数字电路与系统

Digital Circuits and Systems

大连理工大学
电子信息与电气工程学部

第 1 章　数字逻辑基础

§1.1　数字电路

自然界的物理量，按其变化规律可分为两类：

$$\begin{cases}\text{模拟量：数值和时间都可以连续取值} \\ \text{数字量：时间上离散，值域内只能取某些特定值}\end{cases}$$

§1.2 数制

在计算机和数字系统中经常会遇到数制与编码。在数字系统中经常使用二进制、八进制和十六进制，而生活中我们多使用十进制。因此有必要了解数制之间的转换关系。

基数：一个数字系统中数的个数称为基数。

（radix or base）

数制系统

- 十进制 **decimal (r =10)**
- 二进制 **binary (r =2)**
- 八进制 **octal (r =8)**
- 十六进制 **hexadecimal (r =16)**

1. 十进制

十进制包含10个数字： **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.**

基数为10，逢十进一。

一个十进制的数可以写成 **多项式** 的形式:

$$(194.32)_{10} = 1\times10^{2}+9\times10^{1}+4\times10^{0}+3\times10^{-1}+2\times10^{-2}$$

注意：位于不同位置的数大小不同。

权：表示该位置的大小 **weight**

每个位置的权为基数10 的幂。

一般说，任何一个基数为 r 的数 N 都可以按权展开成多项式的形式:

$$N=\sum_{i=-m}^{n-1} a_i r^i$$

n – 整数个数

m – 小数个数

a_i -- 第 i 个数的系数

r^i -- 第 i 个数的位权

2. 二进制

二进制系统有2个数：**0, 1**。

基数为 2，逢二进。

0~17 列在表 1:

$(11010.11)_2$ 可以写成:

$$1\times 2^4+1\times 2^3+0\times 2^2+1\times 2^1+0\times 2^0+1\times 2^{-1}+1\times 2^{-2}$$

=16 +8 +2 +0.5 +0.25

=26.75

从表 1 寻找规律:

从表 1 得出:

1 2^1 2^2 2^3 …… 2^n

10 100 1000 $1\underbrace{0\cdots0}_{n\ zeros}$

$$(128)_{10} = (2^7)_{10} = (1\underbrace{0000000}_{7\ zeros})_2$$

8 位数中最小的数

$$(2^n)_{10} = (1\underbrace{0\cdots0}_{n\ zeros})_2$$ 是 (n+1) 位数中最小的数

2 $2^1-1 \quad 2^2-1 \quad 2^3-1 \quad 2^4-1 \quad \ldots$

$1 \quad 11 \quad 111 \quad 1111 \quad \ldots$

$$(2^n-1)_{10} = \underbrace{(11\ldots1)_2}_{n\ \text{ones}}$$

是 ***n*** 位数中最大的数

例:

$$(255)_{10} = (2^8-1)_{10} = \underbrace{(11111111)}_{8\text{个}1}{}_2$$

$$(253)_{10} = (255-2)_{10} = (11111111-10)_2 = (11111101)_2$$

3. 八进制

八 进制包括**8**个数**: 0,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.**

基数为 **8.**

$$(326.47)_8 = 3\times 8^2 + 2\times 8^1 + 6\times 8^0 + 4\times 8^{-1} + 7\times 8^{-2}$$

$$= 192 + 16 + 6 + 0.5 + 0.12$$

$$= (214.62)_{10}$$

4. 十六进制

十六进制有 **16**个数，表示为 **:**

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

基数为 16.

$$(3CE.4B)_{16} = 3\times16^2 + 12\times16^1 + 14\times16^0 + 4\times16^{-1} + 11\times16^{-2}$$

$$= 768 \quad + 192 \quad + 14 \quad + 0.25 \quad + 0.043$$

$$= (974.293)_{10}$$

5. 任意进制γ

γ 进制包括γ 个数： **0,1… γ-1**

§1.3 数制间转换

1. γ 进制转换成十进制:

将γ进制的数按权展开，就实现了γ进制转换成十进制。

$$(111001.01)_2 = (1\times 2^5 + 1\times 2^4 + 1\times 2^3 + 1\times 2^0 + 1\times 2^{-2})_{10} = (57.25)_{10}$$

2. 十进制转换成 γ进制:

