第8章 三相电路

●重点

1. 三相电路的基本概念

2. 对称三相电路的分析

*3. 不对称三相电路的概念

4. 三相电路的功率

三相电路是由三个频率相同、振幅相同、相位彼此相差120^0的正弦电源作为供电电源的电路。

三相电路的优点：

（1）发电方面：比单相电源可提高功率50%；

（2）输电方面：比单相输电节省钢材25%；

（3）配电方面：三相变压器比单相变压器经济且便于接入负载；

（4）运电设备：具有结构简单、成本低、运行可靠、维护方便等优点。

以上优点使三相电路在动力方面获得了广泛应用，是目前电力系统采用的主要供电方式。

研究三相电路要注意其特殊性，即：

（1）特殊的电源

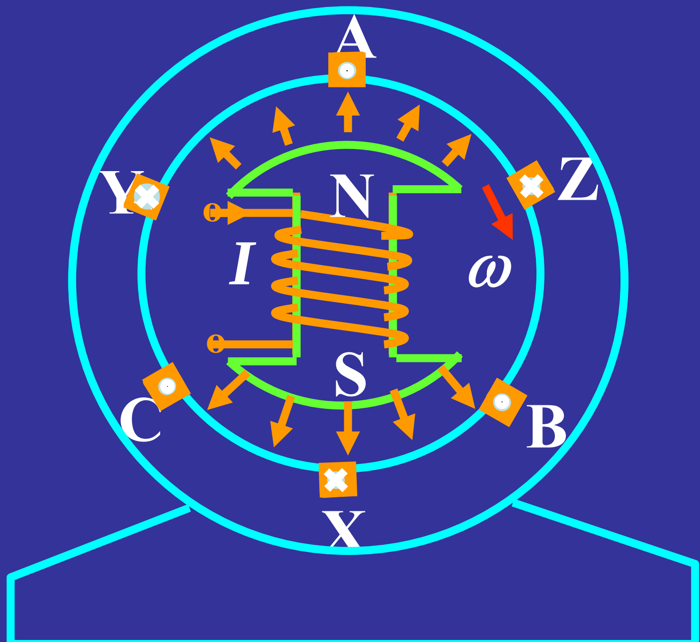
（2）特殊的负载

（3）特殊的连接

（4）特殊的求解方式

8.1 对称三相电源

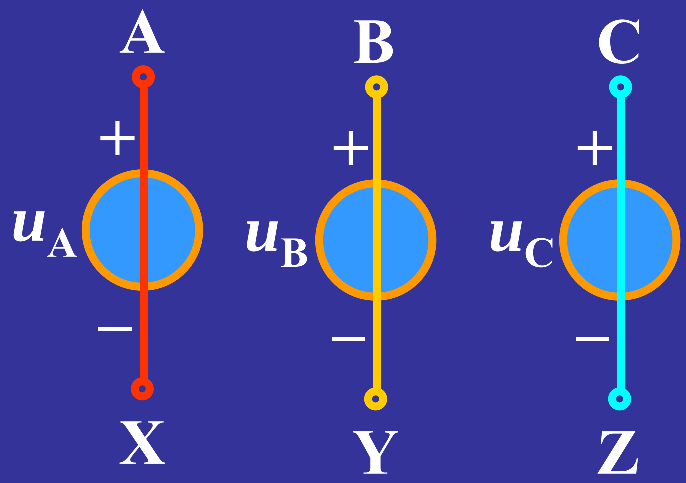
1. 对称三相电源的产生



三相同步发电机示意图

通常由三相同步发电机产生，三相绕组在空间互差120°，当转子以均匀角速度ω转动时，在三相绕组中产生感应电压，从而形成对称三相电源。

（1） 瞬时值表达式



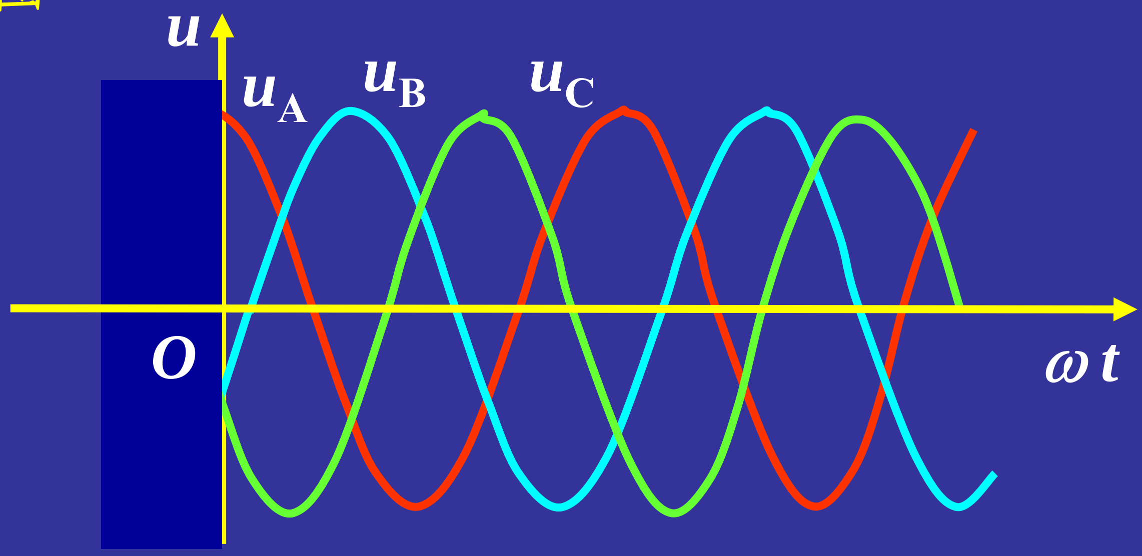
$$u_A(t) = \sqrt{2}U\cos\omega t$$
$$u_B(t) = \sqrt{2}U\cos(\omega t - 120^\circ)$$
$$u_C(t) = \sqrt{2}U\cos(\omega t + 120^\circ)$$

