9-1 RLC 串联电路角频率 $\omega=314\,\text{rad/s}$，端口电压 $u=[100\cos\omega t+50\cos(3\omega t-30^\circ)]\text{V}$，端口电流 $i=[10\cos\omega t+1.755\cos(3\omega t-\psi_i)]\text{A}$，求 R、L、C 及 ψ_i 的值。

解 对基波，设 $\dot{U}_{\text{m}(1)}=100\angle 0^\circ\text{V}$，$\dot{I}_{\text{m}(1)}=10\angle 0^\circ\text{A}$

由 $$Z_{(1)}=R+\text{j}(\omega L-\frac{1}{\omega C})=\frac{\dot{U}_{\text{m}(1)}}{\dot{I}_{\text{m}(1)}}=10\Omega$$

求得 $$R=10\Omega\ ,\ \omega L-\frac{1}{\omega C}=0 \qquad (1)$$

对三次谐波，$\dot{U}_{\text{m}(3)}=50\angle-30^\circ\ \text{V}$，$\dot{I}_{\text{m}(3)}=1.755\angle-\psi_{\text{i}}\ \text{A}$

又由 $$Z_{(3)}=R+\text{j}(3\omega L-\frac{1}{3\omega C})=\frac{\dot{U}_{\text{m}(3)}}{\dot{I}_{\text{m}(3)}}\approx 28.5\angle(-30^\circ+\psi_i)\Omega \qquad (2)$$

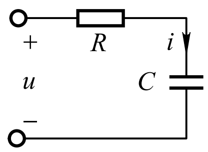
所以 $$R^2+(3\omega L-\frac{1}{3\omega C})^2=28.5^2 \qquad (3)$$

将式(1)代入式(3)， 解得 $L=31.9\text{mH}$

将 $L=31.9\text{mH}$ 代入式(1)，求得 $C=318.3\mu\text{F}$

再将 R、L、C 值代入式(2)，有 $Z_{(3)}=(10+\text{j}26.7)\Omega=28.5\angle\psi_{\text{i}}-30^\circ\Omega$，解得 $\psi_{\text{i}}\approx 99.45^\circ$

9-2 如题 9-2 图所示电路中，$u=[220\sqrt{2}\cos(\omega t+20^\circ)+110\sqrt{2}\cos(3\omega t-30^\circ)]\text{V}$，$R=1/(\omega C)=5\Omega$。试求电流 i 及其有效值以及此电路吸收的平均功率。



题 9-2 图

解 基波电压单独作用时，$\dot{U}_{(1)}=220\angle 20^\circ\text{V}$，$Z_{(1)}=R+1/(\text{j}\omega C)=(5-\text{j}5)\Omega$

$$\dot{I}_{(1)}=\frac{\dot{U}_{(1)}}{Z_{(1)}}=\frac{220\angle 20^\circ\text{V}}{(5-\text{j}5)\Omega}\approx 31.11\angle 65^\circ\text{A}$$

瞬时表达式为 $i_{(1)}(t)=31.11\sqrt{2}\cos(\omega t+65^\circ)\text{A}$

三次谐波单独作用时，$\dot{U}_{(3)}=110\angle-30^\circ\text{V}$，$Z_{(3)}=R+1/(\text{j}3\omega C)=(5-\text{j}5/3)\Omega$

$$\dot{I}_{(3)}=\frac{\dot{U}_{(3)}}{Z_{(3)}}=\frac{110\angle-30^\circ\text{V}}{(5-\text{j}5/3)\Omega}\approx 20.87\angle-11.6^\circ\text{A}$$

瞬时表达式为 $i_{(3)}(t)=20.87\sqrt{2}\cos(3\omega_1 t-11.6^\circ)\text{A}$

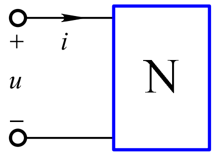
由叠加定理得：

$$i(t)=i_{(1)}(t)+i_{(3)}(t)=[31.11\sqrt{2}\cos(\omega t+65^\circ)+20.87\sqrt{2}\cos(3\omega t-11.6^\circ)]\ \text{A}$$

