数字电路与系统

Digital Circuits and Systems

大连理工大学
电子信息与电气工程学部

电子科学与技术学院
王开宇

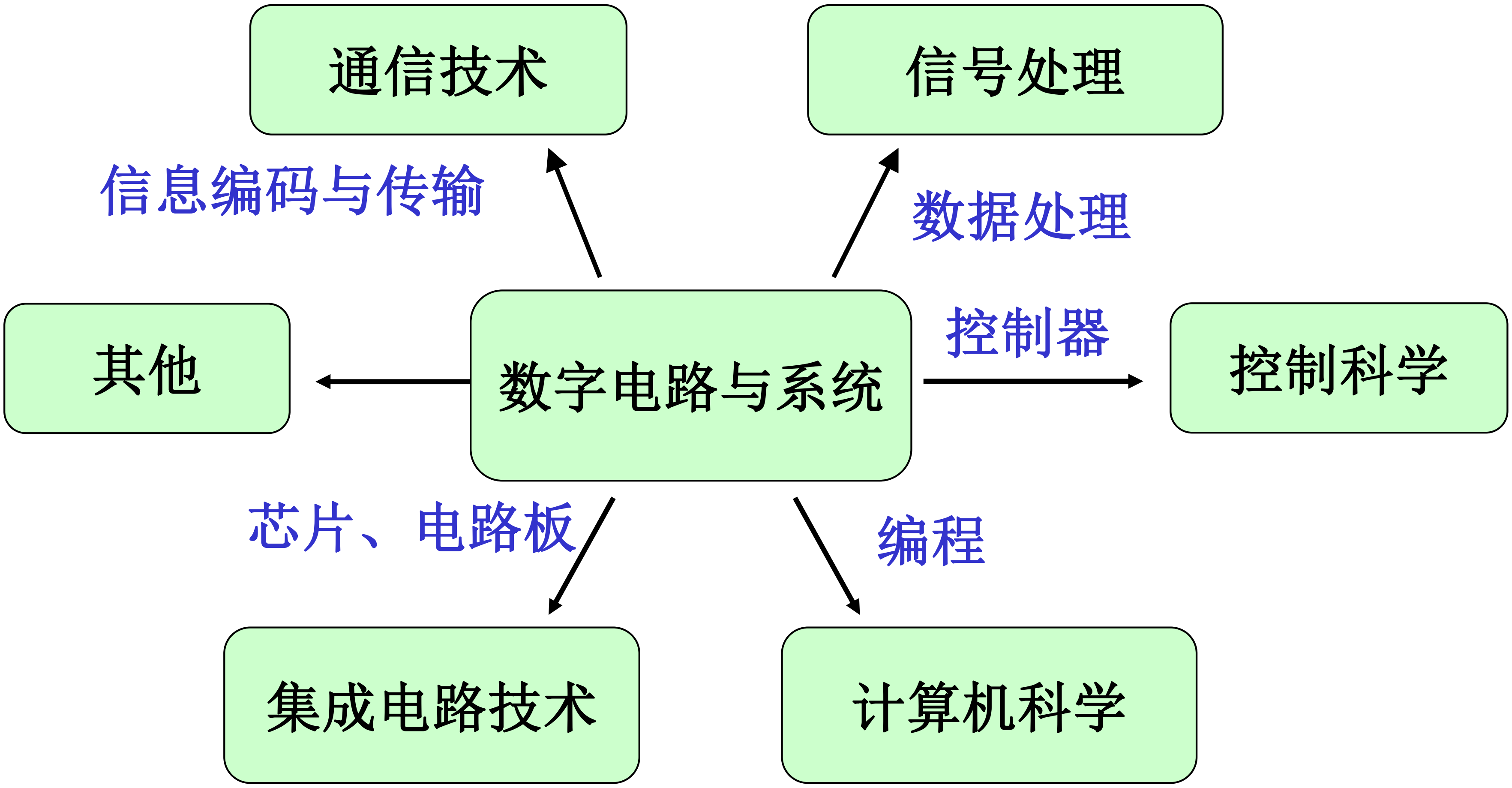
王开宇 副教授

微波与电磁场研究所长
电工电子实验中心常务副主任
电子科学与技术学院

QQ：1944765955

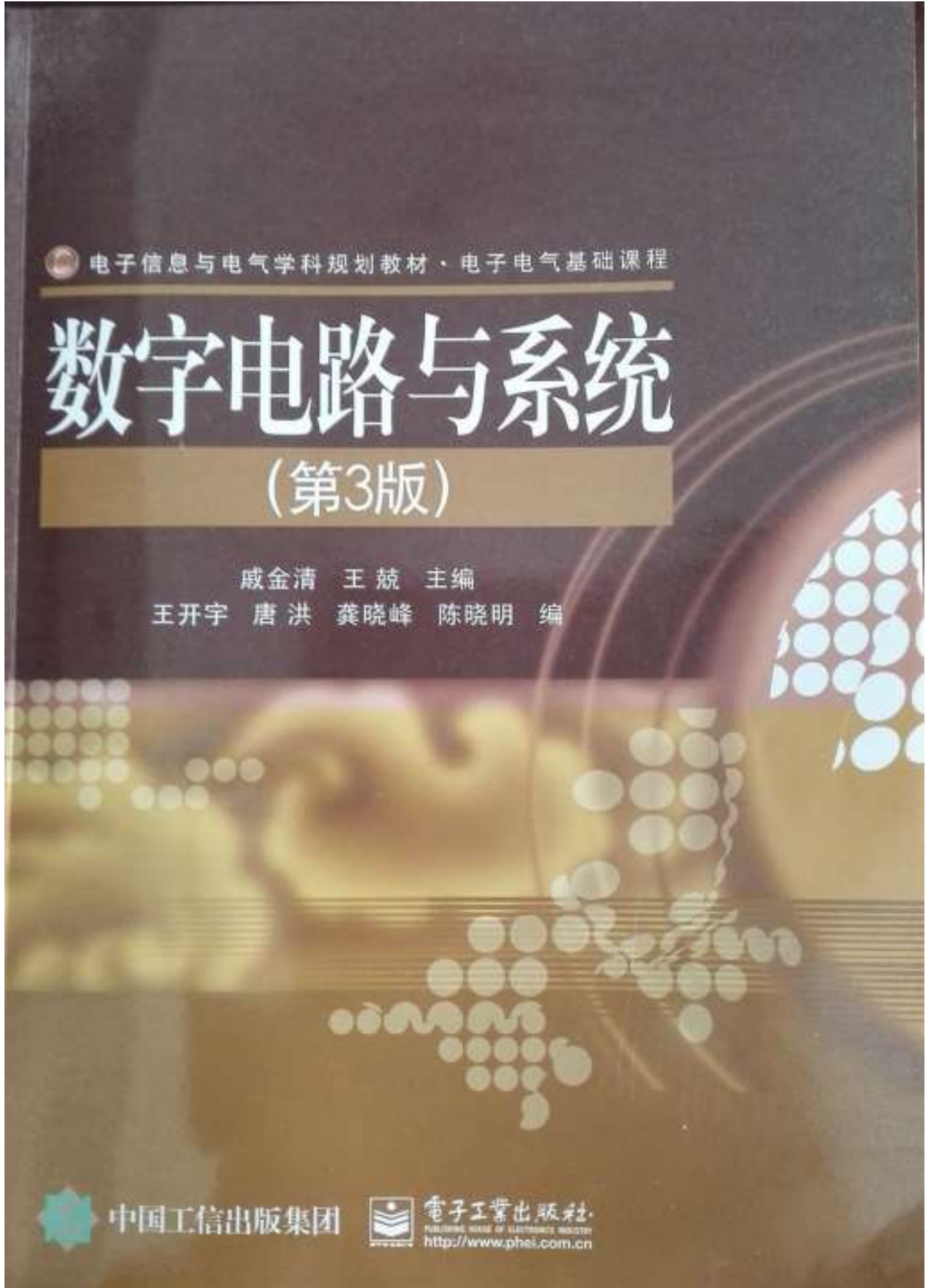
课程性质

“数字电路与系统”是工科电类专业的专业基础课。



数字电路与系统

- 第 1 章 数字逻辑基础
- 第 2 章 逻辑门电路
- 第 3 章 逻辑代数基础
- 第 4 章 组合逻辑电路
- 第 5 章 触发器
- 第 6 章 时序逻辑电路
- 第 7 章 脉冲波形的产生与变换
- 第 8 章 数字系统设计基础
- 第 9 章 模数与数模转换
- 第 10 章 半导体存储器及可编程逻辑器件
- 第 11 章 硬件描述语言 Verilog HDL