A、B、C 三端称为始端，

X、Y、Z 三端称为末端。

（2） 波形图

$\varphi = 0$



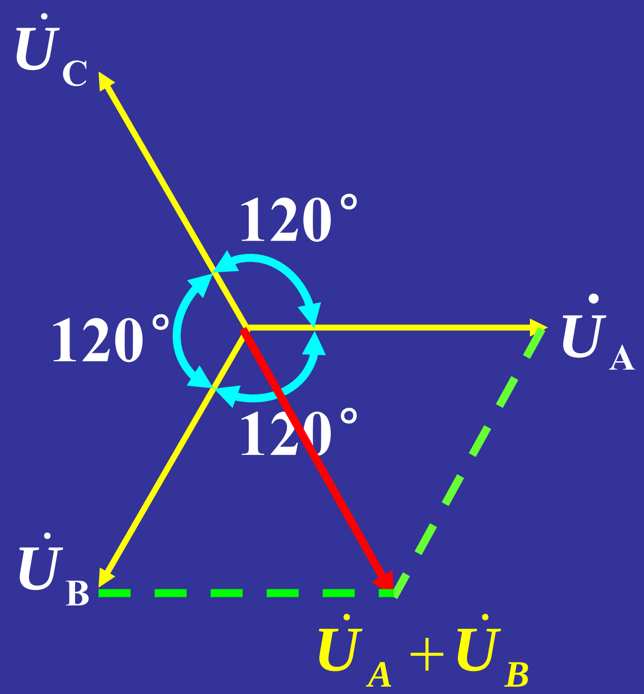
（3） 相量表示

$$\dot{U}_A = U\angle 0^{\circ}$$

$$\dot{U}_B = U\angle -120^{\circ}$$

$$\dot{U}_C = U\angle 120^{\circ}$$

$$(\varphi = 0)$$



（4） 对称三相电源的特点

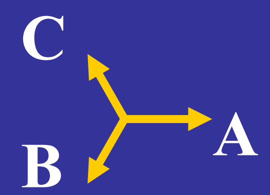
$$\begin{cases} u_A + u_B + u_C = 0 \\ \dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0 \end{cases}$$