有效值 $I=\sqrt{I_{(1)}^2+I_{(3)}^2}=\sqrt{(31.11\text{A})^2+(20.87\text{A})^2}\approx 37.46\ \text{A}$

电路吸收的平均功率 $P=I^2R=(37.46\text{A})^2\times 5\Omega\approx 7.02\ \text{kW}$

9-3 如题 9-3 图所示电路，N 为无独立源网络，$u=[100\cos(t-45^\circ)+50\cos 2t+25\cos(3t+45^\circ)]\text{V}$，$i=(80\cos t+20\cos 2t+10\cos 3t)\text{mA}$。(1) 求电压 u 和电流 i 的有效值；(2) 求网络 N 吸收的平均功率；(3)求三种频率下网络 N 的等效阻抗。



题 9-3 图

解 (1) 电压有效值：$U=\sqrt{(\frac{100}{\sqrt{2}}\text{V})^2+(\frac{50}{\sqrt{2}}\text{V})^2+(\frac{25}{\sqrt{2}}\text{V})^2}\approx 80.01\text{V}$

电流有效值 $I=\sqrt{(\frac{80}{\sqrt{2}}\text{mA})^2+(\frac{20}{\sqrt{2}}\text{mA})^2+(\frac{10}{\sqrt{2}}\text{mA})^2}\approx 58.74\text{mA}$

(2) 平均功率

$$P=\frac{100\text{V}\times 80\text{mA}}{2}\cos(-45^\circ)+\frac{50\text{V}\times 20\text{mA}}{2}\cos 0^\circ+\frac{25\text{V}\times 10\text{mA}}{2}\cos 45^\circ\approx 3.416\text{W}$$

(3)
$$Z_{(1)}=\frac{100\angle-45^\circ\text{V}}{80\angle 0^\circ\text{mA}}=1.25\angle-45^\circ\text{k}\Omega$$
$$Z_{(2)}=\frac{50\angle 0^\circ\text{V}}{20\angle 0^\circ\text{mA}}=2.5\text{k}\Omega$$
$$Z_{(3)}=\frac{25\angle 45^\circ\text{V}}{10\angle 0^\circ\text{mA}}=2.5\angle 45^\circ\text{k}\Omega$$

注释：非正弦周期量分解成傅里叶级数后，某端口的平均功率等于直流分量和不同频率交流分量单独作用产生的平均功率之和。

9-4 有效值为 100 V 的正弦电压加在电感 L 的两端时，得电流 I =10 A，当电压中有 3 次谐波分量而有效值仍为 100 V 时，得电流 I=8 A。试求这一电压的基波和 3 次谐波电压的有效值。

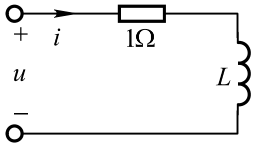
解 由题意，知

$$|\text{j}\omega L|=\frac{100}{10}=10\Omega \quad 即有\quad \omega L=10\Omega \qquad (1)$$

$$\begin{cases}\sqrt{U_1^2+U_3^2}=100\\ \sqrt{(\frac{U_1}{\omega L})^2+(\frac{U_3}{3\omega L})^2}=8\end{cases} \qquad (2)$$

联立(1)和(2)，求得 U_1=77.14V U_3=63.64V

9-5 如题 9-5 图所示电路，一个线圈接在电压 $u=[14.14\cos\omega t+2.83\cos(3\omega t+30^\circ)]\mathrm{V}$ 的非正弦电源上，设 $\omega L=1\Omega$，求线圈电流的瞬时表达式及其有效值，并比较电压和电流所含三次谐波百分数。



题 9-5 图

解 基波电压单独作用时，$\dot{U}_{(1)}=\dfrac{14.14\mathrm{V}}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ\mathrm{V}=10\angle 0^\circ\mathrm{V}$，

