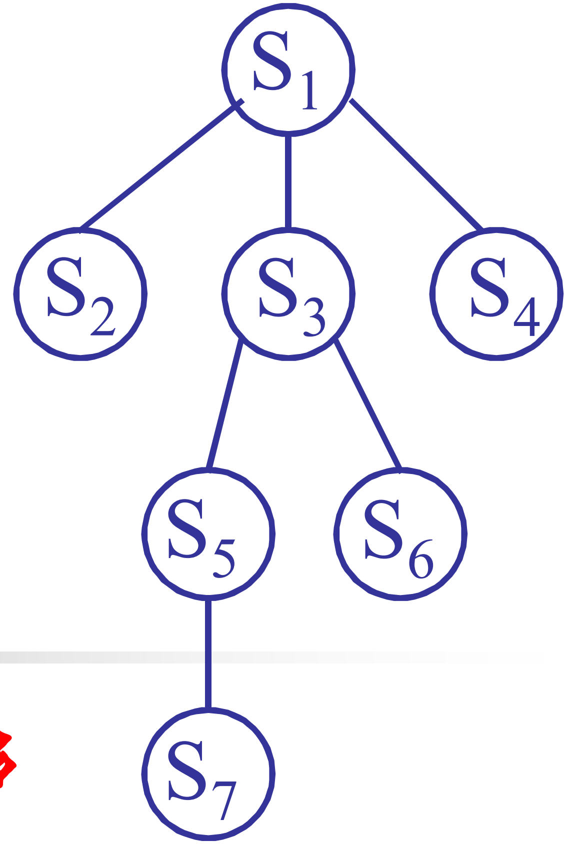
第六章树和二叉树



层次（树型）结构，一对多

一个数据元素若有直接前驱，只能有一个直接前驱

一个数据元素若有直接后继，可以有多个直接后继

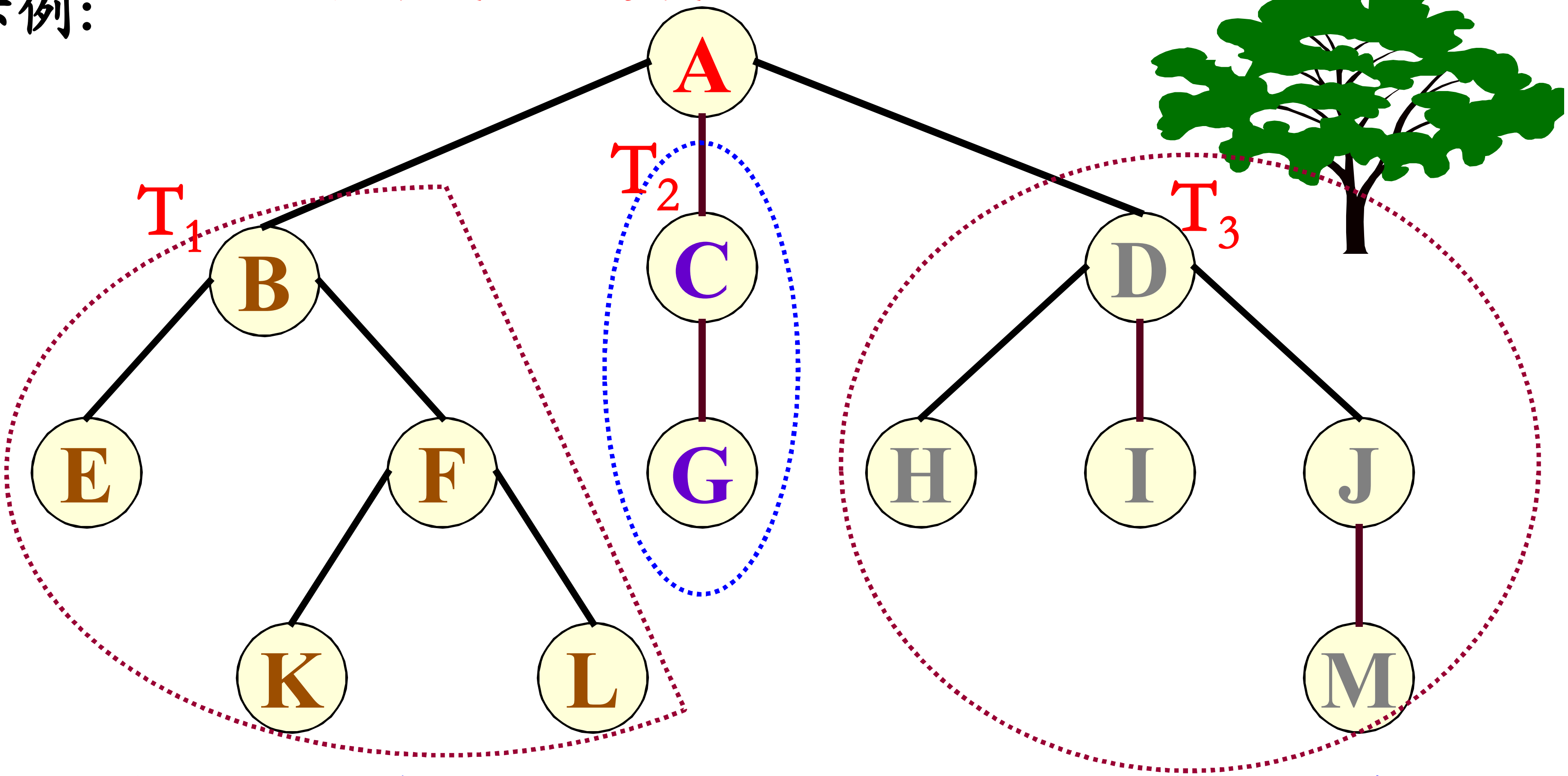
6.1 树的基本概念和术语

- 树的定义：具有相同特性的n个结点（**数据元素**）的有限集合：
  - 若n=0，则称为空树。否则:
  - 存在唯一的称为**根**的结点root;
