7.2 图的存储结构

- 图的存储表示（**非顺序存储映像**）：

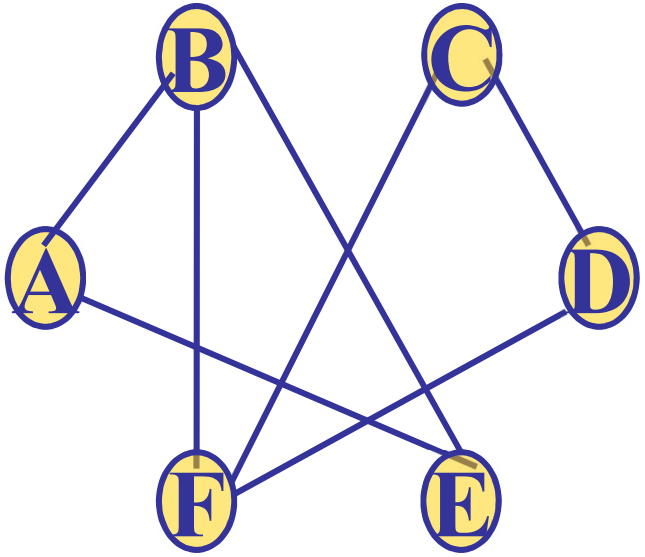
1. 图的数组(邻接矩阵)存储表示
2. 图的邻接表存储表示
3. 有向图的十字链表存储表示
4. 无向图的邻接多重表存储表示

- 设计图的存储表示，应考虑方便以下操作：
  - 求入度，出度
  - 求邻接顶点
  - 判断顶点之间是否有边相连

7.2 图的存储结构--数组(邻接矩阵)存储表示

- *n*个顶点的图用*n**n的矩阵A存放顶点之间的逻辑关系（即：图中的边），一维数组存放顶点信息（数据元素的值）
- 设**无向**图G=(V,E), A[i][j]表示顶点v_i和v_j之间是否存在连边

$$A[i][j]=\begin{cases}1, & (v_i,v_j)\in E(G)\\ 0, & else\end{cases}$$

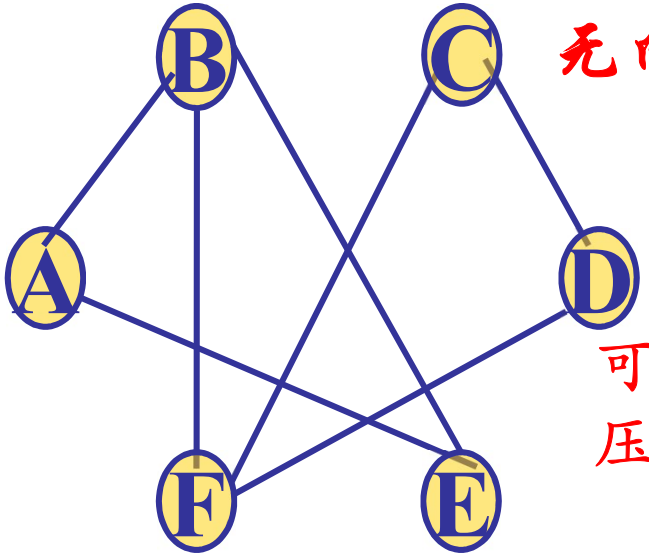


$$\begin{bmatrix}0&1&0&0&1&0\\1&0&0&0&1&1\\0&0&0&1&0&1\\0&0&1&0&0&1\\1&1&0&0&0&0\\0&1&1&1&0&0\end{bmatrix}$$

7.2 图的存储结构--数组(邻接矩阵)存储表示

- *n*个顶点的图用*n**n的矩阵A存放顶点之间的逻辑关系（即：图中的边），一维数组存放顶点信息（数据元素的值）
- 设**无向**图G=(V,E), A[i][j]表示顶点v_i和v_j之间是否存在连边

$$A[i][j]=\begin{cases}1, & (v_i,v_j)\in E(G)\\ 0, & else\end{cases}$$



无向图邻接矩阵是对称阵

$$\begin{array}{c} \\ A\\ B\\ C\\ D\\ E\\ F\end{array}\begin{bmatrix} A & B & C & D & E & F\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

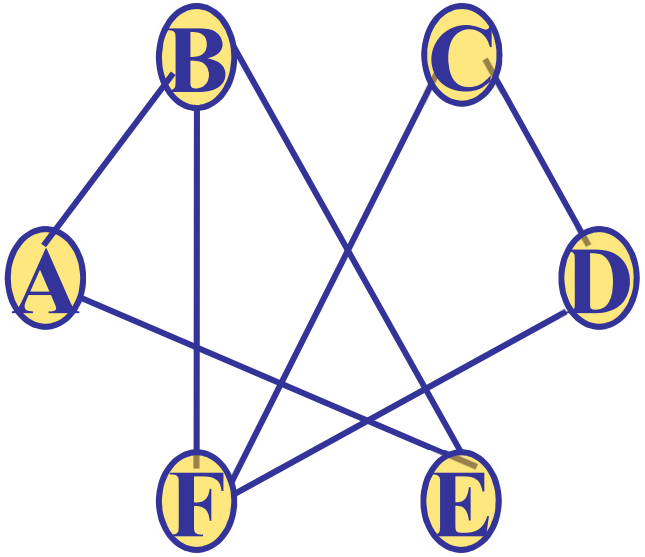
可以利用对称阵的压缩存储方法存储

7.2 图的存储结构--数组(邻接矩阵)存储表示

- **无向**图顶点v_i的度

$$TD(v_i)=\sum_{j=0}^{n-1}A[i][j]$$

$$TD(v_i)=\sum_{j=0}^{n-1}A[j][i]$$

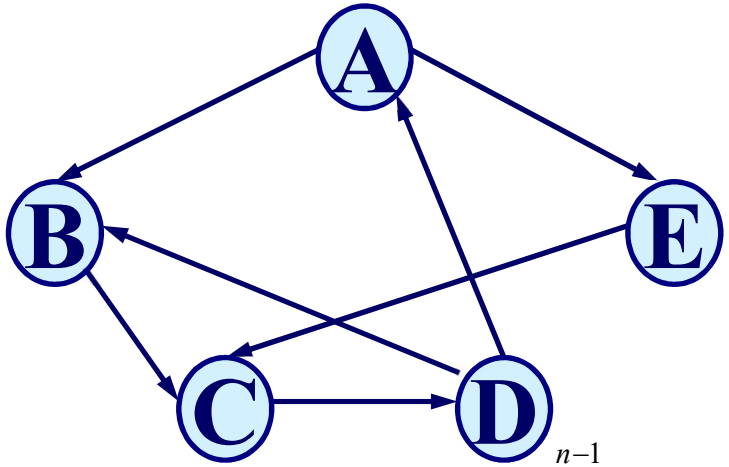


$$\begin{bmatrix}0&1&0&0&1&0\\1&0&0&0&1&1\\0&0&0&1&0&1\\0&0&1&0&0&1\\1&1&0&0&0&0\\0&1&1&1&0&0\end{bmatrix}$$

7.2 图的存储结构--数组(邻接矩阵)存储表示

- 设有向图G=(V,E), A[i][j]表示是否存在顶点v_i流向顶点v_j的弧

$$A[i][j]=\begin{cases}1, & <v_i,v_j>\in E(G)\\ 0, & else\end{cases}$$



$$\begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{array}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

顶点v_i的入度 $ID(v_i)=\sum_{j=0}^{n-1}A[j][i]$

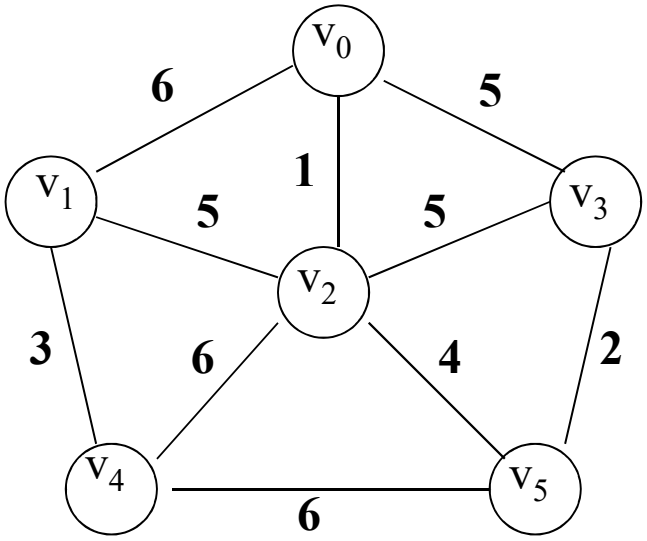
顶点v_i的出度 $OD(v_i)=\sum_{j=0}^{n-1}A[i][j]$