阻抗为 $$Z_{(1)}=1\Omega+\mathrm{j}\omega L=(1+\mathrm{j})\Omega$$

基波电流相量为：$\dot{I}_{(1)}=\dfrac{\dot{U}_{(1)}}{Z_{(1)}}=\dfrac{10\mathrm{V}}{(1+\mathrm{j})\Omega}=5\sqrt{2}\angle-45^\circ\mathrm{A}$

瞬时表达式为： $$i_{(1)}(t)=10\cos(\omega t-45^\circ)\mathrm{A}$$

三次谐波单独作用时，$\dot{U}_{(3)}=\dfrac{2.83}{\sqrt{2}}\angle 30^\circ\mathrm{V}=2\angle 30^\circ\mathrm{V}$，$Z_{(3)}=1\Omega+\mathrm{j}3\omega L=(1+\mathrm{j}3)\Omega$

$$\dot{I}_{(3)}=\frac{\dot{U}_{(3)}}{Z_{(3)}}=\frac{2\angle 30^\circ\mathrm{V}}{(1+\mathrm{j}3)\Omega}\approx 0.632\angle-41.6^\circ\mathrm{A}$$

瞬时表达式为： $$i_{(3)}(t)=0.632\sqrt{2}\cos(3\omega t-41.6^\circ)\mathrm{A}$$

由叠加定理得电流瞬时值：$i=i_{(1)}+i_{(3)}=[10\cos(\omega t-45^\circ)+0.632\sqrt{2}\cos(3\omega t-41.6^\circ)]\mathrm{A}$

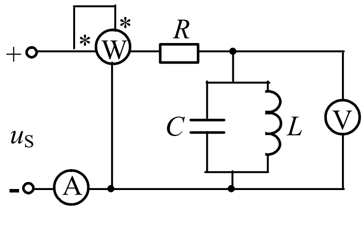
电流有效值 $I=\sqrt{I_{(1)}^2+I_{(3)}^3}=\sqrt{(5\sqrt{2}\mathrm{A})^2+(0.632\mathrm{A})^2}\approx 7.1\mathrm{A}$

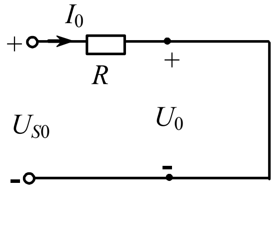
电压有效值 $U=\sqrt{U_{(1)}^2+U_{(3)}^2}=\sqrt{(10\mathrm{V})^2+(2\mathrm{V})^2}\approx 10.2\mathrm{V}$

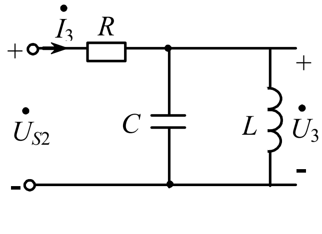
电压 u 中所含三次谐波百分数为 $\dfrac{U_{(3)}}{U}\times 100\%=\dfrac{2\mathrm{V}}{10.2\mathrm{V}}\times 100\%\approx 19.61\%$

电流 i 中所含三次谐波百分数为 $\dfrac{I_{(3)}}{I}\times 100\%=\dfrac{0.632\mathrm{A}}{7.1\mathrm{A}}\times 100\%\approx 8.9\%$

9-6 如题 9-6 图所示电路中，已知 R =50Ω，$\omega L=5\,\Omega$，$\dfrac{1}{\omega C}=4\,\Omega$，外施电压为 $u_S(t)$=200+100cos3ωt V。试求交流电流表、电压表和功率表的读数。







