $m = -3, -6$ 缺级。
所以, 能看到的谱线级次为: $-5, -4, -2, -1, 0, 1, 2$, 共 7 条。

5、复色光由波长为 $\lambda_1 = 600nm$ 与 $\lambda = 400nm$ 的单色光组成, 垂直入射到光栅上, 测得屏幕上距离中央明纹中心 $5cm$ 处 λ_1 的 m 级谱线与 λ_2 的 $m+1$ 谱线重合, 若会聚透镜的焦距 $f = 50cm$, 求: (1) m 的值; (2) 光栅常数 d 。

解: (1) 由于光栅方程为

$$d \sin \theta = \pm m \lambda$$

又 λ_1 的 m 级谱线与 λ_2 的 $m+1$ 谱线重合, 所以

$$m \lambda_1 = (m+1) \lambda_2$$

即

$$m \times 600nm = (m+1) \times 400nm$$

可得: $m = 2$

(2) 由光栅方程知:

$$d = \frac{m \lambda_1}{\sin \theta} \approx \frac{2 \times 600nm}{5/50} = 12000nm = 12\mu m$$

6、一块光栅, 每毫米有 400 条刻痕, 用波长范围为 $490nm - 720nm$ 复色光垂直照射, 问: 可以测到多少级完整(不重叠)的光谱?

解: 最长波长 $\lambda_+ = 720nm$, 最短波长 $\lambda_- = 490nm$

由光栅方程知:

$$d \sin \theta_m^+ = m \lambda_+, d \sin \theta_{m+1}^- = m \lambda_-$$

又谱线不重叠, 即: $\theta_m^+ < \theta_{m+1}^-$

所以 $m \lambda_+ < (m+1) \lambda_-$

故可得

$$m < \frac{\lambda_-}{\lambda_+ - \lambda_-} = \frac{490nm}{720nm - 490nm} = 2.13$$

故可以测到 2 级完整的光谱。

7、 $\lambda = 0.11nm$ 的 X 射线射向岩盐晶面, 测得第 1 级亮纹的掠射角为 11.5° , 求: (1) 岩盐晶体这一方向上的晶格常数 d ; (2) 当换另一束 X 射线时, 测得第 1 级亮纹出现在掠射角为 17.5° 的方向上, 求该射线的波长。

解: (1) 由布拉格定律

$$2d \sin \theta = k \lambda, (k = 1, 2, 3, \dots)$$

得

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin \theta} = \frac{0.11 \times 10^{-9}}{2 \sin 11.5^\circ} m = 0.276nm$$

(2) 根据布拉格定律可得

$$\lambda = 2d \sin \theta = 2 \times 0.276nm \sin 17.5^\circ = 0.166nm$$

8、用晶格常数 $d = 0.275nm$ 的晶体, 作 X 射线衍射实验, 若射线包含从 $0.095nm - 0.130nm$ 波带中的各种波长, (1) 当掠射角 $\varphi = 15^\circ$, 问是否可测得衍射极大? (2) $\psi = 45^\circ$ 呢?

解: (1) 由布拉格定律知

$$\lambda = \frac{2d \sin \varphi}{k}$$

$$k = 1 \text{ 时, } \lambda = 2 \times 0.275 \text{ nm} \times \sin 15^\circ = 0.142 \text{ nm}$$

$$k = 2 \text{ 时, } \lambda = \frac{2 \times 0.275 \text{ nm} \times \sin 15^\circ}{2} = 0.071 \text{ nm}$$

无论 k 取何值, λ 都不可在波带中, 所以不可测得衍射极大。

(2) 由布拉格定律可得

$$\lambda' = \frac{2d \sin \phi}{k} = \frac{2 \times 0.275 \sin 45^\circ}{k} = \frac{0.389 \text{ nm}}{k}$$

$$k = 1 \text{ 时, } \lambda = 0.389 \text{ nm}$$

$$k = 2 \text{ 时, } \lambda = 0.1945 \text{ nm}$$

$$k = 3 \text{ 时, } \lambda = 0.1297 \text{ nm}$$

$$k = 4 \text{ 时, } \lambda = 0.09725 \text{ nm}$$

$$k = 5 \text{ 时, } \lambda = 0.0778 \text{ nm}$$

故, 当 $k = 3, 4$ 时波长在波带中, 可以测得衍射极大。

V. 作业37答案

1、写出光的全部偏振状态。

答：线偏振光、椭圆偏振光、圆偏振光、自然光、部分偏振光

2、如图37-1所示，平行放置的偏振片 P_1 、 P_2 的偏振化方向相互垂直，中间插入另一偏振片 P_3 ，光强为 I_0 的自然光从 P_1 入射这组偏振片，分别求：当 P_3 、 P_1 的偏振化方向夹角为 30° 、 45° 时，出射光强。

解：一束光强为 I_0 的自然光通过偏振片后，就成为光强为 $\frac{I_0}{2}$ 、光矢量沿着偏振片偏振化方向的线偏振光。

又由马吕斯定律知，当 $\theta = 30^\circ$ 时

$$I = \frac{I_0}{2} \cos^2 30^\circ \cos^2 60^\circ = \frac{3}{32} I_0$$

当 $\theta = 45^\circ$ 时

$$I = \frac{I_0}{2} \cos^2 45^\circ \cos^2 45^\circ = \frac{I_0}{8}$$

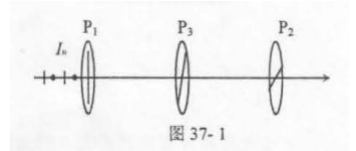


图 37- 1

3、偏振片 P_1 、 P_2 、 P_3 如图37-1放置，光强为 I_0 的自然光从 P_1 入射。(1)如果测得出射 P_2 的光强为 $\frac{I_0}{8}$ ，求 P_1 与 P_3 偏振化方向之间的夹角；(2)保持 P_1 、 P_2 不动，欲使出射光强为零， P_3 应如何放置？能否为 P_3 找到一个合适的方位，使出射光强为 $\frac{I_0}{2}$ ？