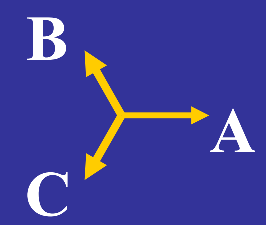
（5） 对称三相电源的相序

三相电源中各相电源经过同一值(如最大值)的先后顺序。

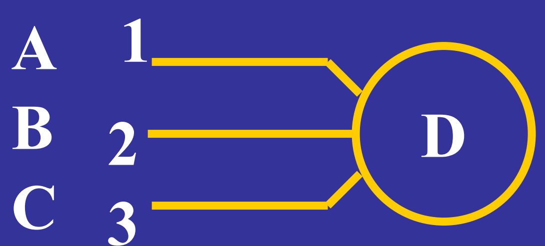
正序(顺序)：A—B—C—A

负序(逆序)：A—C—B—A

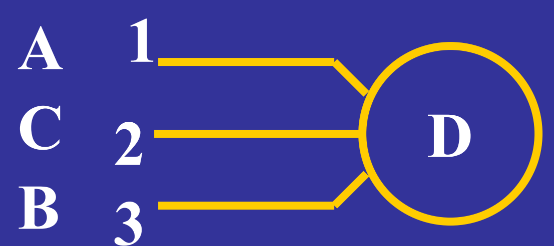




相序的实际意义：对三相电动机，如果相序反了，就会反转。



正转

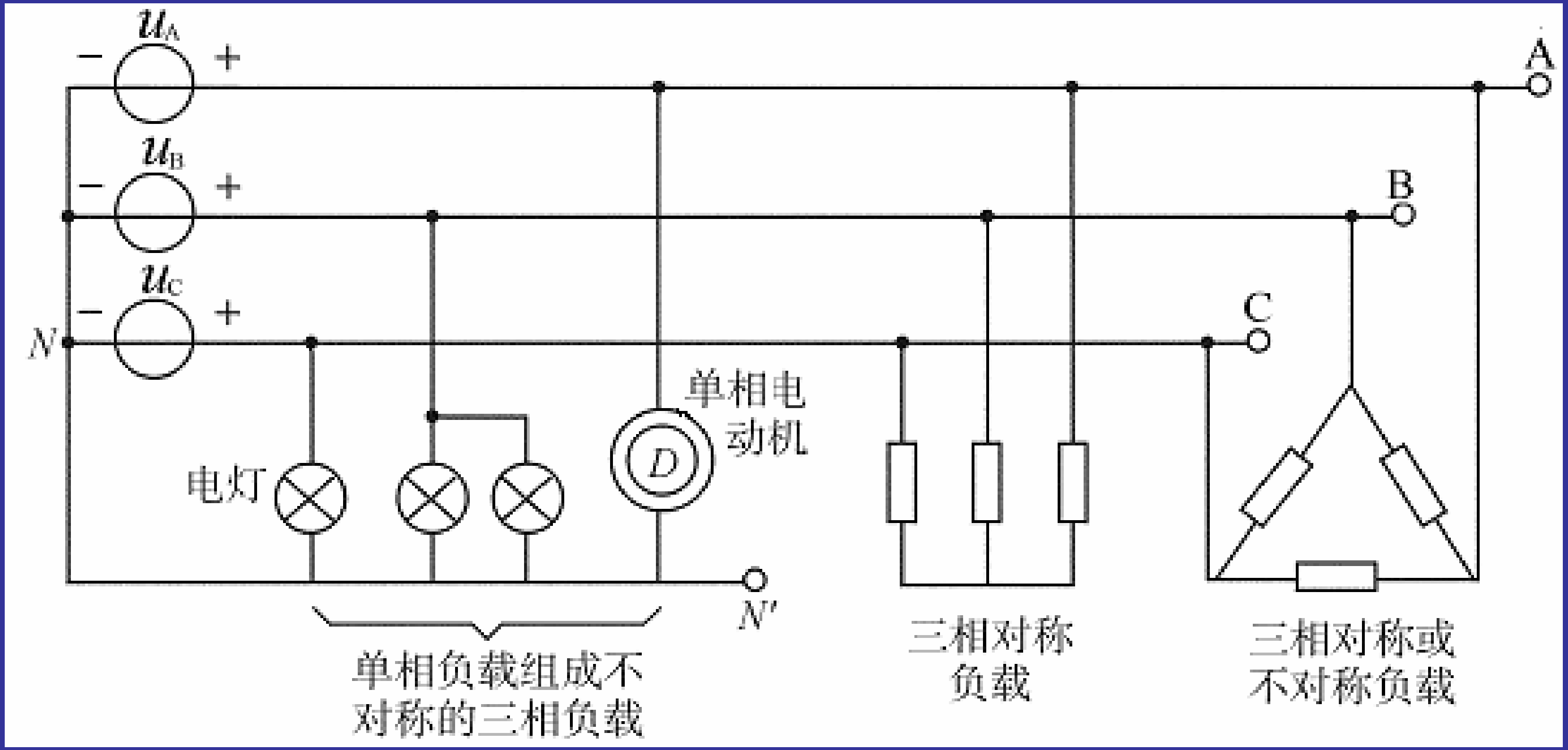


反转

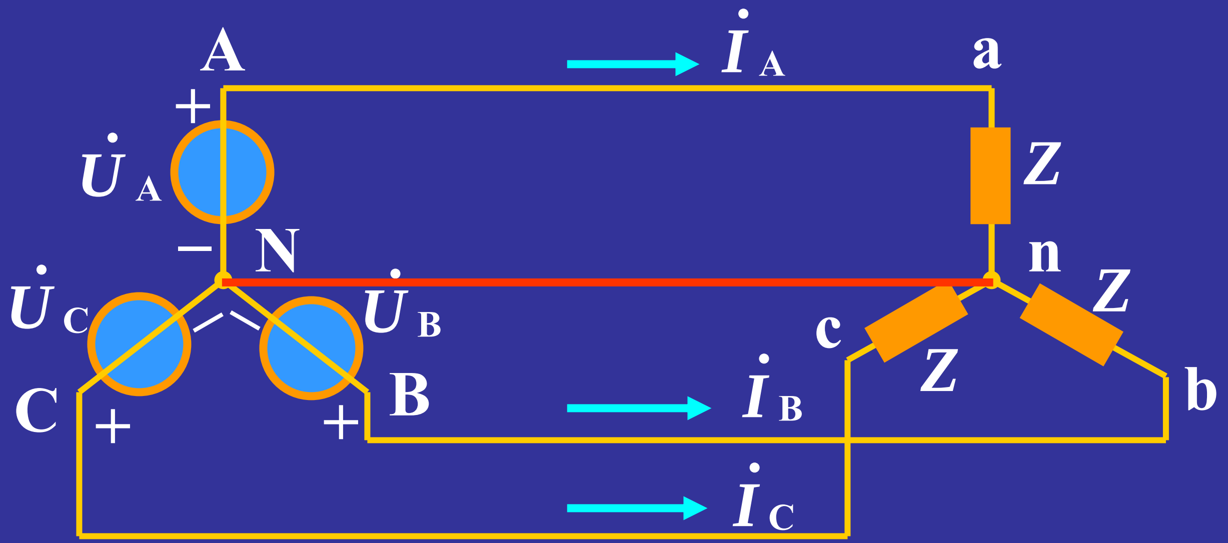
以后如果不加说明，一般都认为是正相序。

8.2 对称三相电路分析及计算

三相电源与三相负载联接后形成的电路，称为三相电路(three-phase circuit)。当电源与负载均对称时，称为对称三相电路；否则，就是不对称三相电路。

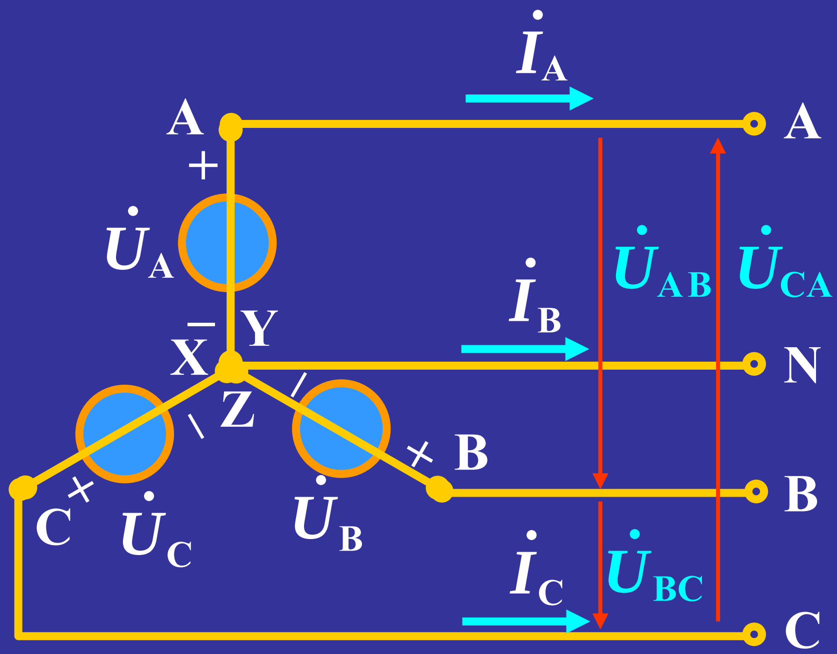


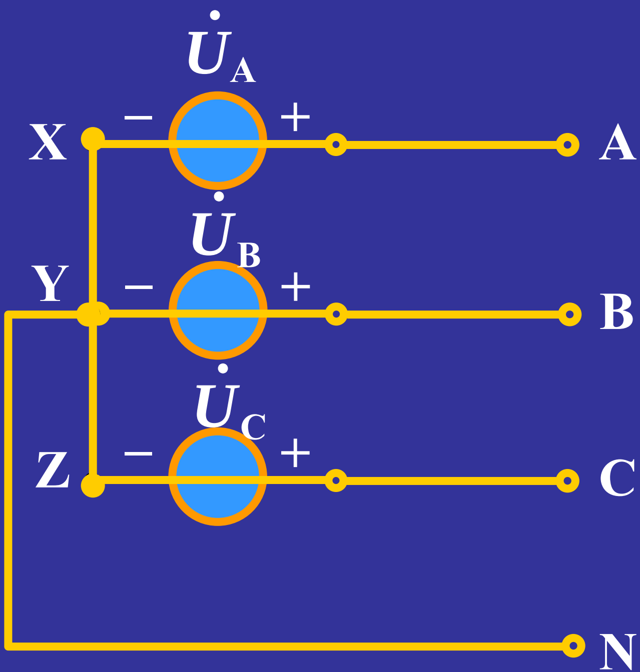
8.2.1.三相电路的Y-Y联接与计算



电源端：把三个绕组的末端 X, Y, Z 接在一起，把始端 A,B,C 引出来， X, Y, Z 接在一起的点称为Y联接对称三相电源的中性点，用N表示。

负载端：把三个负载的一端接在一起，另一端 a,b,c 引出， 接在一起的点称为负载的中性点，用n表示。





名词介绍:

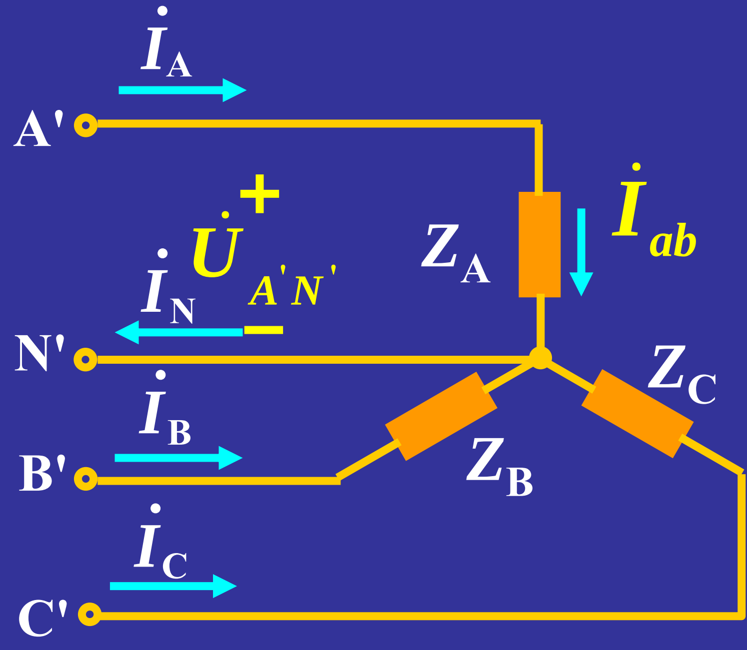
(1) 端线(火线)：始端A, B, C 三端引出线。

(2) 中线：中性点N引出线， Δ接无中线。

(3) 三相三线制与三相四线制。

(4) 线电压：端线与端线之间的电压。$\dot U_{AB}$, $\dot U_{BC}$, $\dot U_{CA}$

(5) 相电压：每相电源的电压。 $\dot U_A$, $\dot U_B$, $\dot U_C$



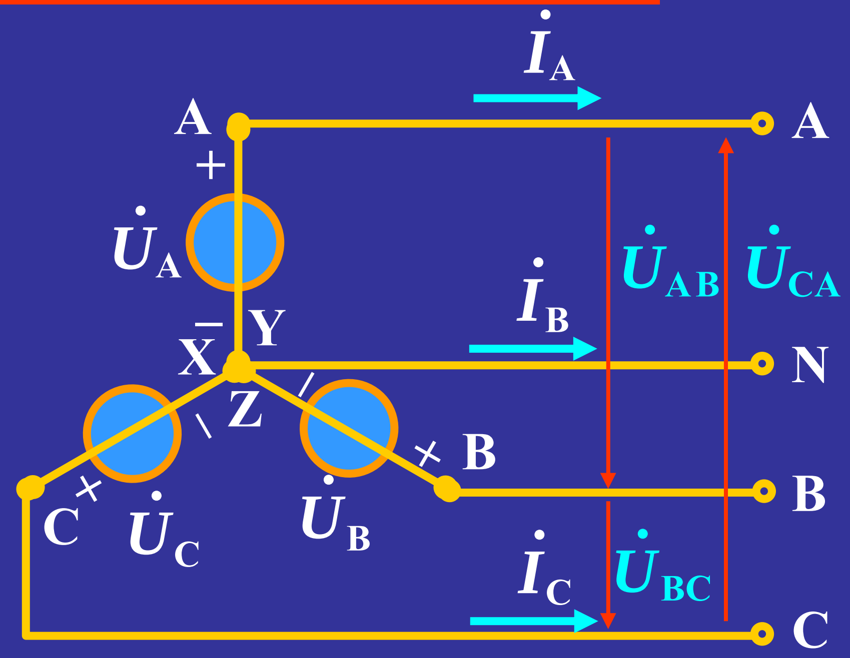
负载的相电压：每相负载上的电压。 $\dot U_{A'N'}, \dot U_{B'N'}, \dot U_{C'N'}$

负载的线电压：负载端线间的电压。 $\dot U_{A'B'}, \dot U_{B'C'}, \dot U_{C'A'}$

线电流：流过端线的电流。 $\dot I_A, \dot I_B, \dot I_C$

相电流：流过每相负载的电流。$\dot I_{ab}, \dot I_{bc}, \dot I_{ca}$ $I_l = I_p$

Y型对称三相电源线电压和相电压的关系



设 $\dot{U}_{AN} = \dot{U}_A = U\angle 0^\circ$

$\dot{U}_{BN} = \dot{U}_B = U\angle -120^\circ$

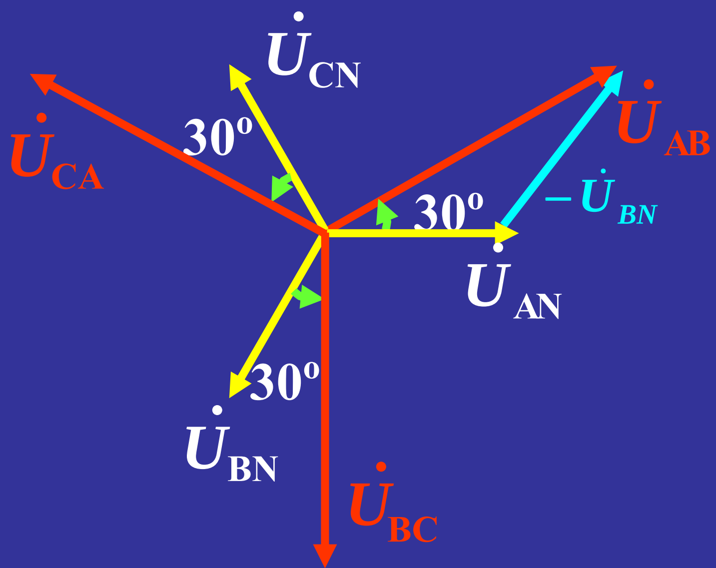
$\dot{U}_{CN} = \dot{U}_C = U\angle 120^\circ$

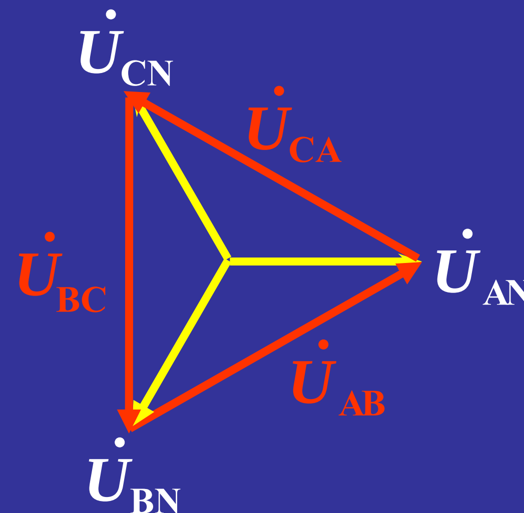
$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{AN} - \dot{U}_{BN} = U\angle 0^\circ - U\angle -120^\circ = \sqrt{3}U\angle 30^\circ$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_{BN} - \dot{U}_{CN} = U\angle -120^\circ - U\angle 120^\circ = \sqrt{3}U\angle -90^\circ$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_{CN} - \dot{U}_{AN} = U\angle 120^\circ - U\angle 0^\circ = \sqrt{3}U\angle 150^\circ$$

利用相量图得到相电压和线电压之间的关系:





一般表示为:

$$\left.\begin{aligned}
\dot{U}_{AB} &= \sqrt{3}\,\dot{U}_{AN}\angle 30^o \\
\dot{U}_{BC} &= \sqrt{3}\,\dot{U}_{BN}\angle 30^o \\
\dot{U}_{CA} &= \sqrt{3}\,\dot{U}_{CN}\angle 30^o
\end{aligned}\right\}$$

线电压对称(大小相等,
相位互差120^o)

结论

对Y接法的对称三相电源

(1) 相电压对称，则线电压也对称。

(2) 线电压大小等于相电压 的$\sqrt{3}$倍, 即$U_l = \sqrt{3}U_p$.