题 9–6 图　　　　　　　　题 9–6 解(a)图　　　　　　　　题 9–6 解(b)图

解 (1)直流电源 U_{S0}=200V 单独作用时，电容视为开路，电感视为短路，如题 9-6 解(a)图所示电路。

$$I_0 = \frac{200}{50} = 4\text{A},\ U_0 = 0$$

$$P_0 = 200 \times 4 = 800\,\text{W}$$

(2)电源 $u_{s3}(t)$=100cos3ωt V 单独作用时，其相量模型如题 9-6 解(b)图所示。

其中，$\dot{U}_{S3} = 50\sqrt{2}\angle 0°\,\text{V}$，$3\omega L = 15\,\Omega$，$\dfrac{1}{3\omega C} = \dfrac{4}{3}\,\Omega$

等效阻抗为　$Z = 50 + \dfrac{-\text{j}15 \times \text{j}(4/3)}{\text{j}15 - \text{j}4/3} = 50 - \text{j}1.46 = 50.05\angle(-1.67°)\,\Omega$

从而，有

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{S3}}{Z} = 1.41\angle 1.67°\,\text{A}$$

$$\dot{U}_3 = \dot{I}_3(-\text{j}1.46) = 2.0586\angle(-89.33°)\,\text{V}$$

$$P_3 = U_{S3} I_3 \cos\phi = 50\sqrt{2} \times 1.41 \cos 1.67° = 99.66\,\text{W}$$

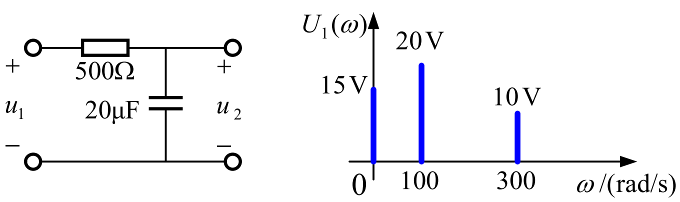
(3)交流电流表、电压表和功率表的读数分别为

电流表的读数为　$I = \sqrt{I_0^2 + I_3^2} = \sqrt{4^2 + 1.41^2} = 4.24\,\text{A}$

电压表的读数为　$U = \sqrt{U_0^2 + U_3^2} = \sqrt{0 + 2.056^2} = 2.056\,\text{V}$

功率表的读数为　$P = P_0 + P_3 = 899.6\,\text{W}$

9.7　如题 9.7 图（a）示 RC 电路，设输入非正弦周期电压 u_1 的振幅频谱如图(b)所示。试画出输出电压 u_2 的振幅频谱图并计算 u_2 的有效值。



题 9.7（a）图　　　　　　题 9.7（b）图

解　当直流单独作用时，电容 C 相当于开路,回路电流为零，故电压 u_2 的直流分量 $U_{2(0)} = U_{1(0)} = 15\text{V}$。

当电压u_1基波分量作用时，此时$\omega = 100\,\text{rad/s}$，容抗为

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\,\text{rad/s} \times 20\mu\text{F}} = 500\Omega \text{。}$$

$$\dot{U}_{2(1)} = \dot{U}_{1(1)} \frac{-\text{j}500\,\Omega}{(500-\text{j}500)\,\Omega} = \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{U}_{1(1)}\angle -45^\circ\,\text{V}，$$

振幅为 $U_{2(1)} = \frac{\sqrt{2}}{2}U_{1(1)} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 20\text{V} = 14.14\text{V}$ 。

当电压u_1三次谐波分量作用时，此时$3\omega = 300\text{rad/s}$，容抗为$\frac{1}{3\omega C} = \frac{1}{300\,\text{rad/s} \times 20\mu\text{F}} \approx 166.67\Omega$ 。

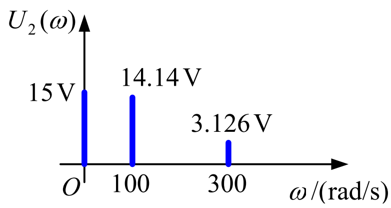
$\dot{U}_{2(3)} = \dot{U}_{1(3)} \frac{-\text{j}166.67\Omega}{(500-\text{j}166.67)\Omega} = 0.3126\,\dot{U}_{1(3)}\angle -71.56^\circ\,\text{V}$，