解：(1) 假设 P_1 与 P_3 偏振化方向之间的夹角为 α ，则

$$\frac{I_0}{8} = \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha$$

解之得：

$$\alpha = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

(2) 若欲使出射光强为0，则同(1)得

$$0 = \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha = \frac{I_0}{2} \left(\frac{1}{2} \sin 2\alpha \right)^2 = \frac{I_0}{4} \sin^2 2\alpha$$

解之得：

$$\alpha = 0, \frac{\pi}{2}$$

即 P_1 与 P_3 平行或垂直

若欲使出射光强为 $\frac{I_0}{2}$ ，则

$$\frac{I_0}{2} = \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha = \frac{I_0}{2} \left(\frac{1}{2} \sin 2\alpha \right)^2$$

化简得

$$\sin 2\alpha = \pm 2$$

故无解，所以找不到 P_3 合适的方位，使出射光强为 $\frac{I_0}{2}$ 。

4、部分线偏振光垂直通过偏振片，测得透射光强的最大值与最小值之比为5，求偏振度。

解：部分偏振光可以看成有自然光和偏振光叠加而成，设部分偏振光中偏振光光强为 I_p ，自然光光强为 I_n ，则部分偏振光光强为 $I_o = I_n + I_p$ 。

$$I_{max} = \frac{1}{2} I_n + I_p, I_{min} = \frac{1}{2} I_n$$

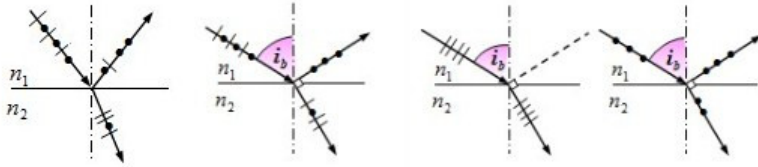
又测得透射光强的最大值与最小值之比是5，所以

$$\frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{\frac{1}{2}I_n + I_p}{\frac{1}{2}I_n} = 5$$

得 $I_p = 2I_n$ ，所以偏振度

$$P = \frac{I_p}{I_p + I_n} = \frac{2}{3}$$

5、画出下图37-2中的反射光、折射光以及它们的偏振状态。



6、光在两种媒质的界面上的全反射临界角为 45° ，求同一侧的布儒斯特角。

解：由全反射临界角为 45° 知

$$n_1 \sin 45^\circ = n_2$$

令布儒斯特角为 i ，则

$$\tan i = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

解之得

$$i = 35.26^\circ$$

7、自然光以布儒斯特角从空气入射到水中，又从水中的玻璃表面反射，若这反射光是线偏振光，求玻璃表面与水平面的夹角。 $(n_{water} = 1.333, n_{glass} = 1.51)$

解：自然光以布儒斯特角从空气入射到水中时

$$\tan i_B = \frac{n_2}{n_1} = 1.333$$

得 $i_B = 53.06^\circ$

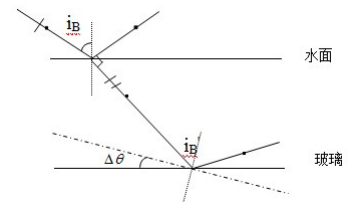
又从水中玻璃面反射时

$$\tan i'_B = \frac{n_3}{n_2} = \frac{1.51}{1.333} = 1.133$$

得 $i'_B = 48.63^\circ$

由几何关系知，玻璃表面与水平面的夹角为

$$\Delta\theta = 53.06^\circ + 48.63^\circ - 90^\circ = 11.69^\circ$$



8、如图37-3所示，太阳射在一池静水上，测得反射光为线偏振光，若水的折射率为1.33，求：太阳的仰角 α 。

解：由

$$\tan(90^\circ - \alpha) = 1.33$$

得

$$\alpha = 90^\circ - 53.06^\circ = 36.94^\circ$$

故太阳的仰角 $\alpha = 36.94^\circ$

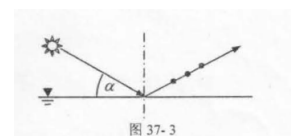


图 37-3

VI. 作业38答案

1、什么是寻常光？什么是非常光？它们的振动方向一定相互垂直吗？

答：寻常光：遵守折射定律的光束，简称o光；

非常光：不遵守折射定律的光束，不在入射面内，称为e光；

o光和e光的振动方向一般不垂直，只有当入射面与主截面重合时，o光、e光的主平面与主截面、入射面三者重合，o光、e光的振动方向垂直。

2、晶体对波长为 λ_0 的单色光的主折射率分别为 n_o 、 n_e ，当光在晶体内沿着光轴传播时，o光、e光的波长分别为多少？当光在晶体内垂直光轴传播时，o光、e光的波长分别为多少？

解：（1）沿着光轴传播时，o光和e光折射率相同，均为 n_o ，则

$$\lambda_o = \lambda_e = \frac{\lambda_0}{n_o}$$

（2）垂直光轴传播时，o光折射率为 n_o ，e光折射率为 n_e ，则

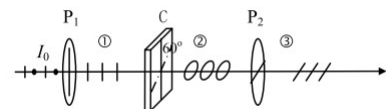
$$\lambda_o = \frac{\lambda_0}{n_o}, \lambda_e = \frac{\lambda_0}{n_e}$$

3、如图38-1所示， P_1 、 P_2 是两个平行放置的正交偏振片，C是相对入射光的四分之一波片，其光轴与 P_1 的透光方向的夹角为 60° ，光强为 I_0 的自然光从左边依次入射。（1）写出各区域光的偏振状态，用符号在图中表示；（2）绕光线旋转四分之一波片C，③区的光强如何变化？

解：（1）①区为线偏振光，偏振化方向与 P_1 偏振化方向相同

②区为椭圆偏振光，短轴沿c的光轴方向

③区为线偏振光，偏振化方向沿 P_2 的偏振化方向



（2）四分之一波片C绕光线旋转，③区的光强有明暗变化，并且由马吕斯定律知，③区的光强为 $I = \frac{1}{4}I_0 \sin^2 2\alpha$ ，其中 α 为光轴与 P_1 偏振化方向的夹角，所以光强可以为0。