电子信息与电气学科规划教材 · 电子电气基础课程
数字电路与系统
(第3版)
戚金清 王兢 主编
王开宇 唐洪 龚晓峰 陈晓明 编
中国工信出版集团
電子工業出版社
http://www.phei.com.cn

第 1 章　数字逻辑基础

Fundamentals of Digital Logic

§ 1.1　数字电路　Digital Logic Circuits

自然界的物理量，按其变化规律可分为两类：

- 模拟量 **Analog**：数值和时间都可以连续取值
- 数字量 **Digital**：时间上离散，值域内只能取某些特定值

Analog
模拟量

- 声音
- 压力
- 速度
- 气味
- 温度
- 电压值
- 流量
- …

Digital
数字量

- 人数
- 模拟量的数字形式
- 语言和文字
- 编码
- …

数字系统的优势

（1） 稳定性高，可靠性好

给定相同的输入信号（值和时间序列），一个设计完好的数字电路的输出总是相同的。

模拟电路的输出随外界温度、电源电压、器件的老化等因素而发生变化。

数字信号对噪声不敏感，抗干扰能力强，保密性好，信息的保存与传输更加简便可靠。

数字系统的优势

（2） 易于设计

数字电路又称为数字逻辑电路，它主要是对用0和1表示的数字信号进行逻辑运算和处理，广泛使用的数学工具是逻辑代数。

不需要复杂的数学知识，不像对电容器、晶体管或其他模拟器件那样，要求对模型进行计算才能理解和认识它们的内部特性和工作过程。

数字电路能够可靠地区分0和1两种状态就可以正常工作，电路的精度要求不高。因此，数字电路的分析与设计相对较容易。

数字系统的优势

（3） 表征数学量精度高、范围大

Analog system

模拟系统的范围和精度受其线性区域的范围及噪声抑制能力的限制。

Digital system

数字系统可以通过增加信息表示的位数来改善范围和精度。

数字系统的优势

（4） 可编程性

现代数字系统的设计，大多采用可编程逻辑器件。采用硬件描述语言（VHDL）在计算机上完成电路设计的编译、仿真及综合，并写入芯片，给用户研发产品带来了极大的方便和灵活性。

数字系统的优势

（5） 快速, 低功耗

集成电路中单管的开关速度可以做到小于 10^{-11} s。整体器件中，信号从检测输入到输出的传输时间小于 2×10^{-9} s。意味着器件每秒产生 5 亿个结果。

百万门以上超大规模集成芯片的功耗，可以达到毫瓦级 。

数字系统的优势

（6） 批量生产，低成本

数字电路: 结构简单、容易制造、通用性强 → 适合于电路集成、成本低廉

台式计算机常备有“扩展插槽”，以便将来使用更快的处理器或更大容量的存储器。

§1.2 数制 Number Systems

在计算机和数字系统中经常会遇到数制与编码。在数字系统中经常使用二进制、八进制和十六进制，而生活中我们多使用十进制。因此有必要了解数制之间的转换关系。

基数：一个数字系统中数的个数称为基数。

（**radix or base**）

数制系统

- 十进制 **decimal (r =10)**
- 二进制 **binary (r =2)**
- 八进制 **octal (r =8)**
- 十六进制 **hexadecimal (r =16)**

1. 十进制 Decimal

十进制包含10个数字： 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

基数为10，逢十进一。

一个十进制的数可以写成 **多项式** 的形式:

$$(194.32)_{10} = 1\times10^{2}+9\times10^{1}+4\times10^{0}+3\times10^{-1}+2\times10^{-2}$$

注意：位于不同位置的数大小不同。

权：表示该位置的大小 weight

每个位置的权为基数10 的幂。

$$(194.32)_{10} = 1\times10^{2}+9\times10^{1}+4\times10^{0}+3\times10^{-1}+2\times10^{-2}$$

一般说，任何一个基数为 ***r*** 的数 ***N*** 都可以按权展开成多项式的形式:

$$N = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i r^i$$

n – 整数个数

m – 小数个数

a_i -- 第 ***i*** 个数的系数

r^i -- 第 ***i*** 个数的位权

2. 二进制 Binary

二进制系统有2个数: **0, 1**。

基数为 2，逢二进一。

0~17 列在表 1:

表 **1.**

Decimal	Binary
0	0
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111
16	10000
17	10001

$(11010.11)_2$ 可以写成:

$$1\times 2^4+1\times 2^3+0\times 2^2+1\times 2^1+0\times 2^0+1\times 2^{-1}+1\times 2^{-2}$$

=16 +8 +2 +0.5 +0.25

=26.75

转化成十进制数

从表 1 寻找规律:

表1.