振幅为 $U_{2(3)} = 0.3126U_{1(3)} = 0.3126 \times 10\text{V} = 3.126\text{V}$ 。

电压u_2的有效值为

$$U_2 = \sqrt{U_{2(0)}^2 + \frac{1}{2}U_{2(1)}^2 + \frac{1}{2}U_{2(3)}^2} = \sqrt{(15\text{V})^2 + \frac{1}{2}(14.14\text{V})^2 + \frac{1}{2}(3.126\text{V})^2} \approx 18.16\text{V}$$

电压u_2的振幅频谱图如下图题 9.7(c)，图中代表各次谐波分量的最大值。



题 9.7(c) 图

方法二：直流分量单独作用时，$U_2^{(0)} = U_1^{(0)} = 15\text{ V}$

基波分量单独作用时，产生的输出电压幅值为

$$U_{2m}^{(1)} = \left| \frac{\frac{1}{\text{j}100 \times 20 \times 10^{-6}}\Omega}{500 + \frac{1}{\text{j}100 \times 20 \times 10^{-6}}\Omega} \right| \times U_{1m}^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 20\text{V} = 10\sqrt{2}\text{V} \approx 14.14\text{V}$$

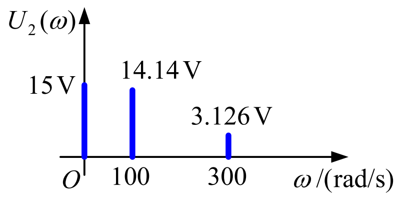
三次谐波分量单独作用时，产生的输出电压幅值为

$$U_{2m}^{(3)} = \left| \frac{\frac{1}{\text{j}300 \times 20 \times 10^{-6}}\Omega}{500 + \frac{1}{\text{j}300 \times 20 \times 10^{-6}}\Omega} \right| \times U_{1m}^{(3)} = \frac{\sqrt{10}}{10} \times 10\text{V} \approx 3.162\text{V}$$

电压u_2的有效值为

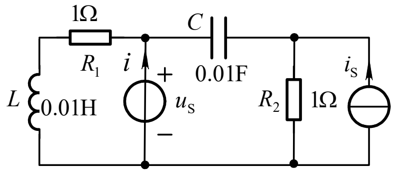
$$U_2 = \sqrt{(15\text{V})^2 + (14.14\text{V})^2/2 + (3.162\text{V})^2/2} \approx 18.16\text{ V}$$

振幅频谱如图题 9.7 (d)所示，图中代表各次谐 波分量的最大值。



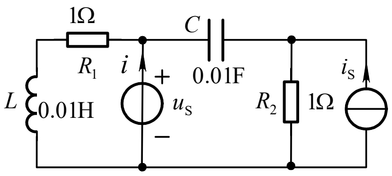
题 9.7 (d) 图

9.8 已知题 9.8 图中 $u_S = 4\cos\omega t$V，$i_S = 4\cos 2\omega t$A，$\omega = 100$ rad/s。求电流 i 和电压源发出的平均功率。

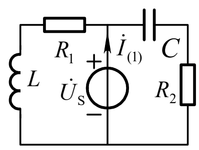


题 9.8 图

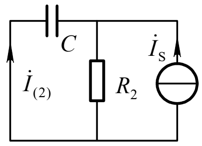
解 这是两个不同频率的电源同时作用的情况，须用叠加定理计算。



题 9.8 (a) 图



题 9.8 (b) 图



题 9.8 (c) 图

当电压源 u_S=4cos(ωt) V 单独作用时，电路如图题 9.8 (b) 所示。$\dot{U}_S = \dfrac{4}{\sqrt{2}}\angle 0°\text{V}$

$$\dot{I}_{(1)} = \frac{\dot{U}_S}{(R_1 + j\omega L)//[R_2 + 1/(j\omega C)]} = \frac{4/\sqrt{2}\angle 0°\,\text{V}}{\dfrac{(1+j)(1-j)}{(1+j)+(1-j)}\Omega} = \frac{4}{\sqrt{2}}\angle 0°\text{A}$$