4、光强为 I_0 的圆偏振光垂直通过四分之一波片后又经过一块透光方向与波片光轴夹角为 15° 的偏振片，不考虑吸收，求最后的透射光强。

解：圆偏振光通过1/4波片后成为线偏振光，光矢量与晶片光轴成 45° 角，光强不变，再经过偏振片

$$I = I_0 \cos^2 (45^\circ - 15^\circ) = \frac{3}{4}I_0$$

或者

$$I = I_0 \cos^2 (45^\circ + 15^\circ) = \frac{1}{4}I_0$$

所以透射光强为 $\frac{3}{4}I_0$ 和 $\frac{1}{4}I_0$

5、一束线偏振光垂直表面射入双折射晶体，分别说明光矢量与主平面的方位怎样才能满足晶体内的光(1)只有o光；(2)只有e光；(3)既有o光又有e光。

解：光矢量与光轴的夹角为 90° 时，只有o光；光矢量与光轴的夹角为 0° 时，有e光，其余情况既有o光，又有e光。

6、一束线偏振光垂直入射到方解石晶体上，如果光矢量的方向与晶体的主截面成 30° 角，求晶体中o光、e光的光强比值，如果是自然光入射呢？

解：线偏振光进入晶体后，光矢量分解为垂直于入射面振动的o光和平行于入射面振动的e光，则

$$E_o = E \sin 30^\circ, E_e = E \cos 30^\circ$$

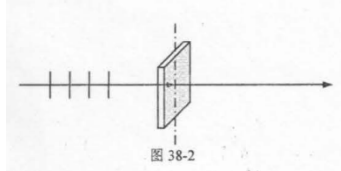
又 $I \propto E^2$ ，所以

$$\frac{I_o}{I_e} = \tan^2 30^\circ = \frac{1}{3}$$

自然光入射时，各个方向振动的光矢量大小相等，即 $E_o = E_e$ ，所以

$$\frac{I_o}{I_e} = 1$$

7、如图38-2所示，波长为 $600nm$ 的线偏振光垂直射入一块方解石 ($n_o = 1.658$ 且 $n_e = 1.486$) 波晶片，已知波晶片的光轴与表面平行，欲使通过波晶片的光成为圆偏振光，问：(1) 计算波晶片厚度的可取值；(2) 波晶片的光轴方向有何要求？



解：(1) 由 $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}(2m+1) = \frac{2\pi d}{\lambda_0}(n_o - n_e)$ 知

$$d = \frac{\lambda_0}{4(n_o - n_e)}(2m+1) = \frac{600nm}{4(1.658-1.486)}(2m+1) = (2m+1) \times 872nm, (m = 0, 1, 2, \dots)$$

(2) 波晶片的光轴方向与光矢量方向成 45° 角

8、如何利用偏振片确定部分线偏振光中线偏振光的光矢量方向？

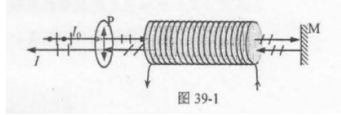
答：用偏振片绕着光线方向旋转，当光强最大时，偏振片的透光方向即为线偏振光的光矢量方向。

VII. 作业39答案

1、线偏振光在长为 L 、旋光率为 α 的天然旋光物质中往返一次，写出光矢量的旋转角。

解：线偏振光通过天然旋光物质，当光的传播方向改变时，物质左旋或右旋的性质不变，因此当线偏振光在天然旋光物质中往返一次时，其光矢量旋转角为0。

2、如图39-1所示，光强为 I_0 的自然光经过偏振片、铅玻璃棒(放在螺线管中产生磁致旋光效应)、反射镜 M 后顺原路返回。已知光矢量单程旋转角 $\Phi = 30^\circ$ ，求：最后经过偏振片 P 以后的光强 I 。



解：自然光第一次通过 P 后，变为光强为 $\frac{I_0}{2}$ 的线偏振光，因为光矢量单程旋转角为 30° ，经过反射镜后光矢量方向与 P 的偏振化方向仍为 30° ，再经过前玻璃棒，光矢量再次旋转 30° ，到达 P 时，光矢量方向与 P 的振动方向夹角为 60° ，所以

$$I = \frac{I_0}{2} \cos^2 60^\circ = \frac{I_0}{8}$$

3、当复色光发生瑞利散射时，在同一方向测量散射光强[D]。

A.与波长成反比，与散射角无关 B.与波长四次方成正比，与散射角有关

C.与波长成正比，与散射角有关 D.与波长四次方成反比，与散射角有关

理由：瑞利散射总光强为 $I = \frac{N\omega^4\alpha^4 I_0}{32\pi^2 c^4 r^2} (1 + \cos^2 \psi)$ ，所以 $I \propto \omega^4$ 或 $I \propto \frac{1}{\lambda^4}$ ，所以散射光强与波长四次方成反比，与散射角（ $\phi = 90^\circ - \theta$ ）有关。

4、正常色散的特点是：折射率 n 随波长 λ 的增加而单调下降。

5、频率为 μ 的单色光入射某介质，若介质分子的固有频率为 μ_0 、 μ'_0 、 μ''_0 ，拉曼散射光紫伴线的频率为 $\mu + \mu_0, \mu + \mu'_0, \mu + \mu''_0$ ，红伴线的频率为 $\mu - \mu_0, \mu - \mu'_0, \mu - \mu''_0$ 。

6 一玻璃管长 $3.50m$ ，内贮标准太气压下的某种气体，若在此条件下气体的吸收系数 $\beta = 0.1650m^{-1}$ ，求：透射光强与入射光强之比。

解：由朗伯特定律 $I = I_0 e^{-\beta x}$ 知

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\beta x} = e^{-0.1651m^{-1} \times 3.5m} = 0.5612$$

7、媒质对某种准单色光的真吸收系数 $\beta_a = 0.32cm^{-1}$ ，两次测得透射光强分别是入射光强的10%、50%，求：相应媒质的厚度。

解：由朗伯特定律 $I = I_0 e^{-\beta x}$ 知

$$x = -\frac{1}{\beta} \ln \frac{I}{I_0}$$

所以

$$x_1 = -\frac{1}{0.32cm^{-1}} \ln 0.1 = 7.2cm$$

$$x_2 = -\frac{1}{0.32cm^{-1}} \ln 0.5 = 2.17cm$$

8、一个长为 $30cm$ 的管子中有含烟气体时能透过60%的光强，将烟除净后能透过光强为92%，假设烟粒对光只散射不吸收，求：烟的散射系数和气体的吸收系数。

解：总吸收系数可以分为吸收系数与散射系数两部分

$$\beta = \beta_a + \beta_s$$

吸收系数满足

$$\frac{I}{I_0} = E^{-\beta_a x} = 92\%$$

总吸收系数满足

$$\frac{I}{I_0} = E^{-\beta x} = 60\%$$

代入数据解之得

$$\beta_a = 0.278m^{-1}, \beta_s = \beta - \beta_a = 1.703m^{-1} - 0.278m^{-1} = 1.425m^{-1}$$

9、在太空(没有大气层)看到的天空是什么颜色的? 为什么?

