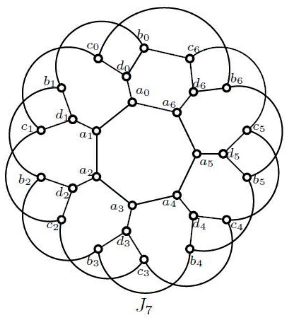
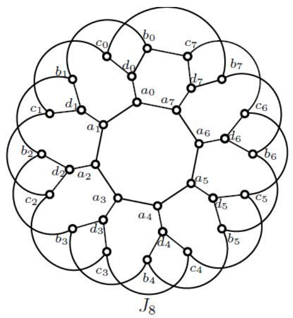
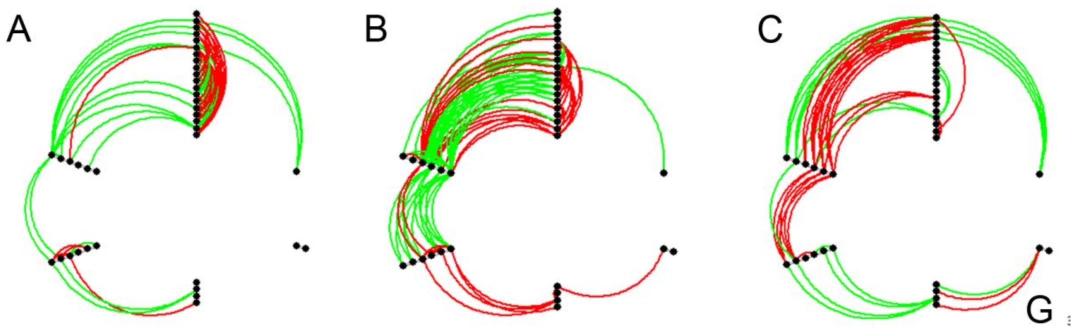
第七章图

网状结构，逻辑关系多对多





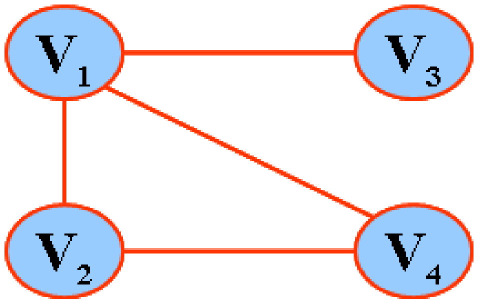


7.1 图的基本概念和术语

- 图：图G由集合V和E组成，记为G=（V，E）。图中的结点称为顶点，V(G)是顶点的非空有穷集；相关的顶点偶对称为边，E(G)是边的有穷集。
  - 顶点：表示数据元素
  - 边：表示数据元素之间的逻辑关系，分为有向边和无向边
  - 图分为**有向**图、**无向**图

7.1 图的基本概念和术语

- 例1：**无向**图G=（V，E），$V=\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$，$E=\{(v_1, v_3), (v_1, v_2), (v_1, v_4), (v_2, v_4)\}$，顶点偶对$(v_1, v_3)$与$(v_3, v_1)$表示同一条边。



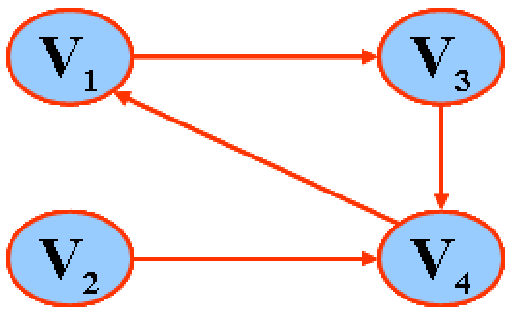
无向图示例

无向图中的边是顶点的无序对。

无向图中（v_i,v_j）和（v_j ,v_i）表示同一条边。

7.1 图的基本概念和术语

- 例2：有向图G=（V，E），V={ v_1， v_2， v_3， v_4 }，E={< v_1， v_3>, < v_3， v_4>, < v_2， v_4>, < v_4， v_1>}