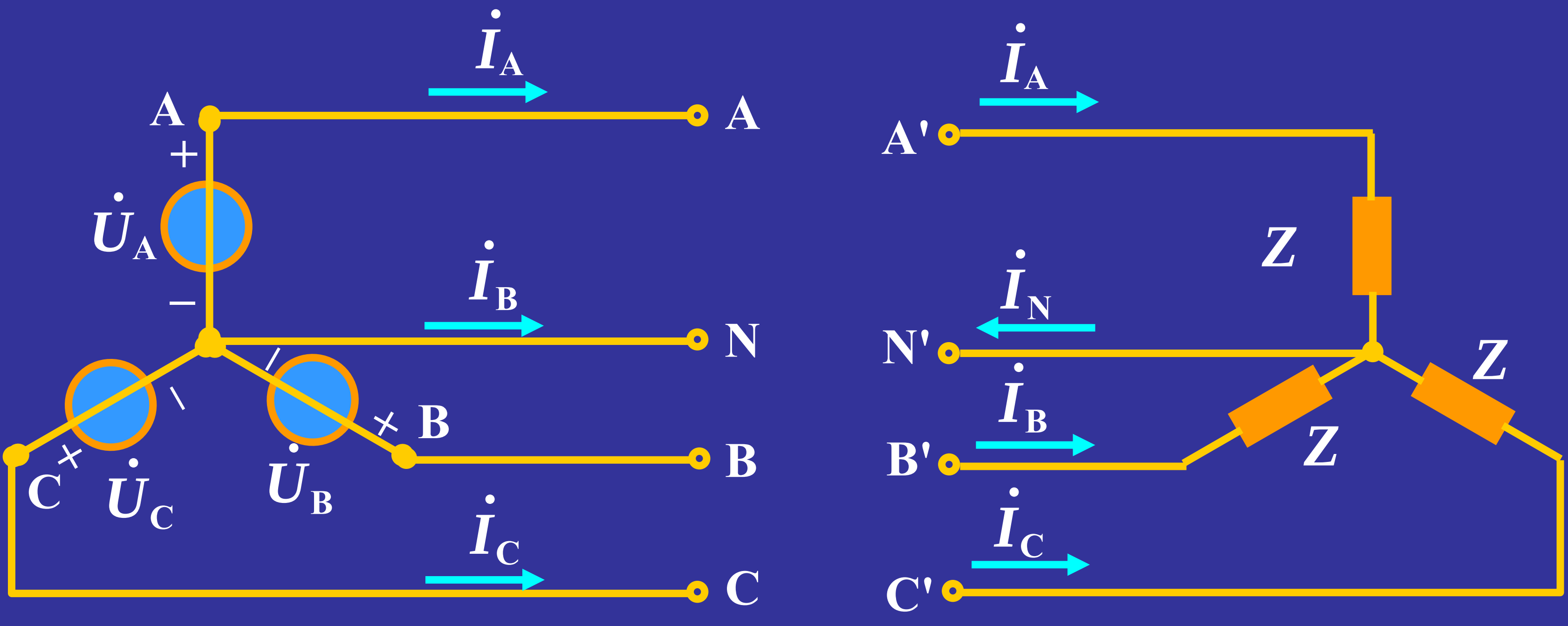
(3) 线电压相位领先对应相电压30°。

所谓的“对应”：对应相电压用线电压的第一个下标字母标出。

$$\begin{cases} \dot{U}_{AB} \to \dot{U}_{AN} \\ \dot{U}_{BC} \to \dot{U}_{BN} \\ \dot{U}_{CA} \to \dot{U}_{CN} \end{cases}$$

