第 3 章 逻辑代数基础

逻辑代数描述了二值变量的运算规律，它是英国数学家布尔（**George Boole**）于**1849** 年提出的，也称布尔代数。逻辑代数是按逻辑规律进行运算的代数，是分析和设计数字逻辑电路不可缺少的基础数学工具。

电路中的信号变量都为二值变量，只能有**0**、**1** 两种取值。

逻辑代数与算术不同。

§ 3.1　逻辑代数运算法则

A 的反向运算为 $\overline{A}$

$\overline{0} = 1$

$\overline{1} = 0$

或运算　逻辑加　“+”

$\mathbf{0 + 0 = 0}$

$\mathbf{0 + 1 = 1}$

$\mathbf{1 + 0 = 1}$

$\mathbf{1 + 1 = 1}$

与运算　逻辑乘　“●”

$0 \cdot 0 = 0$

$0 \cdot 1 = 0$

$1 \cdot 0 = 0$

$1 \cdot 1 = 1$

1. 基本定律

每一个定律都有两种形式：逻辑加和逻辑乘。这两种形式互为“对偶式”。

		逻辑加	逻辑乘	
1)	定律 1	$A+B=B+A$;	$AB=BA$	(交换律)
2)	定律2	$A+(B+C)=(A+B)+C$;	$A(BC)=(AB)C$	(结合律)
3)	定律 3	$A+(BC)=(A+B)(A+C)$;	$A(B+C)=AB+AC$;	(分配律)
4)	定律 4	$A+0=A$, $A+1=1$;	$A\cdot 0=0$, $A\cdot 1=A$	
5)	定律 5	$A+\overline{A}=1$;	$A\cdot\overline{A}=0$	(互补律)
6)	定律 6	$A+A=A$;	$A\bullet A=A$	(重叠律)
7)	定律 7	$\overline{\overline{A}}=A$		(还原律)
8)	DeMorgan's 定理	$\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$;	$\overline{AB}=\overline{A}+\overline{B}$	(摩根定理)
	推论	$\overline{A+B+C}=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$	$\overline{ABC}=\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$	

2. 基本规则

1）代入规则

等式两侧某一变量都用一个逻辑函数代入，等式仍成立。

例:

If $\overline{AX}=\overline{A}+\overline{X}$ $X=BC$

Left: $\overline{AX}=\overline{ABC}$ Right: $\overline{A}+\overline{BC}=\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$

So $\overline{ABC}=\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$

2) 反演规则

将一个函数表达式 F 中所有的“与”（·）换成“或”（+），“或”（+）换成“与”（·）；“0”换成“1”，“1”换成“0”；原变量换成反变量，反变量换成原变量，则所得到的逻辑函数即F的反函数，表达式为$\overline{F}$。

F 称为函数 F 的反函数。如果 F 成立，$\overline{F}$ 也成立。

注意: 1. 运算顺序不变

2. 不是一个变量上的反号保持不变

例 已知 $F = A(B+\overline{C})+CD$，求 $\overline{F}$ 。

解: $\overline{F} = (\overline{A}+\overline{B}C)(\overline{C}+\overline{D})$

3) 对偶规则

若 F 为一逻辑函数，如果将该函数表达式中所有“与”（·）换成“或”（+），“或”（+）换成“与”（·）；“0”换成“1”，“1”换成“0”，则所得到的逻辑函数即F的对偶式，表达式为 F'。

如果 F 成立，F' 也成立

例：已知 $F=A(B+\overline{C})+C$ 分别求 F' 和 $\overline{F}$

解：

$$F' = (A+B\overline{C})(C+D)$$

$$\overline{F} = (\overline{A}+\overline{B}C)(\overline{C}+\overline{D})$$

3. 常用公式

1) $A+AB=A$; $A(A+B)=A$ 吸收律

证: $A+AB = A(1+B) = A$

2） $AB+A\overline{B}=A$; $(A+B)(A+\overline{B})=A$

证: $AB+A\overline{B}=A(B+\overline{B})=A$

3) $A+\overline{A}B=A+B$; $A(\overline{A}+B)=AB$

证: 分配律 $A+BC=(A+B)(A+C)$

$$A+\overline{A}B=(A+\overline{A})(A+B)=A+B$$

4) $\mathbf{AB+\overline{A}C+BC = AB+\overline{A}C;}$

$$\mathbf{(A+B)(\overline{A}+C)(B+C) = (A+B)(\overline{A}+C)}$$

证:

冗余定理

$$AB+\overline{A}C+BC = AB+\overline{A}C+(A+\overline{A})BC = AB+\overline{A}C+ABC+\overline{A}BC$$

$$= AB+\overline{A}C$$

推论$: AB+\overline{A}C+BCDE = AB+\overline{A}C$

5) 异或公式 (XOR)

$$A\oplus B = \overline{A\cdot B}$$

证: $\overline{AB+\overline{A}\,\overline{B}} = \overline{A}B + A\overline{B}$

$$A\oplus A = 0,\quad A\oplus \overline{A} = 1,\quad A\oplus 0 = A,\quad A\oplus 1 = \overline{A}$$

6) 如果 $A \oplus B \oplus C = D$

则 $\begin{cases} A \oplus B \oplus D = C; \\ A \oplus C \oplus D = B; \\ B \oplus C \oplus D = A; \end{cases}$

因果关系

多变量异或，变量为 1 的个数为奇数，异或结果为 1；1 的个数为偶数，结果为 0；与变量为 0 的个数无关。

§3.2 逻辑函数的标准形式

3.2.1 最小项及标准与或式

1. 最小项(标准与项)

与项定义为字母(原变量或其反变量)的逻辑乘项.

AB　　$B\overline{C}D$　　$\overline{A}E$

最小项（标准与项）：n 变量函数，n 变量组成的与项中，每个变量都以原变量或反变量形式出现一次，且只出现一次。

n 个变量 ⟹ 2^n 个最小项

例如：3 变量 *A*, *B*, *C*, 有 $2^3 = 8$ 个最小项：

$\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot\bar{C}$　$\bar{A}\cdot\bar{B}C$　$\bar{A}B\bar{C}$　$\bar{A}BC$　$A\bar{B}\cdot\bar{C}$　$A\bar{B}C$　$AB\bar{C}$　ABC

2. 最小项真值表

变量 A B C \ 最小项编号 / 最小项	m_0 $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	m_1 $\bar{A}\bar{B}C$	m_2 $\bar{A}B\bar{C}$	m_3 $\bar{A}BC$	m_4 $A\bar{B}\bar{C}$	m_5 $A\bar{B}C$	m_6 $AB\bar{C}$	m_7 ABC
0 0 0	1	0	0	0	0	0	0	0
0 0 1	0	1	0	0	0	0	0	0
0 1 0	0	0	1	0	0	0	0	0
0 1 1	0	0	0	1	0	0	0	0
1 0 0	0	0	0	0	1	0	0	0
1 0 1	0	0	0	0	0	1	0	0
1 1 0	0	0	0	0	0	0	1	0
1 1 1	0	0	0	0	0	0	0	1

当 A B C 取某一组值时, 只有一个最小项值为 1 , 其他都等于 0

最小项编号 m_i ： 使某一最小项为 1 时, 变量取值的二进制数对应的十进制数为此最小项的编号

例:

ABC: 010 $\overline{A}B\overline{C}=1$ 010 = 2

所以 $\overline{A}B\overline{C}$ 的编号为 m_2

例:

2 变量 A, B: $m_1 = \overline{A}B$, $m_3 = AB$

4 变量 A, B, C, D: $m_1 = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D$

$m_5 = \overline{A}B\overline{C}D$

$m_{13} = AB\overline{C}D$

1: 变量 变量取 **1** 对应于原变量

0: 反变量 变量取 **0** 对应于反变量

3. 标准与或式

$$F = \overline{A}B + A\overline{C} + A\overline{B}C$$ 与或式

如果一个与或式函数的每个与项都是最小项，这个函数称为标准与或式

例：

$$F_1(A,B,C) = \overline{A}B\overline{C} + AB\overline{C} + \overline{A}BC + ABC$$

$$\left.\begin{aligned} &= m_2 + m_6 + m_3 + m_7 \\ &= \sum m(2,3,6,7) \end{aligned}\right\} \text{标准与或式}$$

m 可以忽略

与或式说明, 变量取何值时, 函数 $F = 1$

例 1: 将下列函数变成标准与或式:

$$F_1(A, B, C) = AB + BC + AC \quad \text{与或式}$$

$$= AB(C+\overline{C}) + BC(A+\overline{A}) + AC(B+\overline{B})$$

$$= ABC + AB\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}C$$

$$\left.\begin{aligned} &= m_7 + m_6 + m_3 + m_5 \\ &= \sum m(3,5,6,7) \end{aligned}\right\} \text{标准与或式}$$