有向图邻接矩阵不一定是对称阵

7.2 图的存储结构--数组(邻接矩阵)存储表示

- 无向网的邻接矩阵 $A[i][j]=\begin{cases} w_{ij}, & (v_i,v_j)\in E(G), \\ 0, & else \end{cases}$

w_{ij}表示在顶点v_i和v_j的连边上的权值



$$\begin{bmatrix} 0 & 6 & 1 & 5 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 5 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 5 & 0 & 5 & 6 & 4 \\ 5 & 0 & 5 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 6 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 4 & 2 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

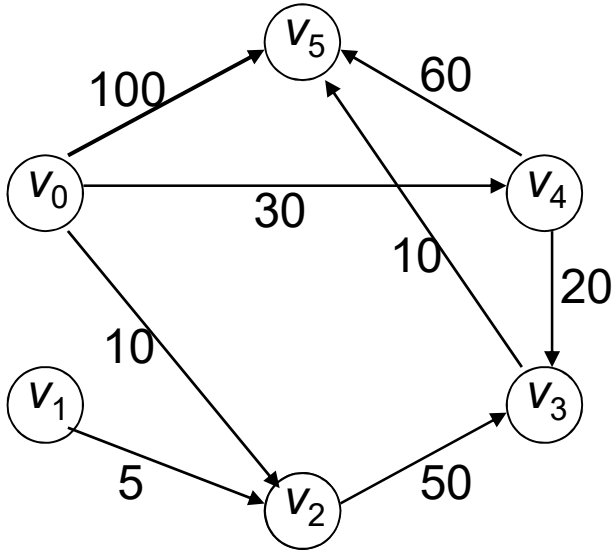
有时：也用∞代表没有边

7.2 图的存储结构--数组(邻接矩阵)存储表示

- 有向网的邻接矩阵

$$A[i][j]=\begin{cases} w_{ij}, & <v_i,v_j>\in E(G) \\ 0, & else \end{cases}$$

w_{ij}表示在顶点v_i流向顶点v_j的弧上的权值



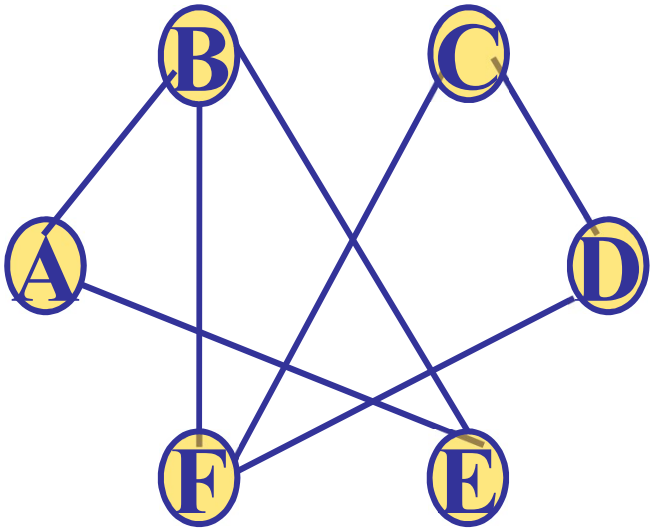
$$\begin{array}{c} \\ v_0 \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{array}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 10 & 0 & 30 & 100 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 20 & 0 & 60 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

有时：也用∞代表没有边

7.2 图的存储结构--数组(邻接矩阵)存储表示

```
#define MAXSIZE 100
typedef struct {
    VertexType      vexs[MAXSIZE]; //一维数组存放顶点信息
    int    arcs[MAXSIZE][MAXSIZE];//邻接矩阵
     int    vexnum, arcnum;  //顶点数和边数
     int   kind;  //图的类型：有向图还是无向图
 } MGraph;
MGraph T;
```

7.2 图的存储结构--数组(邻接矩阵)存储表示



T.arcs[ ][ ]

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

T.vexs[ ]

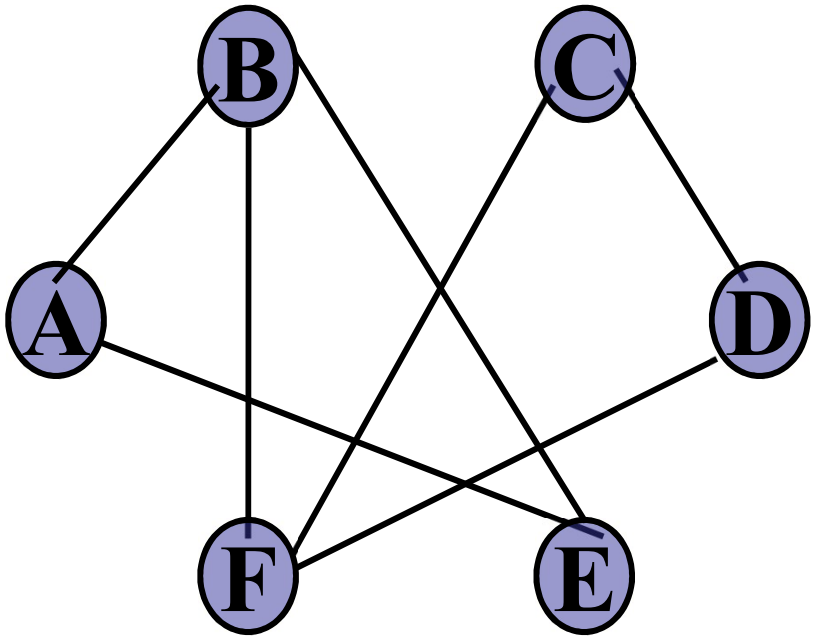
A
B
C
D
E
F

7.2 图的存储结构--邻接表存储表示

- 图的一种链式存储结构,对图中每个顶点建立一个单链表,为顶点v_i所建的单链表是将与顶点v_i相关联的边或弧建成一个单链表。
- 用一维数组存放每个顶点的信息和相应单链表的头指针。
- 每个数组元素存放图中一个顶点：顶点的数据（data）和为其所建单链表的头指针（firstarc）。

图的存储结构--邻接表存储表示

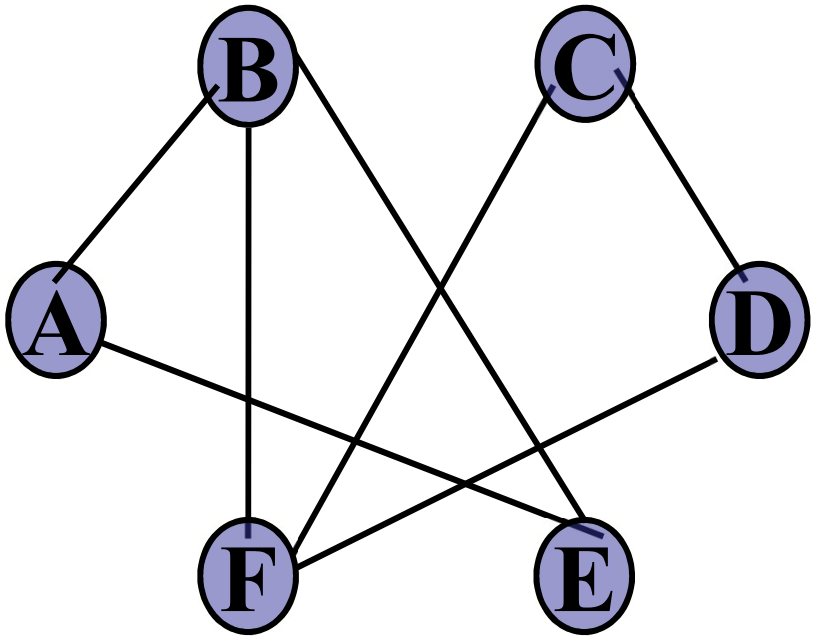
无向图的邻接表:为顶点v_i所建的单链表是将与顶点v_i相关联 的边建成一个单链表；或者说：将顶点v_i的邻接点建成一个单链表。