  - 当n>1时，其余结点可分为m (m>0)个**互不相交**的有限集$T_1, T_2, \cdots, T_m$，其中每一个子集本身又是一棵符合本定义的树，称为根root的子树。
  - m棵**子树的根结点**为根root的**直接后继**

一种递归的定义方式

示例:

与自然界的树相反，我们树根在上，叶子向下生长



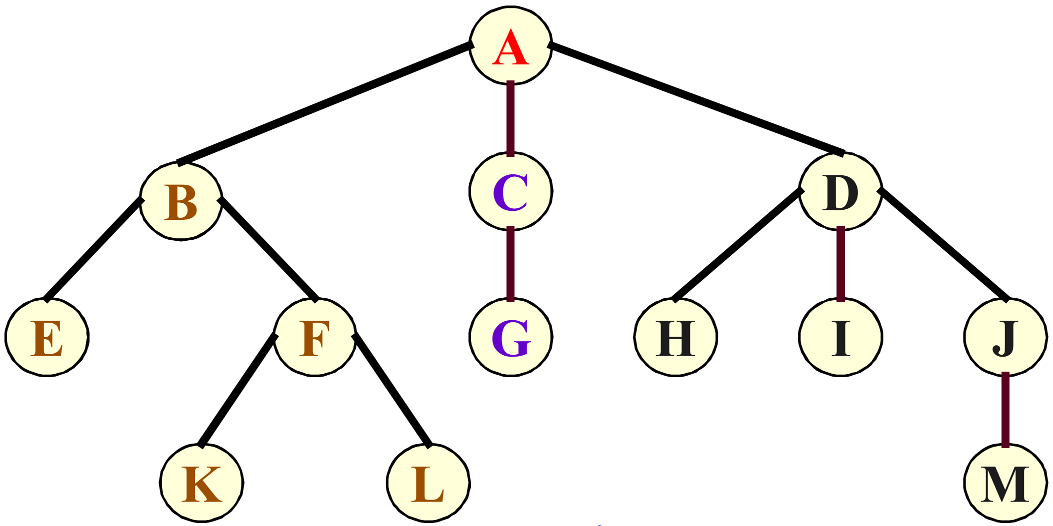
- 该树是n=13个数据元素的集合{A,B,C,D,E,F,G,H,I,J,K,L,M}，唯一的根为A， A没有直接前驱。
- 除A外，余下的12个数据元素构成3个互不相交的有限集T_1, T_2, T_3，为根A的3棵子树。