答: 我们在地球上看到天空是蓝色的, 原因是大气层的瑞利散射。没有大气层的散射, 人们无法从侧面看到光, 所以在太空见到的天空是黑色的。

I. 作业40答案

1、写出绝对黑体的定义。

答：能吸收照射在黑体上的所有电磁辐射的物体。

2、以实线表示确定频率的单色光照射某金属，产生光电效应的伏安曲线，虚线表示采用频率更高的单色光，但是保持光强不变进行光电效应实验的伏安曲线。问：图40-1 中哪个正确？为什么？

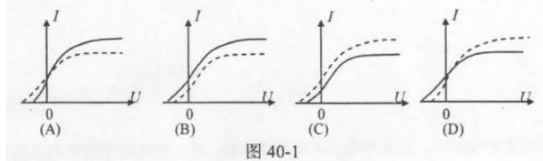


图 40-1

简单说明理由：由于频率越高，遏制电压越大，因此正确的图为A或是C；又在光强相同的情况下，频率越低，单位时间内入射到金属上的光子数越多，饱和电流强度也就越大，故答案为A。

3、设平衡热空腔上一面积为 4cm^2 的小孔，每分钟向外辐射能量 640J ，求空腔内的温度。

($\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4$, $b = 2.898 \times 10^{-3} \text{m} \cdot \text{K}$)

解：由斯特藩——波尔兹曼定律知，总辐射出射度为

$$M = \sigma T^4$$

故辐射功率

$$P = A\sigma T^4$$

因此

$$T = \sqrt[4]{\frac{P}{A\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{640\text{J}/60\text{s}}{4 \times 10^{-4}\text{m}^2 \times 5.67 \times 10^{-8}\text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4}} \approx 828\text{K}$$

4、从金属铝中逸出一个电子至少需要 4.2eV 的能量，今有波长 $\lambda = 200\text{nm}$ 的紫外线照射铝表面，求：(1)铝的红限波长；(2)遏制电压；(3)光电子的最大初动能。($e = 1.6 \times 10^{-19}\text{C}$, $h = 6.626 \times 10^{-34}\text{J} \cdot \text{s}$)

解：(1) 铝的红限波长

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{hc}{E} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{4.2 \times 1.6 \times 10^{-19}} \text{m} \approx 2.96 \times 10^{-7} \text{m} = 296\text{nm}$$

(2) 遏制电压

$$U_c = \frac{h\nu}{e} - U_0 = \frac{hc}{\lambda} - U_0 = \frac{6.622 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{200 \times 10^{-9} \times 1.6 \times 10^{-19}} - 4.2 \approx 2\text{V}$$

(3) 光电子的最大初动能

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = eU_c = 1.6 \times 10^{-19}\text{C} \times 2\text{V} = 3.2 \times 10^{-19}\text{J} = 2\text{eV}$$

5、在加热黑体过程中，其最大单色辐射本领的波长由 $0.6\mu\text{m}$ 变到 $0.4\mu\text{m}$ ，则其总辐射本领增加多少倍？

解：由维恩位移定律 $\lambda_m T = b$ 知

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\lambda_{m1}}{\lambda_{m2}}$$

又由斯特藩——波尔兹曼定律 $M = \sigma T^4$ 知

$$\frac{M_2}{M_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4 = \left(\frac{\lambda_{m1}}{\lambda_{m2}}\right)^4 = \left(\frac{0.6\mu\text{m}}{0.4\mu\text{m}}\right)^4 = 5.0625$$

6、什么是康普顿效应？写出康普顿效应散射光的主要特点。

答：康普顿效应：当X射线在电子上发生散射时，在散射光中，除了与入射光波长相同的成分外，还有入射光比入射光波长长的成分。

特点：①散射光波长随散射角增大；②康普顿波长成分的强度随散射物质的原子序数增大而较小。

7、在康普顿散射中，设反冲电子的速度为 $0.6c$ ，问：在散射过程中电子获得的能量是其静止能量的多少倍？
解：散射过程中电子获得的能量为

$$E_k = E - E_0 = m_0 c^2 / \sqrt{1 - v^2/c^2} - m_0 c^2$$

所以

$$\frac{E_k}{E_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 = \frac{1}{\sqrt{1 - (0.6c)^2/c^2}} - 1 = 0.25$$

8、在康普顿散射中，若照射光光子能量与电子的静止能量相等，求：(1)散射光光子的最小能量；(2)反冲电子的最大动量。

解：(1) 散射后光子的波长为

$$\lambda = \lambda_0 + (2h/m_0 c) \sin^2 (\varphi/2)$$

故最长波长为

$$\lambda_m = \lambda_0 + 2h/m_0 c$$

因此，散射光光子的最小能量（注 $hc/\lambda_0 = m_0 c^2 \approx 0.511 \text{ MeV}$ ）

$$E_{min} = \frac{hc}{\lambda_m} = \frac{hc}{\lambda_0 + \frac{2h}{m_0 c}} = \frac{hc}{\lambda_0} / (1 + \frac{2(hc/\lambda_0)}{m_0 c^2}) = \frac{m_0 c^2}{3} \approx 0.17 \text{ MeV}$$

(2) 反冲电子的最大能量

$$E_{max} = E_0 + \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda_m} = m_0 c^2 + m_0 c^2 - \frac{m_0 c^2}{3} = \frac{5}{3} m_0 c^2$$