有向图示例

有向图中的边是顶点的有序对。

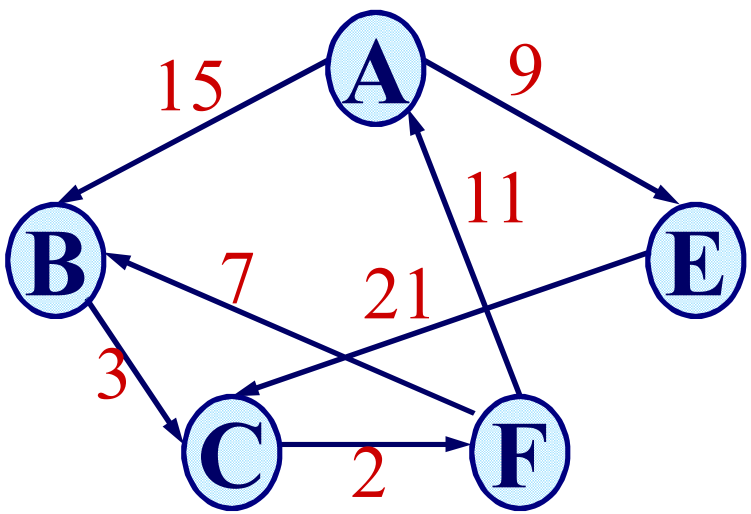
有向图中< v_i, v_j >和< v_j , v_i >表示两条不同的弧。

7.1 图的基本概念和术语

- 弧：有向图的边又称为弧，通常用一对尖括号表示，<v_i, v_j>表示从顶点v_i到v_j的一条弧，v_i称为弧的始点（或尾顶点、弧尾），v_j称为弧的终点（或头顶点、弧头）。
- 在本章中我们只考虑没有重复边及没有顶点到其自身的边的图。

7.1 图的基本概念和术语

- 网：边带权的无向图称作无向网；弧带权的有向图称作有向网。

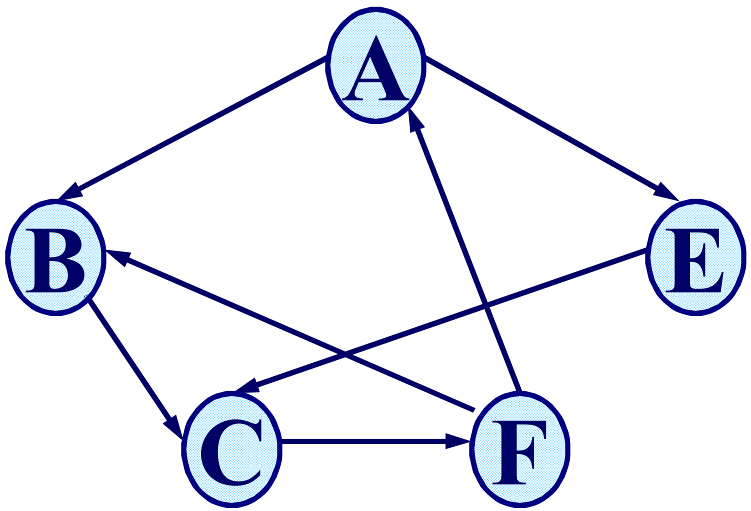


有向网示例

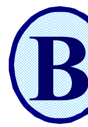
边或弧上的权值在不同的问题里代表不同的含义。比如在交通网，两点之间的连边上的权可以代表两个城市之间的距离、交通时间、交通费用等