➢ T_1是5个数据元素的集合{B,E,F,K,L}，唯一的根为B，在T_1中B没有直接前驱。
除B外，T_1余下4个元素构成2个互不相交的有限集T_{11}, T_{12},作为根B的子树。

- ◻ T_{11}是1个数据元素的集合{E}，唯一的根为E，E没有子树。
- ◻ T_{12}是3个数据元素的集合{F,K,L}，唯一的根为F，余下的2个数据元素构成2个互不相交的有限集T_{121} ={K}, T_{122}={L}，为F的2棵子树。

6.1 树的基本概念和术语

- 树的表示法--二元组，图示，集合，广义表,……
  - 二元组表示法：Tree=(D,S)，其中
  - D={A,B,C,D,E,F,G,H,I,J,K,L,M}
  - S={<A,B>,<A,C>,<A,D>,<B,E>,<B,F>,<C,G>,<D,H>,<D,I>,<D,J>,<F,K>,<F,L>,<J,M>}



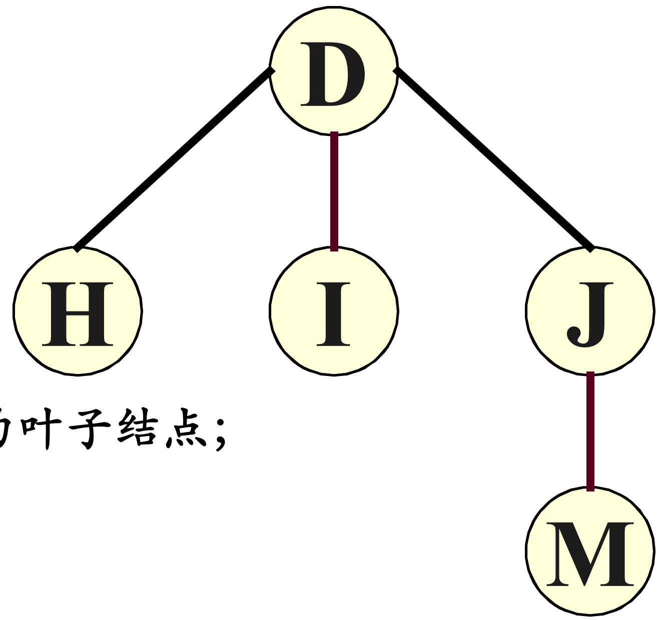
图示法

线性结构	树型结构
第一个数据元素 (无前驱)	根结点 (无前驱)
最后一个数据元素 (无后继)	多个叶子结点 (无后继)
其它数据元素 (一个前驱、一个后继)	其它数据元素 (一个前驱、多个后继)

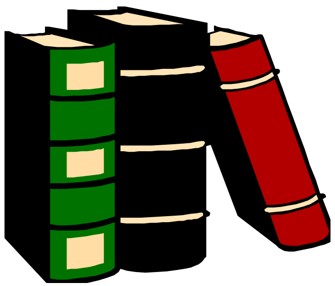
层次（树型）结构与线性结构的比较

6.1 树的基本概念和术语

- 结点：数据元素+若干指向子树的分支
- 结点的度：分支的个数，子树的个数
- 树的度：树中所有结点的度的最大值
- 叶子结点：度为零的结点
- 分支结点：度大于零的结点