注: ***F*(*A*,*B*,*C*)** 必须写全, 涉及字母顺序即最小项编号

3.2.2 最大项及标准或与式

和项(或项) 定义为字母(原变量或反变量)的逻辑加项.

$$A+B \qquad \overline{A}+B+\overline{C} \qquad \overline{D}+E+F$$

1. 最大项

n 变量组成的或项中, 每个变量都以原变量或反变量的形式出现一次, 且只出现一次, 此或项为最大项, 标准或项。

n 变量 $\Longrightarrow$ 2^n 最大项

三变量最大项真值表

变量 A B C	M_0 $A+B+C$,	M_1 $A+B+\overline{C}$,	M_2 $A+\overline{B}+C$,	M_3 $A+\overline{B}+\overline{C}$,	M_4 $\overline{A}+B+C$,	M_5 $\overline{A}+B+\overline{C}$,	M_6 $\overline{A}+\overline{B}+C$,	M_7 $\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$
0 0 0	0	1	1	1	1	1	1	1
0 0 1	1	0	1	1	1	1	1	1
0 1 0	1	1	0	1	1	1	1	1
0 1 1	1	1	1	0	1	1	1	1
1 0 0	1	1	1	1	0	1	1	1
1 0 1	1	1	1	1	1	0	1	1
1 1 0	1	1	1	1	1	1	0	1
1 1 1	1	1	1	1	1	1	1	0

当 ABC 取某一组值时，只有一个最大项值为0，其他都等于1

使某一最大项为0时，A，B，C 取值的二进制数对应的十进制数为此最大项的编号：M_i

例：**3 变量 A, B, C**

$$M_2 = A + \overline{B} + C \qquad (010) \text{ 使 } A + \overline{B} + C = 0$$

$$M_4 = \overline{A} + B + C$$

4 变量 A,B,C,D $\quad M_2 = A + B + \overline{C} + D$

$$M_{10} = \overline{A} + B + \overline{C} + D$$

注意：最大项 $\begin{cases} 0 \Longleftrightarrow \text{原变量} \\ 1 \Longleftrightarrow \text{反变量} \end{cases}$

2. 标准或与式

$F=(A+\overline{B})(B+C)$ 或与式

每个或项都是最大项称为标准或与式

或与式说明, 变量取何值时, 函数 $F=0$

例:

$$F_2(A,B,C)=(A+B+C)(A+B+\overline{C})(\overline{A}+B+C+)(\overline{A}+B+\overline{C})$$

0 0 0 0 0 1 1 0 0 1 0 1

$$=M_0\bullet M_1\bullet M_4\bullet M_5$$

$$=\prod M(0,1,4,5)$$

M 可以忽略

3.2.3 两种标准式间的关系

1）最小项和最大项互为反函数

$\overline{m_i} = M_i$ $\quad$ $F(A,B,C)$： $\overline{m_1} = \overline{\overline{A}\,\overline{B}\,C} = A+B+\overline{C} = \mathbf{M_1}$

$\overline{M_j} = m_j$

001 最小项编号 $\quad$ **0 0 1** 最大项编号

2) 不在最小项中出现的编号,一定出现在最大项的编号中

$F(A,B,C) = \Sigma\, m\,(2,3,6,7)$ $\quad$ F_1 与或式

$= \Pi\, M\,(0,1,4,5)$ $\quad$ F_2 或与式

$F(A,B,C) = \Sigma\, m\,(2,3,6,7)$ F_1 与或式

$= \Pi\, M\,(0,1,4,5)$ F_2 或与式

$A\ B\ C$	F	F_1	F_2
0 0 0	0		M_0
0 0 1	0		M_1
0 1 0	1	m_2	
0 1 1	1	m_3	
1 0 0	0		M_4
1 0 1	0		M_5
1 1 0	1	m_6	
1 1 1	1	m_7	