瞬时值 $i_{(1)}(t) = 4\cos(\omega t)$ A

当电流源 i_S=4cos(2ωt) A 单独作用时，电路如图 9.8 (c) 所示。$\dot{I}_S = \dfrac{4}{\sqrt{2}}\angle 0°\text{A}$

$$\dot{I}_{(2)} = -\frac{R_2}{R_2 + 1/(j2\omega C)} \times \dot{I}_S = -\frac{1\Omega}{(1-0.5j)\Omega} \times \frac{4}{\sqrt{2}}\text{A} \approx \frac{3.57}{\sqrt{2}}\angle 26.57°\text{ A}$$

瞬时值 $i_{(2)}(t) = 3.57\cos(2\omega_1 t + 26.57°)$A

故 $i = i_{(1)} + i_{(2)} = [4\cos(\omega t) + 3.57\cos(2\omega t + 26.57°)]$ A

电流源所产生的电流和电压源的电压不能形成平均功率，故电压源发出功率为：

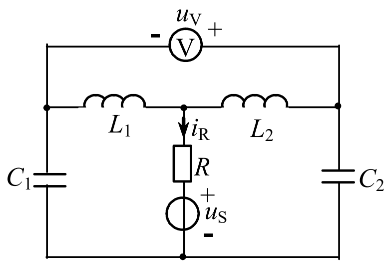
$$P_u = U_S I_{(1)} \cos 0° = \frac{4}{\sqrt{2}}\text{V} \times \frac{4}{\sqrt{2}}\text{A} = 8\text{ W}$$

9-9 如题 9-9 图所示电路中，已知 R= 20Ω，$\omega L_1 = 20\,\Omega$，$\omega L_2 = 30\,\Omega$，$\dfrac{1}{\omega C_1} = 180\,\Omega$，

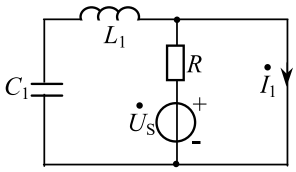
$\dfrac{1}{\omega C_2}=30\ \Omega$，电源电压为 $u_S(t)=[400\cos\omega t+200\cos(3\omega t+60°)+24.3\cos(5\omega t-45°)]$ V。试求电压表的读数及电路消耗的功率。

解 (1)电源 $u_{s1}(t)=400\cos\omega t$ V 单独作用

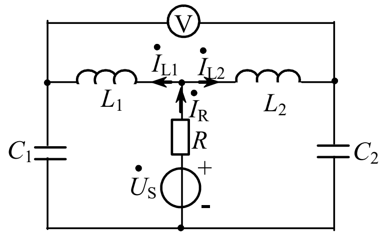
由于 $\omega L_2=\dfrac{1}{\omega C_2}=30\ \Omega$，$L_2$，$C_2$ 发生串联谐振，如题 9-8 解(a)图所示电路。



题 9–9 图



题 9–9 解(a)图



题 9–9 解(b)图

所以，有

$$I_{(1)}=\frac{400}{\sqrt{2}\times 20}=10\sqrt{2}\ \text{A}，\quad U_{(1)}=I_1\omega_1 L_2=300\sqrt{2}\ \text{V}，\quad P_{(1)}=I_1^2R=4000\ \text{W}$$

(2)电源 $u_{s3}(t)=200\cos(3\omega t+60^0)$V 单独作用

由于 $3\omega L_1=\dfrac{1}{3\omega C_1}=60\ \Omega$， L_1、C_1 发生串联谐振，分析同(1)。

所以，有

$$I_{(3)}=\frac{200}{\sqrt{2}\times 20}=5\sqrt{2}\ \text{A}，\quad U_{(3)}=I_{(3)}3\omega L_1=300\sqrt{2}\ \text{V}，\quad P_{(3)}=I_{(3)}^2R=1000\ \text{W}$$