该线电压和相电压的关系也适用于对称Y型负载。

Y型负载相电流和线电流的关系

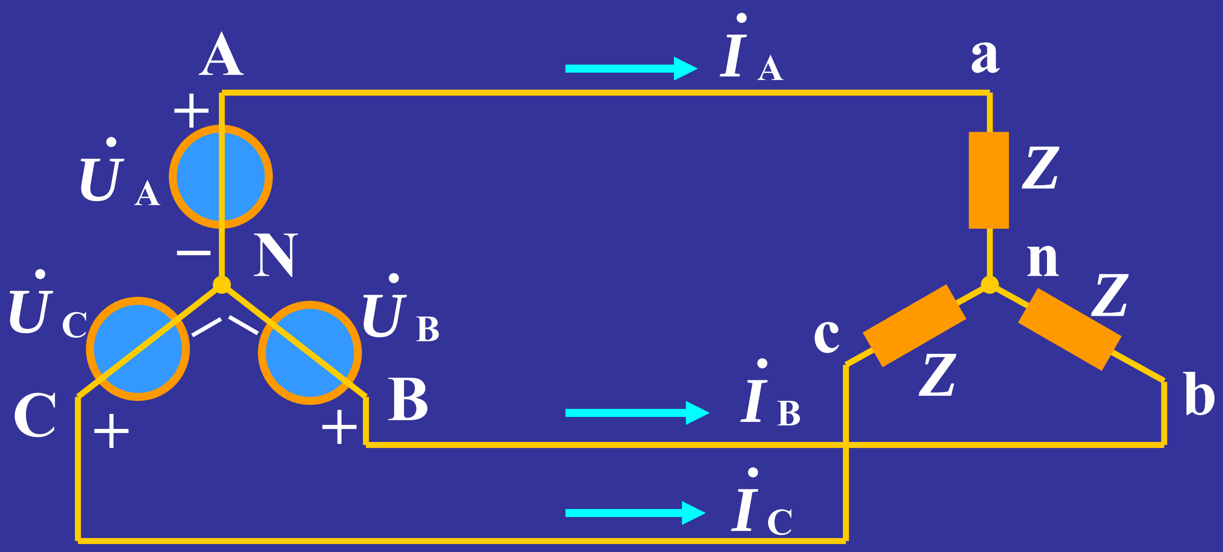


结论

星型联接时，线电流等于相电流。

对称三相电路由于电源对称、负载对称、线路对称，因而可以引入一特殊的计算方法。

Y–Y联接（三相三线制）



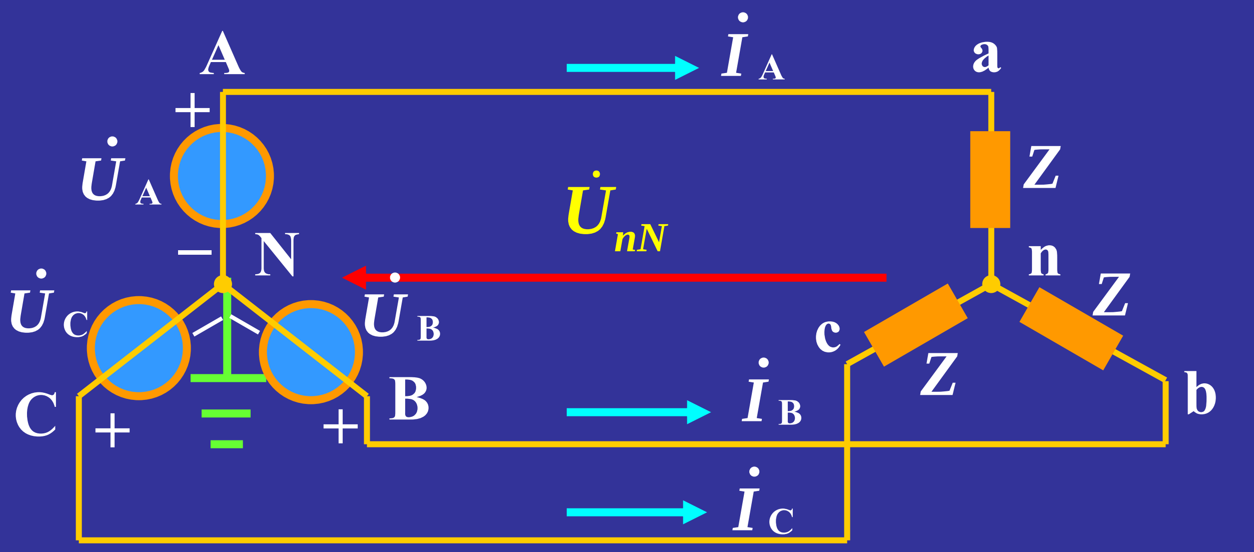
设 $\dot{U}_A = U\angle\varphi$

$\dot{U}_B = U\angle\varphi - 120^{\circ}$

$\dot{U}_C = U\angle\varphi + 120^{\circ}$

$Z = |Z|\angle\phi$

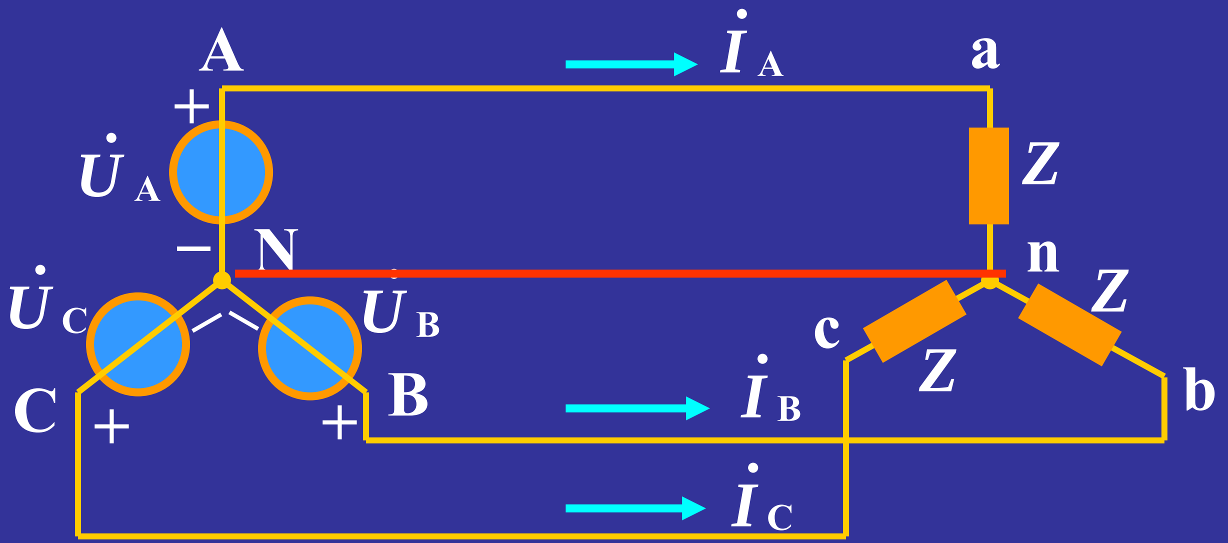
以N点为参考点，对n点列写节点方程:

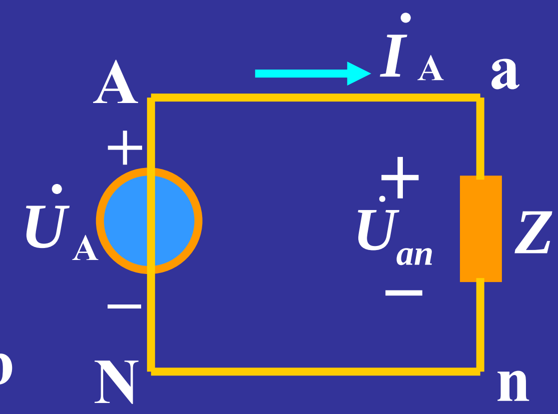


$$(\frac{1}{Z}+\frac{1}{Z}+\frac{1}{Z})\dot{U}_{nN}=\frac{1}{Z}\dot{U}_A+\frac{1}{Z}\dot{U}_B+\frac{1}{Z}\dot{U}_C$$

$$\frac{3}{Z}\dot{U}_{nN}=\frac{1}{Z}(\dot{U}_A+\dot{U}_B+\dot{U}_C)=0 \qquad \therefore\ \dot{U}_{nN}=0$$

因N，n两点等电位，可将其短路，且其中线电流为零。这样便可将三相电路的计算化为单相电路的计算。





A相计算电路

负载侧相电压：

$$\begin{cases} \dot{U}_{an} = \dot{U}_{A} = U\angle\varphi \\ \dot{U}_{bn} = \dot{U}_{B} = U\angle\varphi - 120^{o} \\ \dot{U}_{cn} = \dot{U}_{C} = U\angle\varphi + 120^{o} \end{cases}$$

也为对称电压

计算电流：
$$\begin{cases} \dot I_A = \dfrac{\dot U_{an}}{Z} = \dfrac{\dot U_A}{Z} = \dfrac{U}{|Z|}\angle \varphi - \phi \\ \dot I_B = \dfrac{\dot U_{bn}}{Z} = \dfrac{\dot U_B}{Z} = \dfrac{U}{|Z|}\angle \varphi - 120^o - \phi \\ \dot I_C = \dfrac{\dot U_{cn}}{Z} = \dfrac{\dot U_C}{Z} = \dfrac{U}{|Z|}\angle \varphi + 120^o - \phi \end{cases}$$

为对称电流

结论

1. U_{nN}=0，电源中点与负载中点等电位。有无中线对电路情况没有影响。

2. 对称情况下，各相电压、电流都是对称的，可采用一相（A相）等效电路计算。只要算出一相的电压、电流，则其它两相的电压、电流可按对称关系直接写出。

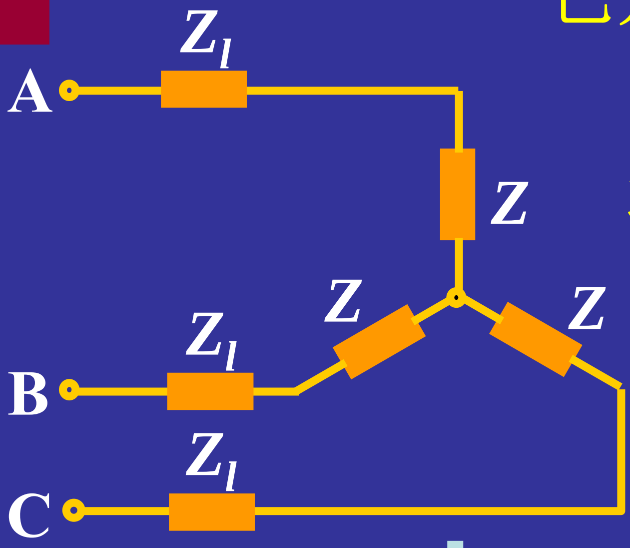
3. Y形联接的对称三相负载，其相、线电压、电流的关系为：
$$\dot U_{ab} = \sqrt{3}\dot U_{an}\angle 30^\circ \quad , \dot I_A = \dot I_{ab}$$