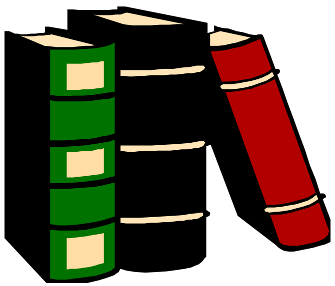


D结点的度为3；H,I,M的度为0，为叶子结点；
J的度为1

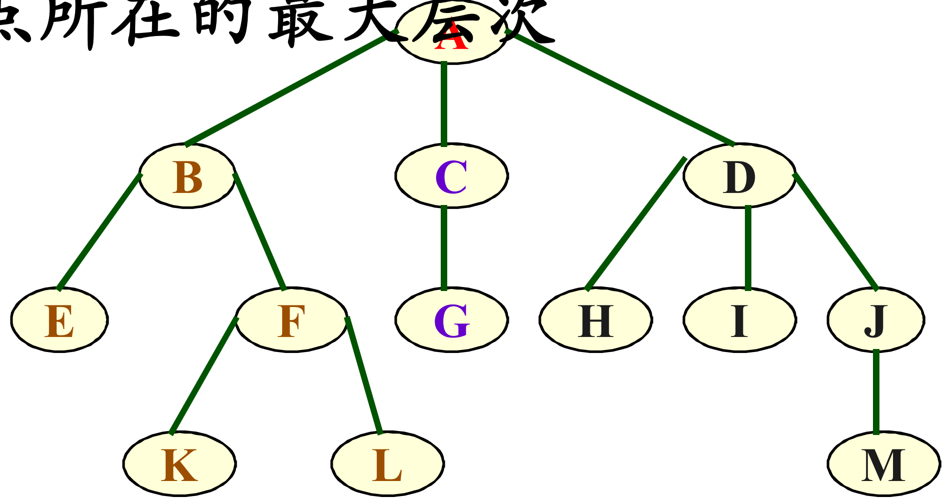


6.1 树的基本概念和术语

- 结点路径：由从根到该结点所经分支和结点构成
- 孩子结点、双亲结点、兄弟结点、堂兄弟、祖先结点、子孙结点
- 结点的层次：设根结点的层次为1，每个结点的层次值为其父结点的层次值+1
- 树的深度：树中叶子结点所在的最大层次

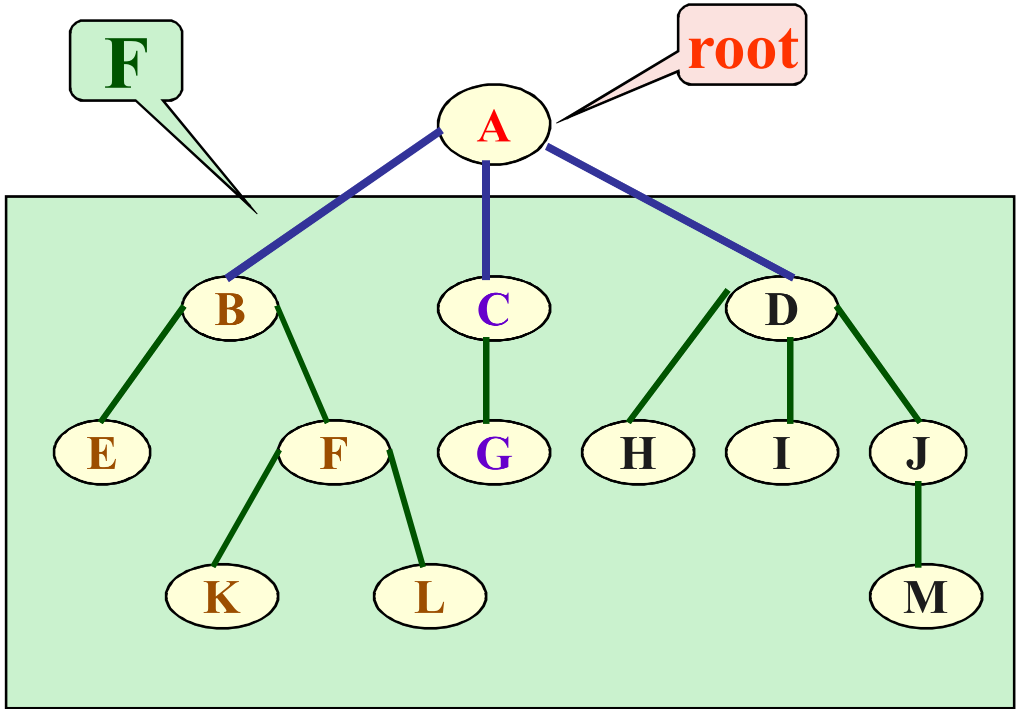


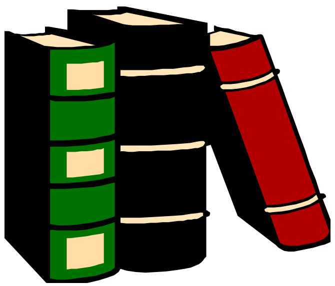
A层次为1；B,C,D层次为2，E,F,G,H,I,J的层次为3；K,L,M的层次为4．树的深度为4