(3)电源 $u_{s5}(t)=24.3\cos(5\omega t-45^0)$V 单独作用时，其相量模型如题 9-9 解(b)图所示。

$$Z_{总}=20+\frac{\text{j}64\times\text{j}144}{\text{j}64+\text{j}144}=20+\text{j}44=48.3\angle 65.6°\ \Omega$$

$$\dot{I}_R=\frac{\dot{U}_{S5}}{Z_{总}}=\frac{24.3/\sqrt{2}\angle-45°}{\text{j}48.3\angle 65.6°}=0.35\angle(-110.6°)\ \text{A}$$

由分流公式，得

$$\dot{I}_{L1}=0.24\angle(-110.6°)\ \text{A}，\quad \dot{I}_{L2}=0.11\angle(-110.6°)\ \text{A}$$

所以，有

$$\dot{U}_{(5)}=\text{j}100\dot{I}_{L1}-\text{j}150\dot{I}_{L2}=7.5\angle(-20.6°)\ \text{V}，\quad P_{(5)}=I_R^2R=2.5\text{W}$$

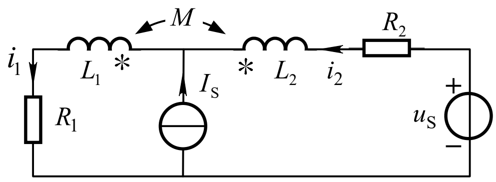
电压表的读数为

$$U=\sqrt{U_{(1)}^2+U_{(3)}^2+U_{(5)}^2}=\sqrt{(300\sqrt{2})^2+(300\sqrt{2})^2+(7.5)^2}\approx 600\,\text{V}$$

电路消耗的功率为

$$P=P_{(1)}+P_{(3)}+P_{(5)}=5002.5\ \text{W}$$

9.10 如题 9.10 图所示电路，已知 $L_1=0.2\text{H}$，$L_2=0.4\text{H}$，$M=0.1\text{H}$，$R_1=100\Omega$，$R_2=300\Omega$，直流电流源 $I_S=4\text{A}$，正弦电压源 $u_S=500\sqrt{2}\cos(10^3 t)\text{V}$，求电流 i_2 的有效值。



题 9.10 图

解　直流电流源作用时，正弦电压源短路，此时 $I_{2(0)}=-I_S\dfrac{R_1}{R_1+R_2}=-1\text{A}$。

另外，正弦电压源作用时，直流电流源开路，对于互感 L_1 和 L_2 进行去藕计算，电路如图 9.10（b）所示，

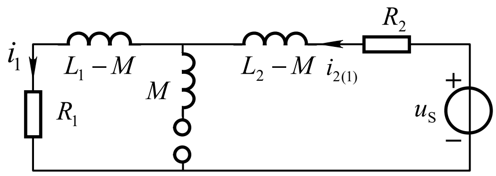


图 9.10（a）

此时

$\dot{U}_S=500\angle 0^\circ\text{V}$，$\text{j}\omega(L_1-M)=\text{j}100\Omega$，$\text{j}\omega(L_2-M)=\text{j}1000\,\text{rad/s}\times 0.3\text{H}=\text{j}300\,\Omega$，

$$\dot{I}_{2(1)}=\dot{U}_S\frac{1}{R_1+R_2+\text{j}(L_1-M)+\text{j}(L_2-M)}=500\angle 0^\circ\text{V}\times\frac{1}{(400+\text{j}400)\Omega}=1.25\frac{\sqrt{2}}{2}\text{A}\angle-45^\circ\text{A}$$

电流 i_2 的有效值为 $I_2=\sqrt{I_{2(0)}^2+I_{2(1)}^2}\approx 1.3346\text{A}$