1) 整数部分，除以γ 取余，直到商为0为止，逆序;

2) 小数部分，乘γ 取整，顺序。

二进制转成十进制: 将 $(39.2)_{10}$ 转换成 2 进制数

整数部分，除γ取余，直到商为0为止，逆序

整数:

		remainder
2	39	
2	19	1 ………… 1
2	9	………… 1
2	4	………… 0
2	2	………… 0
2	1	………… 1
	0	

LSB (least significant bit)

最低有效位

逆 序

MSB

(maximum significant bit)

最高有效位

$$(39)_{10} \rightarrow (100111)_2$$

小数:　小数部分，乘γ取整，顺序

		integer	
			0.2
			x 2
MSB	0	←	0.4
			x 2
	0	………………	0.8
顺 序			x 2
	1	………………	1.6
			0.6
			x 2
	1	………………	1.2

$$(0.2)_{10} \to (\ .0011)_2$$

$$(39.2)_{10} = (100111.0011)_2$$

十进制转换成八进制:

将 $(179.46)_{10}$ 转换成 八 进制数

小数点

8	179	…..3
8	22	…..6
8	2	…..2
	0	

$$
\begin{array}{r}
0.46 \\
\times 8 \\
\hline
3.68
\end{array}
\quad \rightarrow 3
\qquad
\begin{array}{r}
0.68 \\
\times 8 \\
\hline
5.44
\end{array}
\quad \rightarrow 5
$$

$$(179.46)_{10} = (263.35)_8$$

十进制转换成十六进制:

将 $(178.46)_{10}$ 转换成 十六进制数

$$
\begin{array}{r|l}
16 & 178 \quad \cdots\cdots 2 \\
\hline
16 & 11 \quad \cdots\cdots B \\
\hline
 & 0
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
0.46 \\
\times 16 \\
\hline
276 \\
46 \\
\hline
7 \quad \cdots\cdots \quad 7.36
\end{array}
$$

$$(178.46)_{10} = (B2.7)_{16}$$

3. 二进制与八进制之间的转换

$8 = 2^3$ 一位八进制数可以用3位二进制数表示。

方法: 以小数点为界向两侧划分，三位一组，不够添0

$$(\underbrace{1}_{1}\ \underbrace{1\,0\,1}_{5}\ \underbrace{1\,1\,0}_{6}\ \underbrace{0\,1\,1}_{3}.\ \underbrace{1\,0\,1}_{5}\ \underbrace{1}_{4}\,)_2 = (1563.54)_8$$

注意：最后 1: 100---4
第一个 1: 001---1

$$(253.16)_8 = (010\,101\,011 \cdot 001\,110)_2$$

两端的0可以略去

4. 二进制与十六进制之间的转换

$16 = 2^4$ 一位十六进制数可以用**4**位二进制数表示

方法：以小数点为界向两侧划分，四位一组，不够添**0**

$$(\underbrace{1}_{1}\ \underbrace{0\,1\,0\,1}_{5}\ \underbrace{1\,1\,1\,0}_{E}\ \underbrace{1\,1\,0\,1}_{D}.\underbrace{1\,0\,1\,1}_{B}\ \underbrace{1\,0\,1}_{A})_2 = (15ED.BA)_{16}$$

$$(3D5E.7A8)_{16} = (11\ 1101\ 0101\ \ 1110.\ 0111\ \ 1010\ \ 1)_2$$

§1.4 代码

代表信息的数码称为代码（code)。常用在计算机和数字系统中处理、存储以及传输各种信息。

1.4.1 8421 BCD 码

BCD: binary coded decimal（二进制编码的十进制）

BCD 码是有权码.

