第三章　线性电路的基本分析方法

● 线性电路的一般分析方法

(1) 普遍性：对任何线性电路都适用。

(2) 系统性：计算方法有规律可循。

● 方法的基础

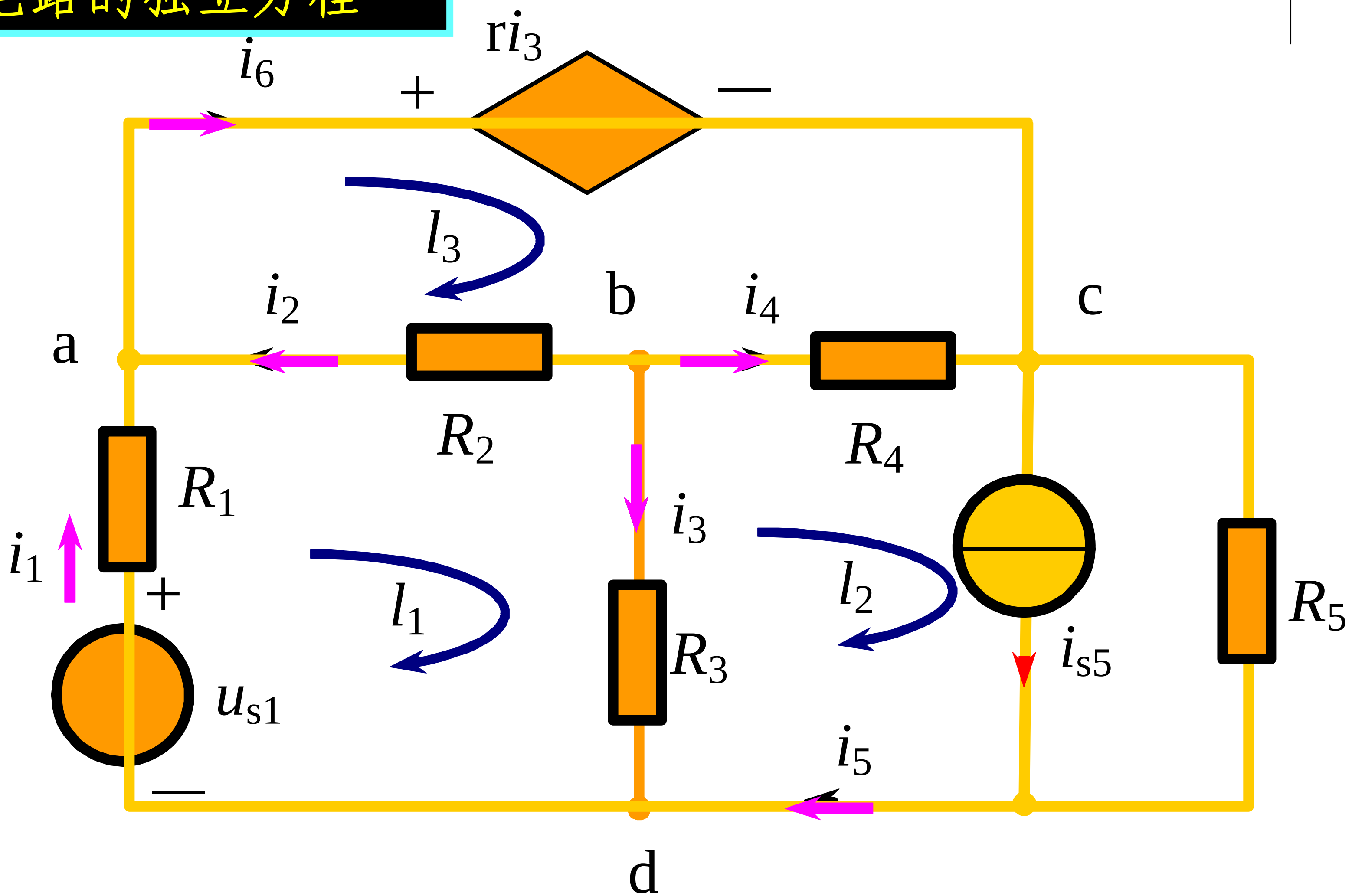
（1）电路的连接关系—KCL，KVL定律。

（2）元件的电压、电流约束特性。

复杂电路的一般分析法就是根据KCL、KVL及元件电压和电流关系列方程、解方程。根据列方程时所选变量的不同可分为支路电流法、回路电流法和节点电压法。

3. 1　独立变量和独立方程

●电路的独立方程



对4个节点应用KCL，得

节点a：$-i_1-i_2+i_6=0$

节点b：$i_2+i_3+i_4=0$

节点c：$-i_4+i_5-i_6=0$

节点d：$i_1-i_3-i_5=0$

结论

n个节点的电路, 独立的KCL方程为n-1个。

将电流源is_5和电阻$R5$的并联视为一条支路，则电路共有7个回路。但 7 个回路方程中只有 3 个是相互独立的，即

l_1: $u_1 - u_2 + u_3 = 0$
l_2: $-u_3 + u_4 + u_5 = 0$
l_3: $u_2 - u_4 + u_6 = 0$

KVL的独立方程数=基本回路数=b－(n－1)

结论

n个结点、b条支路的电路, 独立的KCL和KVL方程数为:

$$(n-1)+b-(n-1)=b$$

●电路的独立变量

以支路电流法 为例

1. 支路电流法

(branch current method)

以各支路电流为未知量列写电路方程分析电路的方法。

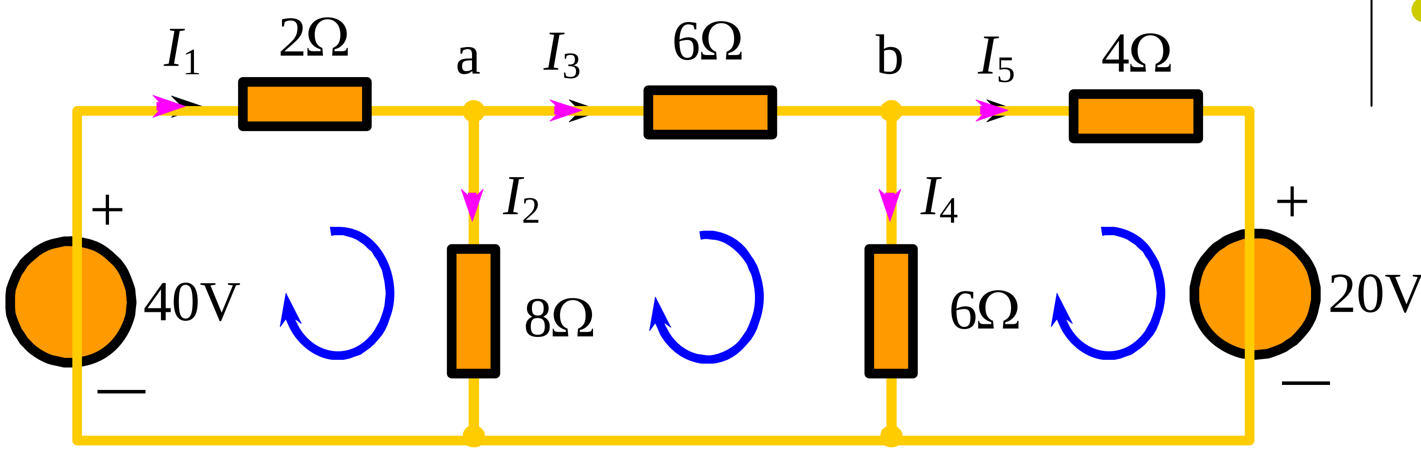
对于有n个节点、b条支路的电路，要求解支路电流,未知量共有b个。只要列出b个独立的电路方程，便可以求解这b个变量。

2. 独立方程的列写

（1）从电路的n个节点中任意选择n-1个节点列写KCL方程

（2）选择基本回路列写b-(n-1)个KVL方程

例3-1 用支路电流法求如图所示电路的各支路电流。



解

对节点a和b应用KCL

$$-I_1+I_2+I_3=0$$
$$-I_3+I_4+I_5=0$$

对3个网孔依次应用KVL

$$2I_1+8I_2-40=0$$
$$6I_3+6I_4-8I_2=0$$
$$4I_5+20-6I_4=0$$

5个方程联立求解，得：

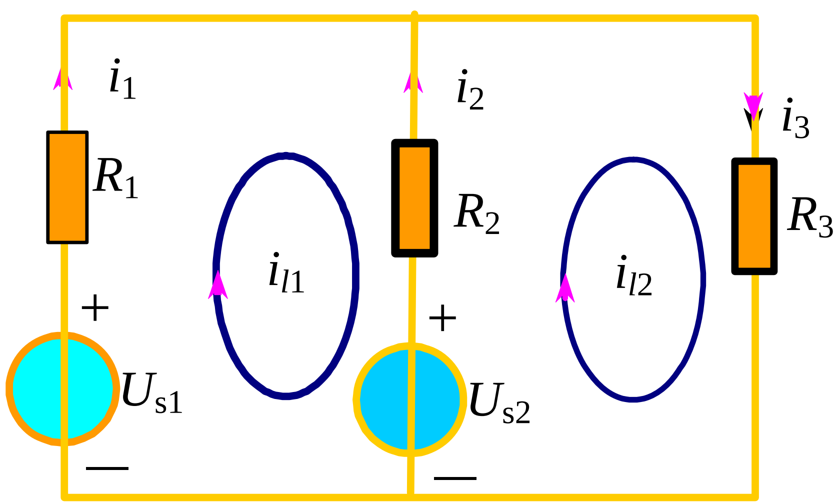
$I_1=5.6\text{A}$，$I_2=3.6\text{A}$，$I_3=2\text{A}$，$I_4=2.8\text{A}$，$I_5=-0.8\text{A}$

3.2 回路电流法(loop current method)

1. 回路电流法 → 以基本回路中的回路电流为未知量列写电路方程分析电路的方法。当取网孔电流为未知量时，称网孔法

●基本思想

为减少未知量(方程)的个数，假想每个回路中有一个回路电流。各支路电流可用回路电流的线性组合表示来求得电路的解。



独立回路为2。选图示的两个独立回路，支路电流可表示为:

$$i_1 = i_{l1} \qquad i_3 = i_{l2}$$

$$i_2 = i_{l2} - i_{l1}$$

●列写的方程

回路电流在独立回路中是闭合的，对每个相关节点均流进一次，流出一次，所以KCL自动满足。因此回路电流法是对独立回路列写KVL方程，方程数为：

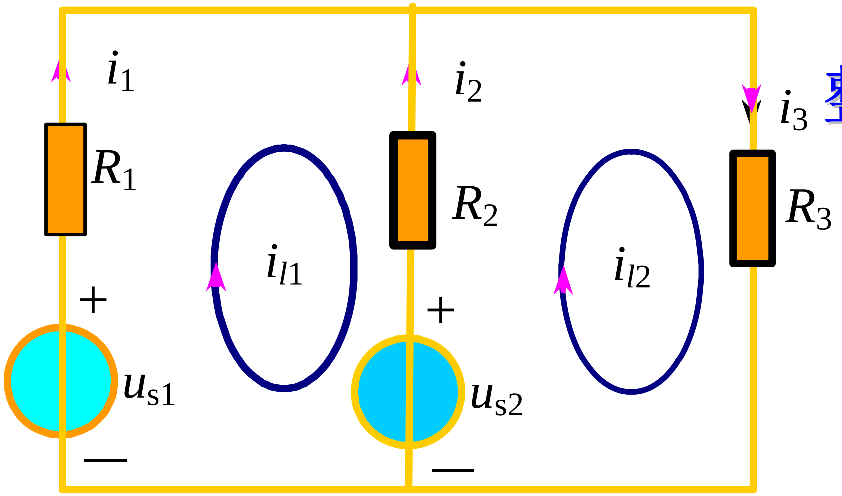
$$b-(n-1)$$

与支路电流法相比，方程数减少$n-1$个。

2. 方程的列写

回路1：$R_1 i_{l1} - R_2(i_{l2} - i_{l1}) - u_{S1} + u_{S2} = 0$

回路2：$R_2(i_{l2} - i_{l1}) + R_3 i_{l2} - u_{S2} = 0$



整理得：

$$\begin{cases}(R_1 + R_2) i_{l1} - R_2 i_{l2} = u_{S1} - u_{S2} \\ -R_2 i_{l1} + (R_2 + R_3) i_{l2} = u_{S2}\end{cases}$$