$F = F_1 = F_2$

标准与或式和标准与或式是一个逻辑关系的两种表达方式

§ 3.3　逻辑函数的公式化简

一个逻辑函数有多种表达形式

例如:　$F = XY + \overline{Y}Z$　**(AND – OR)**　与或式

$= (X + \overline{Y})(Y + Z)$　**(OR – AND)**　或与式

$= \overline{\overline{XY} \cdot \overline{\overline{Y}Z}}$　**(NAND – NAND)**　与-非式

$= \overline{\overline{X+\overline{Y}} + \overline{Y+Z}}$　**(NOR – NOR)**　或非–或非式

$= \overline{\overline{X}Y + \overline{Y}\,\overline{Z}}$　**(AND – OR – NOT)**　与或非

上面五种都是最简式

化简目的：少用元件完成同样目的，成本低

公式法化简

例1：用公式法化简下式

$$F = A\overline{B} + \overline{\overline{A}C + \overline{B}C}$$

$$= A\overline{B} + \overline{\overline{A}C} \bullet \overline{\overline{B}C}$$

$$= A\overline{B} + (A + \overline{C})(B + \overline{C})$$

$$= A\overline{B} + AB + A\overline{C} + B\overline{C} + \overline{C}$$

$$= A + \overline{C}$$

例 2：用公式法化简下式

$$F = A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + \bar{D}\bar{E}(B+G) + \bar{D} + (\bar{A}+B)D + A\bar{B}CDE + A\bar{B}DEG$$

$$= A\bar{B} + \bar{D} + \overline{A\bar{B}}D$$

$$= A\bar{B}+\bar{D}+D \quad = A\bar{B}+1 \quad = 1$$

例 3：将下列函数化简成最简或与式。

$$G=(A+B+\overline{C})(A+B)(A+\overline{C})(B+\overline{C})$$

解：对偶关系

$$G'=AB\overline{C}+AB+A\overline{C}+B\overline{C}$$

$$=AB+A\overline{C}+B\overline{C}$$

$$G=(A+B)(A+\overline{C})(B+\overline{C})$$

例 4:

$$L = AB + A\overline{C} + \overline{B}C + B\overline{C} + \overline{B}D + B\overline{D} + ADE(F+G)$$

$$= A\overline{\overline{B}C} + \overline{B}C + B\overline{C} + \overline{B}D + B\overline{D} + ADE(F+G)$$

$$= A + \overline{B}C + B\overline{C} + \overline{B}D + B\overline{D}$$

$$= A + \overline{B}C + B\overline{C} + \overline{B}D + B\overline{D} + \overline{C}D$$

$$= A + \overline{B}C + B\overline{D} + \overline{C}D$$

最简式 $\begin{cases} \text{项数最少} \\ \text{每项中变量数最少} \end{cases}$

§3.4 卡诺图化简逻辑函数

用公式法化简逻辑函数时，有时很难看出是否达到最简式。用卡诺图（**Karnaugh Map**）化简逻辑函数具有简单、直观、方便的特点，较容易判断出函数是否得到最简结果。

3.4.1 卡诺图

卡诺图 (**K-map**)与真值表相似，可以给出输入所有可能组合所对应的输出值 。与真值表不同的是卡诺图是由小格构成。每个小格代表一个二进制输入的组合。

n 个变量的卡诺图中有 2^n 个小格, 每个小格表示一个最小项。

2 变量卡诺图: *F* (*A*,*B*)

F A / B	**0**	**1**
0	$\overline{A}\ \overline{B}$ m_0	$A\overline{B}$ m_2
1	$\overline{A}B$ m_1	AB m_3

变量取值: **0→1**

变量(A,B) 位置确定, 每小格代表的最小项就确定。

3 变量卡诺图：$F(A,B,C)$

$C \backslash AB$	00	01	11	10
0	m_0	2	6	4
1	m_1	3	7	5

排列方式保证相邻格之间只有一个变量变化

AB顺序的排列方法

$\left\{ \begin{array}{l} \text{几何相邻：位置相邻} \\ \text{逻辑相邻：只有一个变量变化} \end{array} \right\}$ 相邻格

4 变量卡诺图：*F* (*A*,*B*,*C*,*D*)