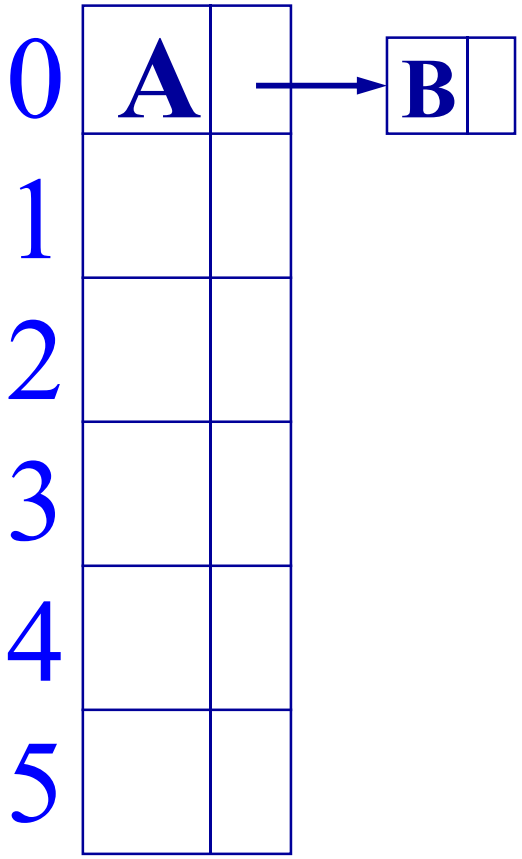


0	A	
1		
2		
3		
4		
5		

图的存储结构--邻接表存储表示

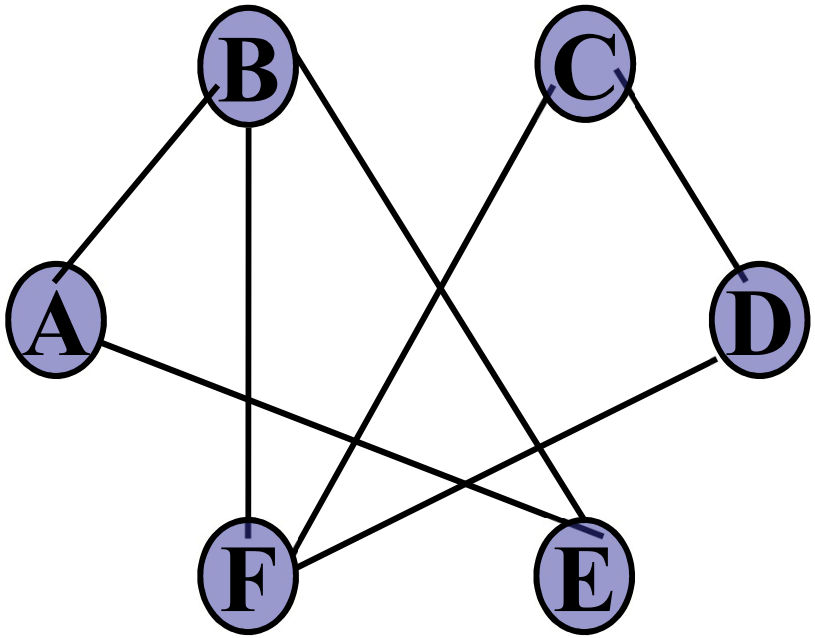
无向图的邻接表:为顶点v_i所建的单链表是将与顶点v_i相关联 的边建成一个单链表；或者说：将顶点v_i的邻接点建成一个单链表。

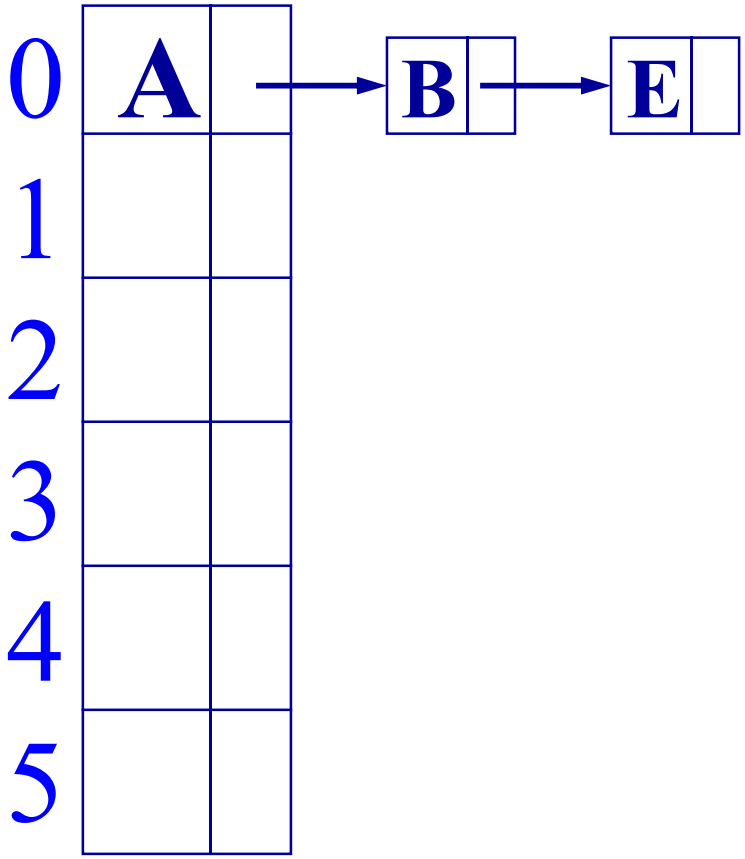




图的存储结构--邻接表存储表示

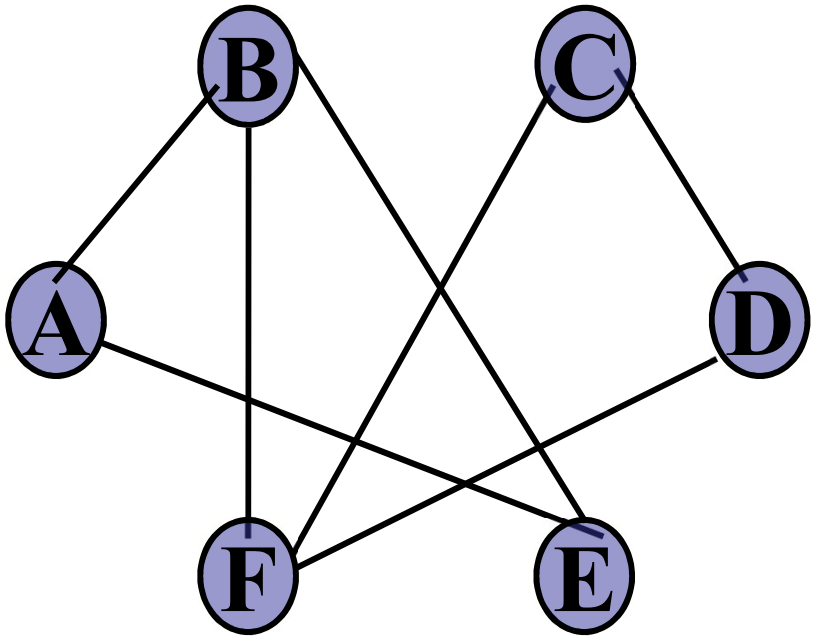
无向图的邻接表:为顶点v_i所建的单链表是将与顶点v_i相关联 的边建成一个单链表；或者说：将顶点v_i的邻接点建成一个单链表。