观察可以看出如下规律:

$R_{11}=R_1+R_2$　回路1的自电阻。等于回路1中所有电阻之和。

$R_{22}=R_2+R_3$　回路2的自电阻。等于回路2中所有电阻之和。

自电阻总为正。

$R_{12}=R_{21}=-R_2$　回路1、回路2之间的互电阻。

当两个回路电流流过相关支路方向相同时，互电阻取正号；否则为负号。

$u_{S11}=u_{S1}-u_{S2}$　回路1中所有电压源电压的代数和。

$u_{S22}=u_{S2}$　回路2中所有电压源电压的代数和。

沿回路方向电压源电压升为“+”，降为“-”。

由此得标准形式的方程:

$$R_{11}i_{l1}+R_{12}i_{l2}=u_{S11}$$
$$R_{21}i_{l1}+R_{22}i_{l2}=u_{S22}$$

对于具有 $l=b-(n-1)$ 个回路的电路，有:

$$R_{11}i_{l1}+R_{12}i_{l2}+\ldots+R_{1l}\,i_{ll}=u_{S11}$$
$$R_{21}i_{l1}+R_{22}i_{l2}+\ldots+R_{2l}\,i_{ll}=u_{S22}$$

$$R_{l1}i_{l1}+R_{l2}i_{l2}+\ldots+R_{ll}\,i_{ll}=u_{Sll}$$

其中:

R_{kk}:自电阻(为正)

R_{jk}:互电阻
- + : 流过互阻两个回路电流方向相同
- − : 流过互阻两个回路电流方向相反
- 0 : 无关

回路法的一般步骤：

(1) 选定$l=b-(n-1)$个独立回路，并确定其绕行方向；

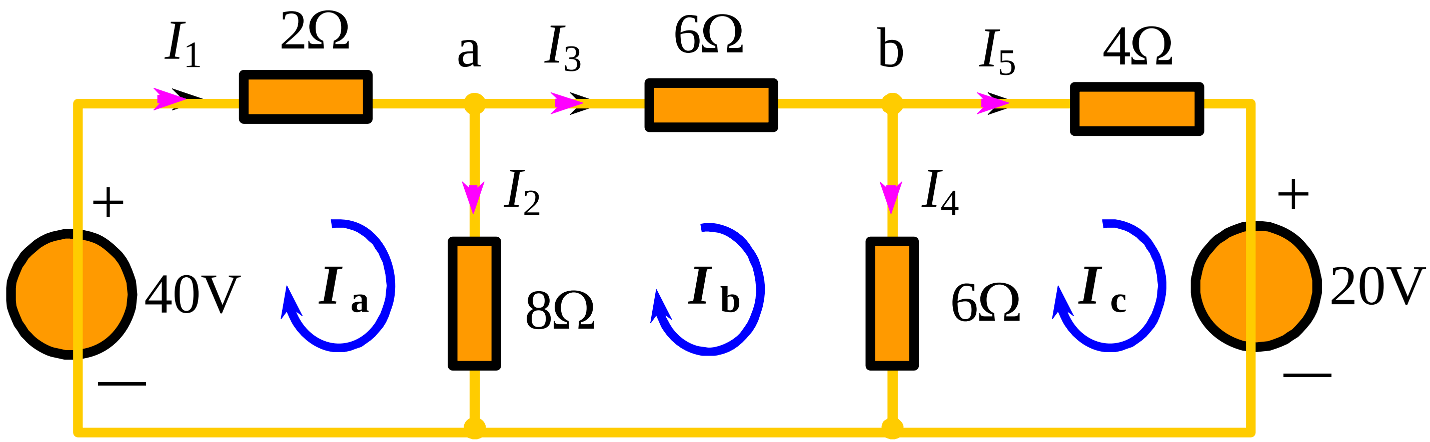
(2) 对l个独立回路，以回路电流为未知量，列写其KVL方程；

(3) 求解上述方程，得到l个回路电流；

(4) 求各支路电流(用回路电流表示)；

(5) 其它分析。

例3-2 用回路法求如图所示电路的各支路电流。



解

3个网孔电流变量I_a、I_b、I_c如图所示 .

$$10I_a-8I_b=40$$
$$-8I_a+20I_b-6I_c=0$$
$$-6I_b+10I_c=-20$$

解得：$I_a=5.6\text{A}$，$I_b=2\text{A}$，

$I_c=-0.8\text{A}$

各支路电流分别为：$I_1=5.6\text{A}$，$I_2=I_a-I_b=3.6\text{A}$，$I_3=2\text{A}$，
$I_4=I_b-I_c=2.8\text{A}$，$I_5=-0.8\text{A}$

例 3 -3：求图示电路网孔电流.

基本步骤：

1）先将受控源暂当独立电源列方程;

2） 将控制量用网孔电流表示;

