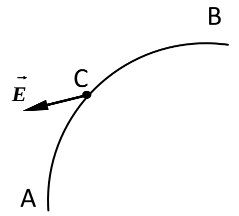
作业 17

1．电子沿曲线作加速运动，必有沿法向和运动方向的力；电子带负电，受力方向与场强方向相反。



2． $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2$ $\quad E_1=E_2=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0(a^2+y^2)}$

对称： $E_x=0,\ E_y=2E_1\cos\theta=\dfrac{2qy}{4\pi\varepsilon_0(a^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$ ；

$$\therefore\ \vec{E}=E_y\vec{j}=\frac{qy}{2\pi\varepsilon_0(a^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}\vec{j}$$

场强最大处： $\dfrac{dE}{dy}=0,\ y=\pm\dfrac{a}{\sqrt{2}}$

3．按题给坐标，设线密度为 λ，有：$\lambda=\dfrac{Q}{\frac{\pi}{2}R}$ 上下段分割，任意 dQ 在圆心产生 $d\vec{E}_{+(-)}$ 。

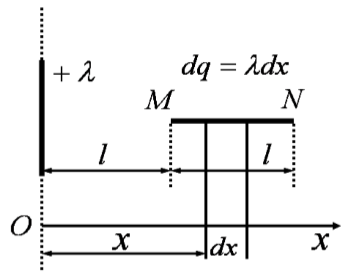
由对称性： $E_{0x}=0,E_o=E_{oy}=2E_{+y}(2E_{-y})$， $dE_{+y}=-dE_{+}\cos\theta$

方向沿 y 轴负方向。

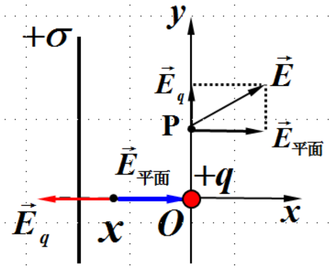
$$\therefore\ E_0=2\int -dE_{+}\cos\theta=-2\int\frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0R^2}\cos\theta=-2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0R^2}\lambda Rd\theta=-\frac{Q}{\pi^2\varepsilon_0R^2}$$

4． $\vec{E}_0=\dfrac{lQ}{4\pi\varepsilon_0R^2(2\pi R-l)}\hat{R}_0$ （方向从圆心指向空隙处）。

5． $F=\dfrac{\lambda^2}{2\pi\varepsilon_0}\ln 2$ ；方向沿 x 轴正向。



6．P 点的场强 $\vec{E}$ 如图所示，场强为零的点的位置为 $x=-\sqrt{\dfrac{q}{2\pi\sigma}}$



7. 按题给坐标，0 点的场强可以看作是两个半无限长直导线、半圆在 0 点产生场强的叠加。

即：$\vec{E}_0 = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$

$$\vec{E}_1 = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}(-\vec{i} - \vec{j}),\ \vec{E}_2 = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}(-\vec{i} + \vec{j})$$ （半无限长导线），

$$\vec{E}_3 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\vec{i}$$ （半圆） $\therefore\ \vec{E}_0 = 0$

作业 18

1. $\dfrac{q}{24\varepsilon_0}$

2. （1）$Q = A\pi R^4$

（2）$\vec{E}_{内} = \dfrac{Ar^2}{4\varepsilon_0}\dfrac{\vec{r}}{r}$ $(r < R)$ ； $\vec{E}_{外} = \dfrac{AR^4}{4\varepsilon_0 r^2}\dfrac{\vec{r}}{r}$ $(r > R)$

3. $E = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$ $(R_1 < r < R_2)$

$E = 0$ $(r < R_1, r > R_2)$

4. 利用场强叠加原理，所求场强可看成半径为 R，电荷体密度为 ρ 的均匀带电球体及半径为 R'，电荷体密度为一 ρ 的均匀带电球体（球心位于 O' 处）产生场强的叠加，这两球各自产生的场强具有球对称性，利用高斯定理，有：

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\vec{r}}{r} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$ $\vec{r}$ 为由 O 指向 P 的有向线段

$$\vec{E}' = \frac{Q'}{4\pi\varepsilon_0 r'^2}\frac{\vec{r}'}{r} = -\frac{\frac{4}{3}\pi R'^3 \cdot \rho}{4\pi\varepsilon_0 r'^2}\frac{\vec{r}'}{r'}$$ $\vec{r}'$ 为由 O' 指向 P 的有向线段

$r' = r - a$ ， $\dfrac{\vec{r}}{r} = \dfrac{\vec{r}'}{r'}$ ，

$$\vec{E}_P = \vec{E} + \vec{E}' = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\frac{\vec{r}}{r} - \frac{\rho R'^3}{3\varepsilon_0 (r-a)^2}\frac{\vec{r}}{r} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left[\frac{R^3}{r^2} - \frac{R'^3}{(r-a)^2}\right]\frac{\vec{r}}{r}$$

5.（1）小球受到竖直向上的电场力 qE、竖直向下的重力 mg 及绝缘槽给予的支持力 N（法线方向，指向圆心）（图略）

（2）设小球与圆心的连线跟通过圆心的垂线之间的夹角为θ ，则运动方程为：

$$-(mg-qE)\sin\theta = mR\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

整理后为：

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}=-\frac{(mg-qE)}{mR}\sin\theta$$

（3）当满足 $\sin\theta\approx\theta$ （即$\theta<5°$），且$mg-qE>0$ 时，上式就变为为简谐振动方程，小球此时作简谐振动。其振动角频率为：$\omega=\sqrt{\frac{mg-qE}{mR}}$

6.（1）O 点的场强改变，穿过高斯面的电通量不变；（2）场强与电通量都改变。

作业 19

1. （1）$E=-\frac{1}{8\pi\varepsilon_0 L}$ （方向水平向左）

（2）在 L 中心处，E＝0；
在 L 中心处向右，E 逐渐增大，方向水平向右；
在 L 中心处向左，E 逐渐增大，方向水平向左。

2. $\sigma=8.0\times10^{-6}\ \mathrm{C/m^2}$

3. (1) $$\frac{qQx}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}=m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$$

(2) 当 $x<<R$， 运动方程近似为：$\frac{qQx}{4\pi\varepsilon_0 R^3}=m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$

整理后为：$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=\frac{qQx}{4\pi\varepsilon_0 mR^3}$

注意到 $q<0$，上式的解为：$x(t)=A\cos(\sqrt{\frac{|q|Q}{4\pi\varepsilon_0 mR^3}}t)$

小球以 O 点为平衡位置做简谐振动，其中 $A=x_0$ 为 小球的振幅（x_0 为小球的初始位置）。

（3）若 $q>0$，小球释放后水平向右做变加速运动。

4. $-\frac{3\sigma d}{2\varepsilon_0}$

5. $A=-2PE\cos\alpha$

6. $\vec{E} = \dfrac{\sigma \cdot \Delta S}{4\pi\varepsilon_o R^2}\dfrac{\vec{R}}{R}$ $\vec{R}$ 由O 指向小孔, $U = \dfrac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0 R}(4\pi R^2 - \Delta s)$