

第2章 质点和质点系动力学

§ 2.1 牛顿运动定律及其应用

§ 2.2 惯性系 非惯性系与惯性力

§ 2.3 动量定理和动量守恒定律

§ 2.4 角动量定理和角动量守恒定律

§ 2.5 功能原理和机械能守恒定律

2018年3月22日

1

§ 2.1 牛顿运动定律和质心运动定理

《自然哲学的数学原理》(1687年)

万有引力定律和三大运动定律

—经典力学核心

Isaac Newton
(1643-1727)

1. 牛顿第一定律 (惯性定律)

任何物体都保持静止或匀速直线运动的状态, 除非作用在其上的力迫使它改变这种状态。

定性地定义了**惯性**和**力**。惯性用于保持运动状态; 而力用于改变运动状态。

2018年3月22日

2

2. 牛顿第二定律

物体运动的量的变化率与施加在该物体上的力成正比, 并且发生在该力的方向上。

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \frac{dm}{dt}$$

牛顿认为: m 与参考系无关

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

①第二定律说明力改变的不仅是速度, 而且改变动量。用动量描述运动比用速度更普遍和深刻。

例: 火箭、物体速度接近光速, 质量和速度有关。

②合外力相同时, 质量越大, 加速度越小, 惯性越大。把质量也称为**惯性质量**。

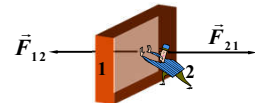
2018年3月22日

3

3. 牛顿第三定律:

彼此相互作用的两个物体间的相互作用力总是大小相等, 方向相反, 并且作用在同一条直线上。

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



①作用在两个物体上, 不能互相抵消。

②作用力和反作用力同时存在、同时消失。属同一性质的力。

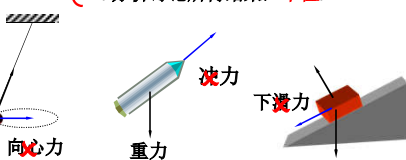
2018年3月22日

4

两类问题 { 已知运动求力 → 桥梁是牛顿第二定律
已知力求运动

- 解题步骤及注意事项:
1. 隔离物体, 分析力 (不多、不少);
 2. 选定坐标系按牛顿定律列方程;
 3. 解方程 先字母, 后代数;
 4. 分析讨论所得结果, 单位。

注意



2018年3月22日

5

例1: 在光滑水平地面上放一质量为 M 的楔块, 楔块底角为 θ , 斜面光滑。在斜面上放一质量为 m 的物块。求物块沿楔块下滑时它相对楔块和相对地面的加速度。

解: 取地面为 K 系, 楔块为 K' 系, 物体 m

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0$$

$$\vec{a} = (a' \cos \theta - a_0) \vec{i} + (-a' \sin \theta) \vec{j}$$

$$N \sin \theta = m(a' \cos \theta - a_0)$$

$$N \cos \theta - mg = m(-a' \sin \theta)$$

$$\text{楔块 } M: N \sin \theta = Ma_0$$

$$a_0 = \frac{m \sin \theta \cos \theta}{M + m \sin^2 \theta} g$$

$$a' = \frac{(M + m) \sin \theta}{M + m \sin^2 \theta} g$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \frac{\sin \theta \sqrt{M^2 + m(2M + m) \sin^2 \theta}}{M + m \sin^2 \theta} g$$

$$\tan \beta = \left| \frac{a_y}{a_x} \right| = \left(1 + \frac{m}{M} \right) \tan \theta$$

2018年3月22日

6

例2: 小球质量 m , 用线(长 l)系在墙上, 从水平位置摆下 θ 角。求小球速率和线张力。

①分析小球运动 $v = l \frac{d\theta}{dt}$

②分析受力

③列分量方程

$$\begin{cases} mg \cos \theta = m \frac{dv}{dt} \\ T - mg \sin \theta = m \frac{v^2}{l} \end{cases}$$

$t=0, \theta=0, v=0$ (初始条件)

④求解微分方程:

$$g \cos \theta = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = \frac{v}{l} \frac{dv}{d\theta} \Rightarrow gl \cos \theta d\theta = v dv$$

$$gl \int_0^\theta \cos \theta d\theta = \int_0^v v dv \Rightarrow gl \sin \theta = \frac{1}{2} v^2 \Rightarrow \begin{cases} v = \sqrt{2gl \sin \theta} \\ T = 3mg \sin \theta \end{cases}$$

2018年3月22日

7

§ 2.2 惯性系 非惯性系与惯性力

一、惯性参考系 (惯性系)

一个与外界任何事物无关, 永远保持静止的参考系

---绝对空间

$$\vec{a} = \vec{a}'$$

相对惯性系做匀速直线运动的参考系都是惯性系。

常用的惯性系都是局部的、近似的---地面参考系、地心系、太阳系、KF4系

二、非惯性系

相对一个已知惯性系做加速运动的参考系是非惯性系。



牛顿定律成立?