Decimal	Binary	
0	0	
1	1	
2	10	2^1
3	11	
4	100	2^2
5	101	
6	110	
7	111	
8	1000	2^3
9	1001	
10	1010	
11	1011	
12	1100	
13	1101	
14	1110	
15	1111	
16	10000	2^4
17	10001	

从表 1 得出:

1 2^1 2^2 2^3 …… 2^n

10 100 1000 $\underbrace{10\cdots0}_{n\ zeros}$

$$(128)_{10} = (2^7)_{10} = (1\underbrace{0000000}_{7\text{个}0})_2$$

8 位数中最小的数

$$(2^n)_{10} = (1\underbrace{0\cdots0}_{n\text{个}0})_2$$ 是 $(n+1)$ 位数中最小的数

表1.

Decimal	Binary		
0	0		
1	1		2^1-1
2	10	2^1	
3	11		2^2-1
4	100	2^2	
5	101		
6	110		
7	111		2^3-1
8	1000	2^3	
9	1001		
10	1010		
11	1011		
12	1100		
13	1101		
14	1110		
15	1111		2^4-1
16	10000	2^4	
17	10001		

2 2^1-1 2^2-1 2^3-1 2^4-1 ...

1 11 111 1111 ...

$$(2^n-1)_{10}=(\underbrace{11\ldots1}_{n\ \text{ones}})_2$$

是 *n* 位数中最大的数

例:

$$(255)_{10}=(2^8-1)_{10}=(\underbrace{11111111}_{8\text{个}1})_2$$

$$(253)_{10}=(255-2)_{10}=(11111111-10)_2=(11111101)_2$$

为什么二进制广泛应用于数字系统中？

二进制优点：

1) 容易表示

在计算机和数字系统中, 任何数都是由电路的某种状态来表示的。

2) 分辨性好，抗干扰能力强

二进制的缺点： 数字较大时，位数过多

65:

十进制表示为 2 位：65

二进制表示为 7 位：1000001

数字越大，这个缺点越明显。

所以有些时候经常会用到八进制或十六进制。

3. 八进制 Octal

八进制包括8个数: 0,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

基数为 8.

$$(326.47)_8 = 3\times 8^2 + 2\times 8^1 + 6\times 8^0 + 4\times 8^{-1} + 7\times 8^{-2}$$

$$= 192 + 16 + 6 + 0.5 + 0.12$$

$$= (214.62)_{10}$$

转化成十进制数

表 1.

Decimal	Binary	Octal
0	0	0
1	1	1
2	10	2
3	11	3
4	100	4
5	101	5
6	110	6
7	111	7
8	1000	10
9	1001	11
10	1010	12
11	1011	13
12	1100	14
13	1101	15
14	1110	16
15	1111	17
16	10000	20
17	10001	21

4.十六进制 Hexadecimal

十六进制有**16**个数，表示为：

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

基数为 16.

$$(3CE.4B)_8 = 3\times16^2 + 12\times16^1 + 14\times16^0 + 4\times16^{-1} + 11\times16^{-2}$$

$$= 768 \quad +192 \quad +14 \quad +0.25 \quad +0.043$$

$$= (974.293)_{10}$$

转化成十进制数

表1.

Decimal	Binary	Octal	Hexadecimal
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11

5. 任意进制 （γ 进制）

γ 进制包括 γ 个数： **0,1… γ-1**

§ 1.3 数制间转换 Base Conversions

1. γ 进制转换成十进制:

将 γ 进制的数按权展开，就实现了 γ 进制转换成十进制。

$$(111001.01)_2 = (1\times 2^5 + 1\times 2^4 + 1\times 2^3 + 1\times 2^0 + 1\times 2^{-2})_{10} = (57.25)_{10}$$

2. 十进制转换成 γ 进制:

1) 整数部分，除以 γ 取余，直到商为0为止，逆序;

2) 小数部分，乘以 γ 取整，顺序。

十进制转成二进制: 将 $(39.2)_{10}$ 转换成二进制数

整数部分，除以 γ 取余，直到商为0为止，逆序

整数:

2	39	remainder	1
2	19	………	1
2	9	………	1
2	4	………	0
2	2	……..	0
2	1	………	1
	0		

LSB (least significant bit)

最低有效位

逆 序

MSB

(maximum significant bit)

最高有效位

$$(39)_{10} \rightarrow (100111)_2$$

小数: 小数部分，乘以 γ 取整，顺序 $(39.2)_{10}$

整数

0.2
x 2

MSB 0 ← 0.4
x 2

0 ………………… 0.8
x 2

顺序 1 ………………… 1.6

0.6
x 2

1 ………………… 1.2

保留位数越多，越逼近要转换的数，越准确。

$$(0.2)_{10} \rightarrow (\ .0011)_2$$

$$(39.2)_{10} = (100111.0011)_2$$

$$= (39.1875)_{10}$$

十进制转换成八进制:

将 $(179.46)_{10}$ 转换成 八 进制数

小数点

$$
\begin{array}{r|l}
8 & \underline{179} \quad \ldots\ldots 3 \\
8 & \underline{22} \quad \ldots\ldots 6 \\
8 & \underline{2} \quad \ldots\ldots 2 \\
 & 0
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rr}
 & 0.46 \\
 & \times 8 \\
\hline
3 \leftarrow & 3.68 \\
 & 0.68 \\
 & \times 8 \\
\hline
5 \leftarrow & 5.44
\end{array}
$$

$$(179.46)_{10} = (263.35)_8$$

十进制转换成十六进制:

将 $(178.46)_{10}$ 转换成 十六进制数

$$
\begin{array}{r|l}
16 & 178 \quad \ldots\ldots 2 \\
\hline
16 & 11 \quad \ldots\ldots B \\
\hline
 & 0
\end{array}
$$

•

$$
\begin{array}{r}
0.46 \\
\times 16 \\
\hline
276 \\
46 \\
\hline
7 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 7.36
\end{array}
$$

$$(178.46)_{10} = (B2.7)_{16}$$

3. 二进制与八进制之间的转换

$8 = 2^3$ 一位八进制数可以用3位二进制数表示。

方法: 以小数点为界向两侧划分，三位一组，不够添0

$(1\ 101\ 110\ 011.\ 101\ 1\ )_2 = (1563.54)_8$

1 5 6 3 5 **4**

注意：**最后 1: 100---4**

第一个 1: 001---1

$(253.16)_8 = (010\,101\,011 \cdot 001\,110)_2$

两端的0可以略去

4. 二进制与十六进制之间的转换

$16 = 2^4$ 一位十六进制数可以用4位二进制数表示

方法：以小数点为界向两侧划分，四位一组，不够添0

$(1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1.1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1)_2 = (15ED.BA)_{16}$

1 5 E D B A

$(3D5E.7A8)_{16} = (11\ 1101\ 0101\ \ 1110.\ 0111\ \ 1010\ \ 1)_2$

§1.4 代码 Codes

代表信息的数码称为代码（code)。常用在计算机和数字系统中处理、存储以及传输各种信息。

1.4.1 8421 BCD 码

BCD: binary coded decimal（二进制编码的十进制）

BCD 码是有权码.

BCD码用4位二进制数表示1位十进制数。8421BCD是应用最广泛的一种BCD码，因为其位权与二进制数位权相同。

表 1.

Decimal	Binary	Octal	Hexadecimal	8421BCD
0	0	0	0	0000
1	1	1	1	0001
2	10	2	2	0010
3	11	3	3	0011
4	100	4	4	0100
5	101	5	5	0101
6	110	6	6	0110
7	111	7	7	0111
8	1000	10	8	1000
9	1001	11	9	1001
10	1010	12	A	0001 0000
11	1011	13	B	0001 0001
12	1100	14	C	0001 0010
13	1101	15	D	0001 0011
14	1110	16	E	0001 0100
15	1111	17	F	0001 0101
16	10000	20	10	0001 0110
17	10001	21	11	0001 0111

注意:

在 8421BCD 中 1010 ~ 1111 为禁用码

练习:

$(75.68)_{10}$=(**0111 0101 . 0110 1000** $)_{8421BCD}$

注意: 两端的0不能省略!