最大动能

$$p_m = \frac{1}{c} \sqrt{E_{max}^2 - m_0^2 c^4} = \frac{4}{3} m_0 c \approx 3.6 \times 10^{-22} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

II. 作业41答案

1、设氢原子的质量为 m ，动能为 E_k ，不考虑相对论效应，求其德布罗意波长。

解：由

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

知

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}}$$

2、欲使电子腔中电子的德布罗意波长为 $0.1nm$ ，求加速电压。

解：由于电子的波长不是太长，因此可使用非相对论力学

$$E_k = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2} = eU$$

所以

$$U = \frac{h^2}{2m\lambda^2e} = \frac{(6.626 \times 10^{-34})^2}{2 \times 9.11 \times 10^{-31} \times 10^{-20} \times 1.6 \times 10^{-19}} \approx 151V$$

3、如图41-1所示一束动量为 p 的电子，通过缝宽为 a 的狭缝，在距离狭缝为 R 处放置一荧光屏，求屏上衍射图样中央明条纹的宽度 d 。

解：由德布罗意关系知

$$\lambda = h/p$$

单缝衍射暗条纹的条件为

$$a \sin \theta_k = \pm k\lambda$$

由于 $R \gg d$ ，所以 $\sin \theta_1 \approx d/2R$ 。

于是

$$d = 2R \sin \theta_1 = 2R\lambda/a = 2Rh/pa$$

4、 $\lambda_0 = \frac{h}{m_e c}$ 称为电子的康普顿波长(m_e 为电子的静止质量， h 为普朗克常数， c 为真空中的光速)，已知电子的动能等于它的静止能量，求德布罗意波长 λ 。

解：由于电子的动能等于它的静止能量，因此必须使用相对论力学。

电子的动量 p 由此式决定

$$\sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4} - m_e c^2 = m_e c^2$$

可得

$$p = \sqrt{3} m_e c$$

所以电子的德布罗意波长为

$$\lambda = h/p = h/\sqrt{3} m_e c = \lambda_0/\sqrt{3}$$

5、反应堆中的热中子动能约为 $6.12 \times 10^{12} eV$ ，计算这种热中子的德布罗意波长。

解：中子的静止能量为

$$m_n c^2 = 1.675 \times 10^{-27} \times 9 \times 10^{16} \approx 9.42 \times 10^8 eV$$

中子的动量 p 由此决定

$$E_k = \sqrt{p^2 c^2 + m_n^2 c^4} - m_n c^2$$

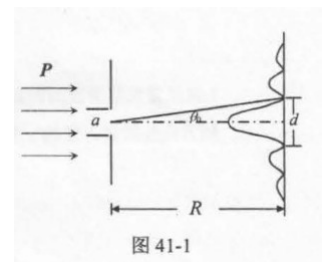


图 41-1

因此

$$p = (1/c)\sqrt{E_k(E_k + 2m_n c^2)}$$

由德布罗意关系，有热中子的德布罗意波长为

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{\sqrt{E_k(E_k + 2m_n c^2)}} \approx \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{\sqrt{6.12 \times 10^{12} \times (6.12 \times 10^{12} + 2 \times 9.42 \times 10^8)} \times 1.6 \times 10^{-19}} \approx 2.03 \times 10^{-19} m$$

注：由于 $E_k \gg m_0 c^2$ ，因此近似地有 $\lambda \approx hc/E_k$ 。

6、质量为 m 的电子，由静止起被电势差 $U_{12} = 900V$ 的电场加速，试计算其德布罗意波的波长。（ $m_e = 9.11 \times 10^{-31} kg$ ，普朗克常数 $h = 6.63 \times 10^{-34} J \cdot s$ ）。

解：由于电子所获得的动能 $E_k = eU_{12} = 900eV \gg m_0 c^2 = 0.511 MeV$ ，因此可不考虑相对论效应，有

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e e U_{12}}} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 9.11 \times 10^{-31} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 900}} \approx 0.0409 nm$$

7、氦氖激光器所发出的红光波长为 $\lambda = 632.8 nm$ ，谱线宽度 $\Delta\lambda = 1 nm$ ，问：当这种光子沿 x 轴方向传播时，它的 x 坐标的不确定量多大？

解：由 $p = \frac{h}{\lambda}$ ，有 $\Delta p = \frac{h\Delta\lambda}{\lambda^2}$ 。

由 $\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$ ，有

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{2\Delta p} = \frac{\lambda^2}{4\pi\Delta\lambda} = \frac{632.8^2}{4 \times 3.14 \times 10^{-9}} \approx 3.19 \times 10^{13} nm = 3.19 \times 10^4 m$$

8、若一个电子和一个质子具有同样的动能，哪个粒子的德布罗意波长较大？

解：考虑到相对论效应，有

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{E_k(E_k + 2m_0 c^2)}}$$

因为 $m_p \gg m_e$ ，所以 $\lambda_e > \lambda_p$ 。

$$\frac{1}{\sqrt{a}} \cos \frac{3\pi x}{2a} (-a \leq x \leq a)$$

- (1) 求粒子在 $x = \frac{a}{2}$ 处出现的概率密度;
 (2) 在 $-\frac{a}{5} < x < \frac{a}{5}$ 范围内, 粒子出现的概率。

解: 由波函数的形式可知波函数已经归一化

- (1) 粒子在 $x = \frac{a}{2}$ 处出现的概率密度:

$$p(x = a/2) = |\psi(x = a/2)|^2 = \frac{1}{a} \left| \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) \right|^2 = \frac{1}{2a}$$

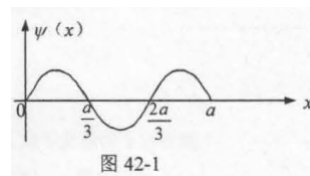
- (2) 在 $-\frac{a}{5} < x < \frac{a}{5}$ 范围内, 粒子出现的概率

$$p\left(-\frac{a}{5} < x < \frac{a}{5}\right) = \int_{-a/5}^{a/5} |\psi(x)|^2 dx = \frac{1}{a} \int_{-a/5}^{a/5} \cos^2 \frac{3\pi x}{2a} dx = \frac{1}{a} \int_0^{a/5} \left[1 + \cos \frac{3\pi x}{a}\right] dx = \frac{1}{a} \left[\frac{a}{5} + \frac{a}{3\pi} \sin(3\pi/5)\right] = \frac{1}{5} + \frac{1}{3\pi} \sin\left(\frac{3\pi}{5}\right)$$