7.1 图的基本概念和术语

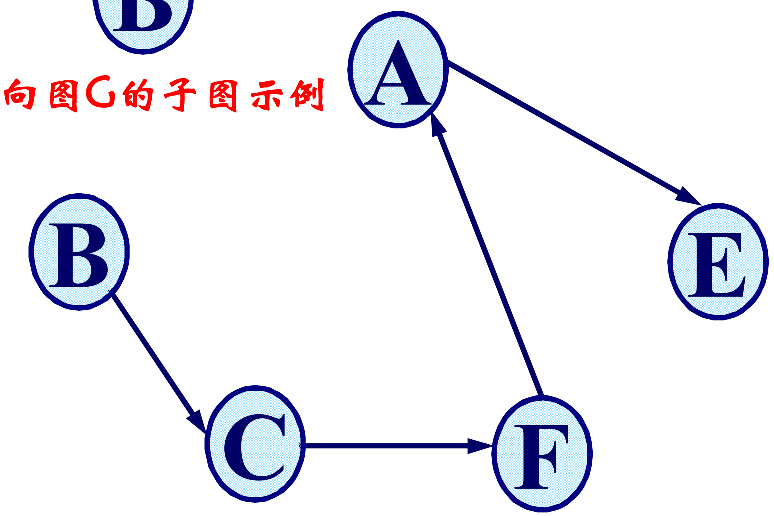
- 子图：设图G=(V,E) 和图 G′=(V′,E′),且 V′⊆V, E′⊆E,则称 G′ 为 G 的子图。



有向图G



有向图G的子图示例



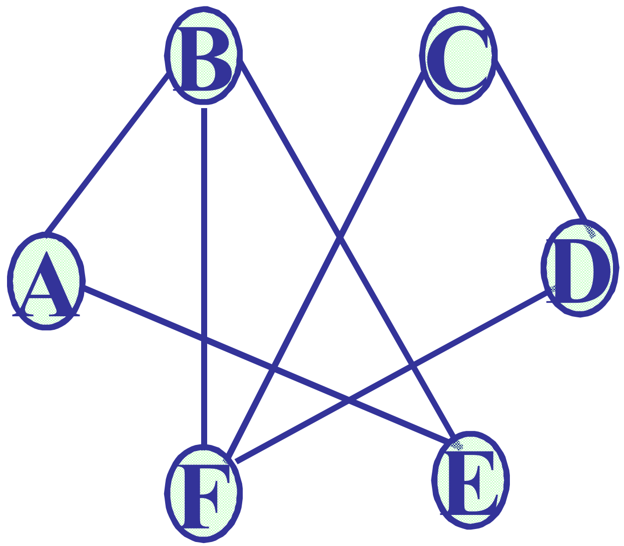
有向图G的子图示例

7.1 图的基本概念和术语

- 完全图：n 个顶点的含有 n(n-1)/2 条边的无向图称作**完全图**； n 个顶点的含有 e=n(n-1) 条弧的有向图称作 **有向完全图**
- 若边或弧的个数 e<nlogn，则称作稀疏图，否则称作稠密图。

7.1 图的基本概念和术语

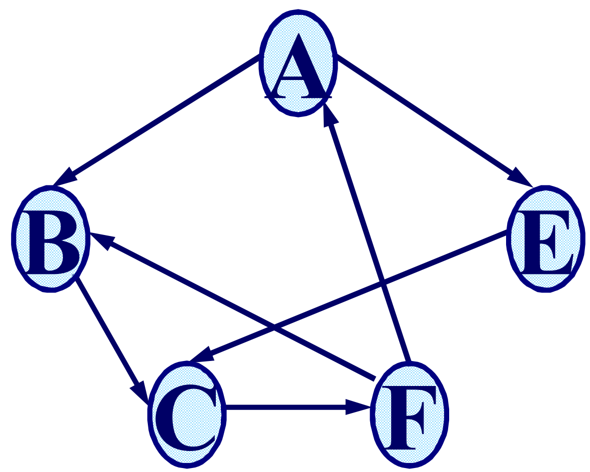
- 邻接点、关联：假若顶点v 和顶点w 之间存在一条边，则称顶点v 和w 互为邻接点，边(v,w) 和顶点v 和w 相关联
- 度：无向图中和顶点v 关联的边的数目定义为v的度，记为TD(v)
- TD(B) = 3
- TD(A) = 2