例1

已知对称三相电源线电压为380V，

$Z=6.4+j4.8\Omega$， $Z_l=3+j4\Omega$。

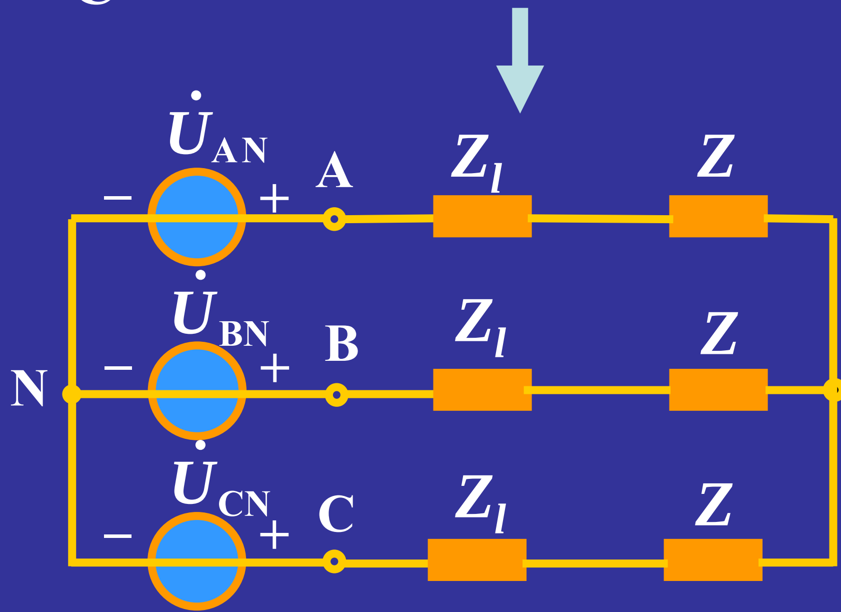
求负载Z的相电压、线电压和电流。

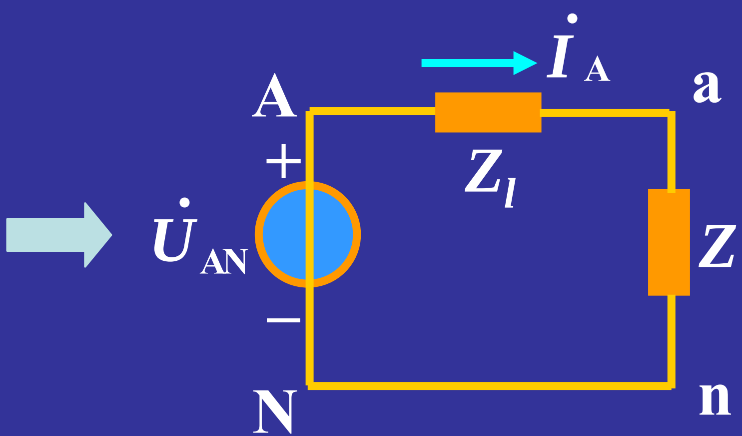


解 画出一相计算图

设 $\dot U_{AB}=380\angle 0^\circ$ V

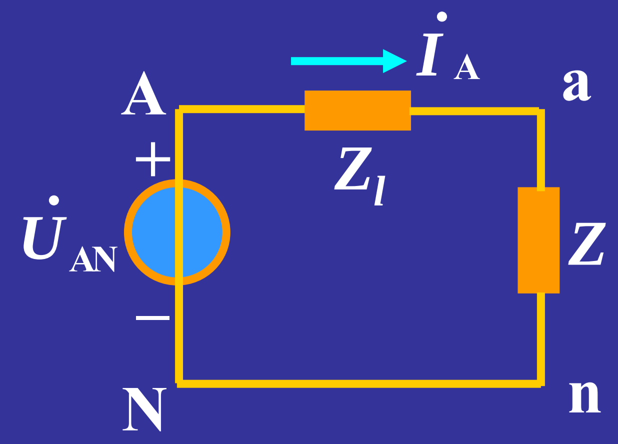
则 $\dot U_{AN}=220\angle -30^\circ$ V





$$\dot{I}_{\mathrm{A}} = \frac{\dot{U}_{\mathrm{AN}}}{Z + Z_l} = \frac{220\angle -30^{\circ}}{9.4 + \mathrm{j}8.8}$$

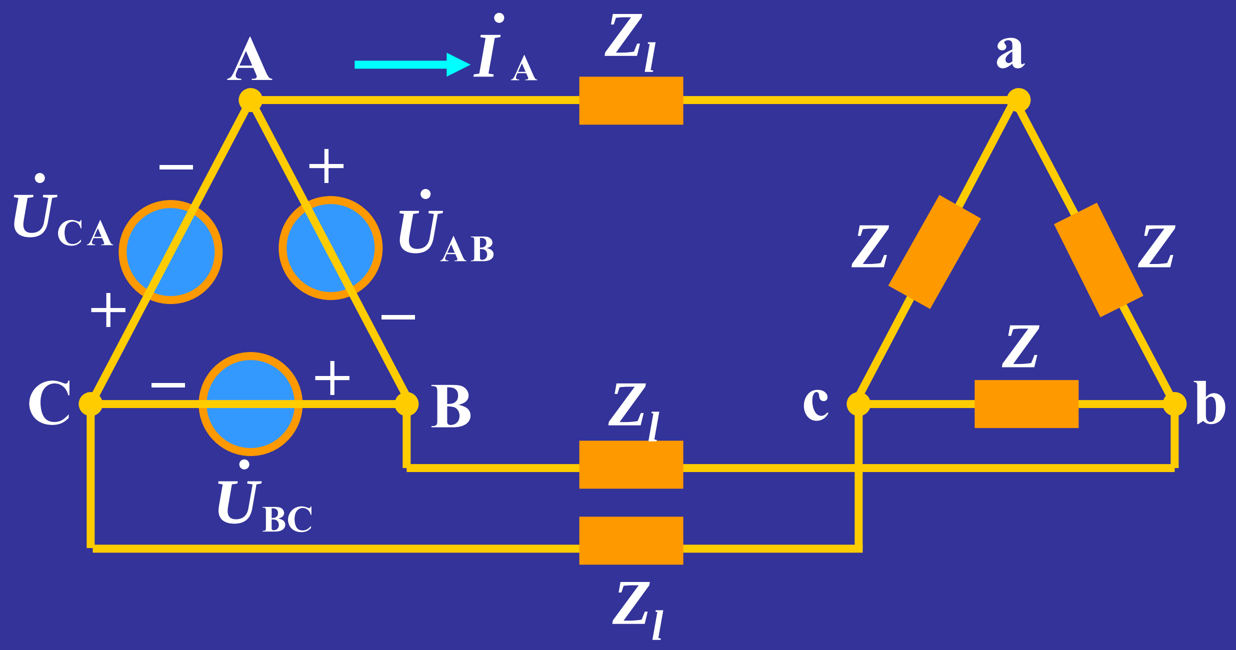
$$= \frac{220\angle -30^{\circ}}{12.88\angle 43.1^{\circ}} = 17.1\angle -73.1^{\circ}\,\mathrm{A}$$



$$\dot{U}_{\mathrm{an}} = \dot{I}_{\mathrm{A}} \cdot Z = 17.1\angle -73.1^{\circ} \cdot 8\angle 36.9^{\circ} = 136.8\angle -36.2^{\circ}\,\mathrm{V}$$