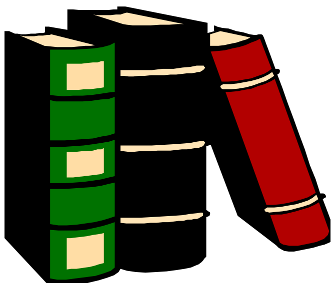
6.1 树的基本概念和术语

- 森林：是m（m≥0）棵互不相交的树的集合
- 任何一棵非空树是一个二元组 Tree＝（root，F）
  - 其中：root 被称为根结点
  - F 被称为子树森林



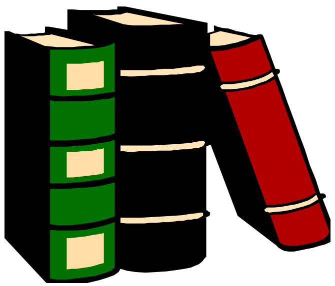


6.2 二叉树



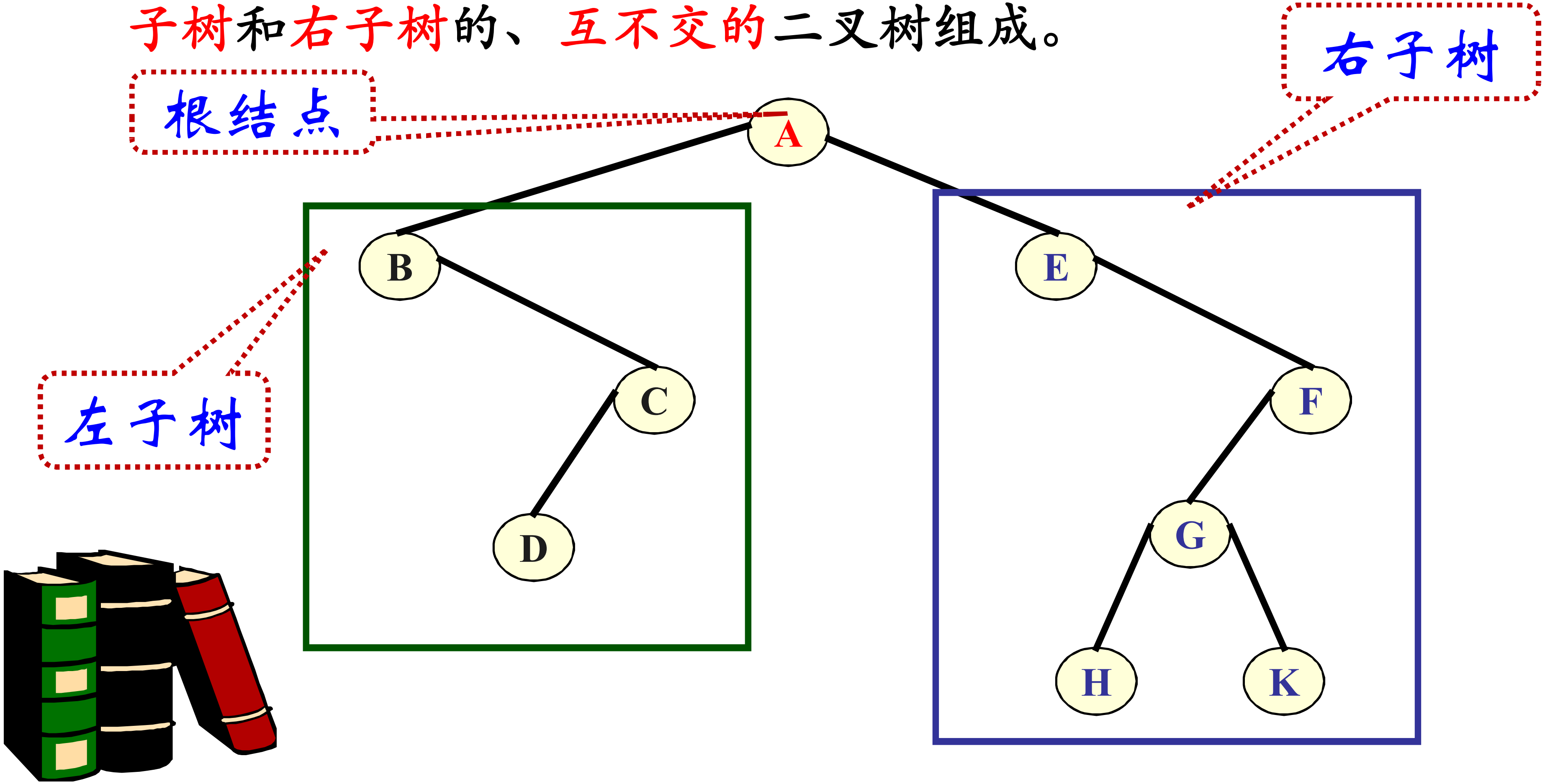
6.2.1 二叉树的定义

- 二叉树或为空树，或是由一个根结点加上两棵分别称为**左子树**和**右子树**的、**互不交的**二叉树组成。



6.2.1 二叉树的定义

- 二叉树或为空树，或是由一个根结点加上两棵分别称为左子树和右子树的、互不交的二叉树组成。

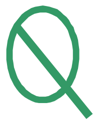


6.2.1 二叉树的定义

- 二叉树有几种基本形态？