F *CD* \ *AB*	00	01	11	10
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	3	7	15	11
10	2	6	14	10

F *AB* \ *CD*	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

3.4.2 用卡诺图表示逻辑函数

例 1: 将真值表转换成卡诺图

A	*B*	*C*	*F*
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

F \ *C* / *AB*	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

例 2：用卡诺图表示标准与或式和标准或与式

$$F(X,Y,Z)=\sum m(0,4,6) \qquad F(X,Y,Z)=\prod M(1,2,3,5,7)$$

F 何时为 1（最小项）　　　　**F 何时为 0（最大项）**

F Z \ XY	00	01	11	10
0	1	0	1	1
1	0	0	0	0

F Z \ XY	00	01	11	10
0	1	0	1	1
1	0	0	0	0

等 价

例3：将与或式填入卡诺图

$$F(X,Y,Z)=XY+\overline{Y}Z+\overline{X}\,\overline{Z}$$

$$=XY(Z+\overline{Z})+\overline{Y}Z(X+\overline{X})+\overline{X}\,\overline{Z}(Y+\overline{Y})$$

$$=XYZ+XY\overline{Z}+X\overline{Y}Z+\overline{X}\,\overline{Y}Z+\overline{X}Y\overline{Z}+\overline{X}\,\overline{Y}\,\overline{Z}$$

$$=\sum m(0,1,2,5,6,7)$$

F *XY* / *Z*	00	01	11	10
0	1	1	1	
1	1		1	1

直接填 **XY:**

在 **XY = 11** 的两个格中填**1**

F *XY* / *Z*	00	01	11	10
0	1	1	1	
1	1		1	1

3.4.3 卡诺图化简逻辑函数

1. 求最简与或式

方法：圈相邻格中的1, 合并最小项

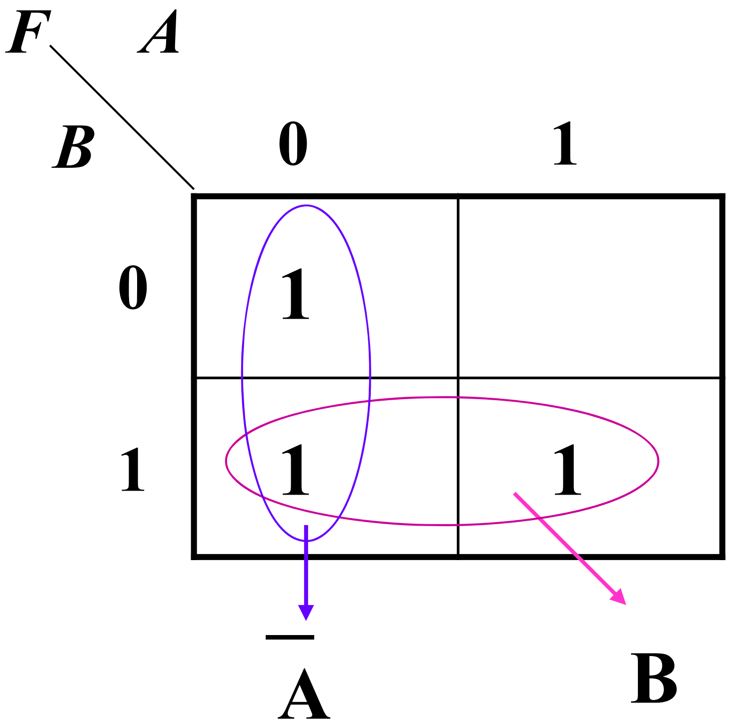
圈 *1*: 根据下面规则将含有 1 的相邻格圈在一起

尽可能多地把相邻的矩形的 2^n 个 1 圈在一起，消去变化了的n 个变量，留下不变的变量是 1 写原变量，是 0 写反变量，组成“与”项；每个圈中至少有一个别的圈没圈过的 1，所有的 1 都要圈；1 可以重复圈；圈之间为“或”的关系。

圈 1个1，2个1，4个1，8个1，16个1

例 1: 用卡诺图化简下列函数

$$F(A,B)=\sum(0,1,3)$$



解:

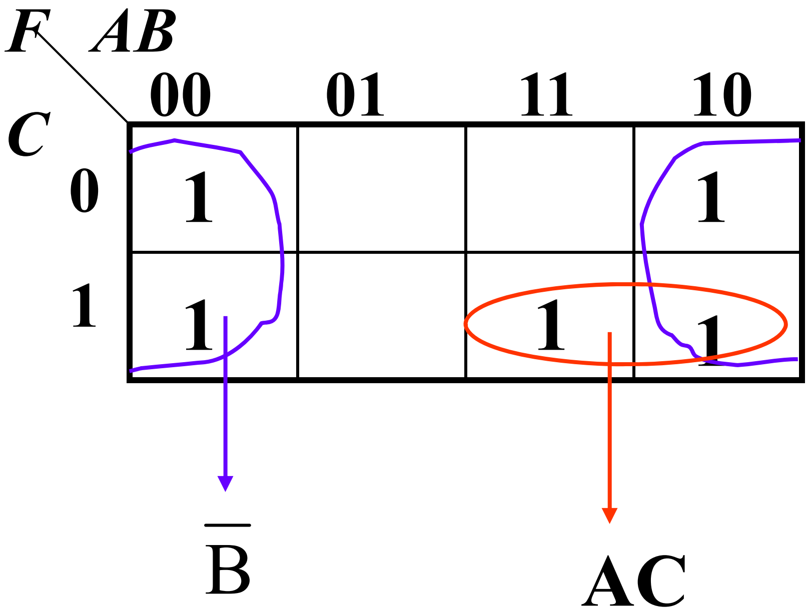
① 填卡诺图

② 圈 *1*

③ 将与项相加

$$F=\overline{A}+B$$

例 2: 化简函数



$$F=\overline{B}+AC$$

例 3:

F CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01			1	
11			1	
10	1	1	1	1

$$F(A,B,C,D)=\overline{D}+AB$$

2. 求最简或与式

尽可能多的把相邻矩形个0 圈在一起, 消去变化了的*n* 个变量, 留下不变的变量, (是0 写原变量, 是 1 写反变量)组成或项; 每个圈中至少有一个别的圈没圈过的0, 所有0 都要圈, 0 可重复圈, 圈之间为与关系.

例 3 圈 *0*:

F CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01			1	
11			1	
10	1	1	1	1

$B+\overline{D}$

$A+\overline{D}$

$$\therefore F=(A+\overline{D})(B+\overline{D})$$

$$=AB+\overline{D}$$

与或式和或与式可以互相转换

总结：与或式圈 1

或与式圈 0

例 4：将下式化简成最简与或式

与或式 圈 1

G: CD \ AB	00	01	11	10
00		1	1	
01		1		
11				1
10		1	1	

孤立的 *1* 一定要圈.

$$G = B\overline{D} + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}CD$$

例 5：将下式化简成最简与或式

F C \ AB	00	01	11	10
0			1	1
1	1	1	1	

F C \ AB	00	01	11	10
0			1	1
1	1	1	1	

$$F = A\bar{C} + \bar{A}C + AB$$

$$= A\bar{C} + \bar{A}C + BC$$

取其一

最简式不是唯一的

例 6: 分别将下式化简成最简与或式和或与式

$$F(A,B,C,D)=\overbrace{(\overline{A}+\overline{C})}^{0}\overbrace{(\overline{A}+B+\overline{D})}^{0}\overbrace{(\overline{B}+D)}^{0}\overbrace{(\overline{A}+B+\overline{C}+D)}^{0}$$

1 1 1 0 1 1 0 1 0 1 0

解: 在卡诺图中直接填 ***0***

F *CD* \ *AB*	**00**	**01**	**11**	**10**
00		**0**	**0**	
01				**0**
11			**0**	**0**
10		**0**	**0**	**0**

最简或与式: 圈 *0*

$$F(A,B,C,D)=(\overline{B}+D)(\overline{A}+\overline{C})(\overline{A}+B+\overline{D})$$

最简与或式: 圈 *1*

$$F(A,B,C,D)=\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{A}D+B\overline{C}D+\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}$$

例7: 已知 $F = A\bar{B}C + \bar{A}\bar{D} + AB\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + ABC\bar{D}$