$(0111\ 0010\ 0110\ 1001.\ 1000\ 0011)_{8421BCD}$

= (**7269.83** $)_{10}$

- 十进制与8421BCD 之间可以直接转换；
- 二进制与 BCD 码不能直接转换，要先转成十进制。

decimal

binary **8421*BCD***

$$(0001\ 1000)_{8421BCD} = (\ 18\ )_{10} = (\ 10010\ )_2$$

$$(00011000)_2 = (\ 24\ )_{10}$$

BCD 码还包括 2421BCD, 4221BCD, 5421BCD等.

这些BCD码都是有权码。

脚标 **8421BCD** 必须写

$(1001\ 0101\ 0010.0111\ 0110)_{8421BCD}$

1.4.2 格雷码 （The Gray Code ）

格雷码的最重要的特征：

任意两个相邻码之间只有一位不同

格雷码是一种无权码。

Decimal	Binary	Gray code	Decimal	Binary	Gray code
0	0000	0000	8	1000	1100
1	0001	0001	9	1001	1101
2	0010	0011	10	1010	1111
3	0011	0010	11	1011	1110
4	0100	0110	12	1100	1010
5	0101	0111	13	1101	1011
6	0110	0101	14	1110	1001
7	0111	0100	15	1111	1000

在典型的 n 位格雷码中，0 和最大数 $(2^n - 1)$ 之间也只有一位不同，所以它是一种循环码。格雷码的这个特点使它在传输过程中引起的误差较小。

例如，二进制 7：0111

8：1000

在 7 和 8 的边界上，二进制的四位数都发生变化，都处于模糊状态。

Gray 码 7：0100

8：1100

在二者边界上仅存在一位发生变化，带来的误差不会大于1（即7和8之差）。

§1.5 带符号的二进制数

Signed Binary Numbers

十进制中，用(+) 表示正数，(-) 表示负数。

二进制中，有几种方法表示正负数。

1. 原码，反码，补码

原码（Sign-magnitude）：二进制数

$$(13)_{10} = (1101)_2$$ **1101: 原码**

反码 （1’s complement）：

原码全部取反（1变成0，0变成1），为该二进制数的反码。

1 ⟺ 0

1 0 1 1 0 1 0　　原码

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

0 1 0 0 1 0 1　　反码

1011　的反码为：　0100

补码 （2’s complement ）：

反码末位加1，即为该二进制数的补码

1101	原码
0010	反码
+ 1	
0011	补码

由原码直接求补码：

从右侧数第一个1不动，向左依次求反。

原码	1101	反码求反为原码
补码	0011	补码求补为原码

2. 正负数表示

最左侧一位为符号位：

0 表示正数, 1 表示负数

正数: 0 + 二进制数

符号位0 ＋ 原码

正数 $\left\{ \begin{array}{l} \text{原码表示法} \\ \text{反码表示法} \\ \text{补码表示法} \end{array} \right\}$ 都相同：符号位0 ＋原码

＋13： 0,1101

负数:
- 原码表示法:　1+原码
- 反码表示法:　1+反码
- 补码表示法:　1+补码

$$-13 = -(1101)_2$$

原码表示:　1,1101

反码表示:　1,0010

补码表示:　1,0011

注：原码最高位加0，补码最高位加1，不改变数值（不包括符号位).

建立原码、补码等负数的不同表示方法，是为了计算机运算方便，快速。

用补码作减法，可以把减法变加法。这样计算机中只有二进制加法器和求补电路来进行加法和减法运算。

A-B ⟹ **A+(-B)**　　**(-B)**是用补码形式表示的

例:　**25 – 13 = 12**

25: 原码为 **0, 11001**

－13: 原码为 **1, 01101**

补码为 **1, 10011**

$$
\begin{array}{r}
0,11001 \\
+\ 1,10011 \\
\hline
1\quad 0,01100
\end{array}
$$

进位溢出

0, 01100为（**+12**）

3. 偏移码

偏移码的构成：补码的符号位取反

$$-13 \Rightarrow -(1101)_2$$

原码表示: **1,1101**

反码表示: **1,0010**

补码表示: **1,0011**

偏移码表示: **0,0011**

偏移码在数字/模拟（D/A）转换中是最容易电路实现的一种码制。将在第9章详细介绍。

作业

1.4（1, 2, 3）

1.5（1, 2, 3）

1.6（1, 3）

1.10（1, 2, 3）

1.12（1, 2）

1.14

1.16

1.17 (1, 2)

1.19 (1, 5)

通知和作业答案邮箱：

dut_sd@163.com
dutsd2011