3）整理、化简方程，并求解。

$$6I_a - I_b - 3I_c = 0$$

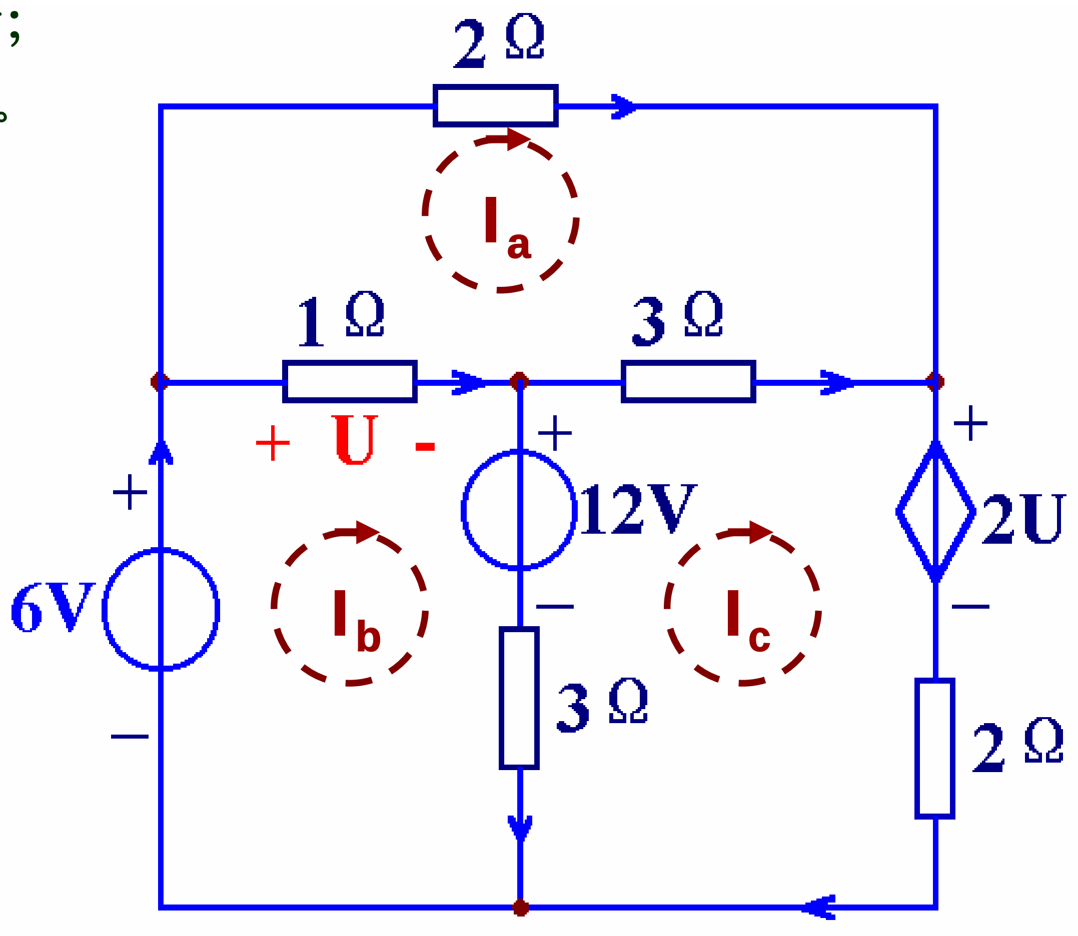
$$-I_a + 4I_b - 3I_c = -6$$

$$-3I_a - 3I_b + 8I_c = 12 - 2U$$

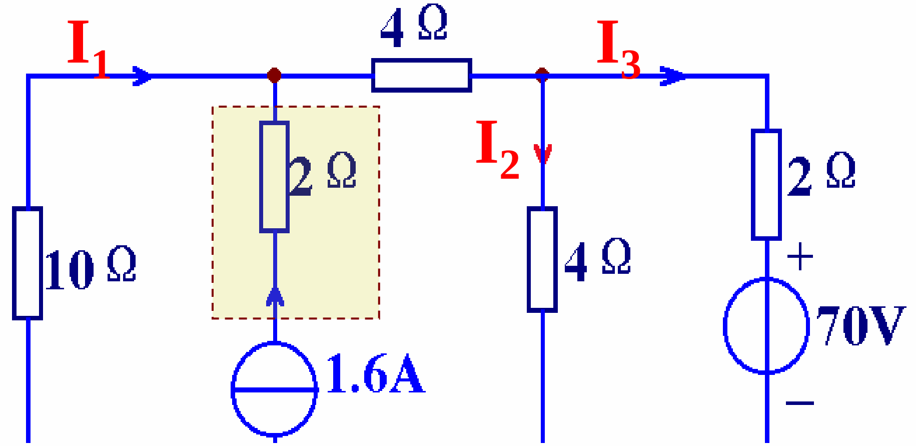
$$U = I_b - I_a$$

$I_a = 1.29A$　　$I_b = 0.61A$

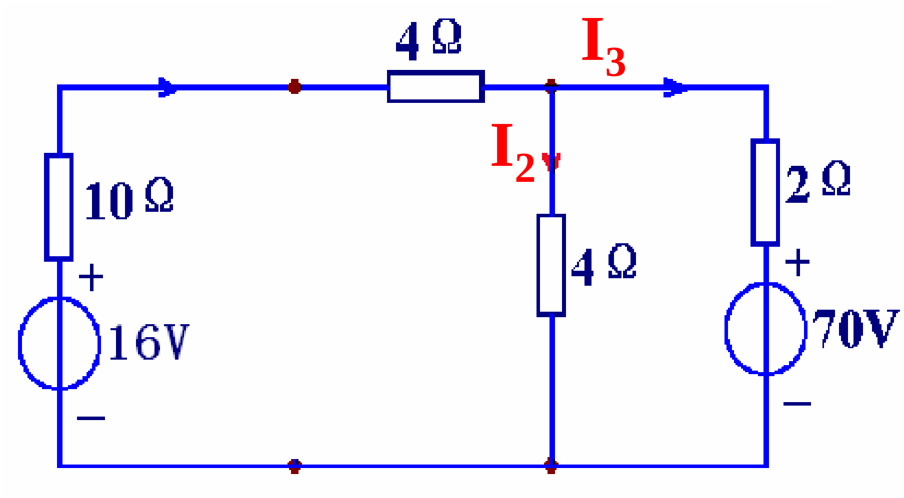
$I_c = 2.38A$　　$U = -0.68V$

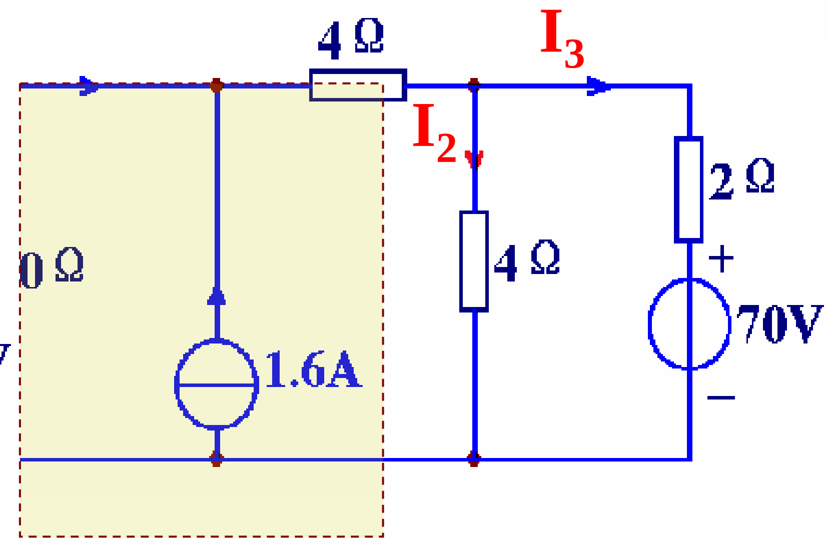


例3-4: 求图示电路中各支路电流。



利用等效变换，电路可变换为

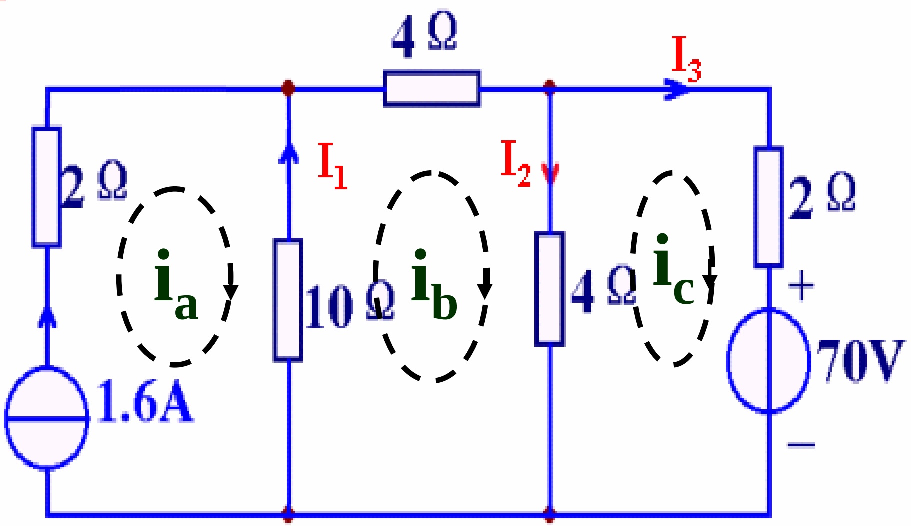


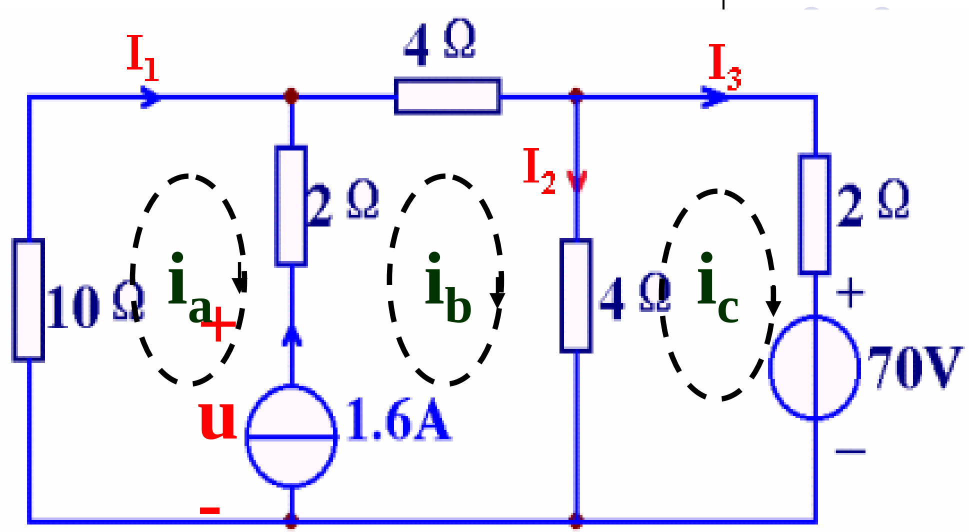


方法1:

利用等效变换，使得理想电流源有并联电阻，利用电源等效变换，使之变换为实际电压源模型。

方法 2： 不进行电源变换时，可将理想电流源选为一个已知回路电流，列写其余方程时避开该理想电流源支路。





$i_a = 1.6$

$-10i_a + 18i_b - 4i_c = 0$

$-4i_b + 6i_c = -70$

$12i_a - 2i_b = -u$

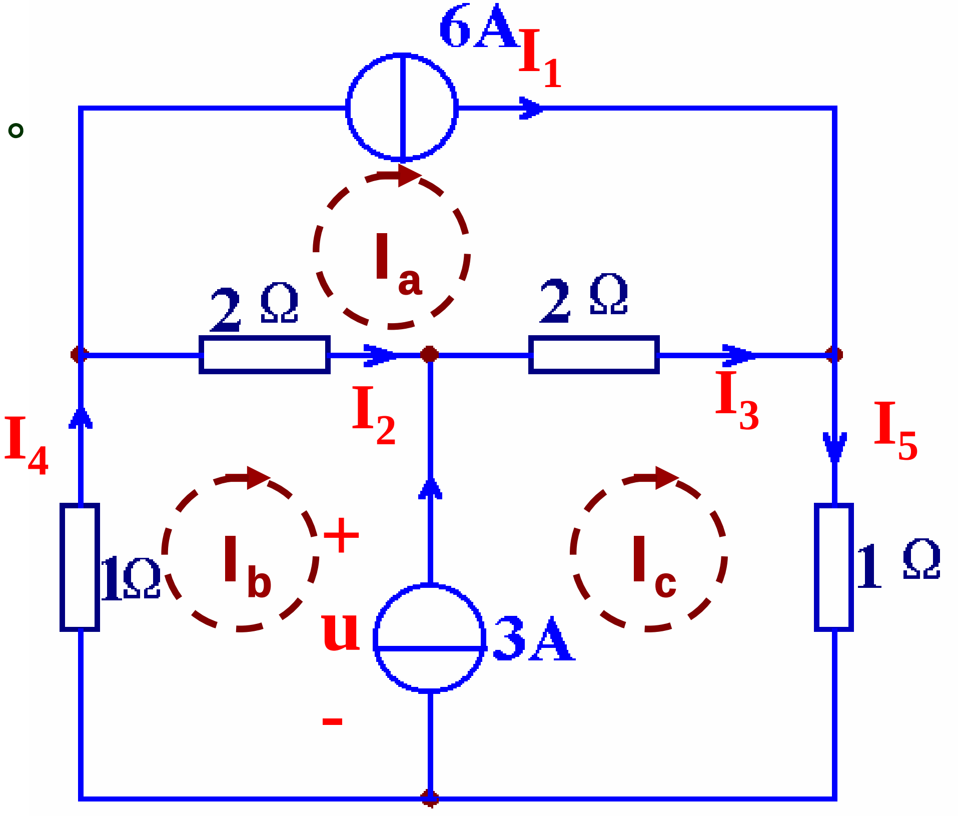
$-2i_a + 10i_b - 4i_c = u$

$-4i_b + 6i_c = -70$

$i_b - i_a = 1.6$

方法3： 设理想电流源端电压，将此电压暂当作电压源电压列写方程，并利用理想电流源与相应回路电流关系补充方程。

例3-4：求图示电路各支路电流。



解：

1、选回路电流

2、列电路方程

$I_a=6$

$-2I_a+3I_b = -u$

$-2I_a+3I_c= u$

$-I_b+I_c=3$

3、解回路电流

$I_b=2.5A$

$I_c=5.5A$

4、求支路电流

$I_1=I_a=6A$

$I_2=I_b-I_a=-3.5A$

$I_3=I_c-I_a=-0.5A$

$I_4=I_b=2.5A$

$I_5=I_c=5.5A$

例4-4：求图示电路中的电流I.