化简上式，并分别用最少的与非门和或非门实现

解：填卡诺图

F (CD \ AB)	00	01	11	10
00	1	1	1	
01				
11				1
10	1	1	1	1

1) 用与非门实现

$\Longrightarrow$ 圈 *1*

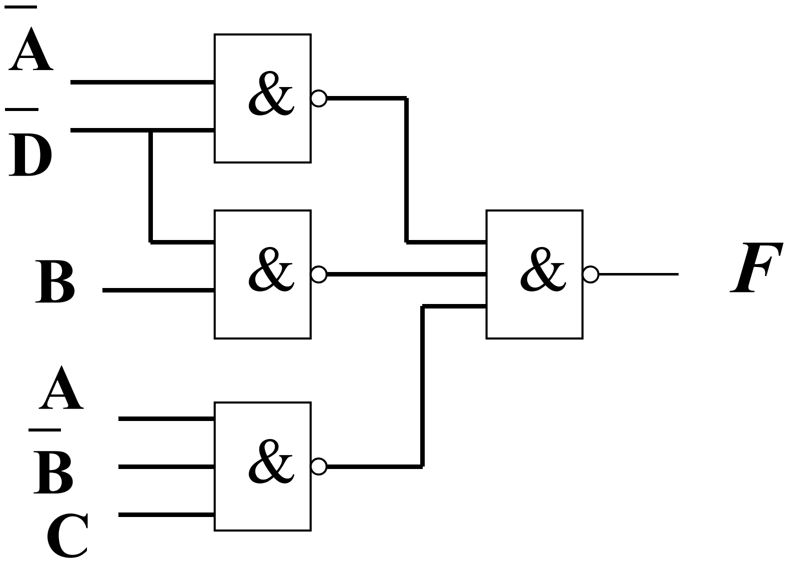
$$F = \overline{\overline{\bar{A}\bar{D} + B\bar{D} + A\bar{B}C}}$$

$$= \overline{\overline{\bar{A}\bar{D}} \cdot \overline{B\bar{D}} \cdot \overline{A\bar{B}C}}$$

与或 $\Longrightarrow$ 与非 - 与非

$$F=\overline{\overline{\bar{A}\bar{D}}\bullet\overline{B\bar{D}}\bullet\overline{A\bar{B}C}}$$

与非－与非门



2) 或非门 ⟹ 圈 *0*

F $CD \backslash AB$	00	01	11	10
00	1	1	1	
01				
11				1
10	1	1	1	1

$$F=\overline{\overline{(A+\bar{D})(\bar{B}+\bar{D})(\bar{A}+B+C)}}$$

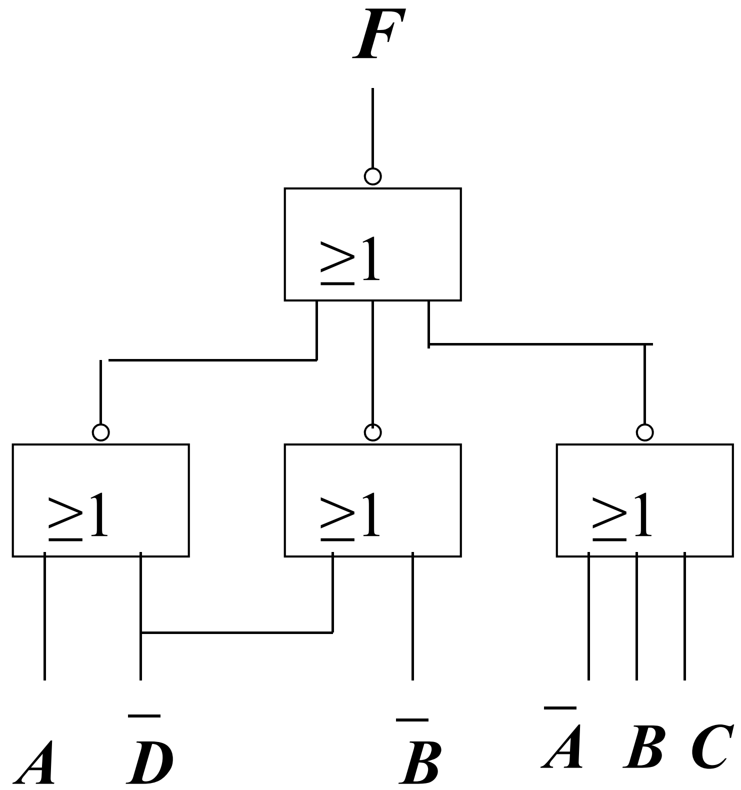
$$F=\overline{\overline{A+\bar{D}}+\overline{\bar{B}+\bar{D}}+\overline{\bar{A}+B+C}}$$