2、粒子在一维无限深势方阱中运动, 图42-1 为粒子处于某一能态的波函数 $\psi(x)$ 的曲线, (1)写出粒子的波函数; (2)用数学的方法求出粒子出现概率最大的位置。

解: (1) 粒子的波函数:

$$\psi(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{3\pi x}{a}\right), & (0 < x < a) \\ 0, & (x < 0, x > a) \end{cases}$$



- (2) 粒子出现最大的位置由 $\frac{d|\psi(x)|^2}{dx} = 0$ 给出, 即

$$\sin\left(\frac{3\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{3\pi x}{a}\right) = 0$$

$\sin\left(\frac{3\pi x}{a}\right) = 0$ 给出的是极小值0,

$\cos\left(\frac{3\pi x}{a}\right) = 0$ 给出的是极大值。

由 $\cos\left(\frac{3\pi x}{a}\right) = 0$, 有 $\frac{3\pi x}{a} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$, 即 $x = \frac{a}{6}, \frac{a}{2}, \frac{5a}{6}$ 。

3、设一维运动粒子的波函数为 $\psi(x) = \begin{cases} Ae^{-ax} & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$, 其中 a 为大于0的常数。试确定归一化波函数的 A 值。

解: 有波函数的归一化条件, 有

$$1 = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = |A|^2 \int_0^{\infty} e^{-2ax} dx = \frac{1}{2a} |A|^2$$

解之得

$$A = \sqrt{2a}$$

4、在宽度为 a 的一维无限深方势阱中运动的粒子定态波函数为 $\psi(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0, x > a) \\ \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi x}{a} & (0 \leq x \leq a) \end{cases}$,

求: (1) 基态粒子出现在 $\frac{a}{3} < x < \frac{2a}{3}$ 范围内的概率;

(2) 主量子数 $n = 2$ 的粒子出现概率最大的位置。

解: 可知定态波函数已归一化

- (1) 基态粒子出现在 $\frac{a}{3} < x < \frac{2a}{3}$ 范围内的概率

$$p = \int_{a/3}^{2a/3} |\psi_1(x)|^2 dx = \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2\pi}$$

(2) 对于 $n = 2$, 可知粒子出现概率最大位置

$$\frac{2\pi x}{a} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

可得

$$x = \frac{a}{4}, \frac{3a}{4}$$

5、若氢原子处于主量子数 $n = 4$ 的状态, (1) 写出其轨道角动量所有可能值; (2) 对应 $l = 3$ 的状态, 写出其角动量在外磁场方向的投影可能取值。

解: (1) 对于处于主量子数 $n = 4$ 的氢原子

$$l = 0, 1, 2, 3; L = \sqrt{l(l+1)}\hbar = 0, \sqrt{2}\hbar, \sqrt{6}\hbar, 2\sqrt{3}\hbar$$

(2) 对应 $l = 3$ 的状态

$$m = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3. L_z = m\hbar = -3\hbar, -2\hbar, -\hbar, 0, \hbar, 2\hbar, 3\hbar.$$

6、已知电子处于 $3d$ 态, (1) 写出它的轨道角动量的大小; (2) 问: 主量子数是多少?

解: (1) 轨道角动量

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar = \sqrt{2(2+1)}\hbar = \sqrt{6}\hbar$$

(2) 主量子数 $n = 3$.

7、微观粒子的角量子数 $l = 2$, (1) 求角动量 L ; (2) 写出所有可能的磁量子数 m , 及相应的 L_z ; (3) 在图42-2中画出其余可能的 L 矢量, 并标明各自对应的 m 值及 L_z 值。

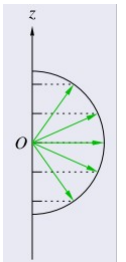
解: (1) 角动量

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar = \sqrt{2(2+1)}\hbar = \sqrt{6}\hbar$$

(2) 磁量子数

$$m = -2, -1, 0, 1, 2; L_z = m\hbar = -2\hbar, -\hbar, 0, \hbar, 2\hbar.$$

(3) 见右图



8、原子中电子的波函数与其4个量子数有关, 下列波函数都有错, 请修正 (每个波函数只允许修正一个数)。

① $\psi_{3,-1,-1,\frac{1}{2}}$, ② $\psi_{1,1,0,\frac{1}{2}}$, ③ $\psi_{3,1,1,0}$, ④ $\psi_{1,0,\frac{1}{2},\frac{1}{2}}$ 。

解: ① 由于 $l \leq 0$, 所以应为 $\psi_{3,1,-1,\frac{1}{2}}$

② 由于 $l < n$, 所以应为 $\psi_{1,0,0,\frac{1}{2}}$ 。

③ 由于 $m_z = \pm 1/2$, 所以应为 $\psi_{3,1,1,\pm\frac{1}{2}}$ 。

④ 由于 m_l 必须为整数, 所以应为 $\psi_{1,0,0,\frac{1}{2}}$ 。

IV. 作业43答案

1、求氢原子光谱的拉曼系中最大波长和最小波长。

解：氢原子光谱的谱线频率：

$$\nu_{mn} = Rc\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right), R = 1.096776 \times 10^7 m^{-1}, m > n$$

$n = 1$ 是拉曼系，拉曼系由 $m \geq 2$ 到 $n = 1$ 能级上的跃迁所发射的辐射组成。

最大波长：从 $m = 2$ 到 $n = 1$ 能级上的跃迁所发射的波长

$$\lambda_{max} = \frac{c}{\nu_{21}} = \frac{1}{R(1/1^2 - 1/2^2)} = \frac{4}{3R} = \frac{4}{3 \times 1.096776 \times 10^7 m^{-1}} = 1.2157 \times 10^{-7} m = 121.57 nm$$

最小波长：从 $m = \infty$ 到 $n = 1$ 能级上的跃迁所发射的波长

$$\lambda_{\infty 1} = \frac{c}{\nu_{\infty 1}} = \frac{1}{R(1/1^2 - \infty^2)} = \frac{1}{R} = 0.9118 \times 10^{-7} m = 91.18 nm$$