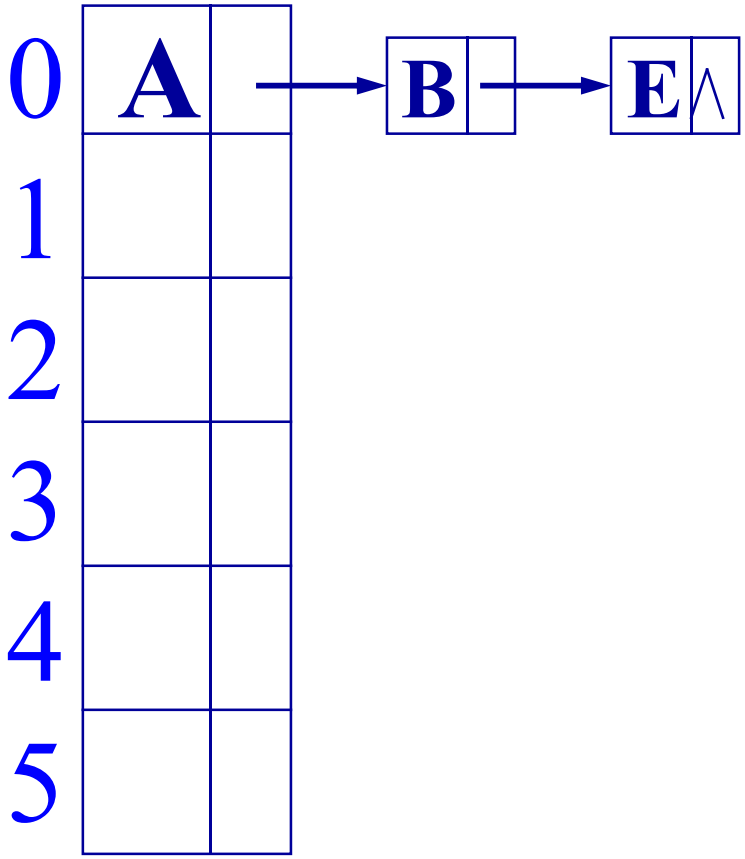




图的存储结构--邻接表存储表示

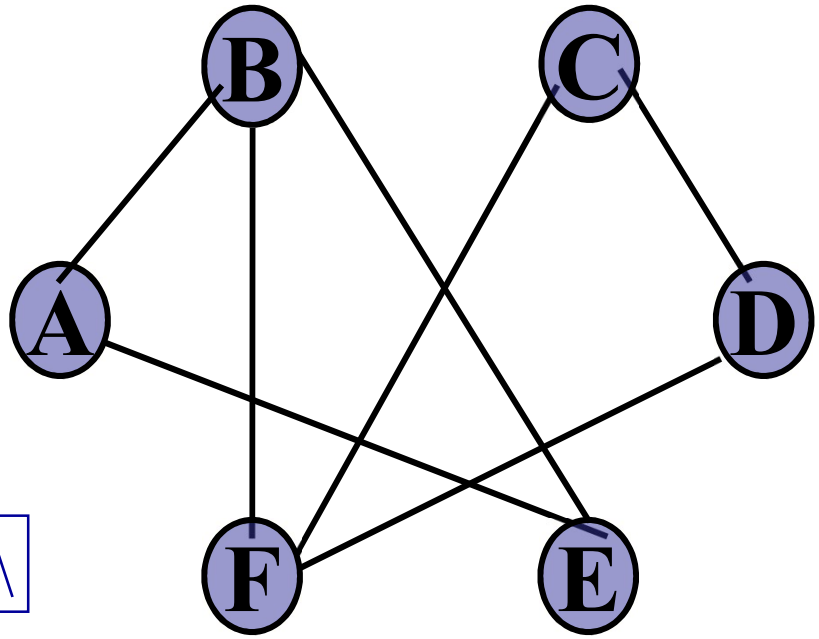
无向图的邻接表:为顶点v_i所建的单链表是将与顶点v_i相关联 的边建成一个单链表；或者说：将顶点v_i的邻接点建成一个单链表。

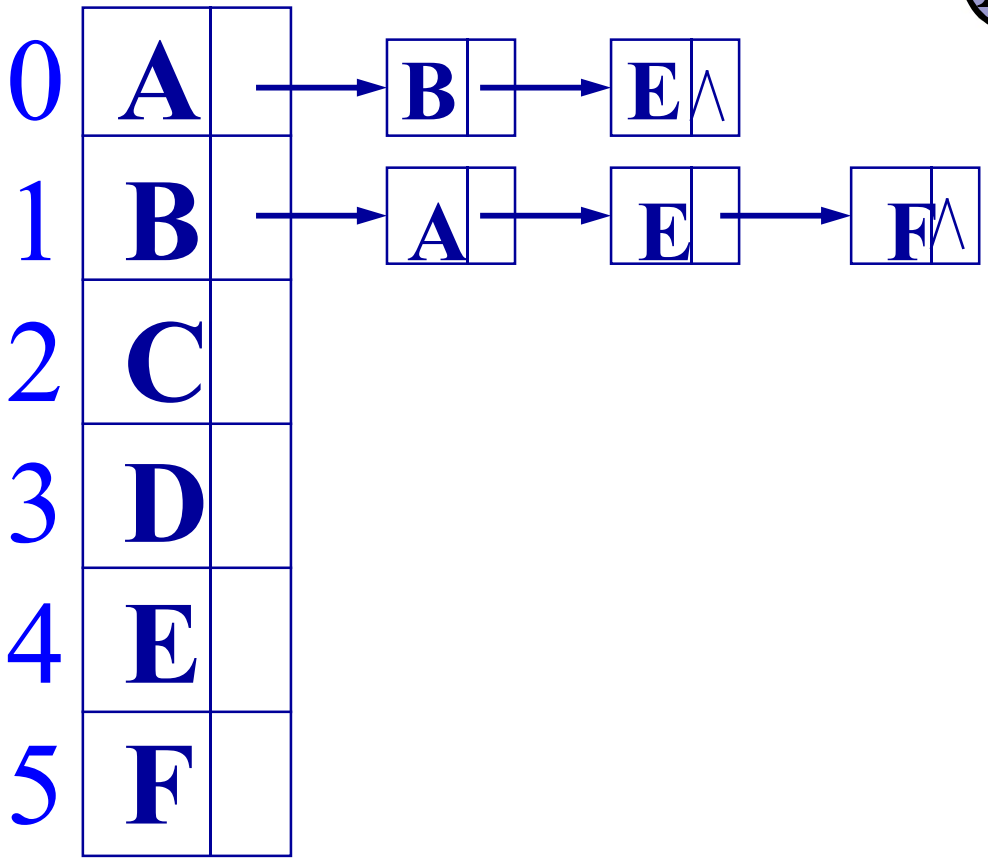




图的存储结构--邻接表存储表示

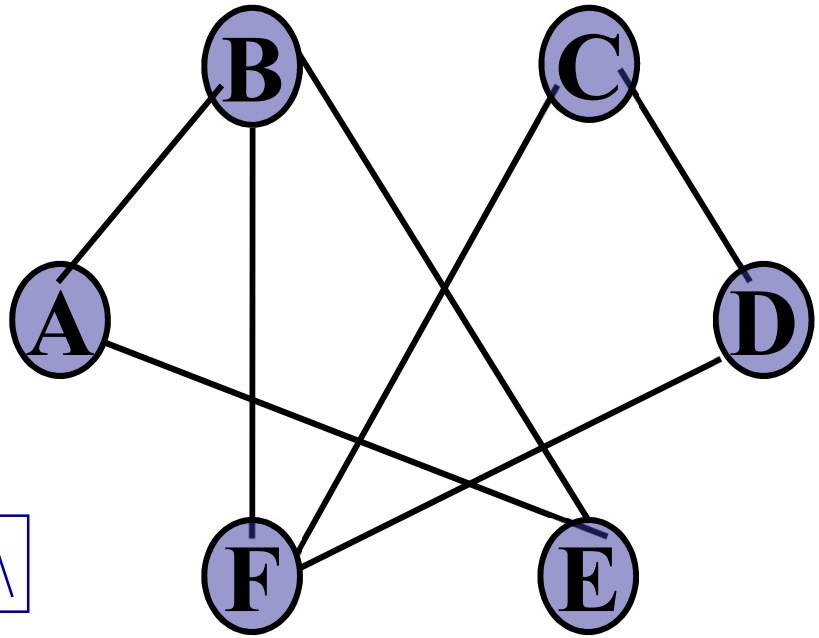
无向图的邻接表:为顶点v_i所建的单链表是将与顶点v_i相关联 的边建成一个单链表；或者说：将顶点v_i的邻接点建成一个单链表。