或与 ⟹ 或非 - 或非

化简：每个圈需一个门实现，各圈之间加一个门

$$F = \overline{\overline{A + \overline{D}} + \overline{\overline{B} + \overline{D}} + \overline{\overline{A} + B + C}}$$

或非－或非门



3.4.4 具有随意项的逻辑函数的化简

实际逻辑电路中, 有些变量(输入)组合不会出现或不允许出现, 如 **BCD** 码中 **1010~1111**；这些组合对输出不产生任何影响(是 *1* 是 *0* 不影响输出), 这种组合称 "随意项".

例：

用 A, B, C 分别表示电机的正转、反转和停止三种状态：

A=1　　正转

B=1　　反转　　　　任何时刻只存在一个状态

C=1　　停

ABC $\begin{cases} 100 \text{ or} \\ 010 \text{ or} \\ 001 \end{cases}$

$\left.\begin{matrix} 000 \\ 011 \\ 101 \\ 110 \end{matrix}\right\}$ 没有意义 “随意项”

111

随意项

$$\left.\begin{array}{l}\text{卡诺图}\\ \text{真值表}\end{array}\right\} X \text{ 或 } \varphi \qquad \text{逻辑函数} \left\{\begin{array}{l}\sum d(\quad)\\ =\mathbf{0}\end{array}\right.$$

d ( ) 括号中为最小项编号

化简时，根据化简需要，φ可作*1* 或作*0*;

但不能既当*1* 同时又当*0*

例 1: 用卡诺图化简函数

$$F(A,B,C,D)=\sum m(1,3,7,11,15)+d(0,2,5)$$

解：卡诺图

标角标： Φ_1,Φ_2,Φ_3

F CD \ AB	00	01	11	10
00	Φ_1			
01	1	Φ_3		
11	1	1	1	1
10	Φ_2			

采用 $\Phi_3=1,$

圈 *1* :

$$\Phi_1=\Phi_2=0$$

$$F=CD+\overline{A}D$$

圈 *0* :

$$F=D(\overline{A}+C)$$

若采用 $\Phi_1 = \Phi_2 = 1,$

F CD \ AB	00	01	11	10
00	Φ_1			
01	1	Φ_3		
11	1	1	1	1
10	Φ_2			

圈 *1*:

$$\Phi_3 = 0$$

$$F = \overline{A} \cdot \overline{B} + CD$$

例 2: **Simplify the logic function with don't care terms:**

$$G = \overline{A}\,\overline{C} + \overline{A}B\text{，} \qquad \mathbf{AB+AC=0}$$

$$\mathbf{AB = \Phi} \qquad \mathbf{AC = \Phi}$$

物理意义：这两项在函数中不起作用，不是数学上的等于**0**

C \ AB	00	01	11	10
0	1	1	φ	
1		1	φ	φ

$$G = B + \overline{A} \cdot \overline{C}$$

3.4.5 引入变量卡诺图 (VEM)

Variable Entered Map

一般，变量超过5个时，采用引入变量卡诺图方法化简逻辑函数。将n 变量函数中一个变量作为引入变量，填入$(n-1)$ 变量卡诺图中。

例 1: 化简下列逻辑函数

$$F(A,B,C)=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+AB\overline{C}+A\overline{B}\cdot\overline{C}+ABC$$ **3变量**

将变量 *C* 拿出作为引入变量，将函数填入2变量卡诺图中

F $B\backslash A$	0	1
0	$\overline{C}$	$\overline{C}$
1	0	$C+\overline{C} \to 1$

当A=0, B=0 时，$F=\overline{C}$, 在m_0 格填 $\overline{C}$

圈的原则与圈1相同, 合并相同变量

$$F=\overline{B}\bullet\overline{C}+AB$$

例 2: 化简下面引入变量卡诺图（VEM）：

F C \ AB	00	01	11	10
0	1	1	1	D
1	D	D	1	D

$$F = D + AB + \overline{A} \cdot \overline{C}$$