2、处于第3激发态的氢原子跃迁回低能态时，可以发出的可见光谱线有多少？请画出跃迁能级图。

解：处于第3激发态的氢原子跃迁回低能态时，可以发出的所有光谱线为

$$n = 4 \rightarrow n = 3, \lambda_{43} = \frac{c}{\nu_{43}} = \frac{1}{R(1/3^2 - 1/4^2)} = \frac{144}{7R} \approx 1875.63 nm$$

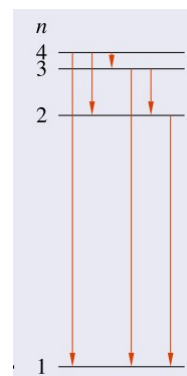
$$n = 4 \rightarrow n = 2, \lambda_{42} = \frac{c}{\nu_{42}} = \frac{1}{R(1/2^2 - 1/4^2)} = \frac{16}{3R} \approx 486.27 nm$$

$$n = 4 \rightarrow n = 1, \lambda_{41} = \frac{c}{\nu_{41}} = \frac{1}{R(1/1^2 - 1/4^2)} = \frac{16}{15R} \approx 97.25 nm$$

$$n = 3 \rightarrow n = 2, \lambda_{32} = \frac{c}{\nu_{32}} = \frac{1}{R(1/2^2 - 1/3^2)} = \frac{36}{5R} \approx 656.47 nm$$

$$n = 3 \rightarrow n = 1, \lambda_{31} = \frac{c}{\nu_{31}} = \frac{1}{R(1/1^2 - 1/3^2)} = \frac{9}{8R} \approx 102.57 nm$$

$$n = 2 \rightarrow n = 1, \lambda_{21} = \frac{c}{\nu_{21}} = \frac{1}{R(1/1^2 - 1/2^2)} = \frac{4}{3R} \approx 121.57 nm$$



由于可见光范围为 $390 nm < \lambda < 780 nm$ ，所以可发出的可见光谱线有两条，波长分别为 $486.27 nm$, $656.47 nm$ 。

3、复色光（光子能量分别为 $2.16 eV$ 、 $2.40 eV$ 、 $1.51 eV$ 和 $1.89 eV$ ）射向处在 $n = 2$ 的能级的氢原子群。问：哪一种光子能被吸收？请说明原因。

解：几个高能级与 $n = 2$ 能级的能级差为：

$$E_3 - E_2 = \frac{5}{36}|E_1| \approx \frac{5}{36}|-13.6 eV| \approx 1.86 eV$$

$$E_4 - E_2 = \frac{3}{16}|E_1| \approx \frac{3}{16}|-13.6 eV| \approx 2.55 eV$$

$$E_5 - E_2 = \frac{21}{100}|E_1| \approx \frac{21}{100}|-13.6 eV| \approx 2.86 eV$$

因为只有当光子的能量等于能级之间的能量差时，光子才可能被吸收，所以能量为 $1.86 eV$ 的光子被吸收。

4、欲使氢原子能发射巴耳末系中波长为 $656.28nm$ 的谱线，计算最少要给基态氢原子提供的能量。（里德伯常数 $R = 1.096776 \times 10^7 m^{-1}$ ）

解：巴尔末系中波长为 $656.28nm$ 的谱线是电子从 $n = 3$ 到 $n = 2$ 能级跃迁时发射的。
因此，最少要给基态氢原子提供的能量应为 $n = 3$ 激发态的能量与基态能量之差

$$\Delta E = E_3 - E_1 = -\frac{8}{9}E_1 \approx 12.09eV$$

6、请叙述泡利不相容原理。

答：在多电子的原子系统中不可能有两个电子具有完全相同的状态

7、基态原子中电子的排列遵循什么原理？

答：泡利不相容原理和能量最小原理，可以利用洪德规则来排列电子

8、什么叫做能量简并？请举例说明。

答：不同的量子态具有相同的能量（能级）称为能量简并。

举例：处于 n 能级上的氢原子，有 $l = 0, 1, 2, 3 \cdots l-1$ 共 l 个不同的电子状态，属于 n 级简并。

9、写出原子中 $n = 2$ 能级中电子的全部波函数： ψ_{n,l,m_l,m_s} 问：该能级是几度简并？

解： $n = 2$ ，则 $l = 0, 1$

当 $l = 1$ 时， $m_l = 0, \pm 1$

当 $l = 0$ 时， $m_l = 0$

又 $m_s = \pm \frac{1}{2}$

所以 $n = 2$ 能级中电子的全部波函数为

$$\psi_{2,1,1,\frac{1}{2}}, \psi_{2,1,1,-\frac{1}{2}}, \psi_{2,1,0,\frac{1}{2}}, \psi_{2,1,0,-\frac{1}{2}}$$

$$\psi_{2,1,-1,\frac{1}{2}}, \psi_{2,1,-1,-\frac{1}{2}}, \psi_{2,0,0,\frac{1}{2}}, \psi_{2,0,0,-\frac{1}{2}}$$

故该能级是8度简并。

V. 作业44答案

1、什么是自发辐射？什么是受激辐射？

答：自发辐射：无外界刺激，原子自发地从高能级向低能级跃迁。同时，向外辐射一个光子，光子的能量是原子两个能级能量之差。

受激辐射：在原子处于高能级（高能级有原子存在）的情况下，如果外来入射一个光子的能量正好等于高能级与某一低能级之差，则高能级上的原子向该低能级跃迁。除外来入射的光子外，再辐射一个与外来入射的光子的频率（波长，能量）、相位、传播方向、振动方向等一样的光子。