7.1 图的基本概念和术语

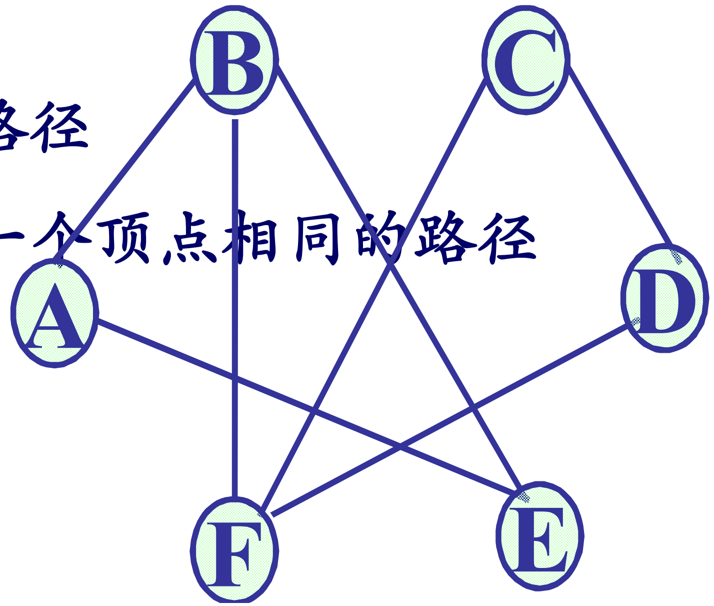
有向图顶点的度分为入度和出度

- 入度：有向图中以顶点v为弧头的弧的数目称为顶点v的入度，记为ID(v)
- ID(B) = 2; ID(A) = 1
- 出度：有向图中以顶点v为弧尾的弧的数目称为顶点v的出度，记为OD(v)
- OD(B) = 1; OD(A) = 2
- 有向图中顶点的度(TD)=出度+入度
- TD(B) = 3; TD(A) = 3



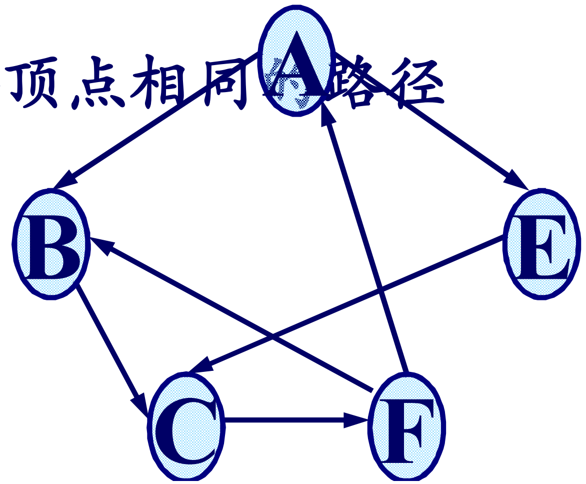
7.1 图的基本概念和术语

- **路径、路径长度**：设无向图G=(V,E)中的一个顶点序列{ $u=v_{i,0},v_{i,1},\cdots,v_{i,m}=w$ }中，若 $(v_{i,j-1},v_{i,j})\in E$，$1\leqslant j\leqslant m$，则称从顶点u 到顶点w 之间存在一条**路径**；路径上边的数目称作**路径长度**
- 如:长度为3的路径{A,B, F,C}
- **简单路径**:序列中顶点不重复出现的路径
- **简单回路**:序列中第一个顶点和最后一个顶点相同的路径