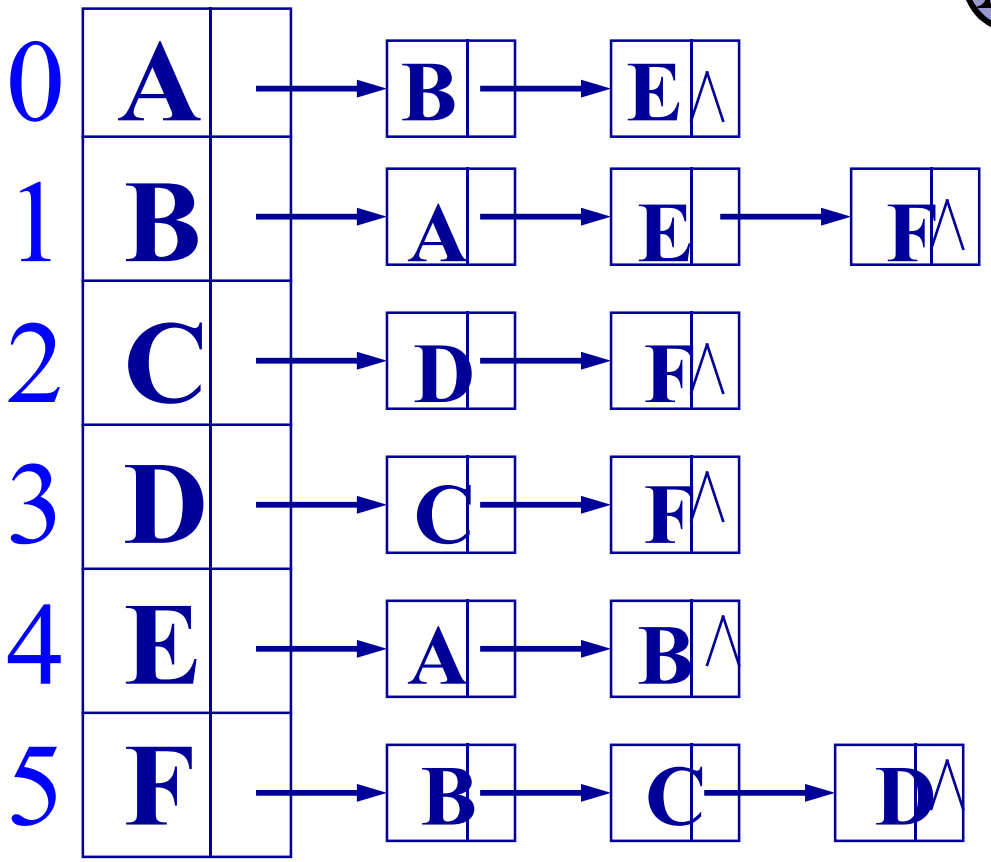




图的存储结构--邻接表存储表示

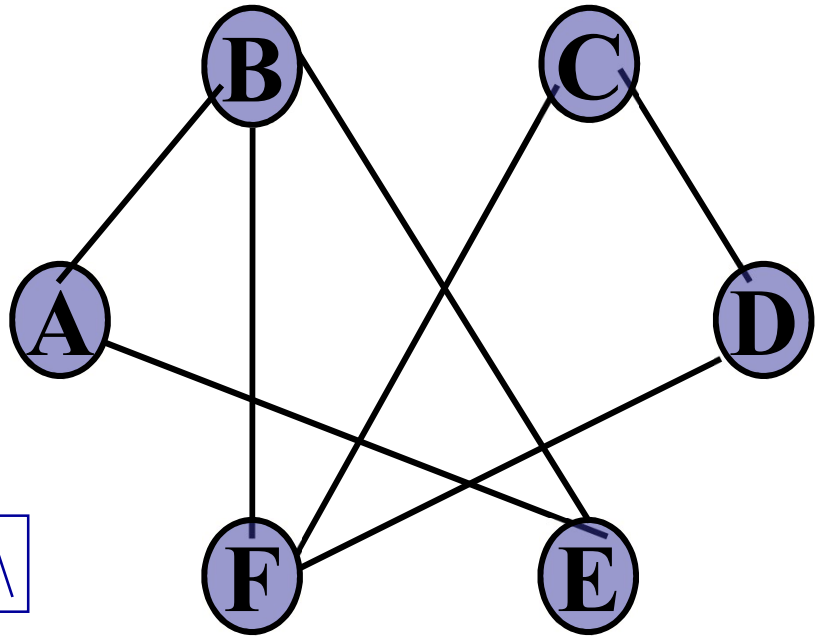
无向图的邻接表:为顶点v_i所建的单链表是将与顶点v_i相关联 的边建成一个单链表；或者说：将顶点v_i的邻接点建成一个单链表。