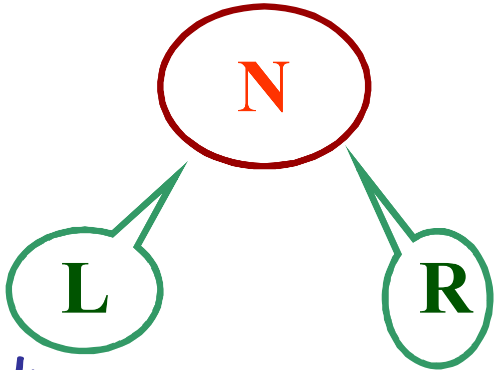
二叉树的五种基本形态：

空树

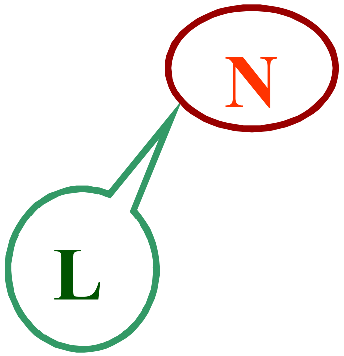


只含根结点

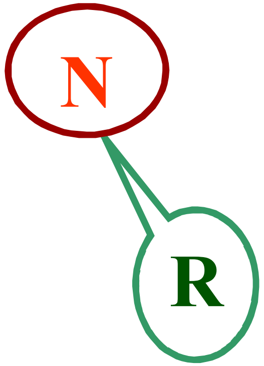
左右子树均不为空树

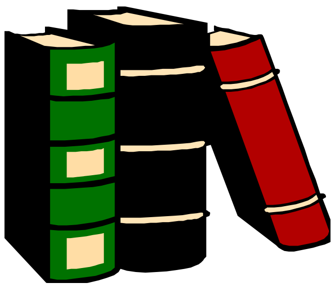


右子树为空树



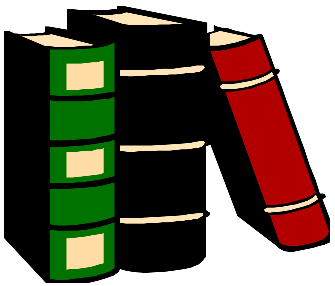
左子树为空树





6.2.2二叉树的性质

- 性质1: 二叉树的第 i 层上至多有2^{i-1} 个结点($i \geqslant 1$)。
- 性质2: 深度为k的二叉树上至多含2^k-1个结点($k \geqslant 1$)
- 性质3: 对任何一棵二叉树，若它含有n_0个叶子结点、n_2 个度为 2 的结点，则必存在关系式$n_0 = n_2+1$。