解：设受控电流源端电压为u，则

$3I_a - I_b - 2I_c = 10 - u$

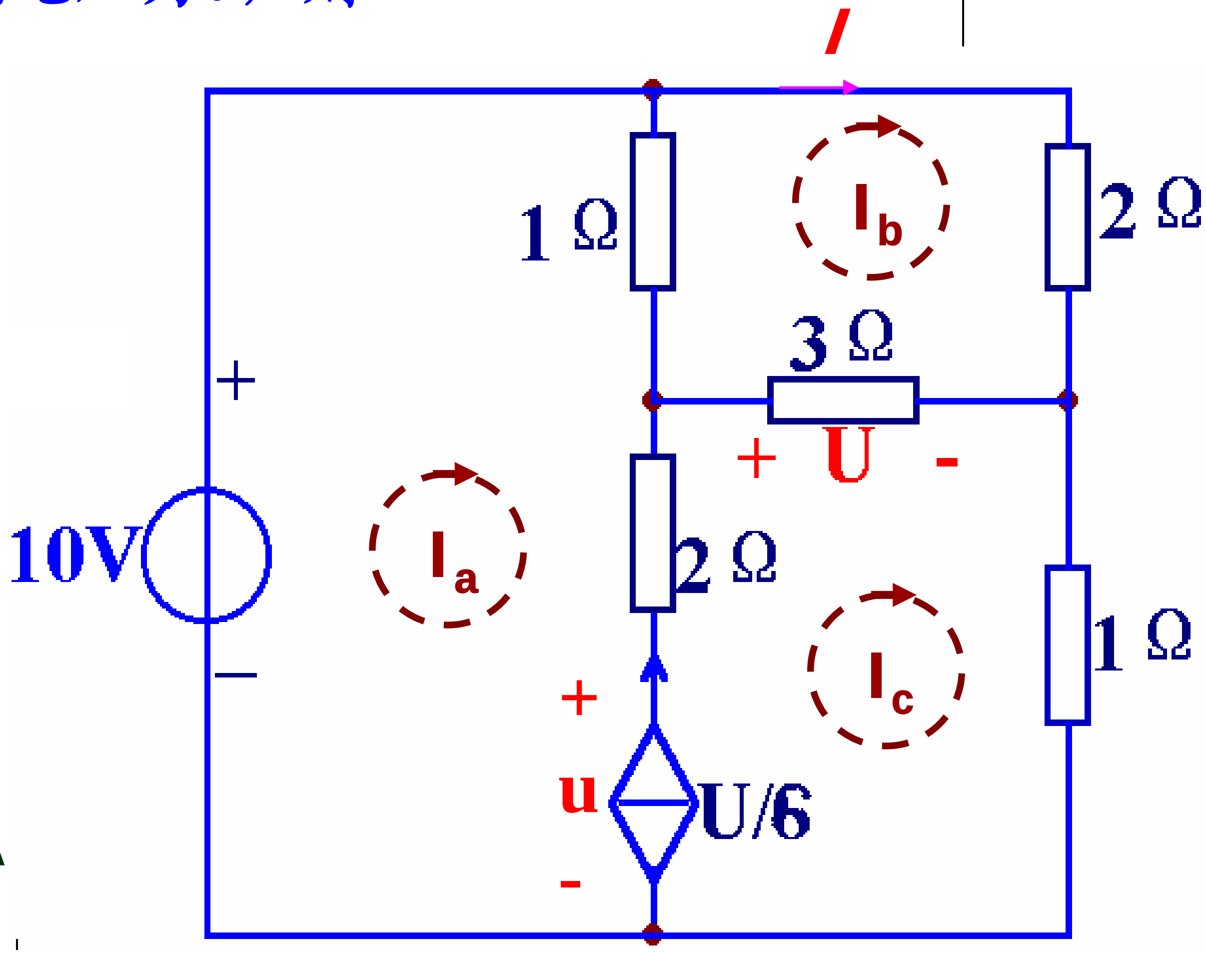
$-I_a + 6I_b - 3I_c = U \quad 0$

$-2I_a - 3I_b + 6I_c = u - U \quad u$

（检查方程正确与否）

$I_c - I_a = U/6$

$U = 3(I_c - I_b)$



$I_a = 3.6A$ $\quad I_b = 2.8A$

$I_c = 4.4A$ $\quad U = 4.8V$

$I = I_b = 2.8A$

练习：列出回路电流方程，求电流i。

解：设8A理想电流源端电压为U，则

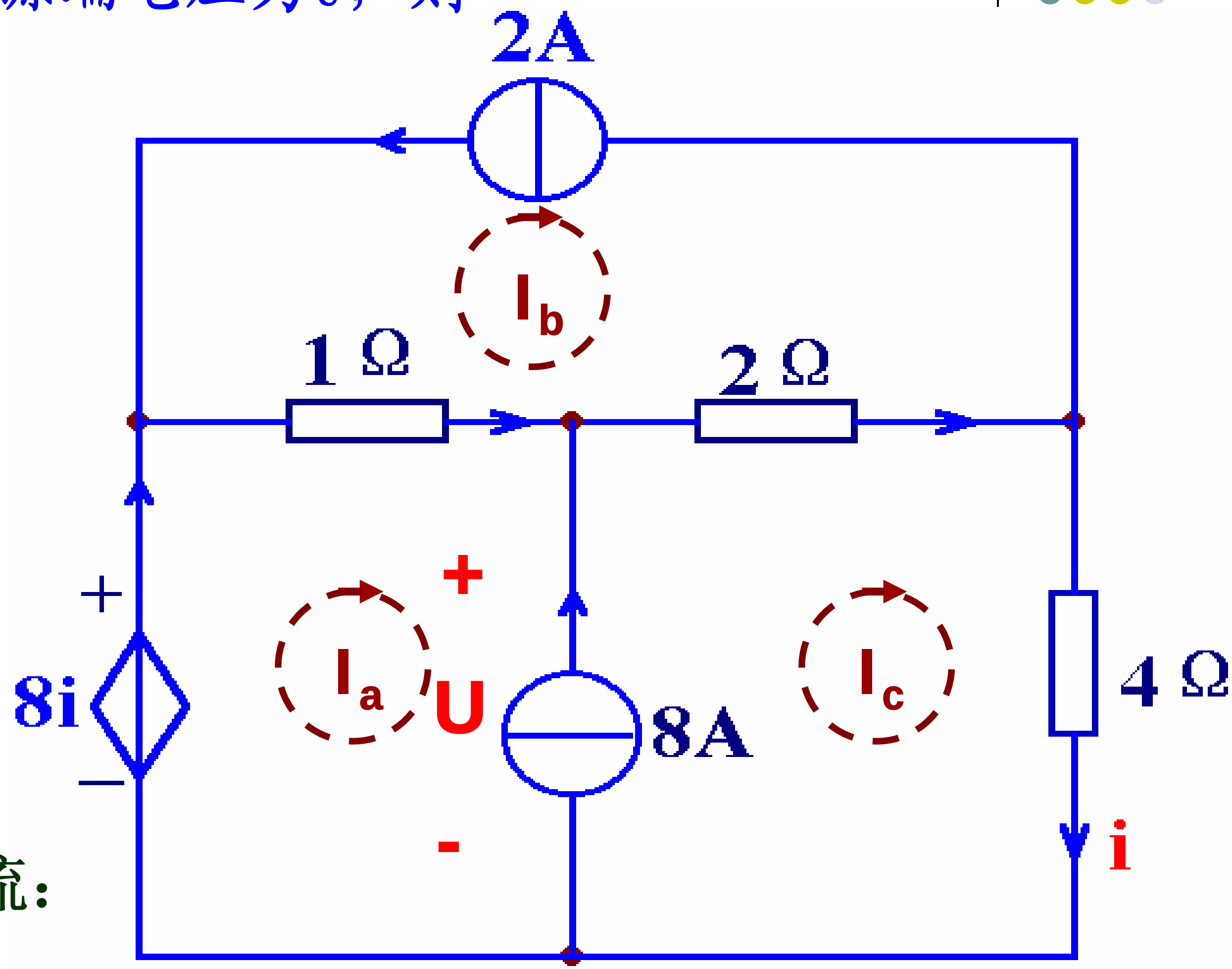
$I_a - I_b = 8i - U$

$I_b = -2$

$-2I_b + 6I_c = U$

$I_c - I_a = 8$

$i = I_c$



联立求得各网孔电流：

$I_a = -10A$ $I_b = -2A$ $I_c = -2A$

3.3 节点电压法 (node voltage method)

1.节点电压法 以节点电压为未知量列写电路方程分析电路的方法。适用于节点较少的电路。

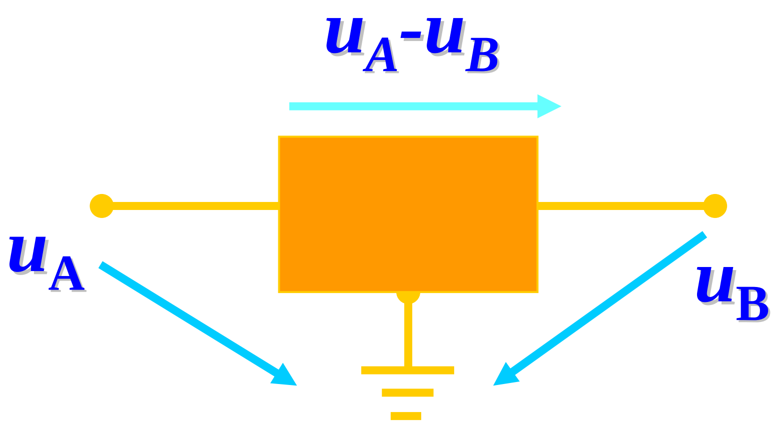
●基本思想: 选节点电压为未知量，则KVL自动满足，就无需列写**KVL** 方程。各支路电流、电压可视为节点电压的线性组合，求出节点电压后，便可方便地得到各支路电压、电流。

●列写的方程 节点电压法列写的是节点上的**KCL**方程，独立方程数为:

$$(n-1)$$

与支路电流法相比，方程数减少**b-(*n*−1)**个。

说明　任意选择参考点：其它节点与参考点的电压差即是节点电压(位)，方向为从独立节点指向参考节点。

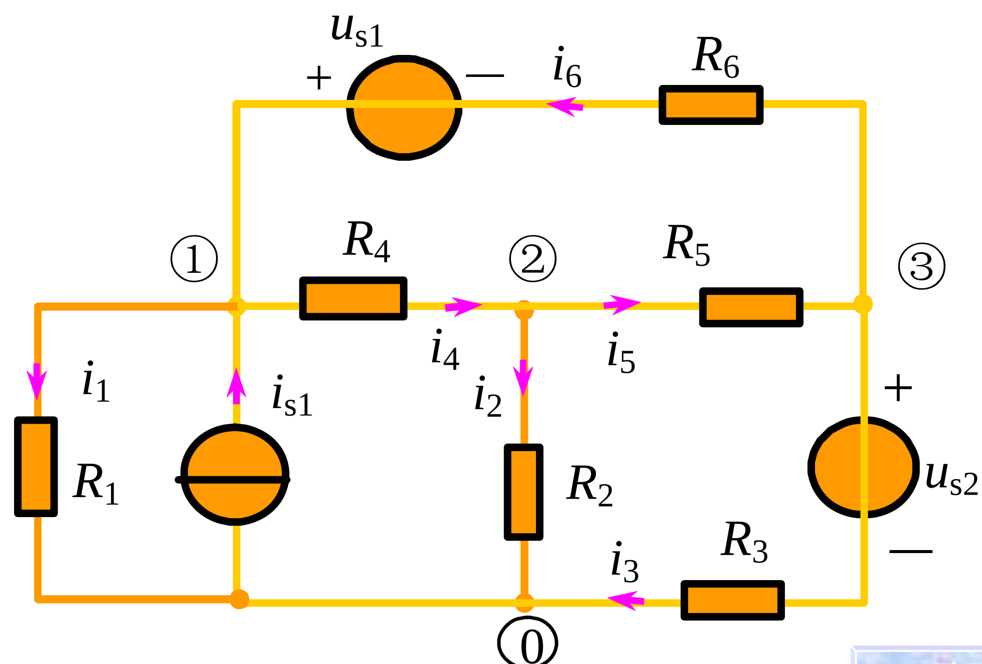


$$(u_A-u_B)+u_B-u_A=0$$

KVL自动满足

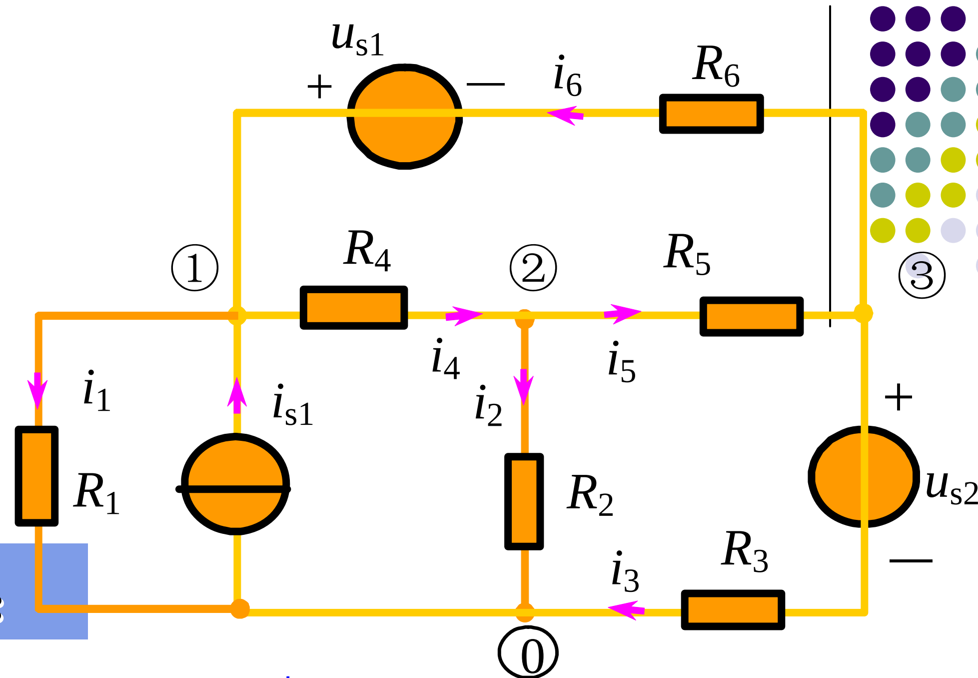
2. 方程的列写

(1) 选定参考节点，标明其余*n*-1个独立节点的电压



(2) 列KCL方程:

$$
\begin{cases}
i_1 + i_4 - i_6 - i_{s1} = 0 \\
i_2 - i_4 + i_5 = 0 \\
i_3 - i_5 + i_6 = 0
\end{cases}
$$



把支路电流用结点电压表示:

节点①:

$$\frac{u_{n1}}{R_1} + \frac{u_{n1} - u_{n2}}{R_4} - \frac{u_{n3} - u_{n1} + u_{s1}}{R_6} - i_{s1} = 0$$

节点②:

$$\frac{u_{n2}}{R_2} - \frac{u_{n1} - u_{n2}}{R_4} + \frac{u_{n2} - u_{n3}}{R_5} = 0$$

节点③:

$$\frac{u_{n3} - u_{s2}}{R_3} - \frac{u_{n2} - u_{n3}}{R_5} + \frac{u_{n3} - u_{n1} + u_{s1}}{R_6} = 0$$

整理，得:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_6} & -\frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_6} \\ -\frac{1}{R_4} & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5} & -\frac{1}{R_5} \\ -\frac{1}{R_6} & -\frac{1}{R_5} & \frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{n1} \\ u_{n2} \\ u_{n3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{s1}+\frac{u_{s1}}{R_6} \\ 0 \\ \frac{u_{s2}}{R_3}-\frac{u_{s1}}{R_6} \end{bmatrix}$$

等效电流源

令 $G_k=1/R_k$，$k=1, 2, 3, 4, 5$

上式简记为:

$$G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}+G_{13}u_{n3}=i_{Sn1}$$

$$G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}+G_{23}u_{n3}=i_{Sn2}$$

$$G_{31}u_{n1}+G_{32}u_{n2}+G_{33}u_{n3}=i_{Sn3}$$

标准形式的节点电压方程

其中 $G_{11}=G_1+G_4+G_6$ 节点1的自电导，等于接在节点1上所有支路的电导之和。

$G_{22}=G_2+G_4+G_5$ 节点2的自电导，等于接在节点2上所有支路的电导之和。

$G_{33}=G_3+G_5+G_6$ 节点3的自电导，等于接在节点3上所有支路的电导之和。

$G_{12}=G_{21}=-G_4$ 节点1与节点2之间的互电导，等于接在节点1与节点2之间的所有支路的电导之和，为负值。

$G_{23}=G_{32}=-G_5$ 节点2与节点3之间的互电导，等于接在节点1与节点2之间的所有支路的电导之和，为负值。

自电导总为正，互电导总为负。

$i_{Sn1}=i_{S1}+u_{S1}/R_6$ 流入节点1的电流源电流的代数和。

$i_{Sn2}=-u_{S1}/R_6+u_{S2}/R_3$ 流入节点2的电流源电流的代数和。

流入节点取正号，流出取负号。

由节点电压方程求得各节点电压后即可求得各支路电压，各支路电流可用节点电压表示:

$$i_1=\frac{u_{n1}}{R_1} \qquad i_2=\frac{u_{n2}}{R_2} \qquad i_3=\frac{u_{n2}-u_{S2}}{R_3}$$

$$i_4=\frac{u_{n1}-u_{n2}}{R_4} \qquad i_5=\frac{u_{n2}-u_{n3}}{R_5} \qquad i_6=\frac{u_{n1}-u_{n1}-u_{s1}}{R_6}$$

一般情况

$$G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}+\ldots+G_{1,n-1}u_{n,n-1}=i_{Sn1}$$

$$G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}+\ldots+G_{2,n-1}u_{n,n-1}=i_{Sn2}$$

$$\cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots$$

$$G_{n-1,1}u_{n1}+G_{n-1,2}u_{n2}+\ldots+G_{n-1,n}u_{n,n-1}=i_{Sn,n-1}$$

其中 G_{ii} —自电导，等于接在节点i上所有支路的电导之和(包括电压源与电阻串联支路)。总为正。

$G_{ij}=G_{ji}$—互电导，等于接在节点i与节点j之间的所支路的电导之和，总为负。

i_{Sni} — 流入节点i的所有电流源电流的代数和(包括由电压源与电阻串联支路等效的电流源)。

当电路不含受控源时，系数矩阵为对称阵。

节点法的一般步骤：

(1) 选定参考节点，标定*n*-1个独立节点；

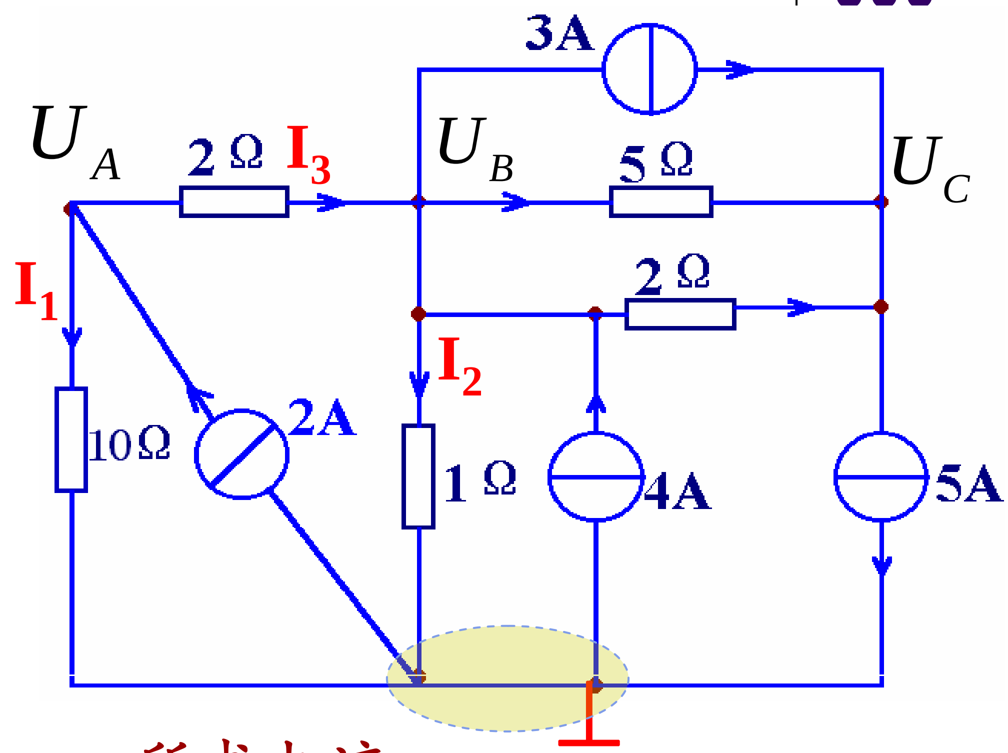
(2) 对*n*-1个独立节点，以节点电压为未知量，列写其KCL方程；

(3) 求解上述方程，得到*n*-1个节点电压；

(4) 求各支路电流(用节点电压表示)；

(5) 其它分析。

例 4 -5: 求图示电路中电流。



选择参考节点，标出其余节点电位变量;

列写节点电位方程:

$$0.6U_A - 0.5U_B = 2$$

$$-0.5U_A + 2.2U_B - 0.7U_C = 1$$

$$-0.7U_B + 0.7U_C = -2$$

解得节点电位: $U_A = 3.864V$

$U_B = 0.615V$ $\quad U_C = -2.242V$

所求电流:

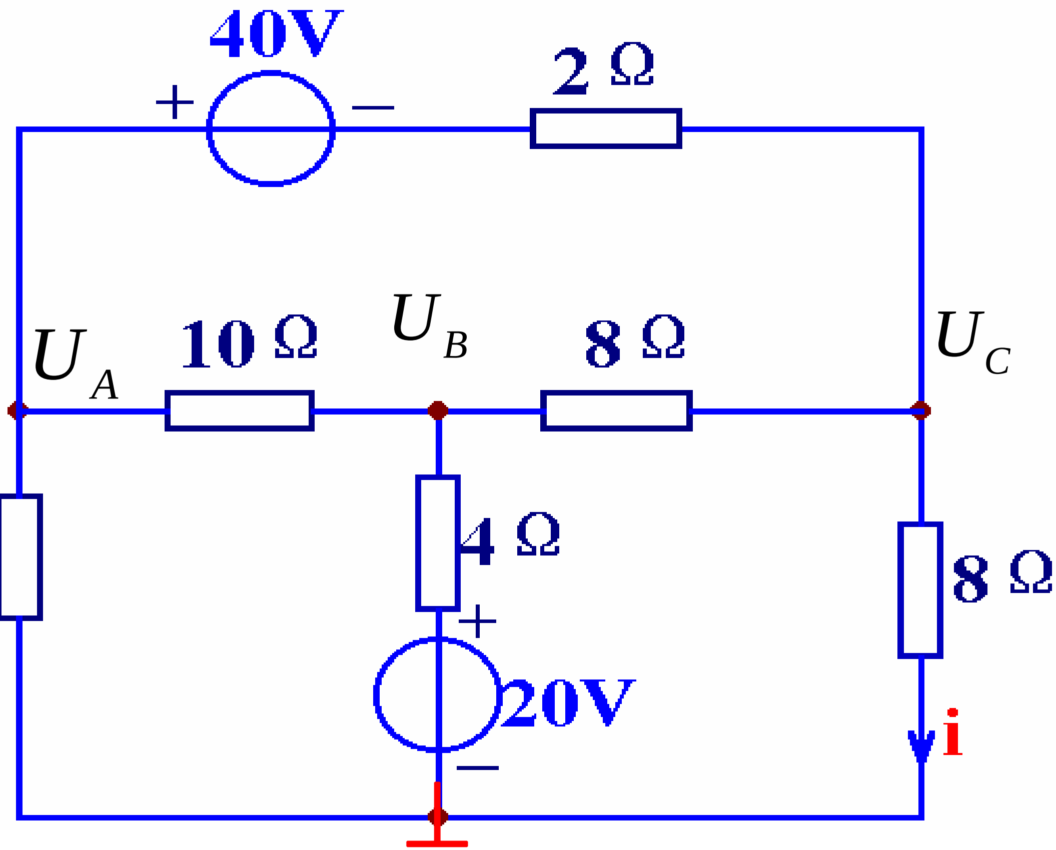
$I_1 = 0.3864A$

$I_2 = 0.615A$

$I_3 = 1.4285A$

检验: 可选择参考节点,列写KCL方程: $-I_1 + 2 - I_2 + 4 - 5 = 0$

例 4 -6： 图示电路求电流i。



（1）选择参考节点，标出其余节点电位变量；

（2）列写节点电位方程：

$$\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{2}\right)U_A-\frac{1}{10}U_B-\frac{1}{2}U_C=\frac{40}{2}$$

$$-\frac{1}{10}U_A+\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right)U_B-\frac{1}{8}U_C=\frac{20}{4}$$

$$-\frac{1}{2}U_A-\frac{1}{8}U_B+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\right)U_C=-\frac{40}{2}$$

整理方程为

$$0.7U_A-0.1U_B-0.5U_C=20$$

$$-0.1U_A+0.475U_B-0.125U_C=5$$

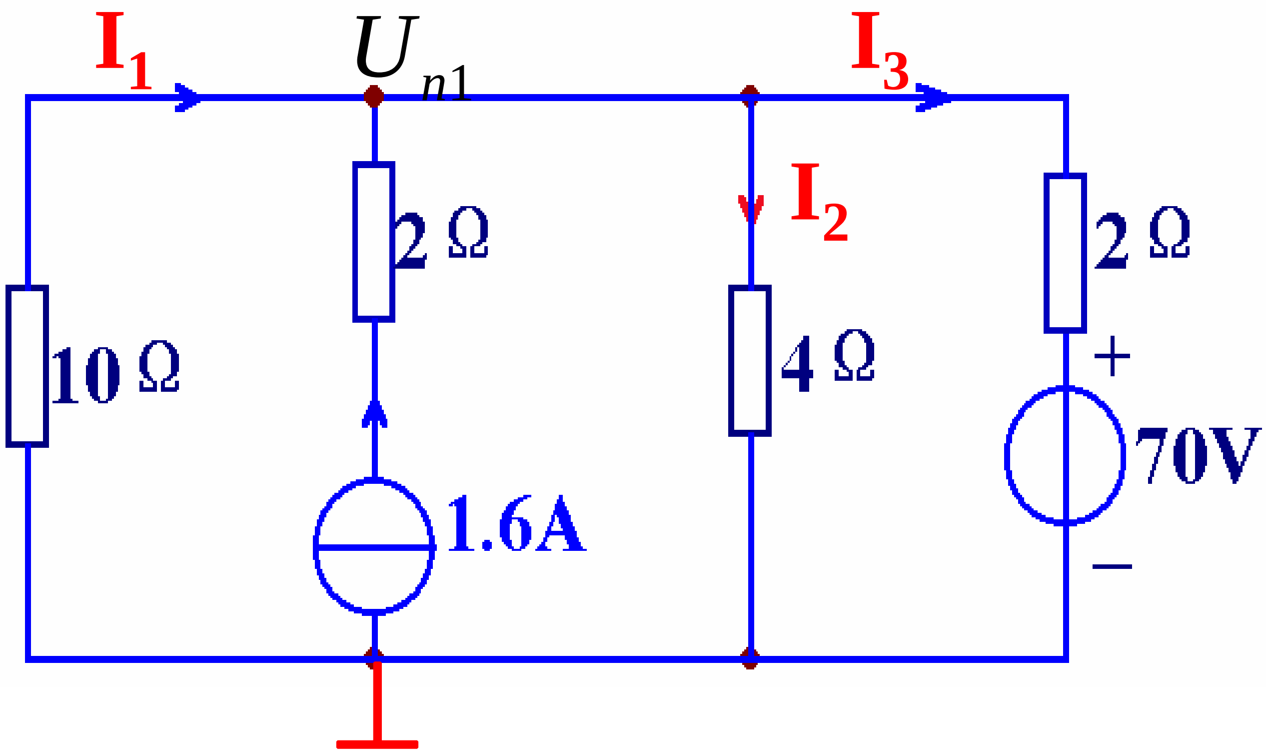
$$-0.5U_A-0.125U_B+0.75U_C=-20$$

解节点电位： U_C=-4.21416V 所求电流：i=-0.527A

练习： 求图示电路中各支路电流。

选择参考节点，

列写方程：



$$\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)U_{n1}=1.6+\frac{70}{2}$$

$$U_{n1}=\frac{1.6+\dfrac{70}{2}}{\left(\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}\right)}$$

$$=43.588\,V$$

若电路只有一个独立节点，其节点电位方程为：

$$U_n=\frac{\sum I_{sk}}{\sum G_k}$$

(弥尔曼定理)

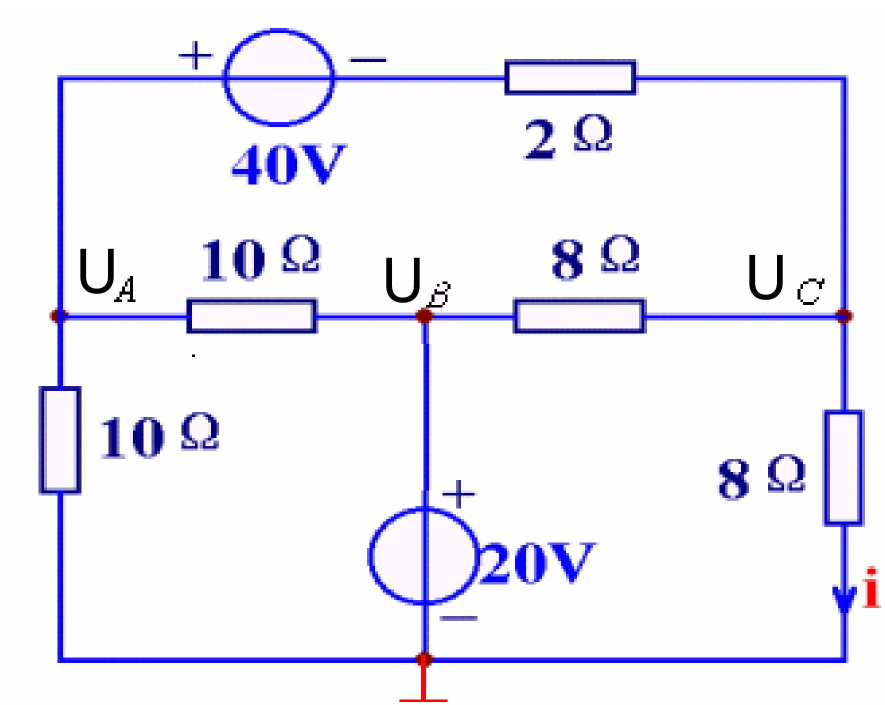
I_1 =-4.05A

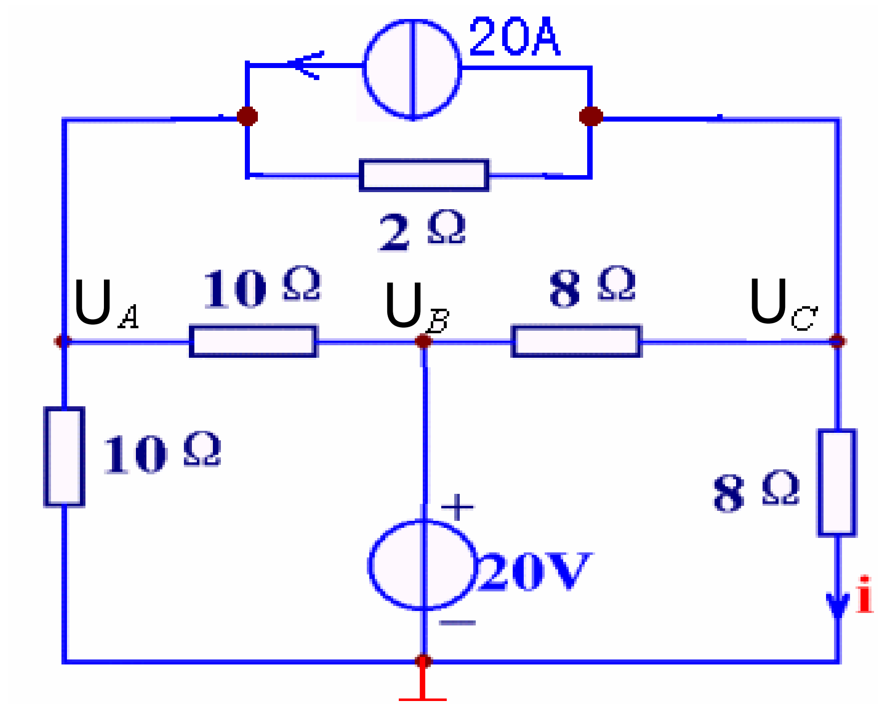
I_2 = 10.765A

I_3 = -13.471A

例 4 -7：理想电压源的处理

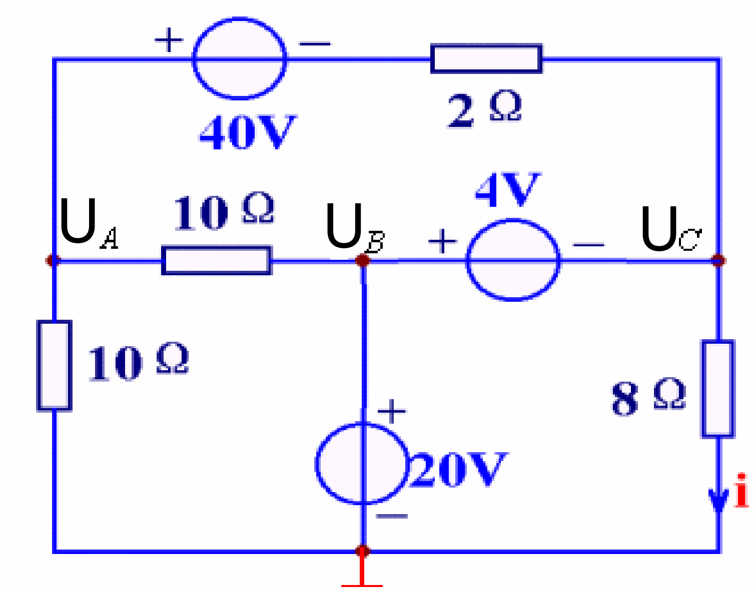
方法1： 利用等效变换，使得理想电压源有串联电阻，利用电源等效变换，使之变换为实际电流源模型。