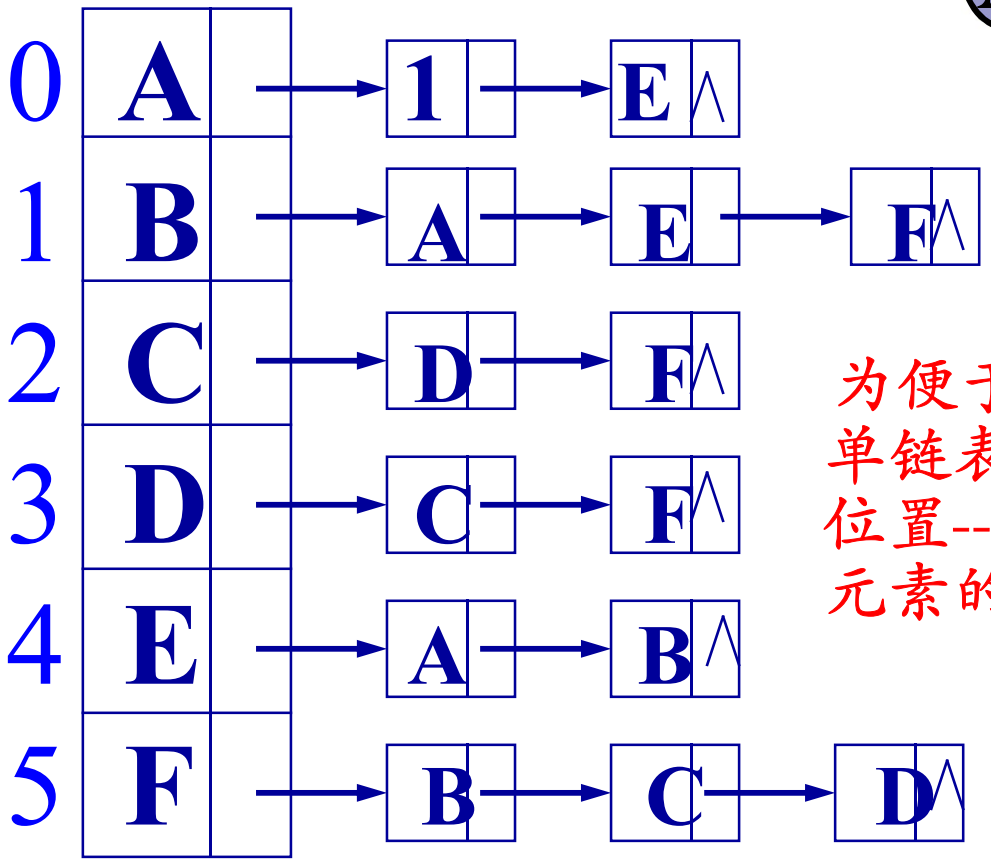




图的存储结构--邻接表存储表示

无向图的邻接表:为顶点v_i所建的单链表是将与顶点v_i相关联 的边建成一个单链表；或者说：将顶点v_i的邻接点建成一个单链表。

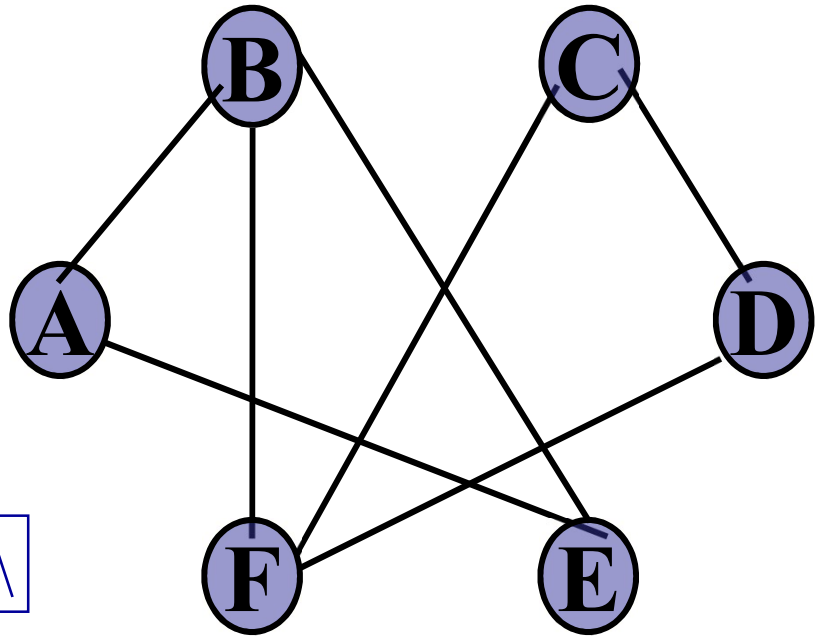


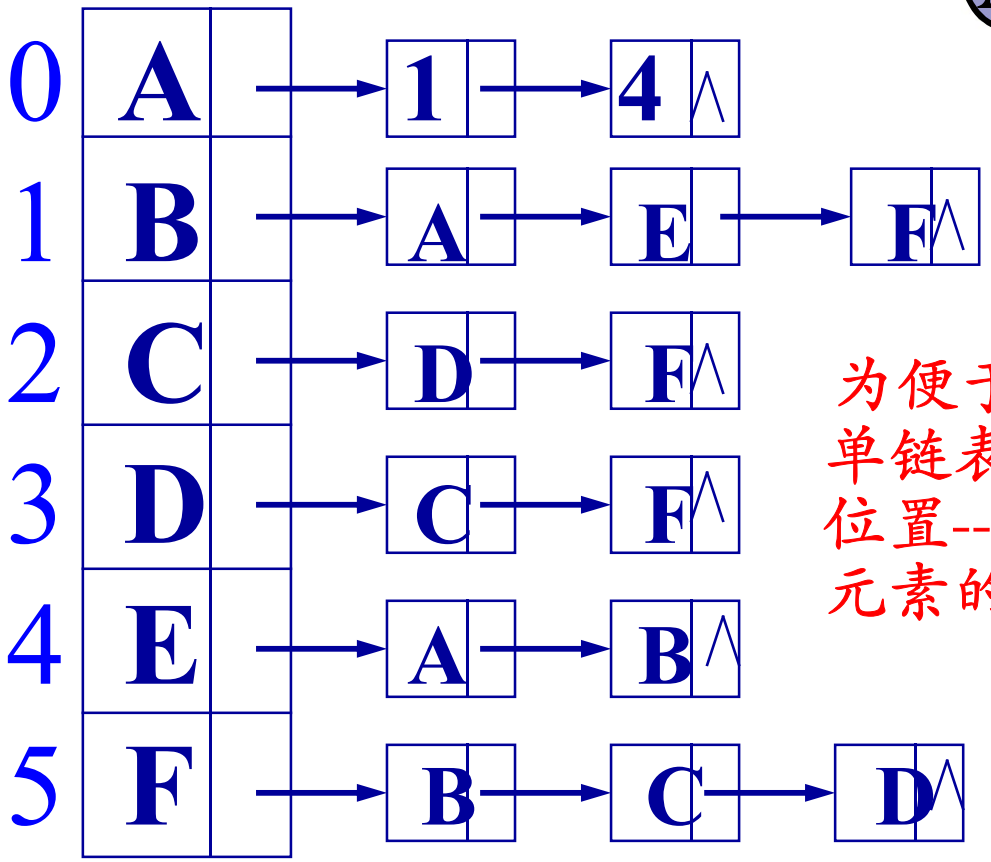


为便于维护数据的一致性，通常单链表中只要给出邻接点的存放位置----在一维数组中对应数组元素的下标即可

图的存储结构--邻接表存储表示

无向图的邻接表:为顶点v_i所建的单链表是将与顶点v_i相关联 的边建成一个单链表；或者说：将顶点v_i的邻接点建成一个单链表。

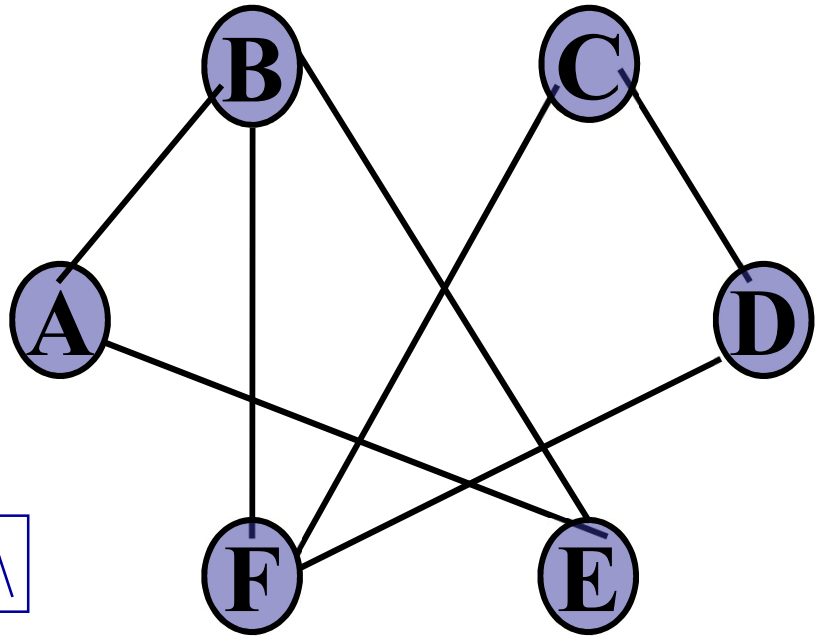


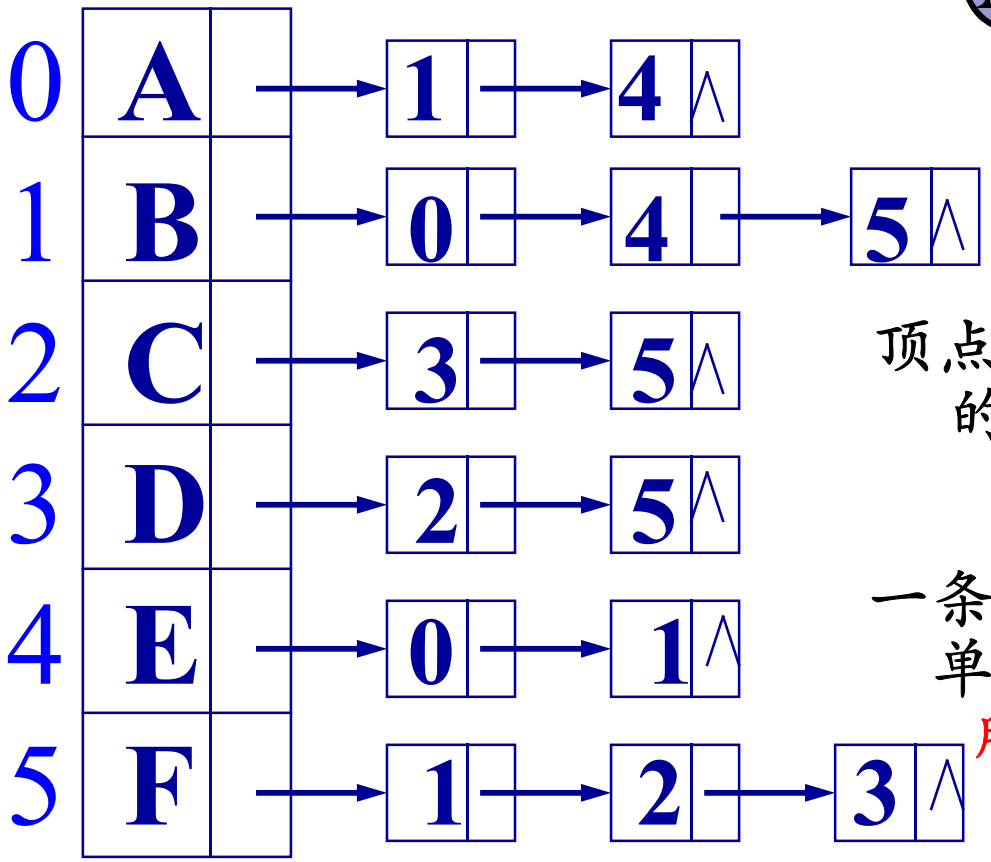


为便于维护数据的一致性，通常单链表中只要给出邻接点的存放位置----在一维数组中对应数组元素的下标即可

图的存储结构--邻接表存储表示

无向图的邻接表:为顶点v_i所建的单链表是将与顶点v_i相关联 的边建成一个单链表；或者说：将顶点v_i的邻接点建成一个单链表。





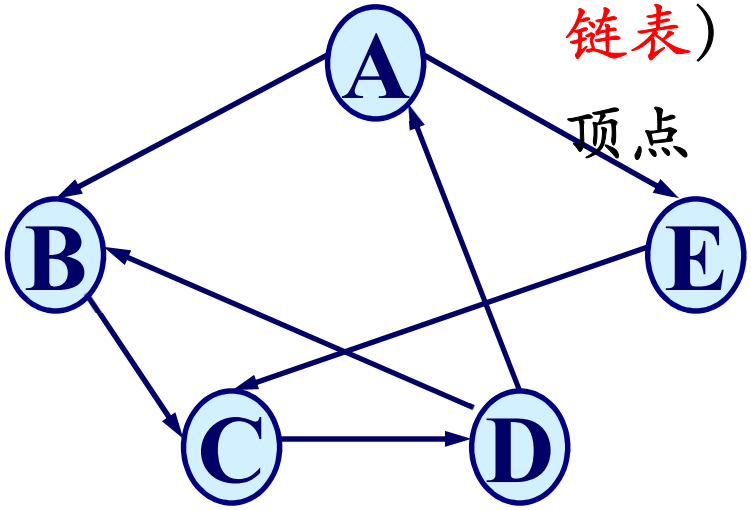
顶点v_i的度是第i个单链表中含有的数据元素的个数，即为v_i所建单链表的长度。

