

作业 1

1. $t = 2\sqrt{R/g}$ (R 为圆环的半径)。

2. $\bar{v} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\Delta t} = 0$.

$\bar{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{2v_1 \sin(\theta/2)}{\Delta t} \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta v}$.

3. (1) $\vec{v}(t=1s) = 2\vec{i} + 9\vec{j}$; (2) $\bar{v} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\Delta t} = 2\vec{i} + 39\vec{j}$, $\bar{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = 36\vec{j}$.

4. 质点 A 运动的轨道方程为 $y = 18 - \frac{3}{2}x$, 直线;

质点 B 运动的轨道方程为 $y = 17 - \frac{4}{9}x^2$, 抛物线;

质点 C 运动的轨道方程为 $x^2 + y^2 = 16$, 圆;

质点 D 运动的轨道方程为 $\left(\frac{x}{5}\right)^2 + \left(\frac{y}{6}\right)^2 = 1$, 椭圆。

5. (1) 速度函数: $v = \frac{dx}{dt} = -u \ln(1-bt)$; 加速度函数: $a = \frac{dv}{dt} = \frac{ub}{1-bt}$;

(2) $v(t=0s) = 0$; $v(t=100s) = 4.16 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$;

$a(t=0s) = 22.5 \text{ ms}^{-2}$ $a(t=100s) = 90 \text{ ms}^{-2}$.

6. $v = \sqrt{6x + 5x^2 + 36}$.

7. a_n 增大, a_τ 不变, a 增大; $\tan \alpha = \frac{a_n}{a_\tau}$, 由于 a_n 增大, a_τ 不变, 所以 α 增大。

作业 2

1. $\bar{a} = a_\tau \vec{e} + a_n \vec{n} = \frac{dv}{dt} \vec{e} + \frac{v^2}{R} \vec{n}$; 其大小为 $a = |\bar{a}| = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}$.

2. 切向加速度量值 $a_\tau = \frac{g^2 t}{\sqrt{v_0^2 + (gt)^2}}$; 法向加速度 $a_n = \sqrt{g^2 - a_\tau^2} = \frac{gv_0}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}}$.

3. 切向加速度为 $a_t = \alpha R = 4.8 \text{ m/s}^2$; 法向加速度为 $a_n = \omega^2 R = 230.4 \text{ m/s}^2$.

4. $\vec{v}_{BA} = -2\vec{i} + 2\vec{j} \text{ ms}^{-1}$.

5. (1) $t = 1 \text{ s}$; (2) $S = 1.5 \text{ m}$; $\theta = 0.5 \text{ rad}$.

6. (1) 质点上升到轨道最高点法向加速度最大, 其值为 $a_{n\max} = g$, 切向加速度量值为零;

(2) 因为只考虑 $y > 0$ 的区域, 所以当质点下落到和抛出点同一高度时, 夹角 θ 最大, 法向加速度最小, $a_n = g \cos \theta_0$, 切向加速度为 $a_\tau = g \sin \theta_0$.

7. 地面上测得的风速 $\vec{v} = 36\vec{i} - 18\vec{j} \text{ km/h}$.

8. 切向加速度 $a_t = 0.2 \text{ m/s}^2$, 法向加速度 $a_n = 3.6 \text{ m/s}^2$.

作业 3

1. $T/T' = 1/\cos^2 \theta$.

2. $a = \frac{m+M}{M} g$.
3. $a + a_0 = (g + 2a_0)/3$.
4. $\omega \leq \sqrt{\frac{\mu g}{R}}$.
5. $F \leq \mu_0(m+M)mg/M$.
6. (1) 子弹速度随时间变化的函数式为 $v(t) = v_0 \exp(-\frac{k}{m}t)$; (2) $x_{\max} = \frac{m}{k} v_0$

作业 4

1. (1) $\vec{I} = m(-\vec{i} + 3\vec{j})$ N/s.
2. $v = 6 \text{ ms}^{-1}$.
3. $t = 0.4 \text{ s}$, $V = 1.33 \text{ m/s}$.
4. $\vec{I} = -m(\sqrt{v_A^2 + 2\alpha R^2 \pi} + v_A)\vec{i}$.
5. $F = 196 + 19.6 = 215.6 \text{ N}$.
6. 竖直方向动量守恒, 可得: $t_1 < t_2$.

作业 5

1. (1) $L_A = L_B$; (2) $E_{KA} > E_{KB}$.
2. (1) $\omega' = 4\omega_0$; (2) $\frac{3}{2}mr^2\omega_0^2$.
3. $A = 2F_0R^2$.
4. $A = \frac{m^2g^2}{2k}$.
5. (1) $A = G \frac{Mmh}{R_e(R_e+h)}$; (2) $v = \sqrt{\frac{2GMh}{R_e(R_e+h)}}$.
6. (1) $A = -\frac{mg\mu}{2L}(L-a)^2$;
(2) $v = \sqrt{\frac{g}{L}[(L^2 - a^2) - \mu(L-a)^2]}$.