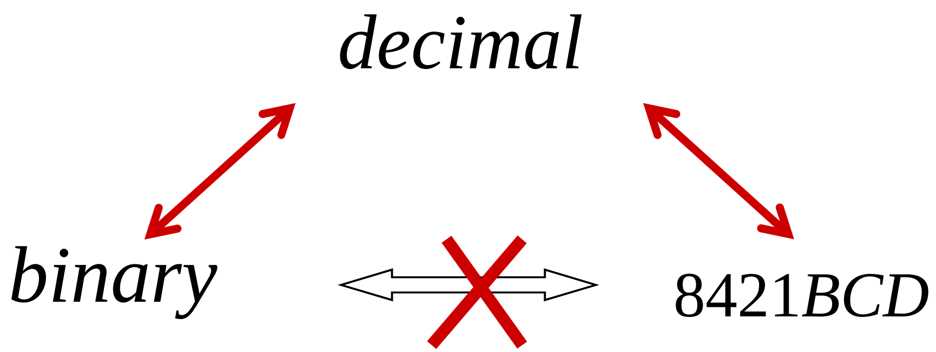
BCD码用**4**位二进制数表示**1**位十进制数。**8421BCD**是应用最广泛的一种**BCD**码，因为其位权与二进制数位权相同。

表 1.

Decimal	Binary	Octal	Hexadecimal	8421BCD
0	0	0	0	0000
1	1	1	1	0001
2	10	2	2	0010
3	11	3	3	0011
4	100	4	4	0100
5	101	5	5	0101
6	110	6	6	0110
7	111	7	7	0111
8	1000	10	8	1000
9	1001	11	9	1001
10	1010	12	A	0001 0000
11	1011	13	B	0001 0001
12	1100	14	C	0001 0010
13	1101	15	D	0001 0011
14	1110	16	E	0001 0100
15	1111	17	F	0001 0101
16	10000	20	10	0001 0110
17	10001	21	11	0001 0111

• 十进制与8421BCD 之间可以直接转换；

•二进制与 BCD 码不能直接转换，要先转成十进制。



脚标 <u>8421BCD</u> 必须写

$(1001\ 0101\ 0010.0111\ 0110)_{8421BCD}$

1.4.2 格雷码 （The Gray Code ）

格雷码的最重要的特征：

任意两个相邻码之间只有一位不同

格雷码是一种无权码。

Decimal	Binary	Gray code	Decimal	Binary	Gray code
0	0000	**0000**	8	1000	**1100**
1	0001	**0001**	9	1001	**1101**
2	0010	**0011**	10	1010	**1111**
3	0011	**0010**	11	1011	**1110**
4	0100	**0110**	12	1100	**1010**
5	0101	**0111**	13	1101	**1011**
6	0110	**0101**	14	1110	**1001**
7	0111	**0100**	15	1111	**1000**

在典型的 n 位格雷码中，0 和最大数 $(2^n - 1)$ 之间也只有一位不同，所以它是一种循环码。格雷码的这个特点使它在传输过程中引起的误差较小。

例如，二进制 7：0111

8：1000

在 7 和 8 的边界上，二进制的四位数都发生变化，都处于模糊状态。

Gray 码 7：0100

8：1100

在二者边界上仅存在一位发生变化，带来的误差不会大于1（即7和8之差）。

§1.5 带符号的二进制数

十进制中，用(+) 表示正数，(-) 表示负数。

二进制中，有几种方法表示正负数。

1. 原码，反码，补码

原码： 原码：二进制数

$$(13)_{10} = (1101)_2$$ **1101:** 原码

反码：

原码全部取反（1变成0，0变成1），为该二进制数的反码。

$$1 \Longleftrightarrow 0$$

1 0 1 1 0 1 0　　原码

0 1 0 0 1 0 1　　反码

1011　的反码为：　**0100**

补码：　反码末位加1，即为该二进制数的补码

1101	原码
0010	反码
+　　1	
0011	补码

由原码直接求补码：

从右侧数第一个1不动，向左依次求反。

原码	1101	反码求反为原码
补码	0011	补码求补为原码

2. 正负数表示

最左侧一位为符号位：

0 表示正数, 1 表示负数

正数: 0 + 二进制数

符号位0 ＋ 原码

正数 { 原码表示法 / 反码表示法 / 补码表示法 } 都相同：符号位0 ＋原码

＋13： 0,1101

负数: $\begin{cases} \text{原码表示法:} & \textbf{1+原码} \\ \text{反码表示法:} & \textbf{1+反码} \\ \text{补码表示法:} & \textbf{1+补码} \end{cases}$

$$-13 = (-1101)_2$$

原码表示: **1,1101**

反码表示: **1,0010**

补码表示: **1,0011**

注：原码最高位加**0**，补码最高位加**1**，不改变数值（不包括符号位).