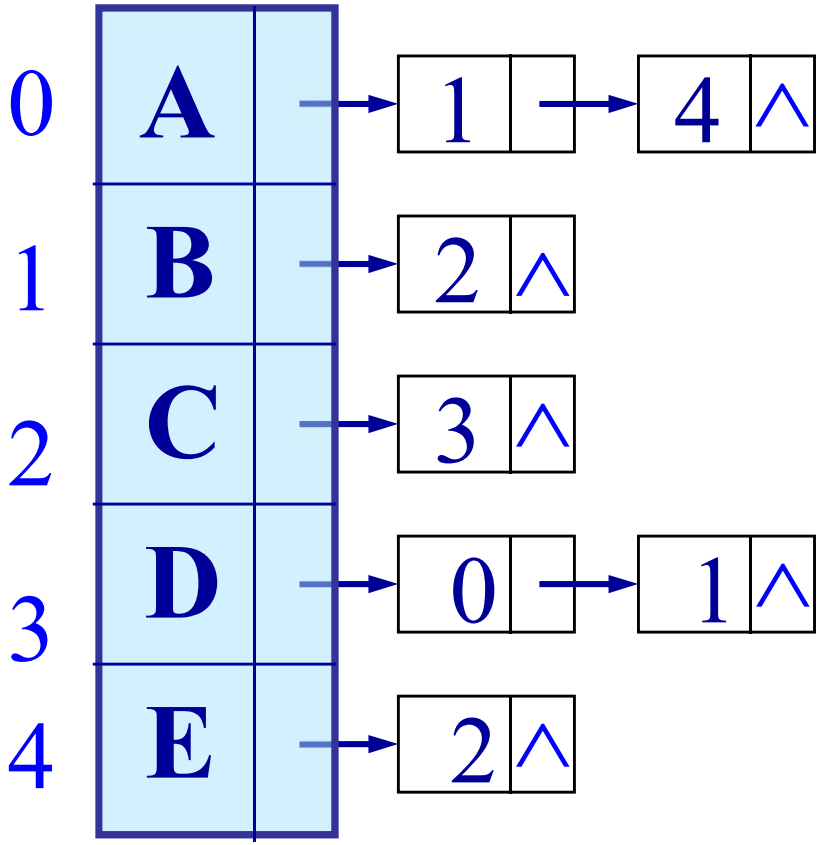
一条边(v_i,v_j)存2次，在第i和第j个单链表（为v_i所建单链表和为v_j所建单链表）中同时存在。