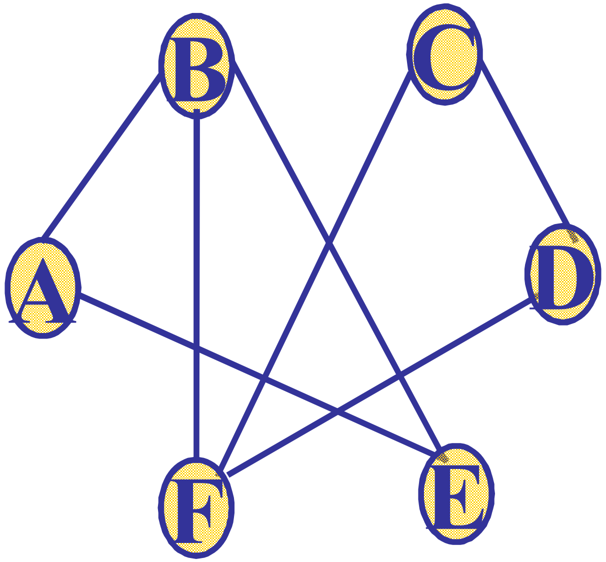
7.1 图的基本概念和术语

- **路径、路径长度**：设有向图G=(V,E)中的一个顶点序列{u=$v_{i,0}$,$v_{i,1}$, …, $v_{i,m}$=w}中，若<$v_{i,j-1}$,$v_{i,j}$>∈E，1≤j≤m，则称从顶点u到顶点w之间存在一条有向**路径**；路径上边的数目称作**路径长度**。
- 如:长度为3的路径{A,B, C,F}
- **简单路径**:序列中顶点不重复出现的路径。
- **简单回路**:序列中第一个顶点和最后一个顶点相同的路径。