作业 6

1. (1) $v = \sqrt{2gR/3}$; (2) $H = h + \frac{1}{3}R = \frac{4}{3}R$.
2. A: 错。如果系统不受外力作用, 则动量肯定守恒; 如果非保守内力做功不为零, 则系统的机械能不守恒;
B: 错。如果系统所受合外力为零, 则动量肯定守恒; 但合外力为零的系统, 如果合外力做功不为零, 即使系统不受非保守内力, 系统的机械能也不守恒;
C: 正确。系统不受外力, 合外力为零, 动量肯定守恒; 不受外力, 外力的功肯定为零, 内力都是保守力, 非保守内力做功肯定为零, 机械能必然守恒;
D: 错。外力对一个系统做的功为零, 但如果非保守内力做功不为零, 则系统的机械能不守恒; 外力对一个系统做的功为零, 不能保证系统的动量不变。

3. (1) $E_p = G \frac{2mM}{3R}$; (2) $E_p = -G \frac{mM}{3R}$.

4. $A = 3 \text{ J}$.

5. $v = d \sqrt{\frac{k}{2m}}$.

6. (1) 小球对桌面的速度 $v_1 = \sqrt{\frac{2MgR}{m+M}}$, 容器对桌面的速度 $v_2 = \frac{m}{M} \sqrt{\frac{2gMR}{(m+M)}}$;

(2) 小球受到向上的支持力 $N = mg[1 + \frac{2(m+M)}{M}]$;

(3) 物块相对桌面移动的距离 $L = \frac{m}{m+M} R$.

7. $v = \sqrt{\frac{M}{M+m} 2gL}$.

作业 7

1. $J_A < J_B$.

2. 几个力的矢量和为零, 外力矩的矢量和不一定为零。

(1) 合力矩为零时, 刚体静止或匀速转动; (2) 合力矩不为零时, 加速转动;

3. (1) $\omega = 15 \text{ rad/s}$; $\theta = 22.5 \text{ rad}$;

(2) $v = 6.25 \text{ m/s}$; $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{1.25^2 + 156.25^2} = 156.31 \text{ m/s}^2$.

4. (1) $h = 2.45 \text{ m}$;

(2) $T = 39.2 \text{ N}$.

5. (1) $\alpha = -\frac{K\omega_0^2}{9J}$; (2) $t = \frac{2J}{K\omega_0}$.

6. $\alpha' > \alpha$.

作业 8

1. (1) $J_M > J_H$; (2) $E_{kM} > E_{kH}$.

2. C; 因为有内能, 是非保守力做功, 系统的机械能不守恒; 但合力矩为零, 角动量守恒。

3. $\omega = \frac{mv'R}{J+mR^2} = 0.095 \text{ rad/s}$.

4. $\cos \theta = 1 - \frac{75}{296} \frac{v^2}{gL}$.

5. $v_A = \omega L = \sqrt{3gL}$.

6. (1) 对于小球和圆环构成的系统, 重力与转轴平行, 所以力矩为零, 系统的内力不改变角动量, 所以系统的角动量守恒。

当小球在 B 位置时 $J_0\omega_0 = J_0\omega_B + mR^2\omega_B \rightarrow \omega_B = \frac{J_0\omega_0}{J_0 + mR^2}$;

当小球在 C 位置时 $J_0\omega_0 = J_0\omega_c + m0^2\omega_c \rightarrow \omega_c = \omega_0$.

(2) 以地球、圆环、小球为系统, 系统不受外力, 做功为 0. 内力有重力和小球与环壁之间的压力, 重力为保守内力; 而小球和环壁的压力为非保守内力, 但是小球受的压力(与环壁垂直)与小球相对于环的速度方向(与环壁相切)始终垂直, 所以这对力做功为 0. 因此系统的机械能守恒:

$$mg2R + \frac{1}{2}J_0\omega_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J_0\omega_0^2 \rightarrow v = \sqrt{4gR},$$

C 点时环为瞬时惯性系, 对地的速度和对环的速度一样。

7. 因为整个系统的轴向方向的外力矩为零, 系统沿该方向的角动量守恒。系统的总角动量为零, 轮子产生角动量, 必然有一个大小相等方向相反的角动量产生。这样车轮沿一个方向转动, 人(转盘)会沿相反方向转动。

8. 系统动量守恒, 系统受合外力为零; 系统角动量守恒, 系统受合外力矩为零。