图的存储结构--邻接表存储表示

有向图的邻接表：第i个单链表（为v_i所建单链表）中的结点是从顶点v_i流出的弧**流向**的顶点

一条弧只存一次

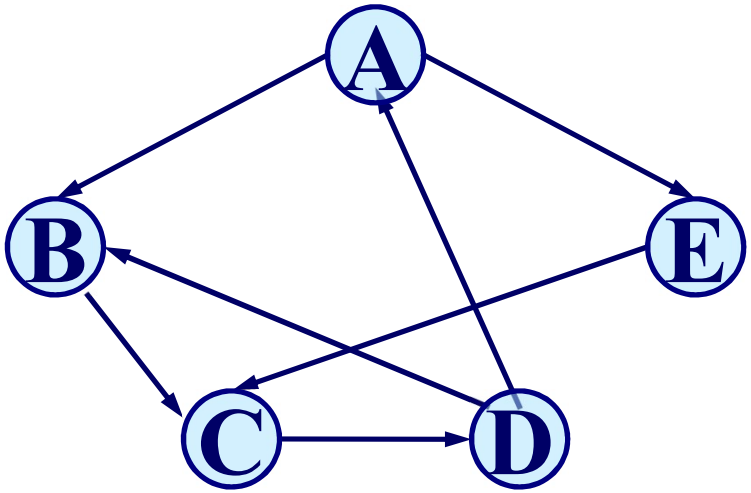




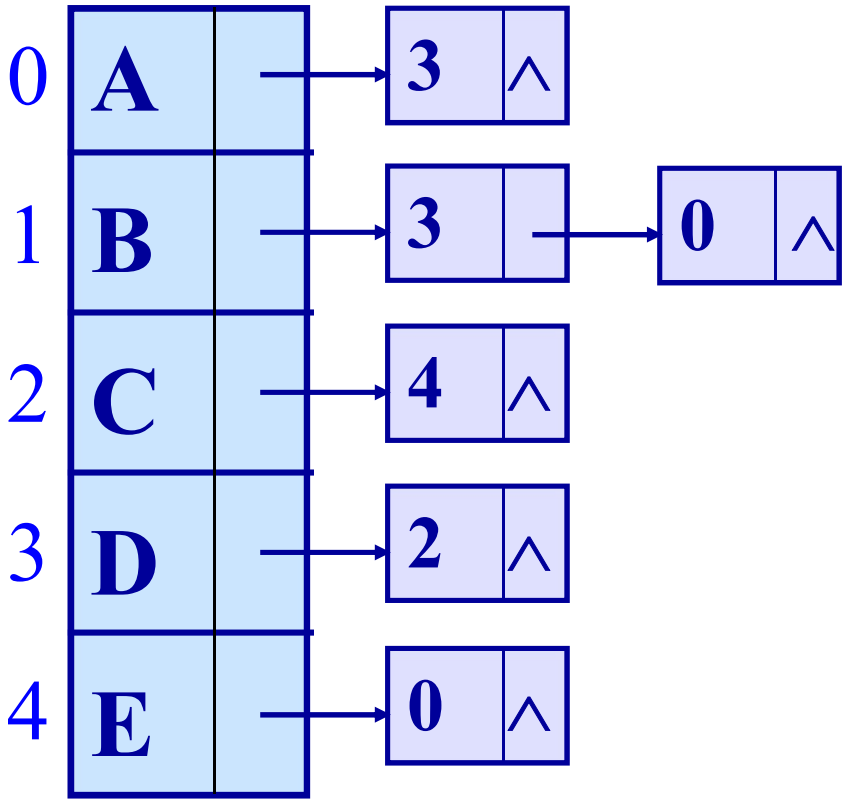
在有向图的邻接表中不易找到指向该顶点的弧。

顶点v_i的**出度**是第i个单链表中含有的数据元素的个数，即为v_i所建单链表的长度。 求入度？若有向图需要的话，建议建立逆邻接表

图的存储结构--邻接表存储表示



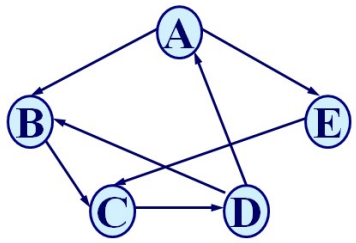
有向图的逆邻接表中，为顶点v_i建的单链表示流向该顶点的弧

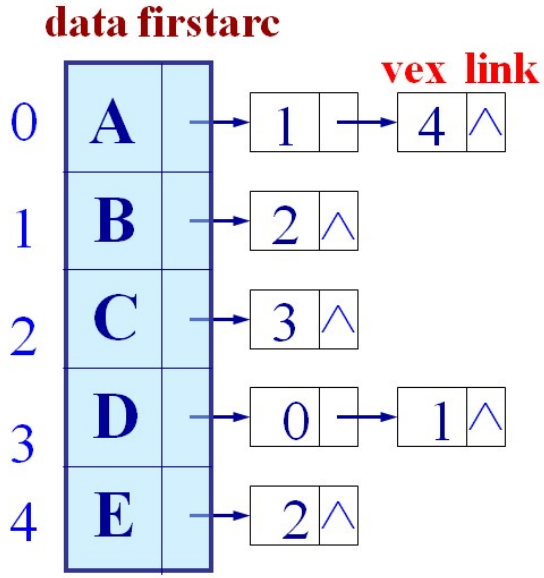


顶点v_i的入度为有向图的逆邻接表中，为顶点v_i建的单链的长度

若图的边比较稀疏，则用邻接表比邻接矩阵节省存储空间。

邻接表存储表示

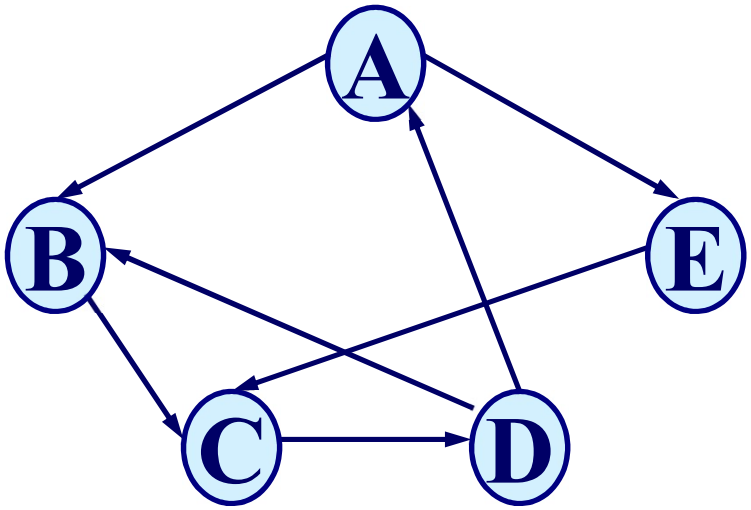


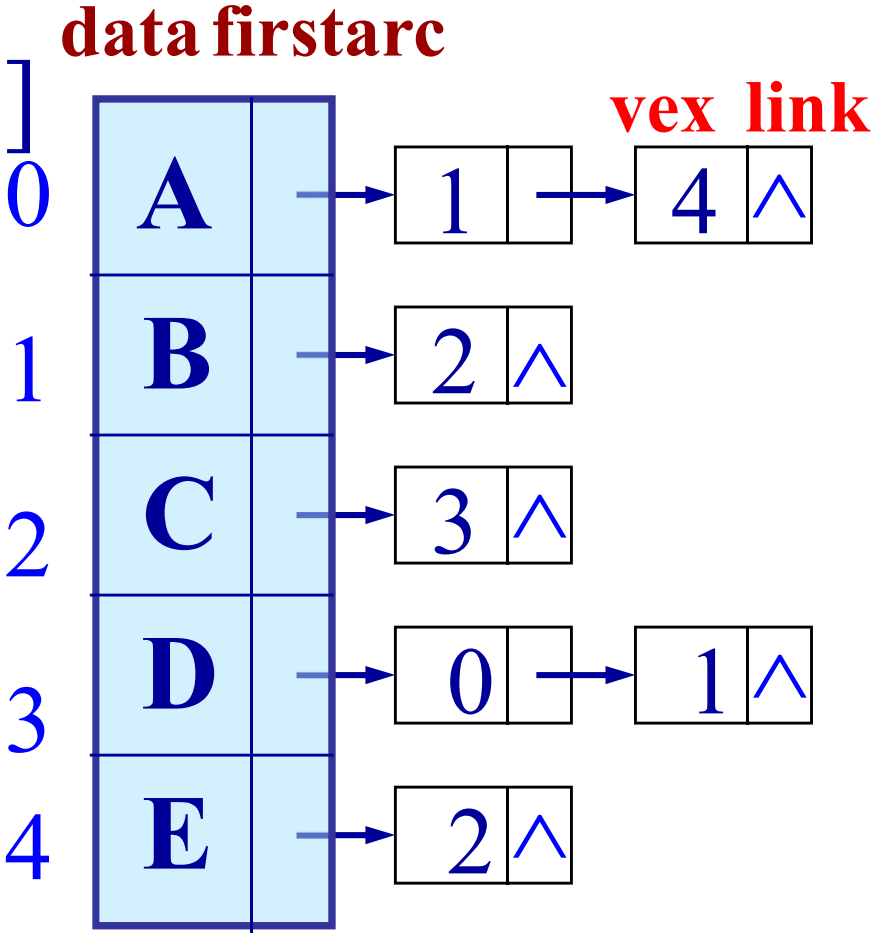



```
typedef struct ArcNode {
  int       vex;   // 该弧所指向的顶点的位置
  struct ArcNode  *link;  // 指向下一条弧的指针
  InfoType   *info;   // 该弧相关信息的指针
} ArcNode;
typedef struct VNode {
  VertexType  data;   // 顶点信息
  ArcNode  *firstarc; // 指向第一条依附该顶点的弧
  } VNode;
 typedef struct {
     VNode    arc[MAXSIZE];
     int      vexnum, arcnum;
     int      kind; //图的类型
  } Graphs;
```

图的存储结构--邻接表存储表示

Graphs T; T.arc[ ]





7.2 图的存储结构--有向图的十字链表存储表示

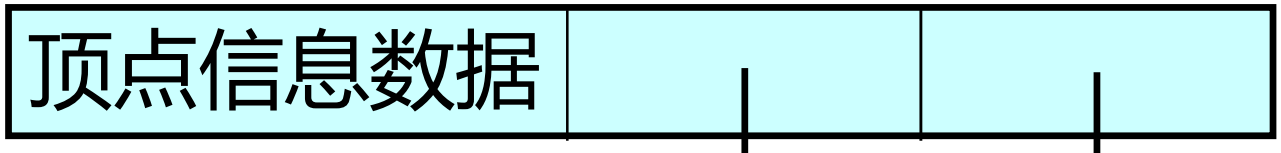
弧的结点结构

每个顶点建2个单链表：流出去的弧建一个单链表，流入的弧建一个单链表。

```
typedef struct ArcBox { // 弧的结构表示
    int tailvex, headvex;   InfoType  *info;
    struct ArcBox  *hlink, *tlink;
    } ArcBox;
```

一条弧位于2个单链表，但只存一次

一维数组元素的类型



流向该顶点的弧所建单链表的头指针firstin

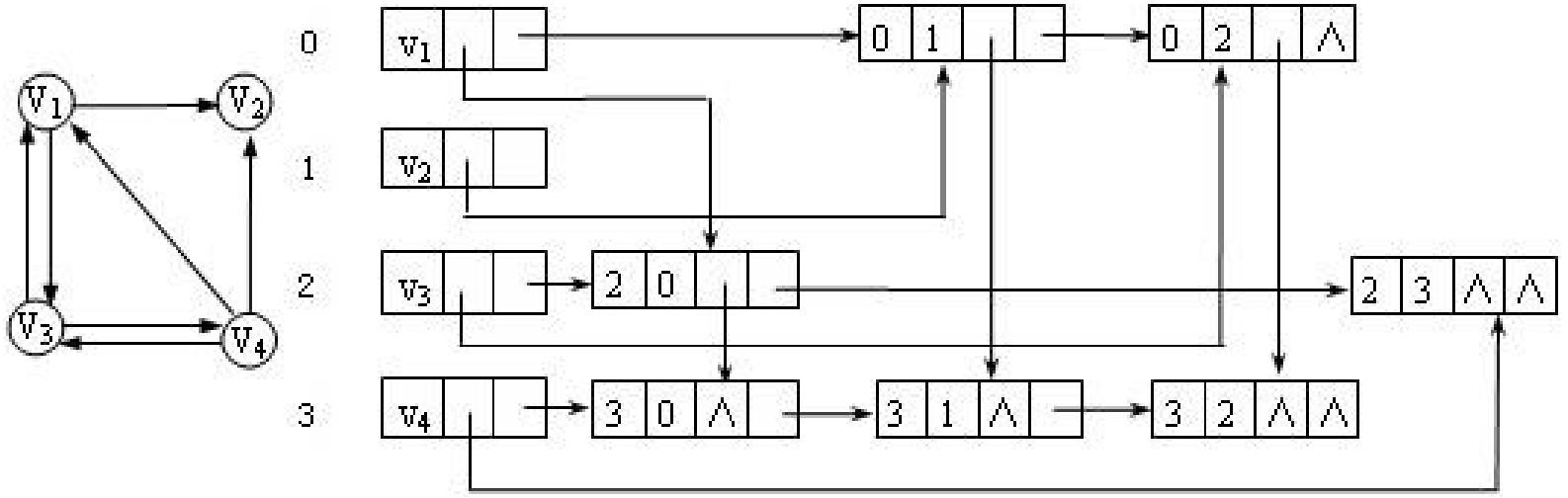
从该顶点流出的弧所建单链表的头指针firstout

```
typedef struct VexNode { // 顶点的结构表示
    VertexType  data;
    ArcBox  *firstin, *firstout;
} VexNode;
```

一维数组保存每个顶点的信息和相应2个单链表的头指针

有向图的十字链表存储表示

```
typedef struct {
   VexNode  xlist[MAXSIZE];  // 顶点信息
   int   vexnum, arcnum; //有向图的当前顶点数和弧数
} OLGraph;
```



（a） 一个有向图G4　　（b） 有向图的十字链表

7.2 图的存储结构--无向图的邻接多重表存储表示

边的结构表示

```
typedef struct Ebox {
    int       mark;
    int       ivex, jvex;
    struct EBox  *ilink, *jlink;
} EBox;
```

每个顶点建1个单链表：与该顶点关联的边建一个单链表

一条边位于2个单链表，但只存一次

mark	ivex	ilink	jvex	jlink

无向图的邻接多重表存储表示

一维数组保存每个顶点的信息和相应单链表的头指针