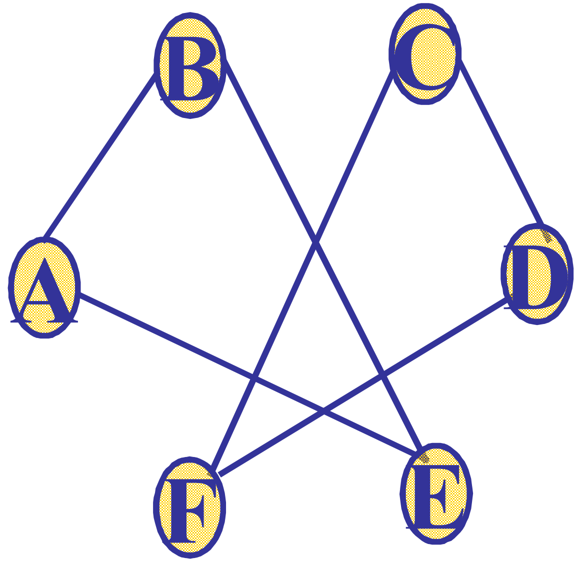


7.1 图的基本概念和术语

- 连通图：若无向图G中任意两个顶点之间都有路径相通，则称此图为**连通图**。
- 连通分量：若无向图为非连通图，则图中各个极大连通子图称作此图的连通分量。



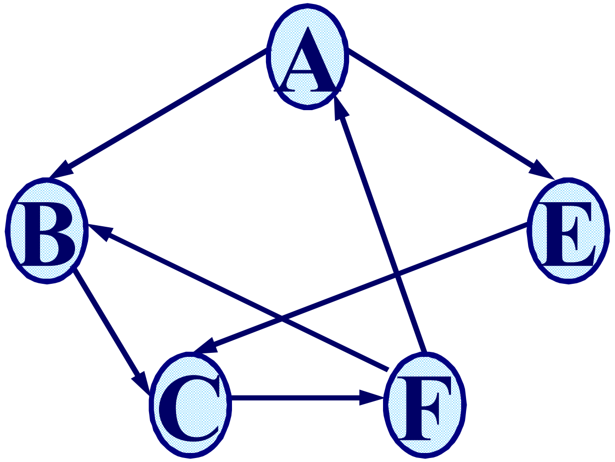
连通图示例



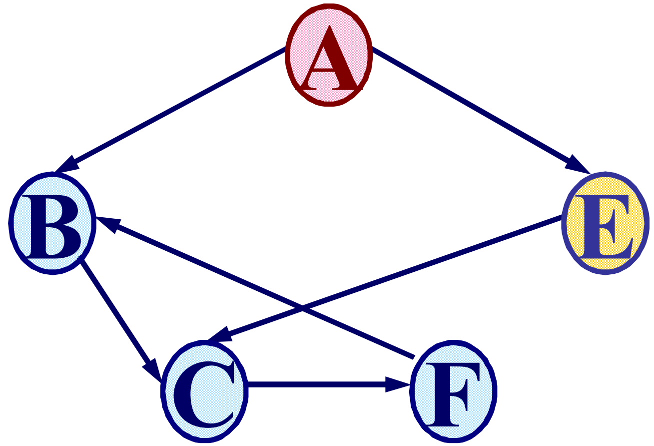
非连通图示例：包含2个连通分量

7.1 图的基本概念和术语

- **强连通图**：有向图中若任意两个顶点之间都存在一条有向路径，则称此有向图为**强连通图**。
- 否则，其各个极大强连通子图称作它的**强连通分量**。



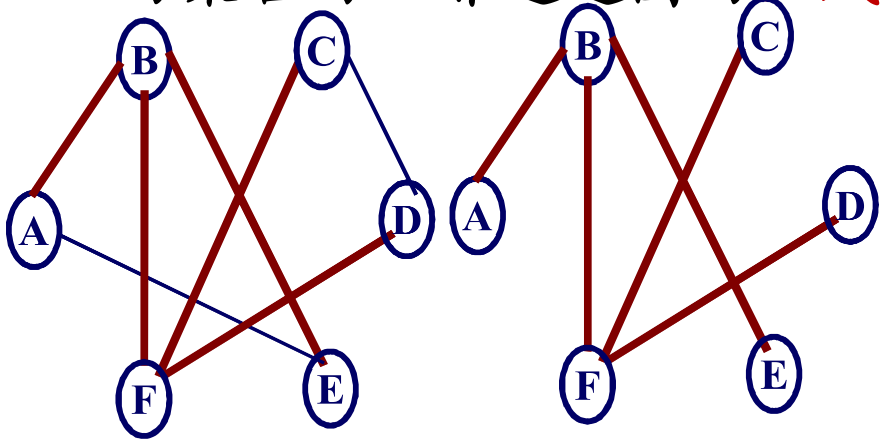
强连通图示例



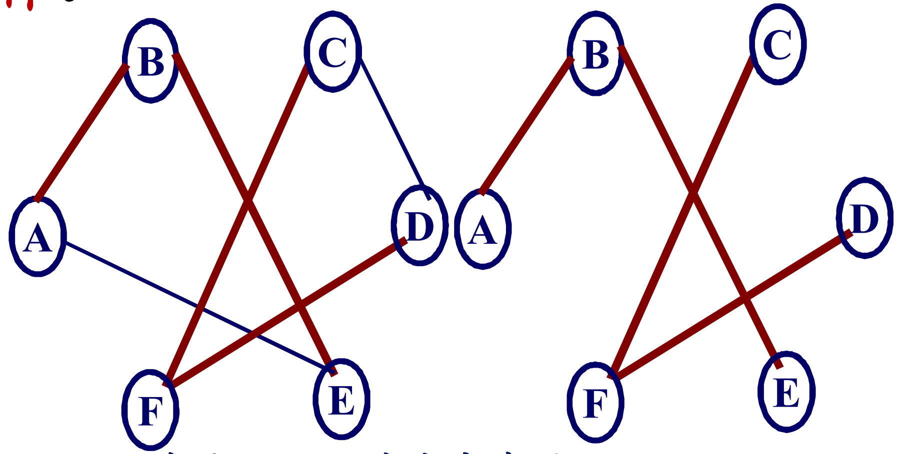
非强连通图示例：包含3个强连通分量

7.1 图的基本概念和术语

- **生成树：** 假设一个连通图有 n 个顶点和 e 条边，其中 n-1 条边和 n 个顶点构成一个极小连通子图，称该极小连通子图为此连通图的生成树。
- **生成森林：** 对非连通图，则称由各个连通分量的生成树的集合为此非连通图的生成森林。



连通图及其生成树示例
顶点和紫色连边构成的子图为该图的生成树



非连通图及其生成森林示例
顶点和紫色连边构成的子图为该图的生成森林

7.1 图的基本概念和术语

- **有向树：**如果一个有向图恰有1个顶点的入度为0，其余的顶点入度均为1，则称该图为一棵**有向树**
- 一个有向图的**生成森林**由若干棵有向树组成，含有图中全部顶点，但只有足以构成若干棵不相交的有向树的弧