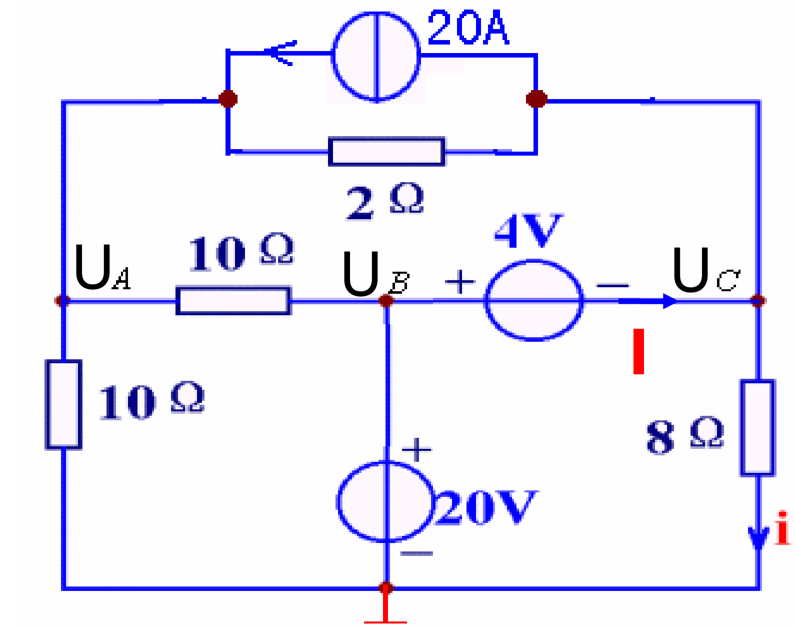




方法2： 不进行电源变换时，可选合适的参考节点使理想电压源成为一个已知节点电位，列写其余节点电位方程。

方法3：设理想电压源中的电流，将此电流暂当作电流源电流列写方程，并利用理想电压源与相应节点电位关系补充方程。





$$0.7U_A - 0.1U_B - 0.5U_C = 20$$

$$U_B = 20$$

$$-0.5U_A \qquad + 0.625U_C = I - 20$$

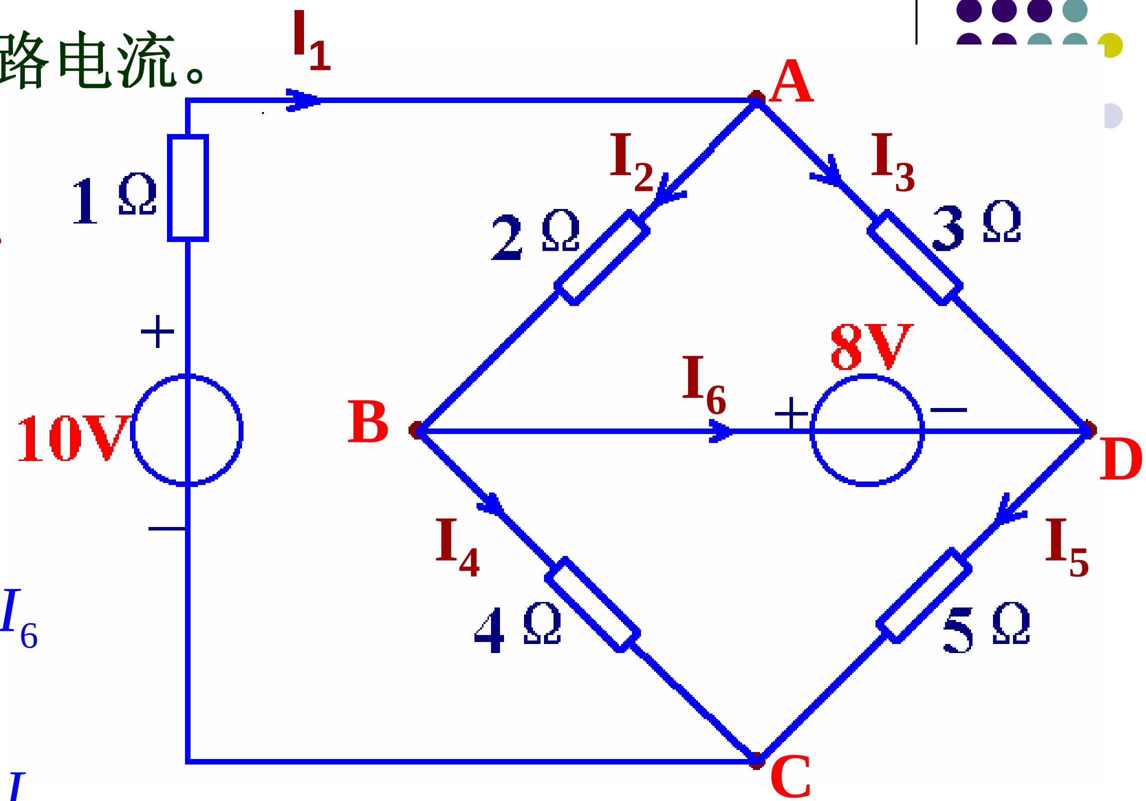
$$U_B - U_C = 4$$

$$U_A = \frac{300}{7}V$$

$$U_B = 20V$$

$$U_C = 16V$$

练习：求图示电路各支路电流。



1、选节点C为参考节点

$$(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3})U_A-\frac{1}{2}U_B-\frac{1}{3}U_D=\frac{10}{1}$$

$$-\frac{1}{2}U_A+(\frac{1}{2}+\frac{1}{4})U_B=-I_6$$

$$-\frac{1}{3}U_A+(\frac{1}{3}+\frac{1}{5})U_D=I_6$$

利用理想电压源与节点电位关系补充方程：

$$U_B-U_D=8$$

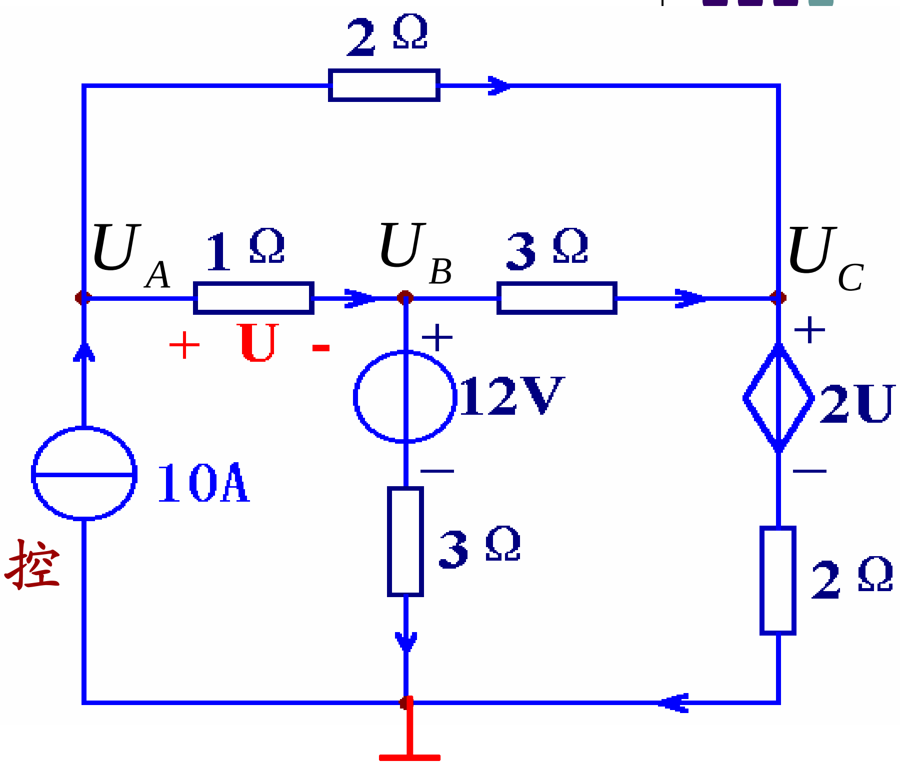
2、选节点D为参考节点，则

$$(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3})U_A-\frac{1}{2}U_B-U_C=\frac{10}{1}$$

$$U_B=8$$

$$-U_A-\frac{1}{4}U_B+(1+\frac{1}{4}+\frac{1}{5})U_C=-\frac{10}{1}$$

例 4 - 8：受控源的处理



基本步骤：

1）先将受控源暂当独立电源列方程；

2） 将控制量用节点电位表示；

3）整理、化简方程，并求解。

注意：若需进行等效变换，切记： 控制支路保留。

举例1：

$$\left(1+\frac{1}{2}\right)U_A - U_B - \frac{1}{2}U_C = 10$$

$$-U_A + \left(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right)U_B - \frac{1}{3}U_C = \frac{12}{3}$$

$$-\frac{1}{2}U_A - \frac{1}{3}U_B + \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)U_C = \frac{2U}{2}$$

$$U = U_A - U_B$$

整理、化简方程：

$$3U_A - 2U_B - U_C = 20$$

$$-3U_A + 5U_B - U_C = 12$$

$$-9U_A + 4U_B + 8U_C = 0$$

解得：

$$U_A = 31.3V \qquad U_B = 25.45V$$

举例2:　用节点法求电压U。

选参考节点，列方程:

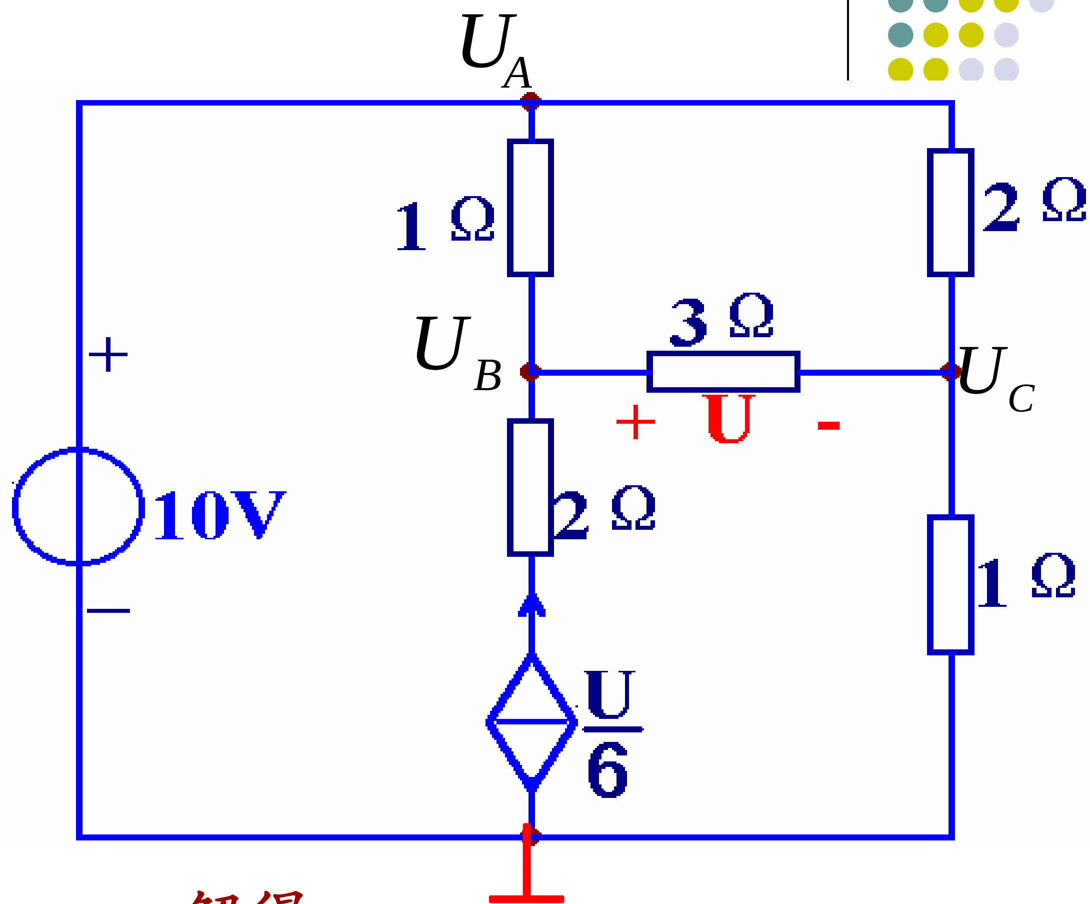
$$U_A = 10$$

$$-U_A + (1 \boxed{+\frac{1}{2}} + \frac{1}{3})U_B - \frac{1}{3}U_C = \frac{U}{6}$$

$$-\frac{1}{2}U_A - \frac{1}{3}U_B + (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3})U_C = 0$$

（检查方程正确与否）

$$U = U_B - U_C$$



整理、化简方程:

$$7U_B - U_C = 60$$

$$-2U_B + 11U_C = 30$$

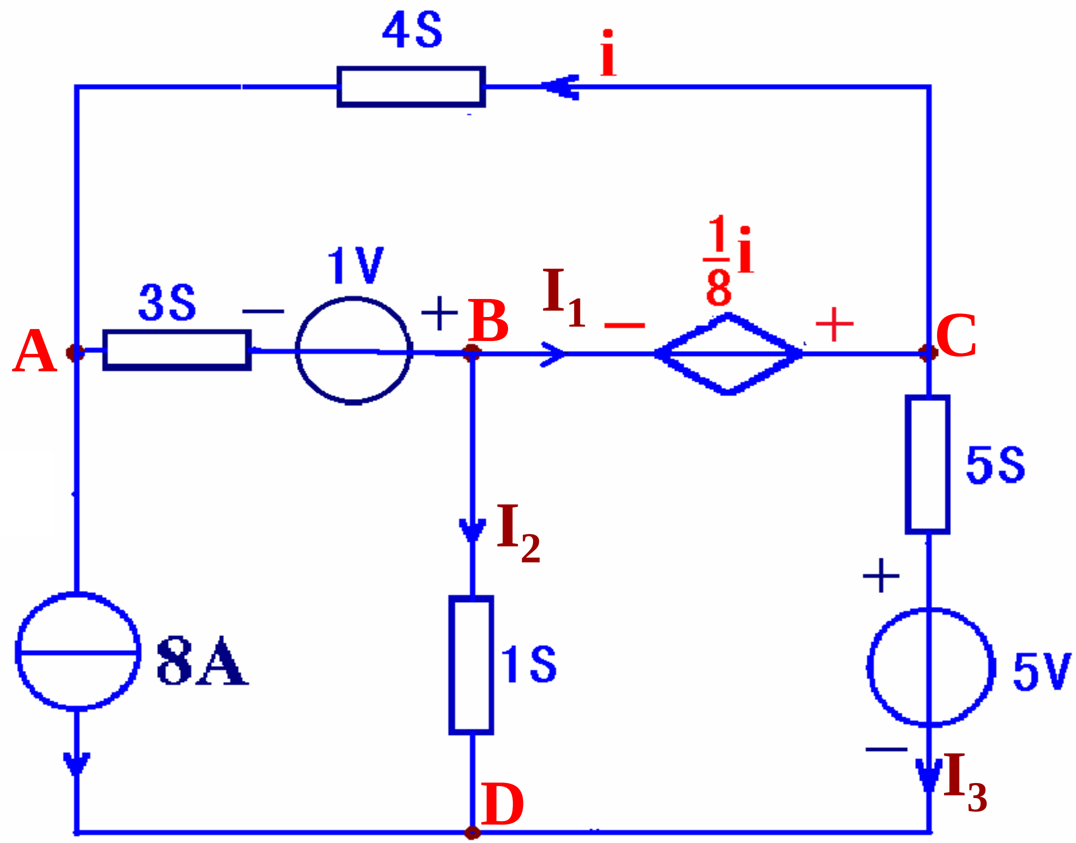
解得:

$$U_A = 10V \qquad U_B = 9.2V \qquad U_C = 4.4V$$

$$U = U_B - U_C = 4.8V$$

练习：用节点法求电流I_1、I_2和I_3。

选节点D为参考节点



$$7U_A - 3U_B - 4U_C = i - 8 - 3$$

$$-3U_A + 4U_B = 3 - I_1$$

$$-4U_A + 9U_C = I_1 + 25$$

（检查方程正确与否）

$$-U_B + U_C = \frac{1}{8}i$$

$$i = 4(U_C - U_A)$$

联立方程，可解得：$U_A = 1V$　$U_B = 2V$　$U_C = 3V$

$i = 8A$　$I_3 = -10A$　$I_2 = 2A$　$I_1 = -2A$

练习:　　图示电路，求u和i。

选节点E为参考节点

$$U_A = -1$$

$$-2U_A + 3U_B - U_C = 2$$

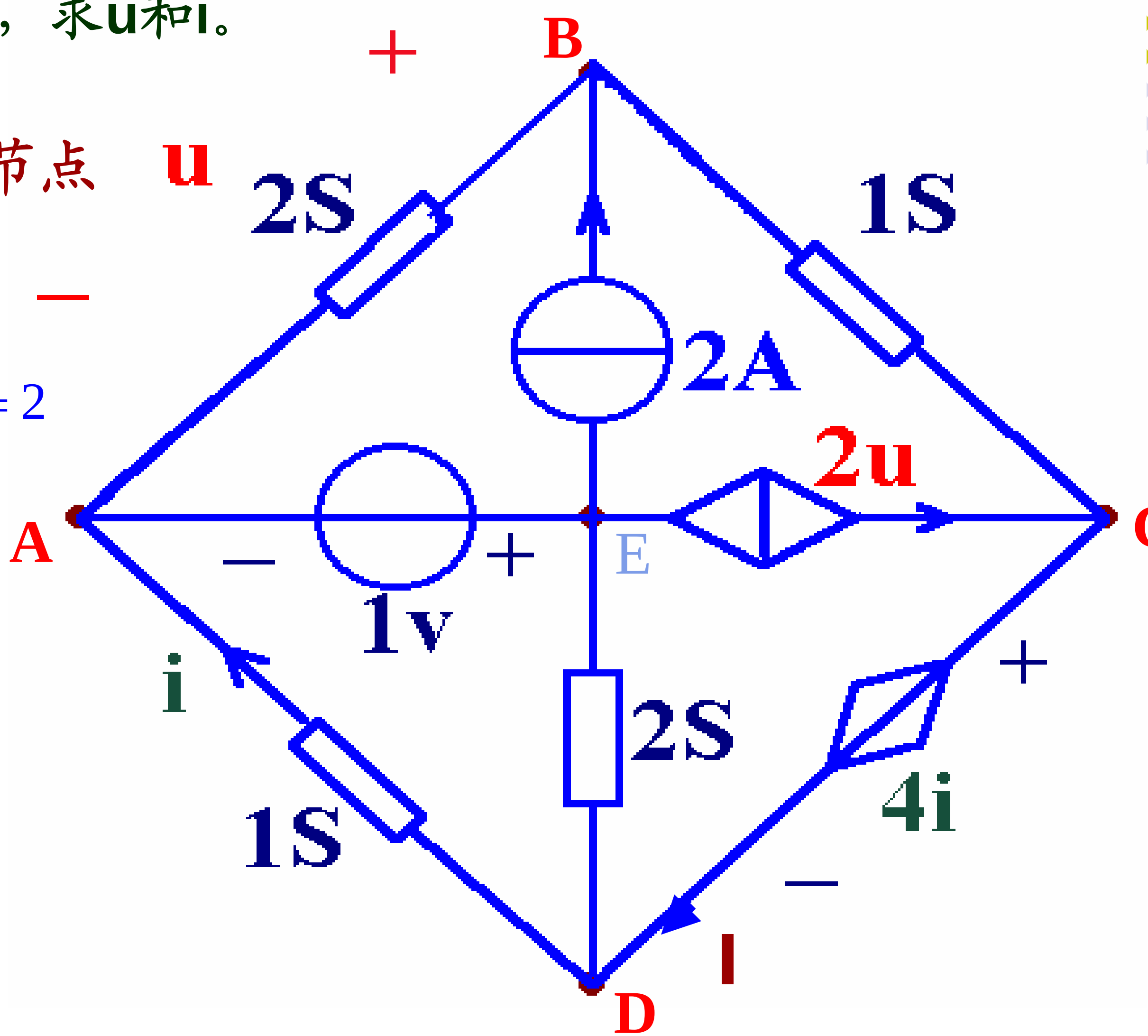
$$-U_B + U_C = 2u - I$$

$$-U_A + 3U_D = I$$

$$U_C - U_D = 4i$$

$$u = U_B - U_A$$

$$i = U_D - U_A$$



联立方程，可解得: $U_A = -1V$　$U_B = \dfrac{17}{9}V$　$U_C = \dfrac{17}{3}V$　$U_C = \dfrac{1}{3}V$

本章小结:

一、网孔法:

待求量：网孔回路电流

依　据：**KVL、VAR**

适　用：线性平面电路

特　点：方程数目较少：

方程数=内网孔数

二、节点法:

待求量：节点电位

依　据：**KCL、VAR**

适　用：线性电路

特　点：方程数目较少：

方程数=独立节点数

三、支路法:

$$\begin{cases} i_b\text{法}(b\text{个方程}) \\ u_b\text{法}(b\text{个方程}) \end{cases}$$

依据：**KCL、KVL、VAR**

适用：集中参数电路（线性、非线性；时变、时不变；具有耦合元件电路等）。

特点：待求量物理意义清楚、概念明确；方程数目多。

适宜计算机辅助分析求解。