2、请分别写出原子自发辐射和受激辐射所发出的光的特点。

答：自发辐射：自发辐射的光是不相干的。

受激辐射：受激辐射所产生的光子具有与外来光子完全相同的特性。即它们的频率、相位、振动方向、传播方向均相同。

3、什么现象称作粒子数反转？系统实现粒子数反转的条件是什么？

答：粒子数反转：激光器的工作物质处于高能级中的粒子数超过处于低能级的粒子数。

实现粒子数反转的条件：要实现粒子数反转，系统要有激励能源使原子激发。另外工作物质还要有合适的亚稳态能级（至少有三能级以上）。

4、 CO_2 激光器发出的激光波长为 $10.6\mu m$ 。(1)求相应的两个能级差；(2)设具有同样能级差的平衡态 CO_2 气体的温度为 $300K$ 。求上能级粒子数 N_1 和下能级粒子数 N_2 之比。

(1) 两能级差

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{10.6 \times 10^{-6}} \approx 1.875 \times 10^{-20} J \approx 0.117 eV$$

(2) 由于室温下， $kT \approx 0.0253 eV$ ，所以 N_1 和 N_2 之比

$$\frac{N_1}{N_2} = e^{-\frac{\Delta E}{kT}} \approx e^{-\frac{0.117 eV}{0.0253 eV}} \approx 0.01$$

5、写出激光器中光学谐振腔的作用。

答：(1) 产生与维持光的振荡，使光得到加强，进一步实现光放大；

(2) 通过振荡（多次反射），使激光有极好的方向性；

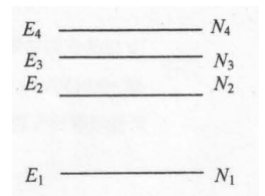
(3) 通过光学谐振腔的选频作用，使激光的单色性好。

6、激光工作物质的原子能级如图所示， N 表示相应 E_i 能级的粒子数，已知 $N_1 > N_2 > N_4 > N_3$ ，请回答：

(1) 哪两个能级之间实现了粒子数翻转？

(2) 写出可能产生的激光的频率。

(3) 可能产生的荧光（自发辐射）光谱有几个？



解：(1) 3、4能级之间实现了粒子数翻转

(2) 可能产生的激光的频率

$$\nu = \frac{E_4 - E_3}{h}$$

(3) 可能产生的荧光（自发辐射）光谱有6个： $4 \rightarrow 3, 4 \rightarrow 2, 4 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 2, 3 \rightarrow 1, 2 \rightarrow 1$ 。

7、什么是本征半导体？本征半导体的导电机制是什么？

答：本征半导体：纯净的半导体单晶材料，无任何杂质与缺陷，原子的排列遵循严格的周期性。

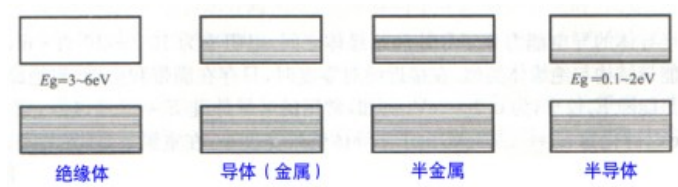
本征半导体的导电机制：本征激发到空带中的电子和余下的满带中的空穴导电。而且，本征激发中，从价带中激发到导带的电子浓度与价带中的空穴浓度相等。即导电的电子和空穴都是主要载流子。

8、分别写出导体、绝缘体、半导体能带结构的特点。（画出能级示意图）

答：导体的能带结构：价带是不满的、满带和空带之间无禁带或价带和空带重叠等结构。在外电场的作用下，这种不满的能带中的电子就起导电作用。

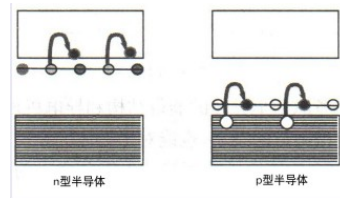
绝缘体的能带结构：满带和空带之间的禁带很宽，满带中的电子很难从低能级（满带）跃迁到高能级（空带）上。价带是满带，价带与空带之间有一较宽的禁带（ $E_g = 3 eV \sim 10 eV$ ），离子晶体（如 $NaCl, KCl$ 等）、分子晶体（如 Cl_2, CO_2 等）属于这一类。

半导体的能带结构：满带和空带之间有禁带，但禁带较窄，热激发很容易使电子从低能级（满带）跃迁到高能级（空带）上，形成不满的价带，在外电场的作用下，这种不满的能带中的电子就起导电作用。价带是满带，价带与空带之间禁带宽度很小（ $E_g = 0.1 eV \sim 2 eV$ ）。价带中的电子被激发到空带，就可参与导电；价带中留下空穴也具有导电性。锗、硅等属于此类。



- 9、(1) 画出p型半导体能带结构图，指明杂质能级的特点。
 (2) 画出n型半导体能带结构图，指明杂质能级的特点。
 (3) 说明杂质半导体的导电性能比本征半导体好的原因。

答：半导体能带结构图：



- (1) p型半导体杂质能级在价带上面，距价带很近。
 (2) n型半导体杂质能级在导带下面，距导带很近。
 (3) 本征半导体是电子和空穴两种载流子同时参与导电，满带和空带之间有禁带；而杂质半导体由于杂质原子提供的能级或靠近满带（p型半导体），或靠近空带（n型半导体），使得电子很容易被激发，或者满带中的电子激发到受主能级（p型半导体），或者施主能级上的电子激发到空带中（n型半导体），都会形成未满的导带，使得导电性能比本征半导体要好。

10、硅晶体的禁带宽度为 1.2eV ，掺入磷后成为n型半导体，已知杂质能级和导带底能级差 $\Delta E = 0.045\text{eV}$ ，(1) 请计算硅本征半导体所能吸收的光的最大波长；(2) 计算n型半导体所能吸收的光的最大波长。

解：由于电子在能级 E_1, E_2 之间跃迁所辐射或吸收的光子的频率、波长分别为

$$\nu = \frac{|E_2 - E_1|}{h}, \lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{|E_2 - E_1|}$$

故硅本征半导体能吸收的光的最大波长

$$\lambda_{\max, o} = \frac{hc}{E_g} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.2 \times 1.6 \times 10^{-19}} \text{m} \approx 10.35 \times 10^{-7} \text{m} \approx 1035 \text{nm}$$

n型半导体所能吸收的光的最大波长

$$\lambda_{\max, n} = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{0.045 \times 1.6 \times 10^{-19}} \text{m} \approx 276.08 \times 10^{-7} \text{m} = 27608 \text{nm}$$