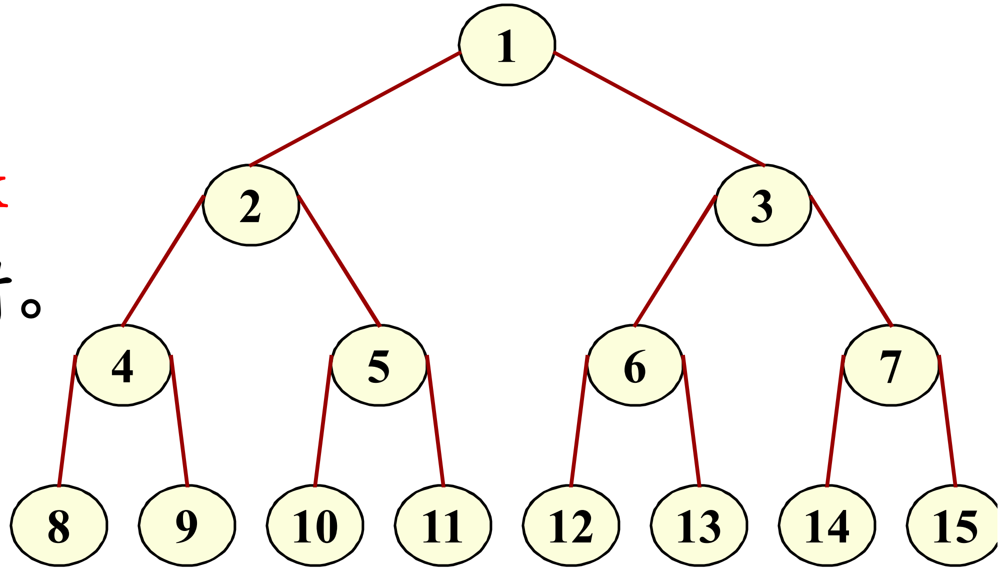


两类特殊的二叉树：

满二叉树：指的是深度为k且含有2^k-1个结点的二叉树。

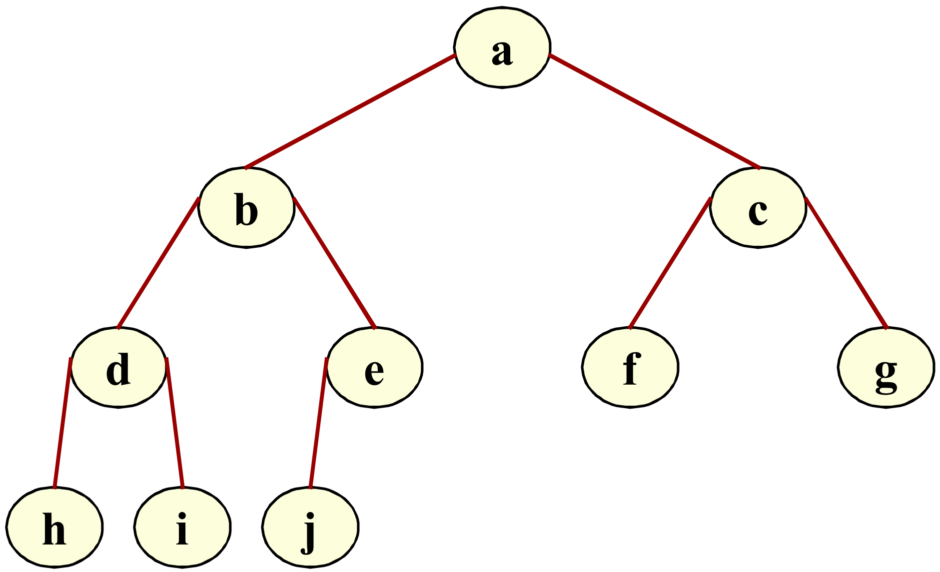
特点：二叉树的每一层都具有最多结点数。

层次编号：从根节点开始，自上而下，自左到右，从1开始给树中每 个结点编号。



完全二叉树：树中所含的 n 个结点和满二叉树中编号为 1 至 n 的结点一一对应。

特点：结点没有左孩子一定没有右孩子；度为1的结点最多有一个



- 性质 4 ： 具有 n 个结点的完全二叉树的深度为 $\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$ 。

- 性质 5： 若对含 n 个结点的完全二叉树从上到下且从左至右进行 1 至 n 的编号，则对完全二叉树中任意一个编号为 i 的结点：

(1) 若 i=1，则该结点是二叉树的根，无双亲，否则，编号为 $\lfloor i/2 \rfloor$ 的结点为其双亲结点；

(2) 若 2i>n，则该结点无左孩子，否则，编号为 2i 的结点为其左孩子结点；

(3) 若 2i+1>n，则该结点无右孩子结点，否则，编号为2i+1 的结点为其右孩子结点。