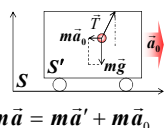
2018年3月22日

8

1. 非惯性系中牛顿定律的失效:

在 S 系: $m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}_0$

在 S' 系: $m\vec{g} + \vec{T} = 0$ ✗



$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0 \Rightarrow \text{在 } S \text{ 系 } \vec{F} = m\vec{a} = m\vec{a}' + m\vec{a}_0$$

2. 非惯性系中牛顿定律的修正:

$$\vec{F} + (-m\vec{a}_0) = m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_i = \sum \vec{F}$$

为使牛顿定律形式上依然成立, 需要引入修正项, 质量定义不变, 加速度定义不变, 外力必须改变。

修正项为惯性力: $\vec{F}_i = -m\vec{a}_0$

2018年3月22日

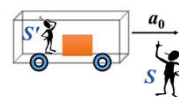
9

①在匀加速平动的参考系中质点所受的惯性力

在 S 系中 $\vec{f} = m\vec{a}_0$

在 S' 系中 $\vec{f} + \vec{F}_i = 0$

其中 $\vec{F}_i = -m\vec{a}_0$



②在匀速转动的参考系中静止的质点所受惯性力

地面参考系 (S 系) $\vec{f}_s = m\vec{a}_n = m\omega^2(-\vec{r})$

转动的圆盘参考系 (S' 系)

$$\vec{f}_s + \vec{F}_i = 0$$

$$\vec{F}_i = -m\vec{a}_n = m\omega^2\vec{r}$$

惯性离心力



2018年3月22日

10

例3: 已知人的质量 $m=60\text{kg}$, 若升降机

(1) $a=0$; (2) $a=0.5\text{m/s}^2$ 匀加速上升

(3) $a=0.5\text{m/s}^2$ 匀加速下降

分别求台秤的读数。

解: 台秤的读数表示人体对其的压力



$$N - mg = 0$$

$$N = mg$$

$$= 588 \text{ (N)}$$

$$N - mg - ma = 0$$

$$N = ma + mg$$

$$= 618 \text{ (N)} > mg$$

$N > mg$ 称超重

$$N + ma - mg = 0$$

$$N = mg - ma$$

$$= 558 \text{ (N)} < mg$$

$N < mg$ 称失重

2018年3月22日

11

例4: 用惯性力解答例1

在光滑水平地面上放一质量为 M 的楔块, 楔块底角为 θ , 斜面光滑。在斜面上放一质量为 m 的物块。求物块沿楔块下滑时它相对楔块和相对地面的加速度。

解: 在 K' 系中, 物块 m

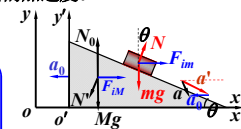
$$N \sin \theta + ma_0 = ma' \cos \theta$$

$$N \cos \theta - mg = -ma' \sin \theta$$

在 K' 系中, 楔块 M

$$Ma_0 - N \sin \theta = 0$$

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0$$



联立求解即得结果。

2018年3月22日

12

例5: 一质量为1kg的物体, 置于水平地面上, 物体与地面之间的静摩擦系数 $\mu_0=0.20$, 滑动摩擦系数 $\mu=0.15$, 现对物体施一水平拉力 $F=t+0.96$ (SI), 则2秒末物体的速度大小 v _____。(取重力加速度 $g=9.8 \text{ m/s}^2$)

解: $N = mg = 1 \times 9.8 = 9.8 \text{ N}$

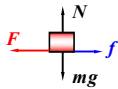
$$f_s = 9.8 \times 0.20 = 1.96 \text{ N}$$

$$f = 9.8 \times 0.15 = 1.47 \text{ N}$$

$$F = f_s \Rightarrow t=1\text{s} \text{ 开始运动}$$

$$\sum F = F - f = t - 0.51 \Rightarrow m \frac{dv}{dt} = t - 0.51$$

$$\int_0^v m dv = \int_1^2 (t - 0.51) dt \Rightarrow v = 0.99 \text{ m/s}$$



2018年3月22日

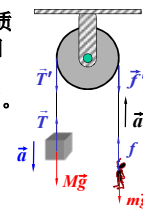
13

作业3-3: 细绳跨过定滑轮, 一端挂质量为 M 的物体, 另一端有人抓绳以相对绳加速度 a_0 向上爬, 若人的质量 $m=1/2M$, 求人相对于地面的加速度。

解:
$$\begin{cases} Mg - T = Ma \\ f - mg = m(a + a_0) \\ T = T' = f = f' \\ m = \frac{1}{2} M \end{cases}$$

$$a = \frac{g - a_0}{3}$$

$$a + a_0 = \frac{g + 2a_0}{3}$$



2018年3月22日

14