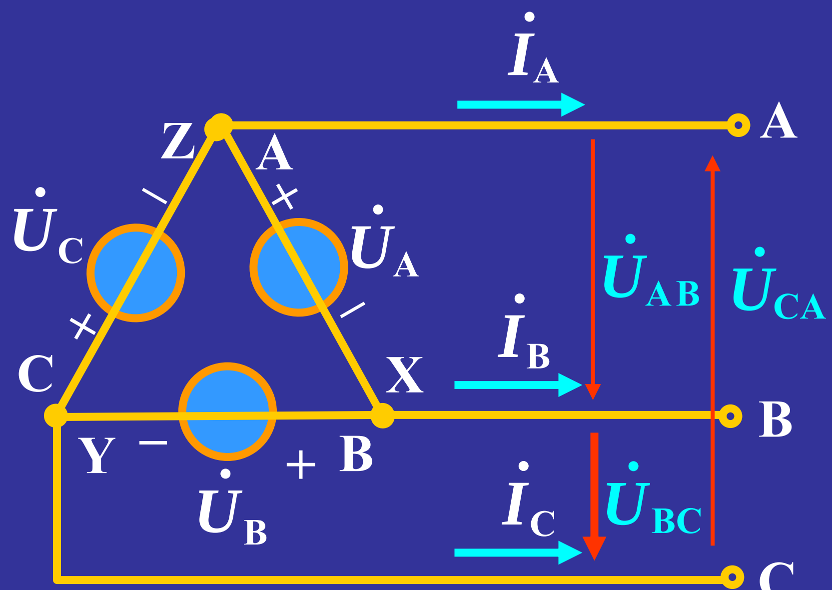
$$\dot{U}_{\mathrm{ab}} = \sqrt{3}\,\dot{U}_{\mathrm{an}}\angle 30^{\circ} = \sqrt{3} \times 136.8\angle -6.2^{\circ}\,\mathrm{V} = 236.9\angle -6.2^{\circ}\,\mathrm{V}$$

8.2.2. 三相电路的Δ- Δ联接与计算



三角形联接的对称三相电源没有中点。

Δ型对称三相电源线电压和相电压的关系



设 $\dot{U}_A = U\angle 0^\circ$

$\dot{U}_B = U\angle -120^\circ$

$\dot{U}_C = U\angle 120^\circ$

$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A = U\angle 0^\circ$

$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B = U\angle -120^\circ$

$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C = U\angle 120^\circ$

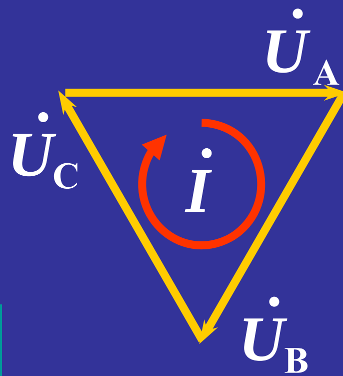
即线电压等于对应的相电压。

该线电压和相电压的关系也适用于对称三角型负载。

注意

关于Δ联接电源需要强调一点：始端末端要依次相连。

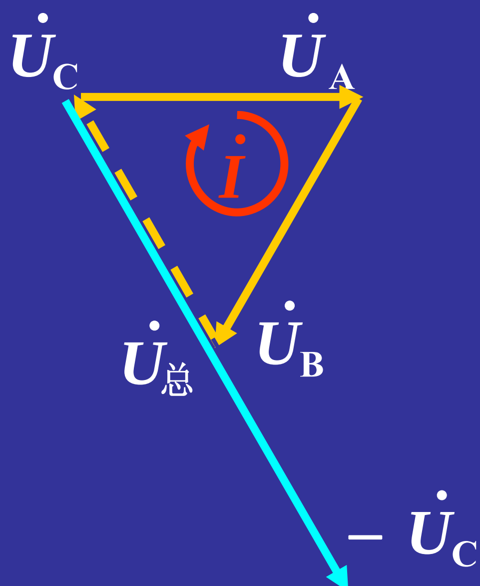
正确接法



$$\dot{U}_A+\dot{U}_B+\dot{U}_C=0$$

$I=0$， Δ联接电源中不会产生环流。

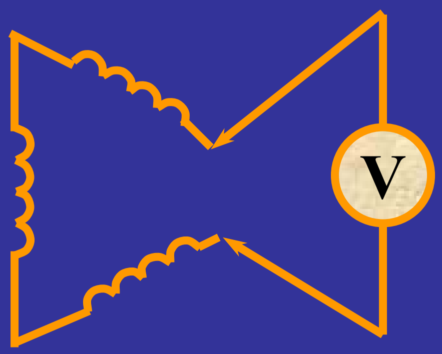
错误接法



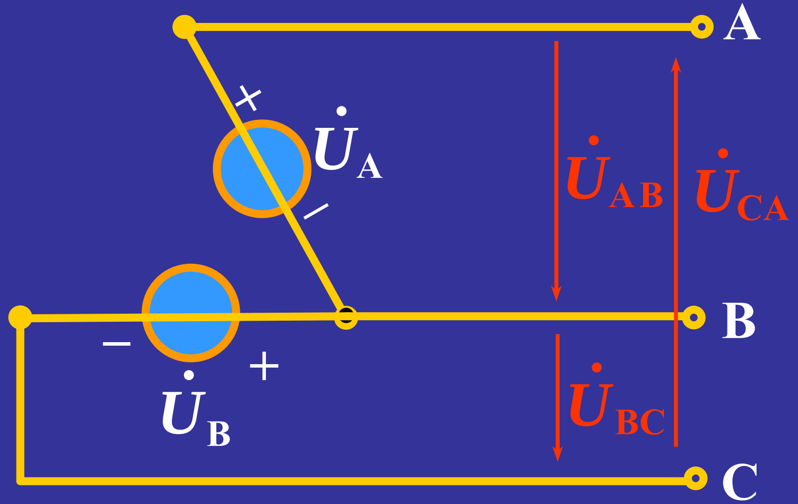
$$\dot{U}_A+\dot{U}_B-\dot{U}_C=-2\dot{U}_C$$

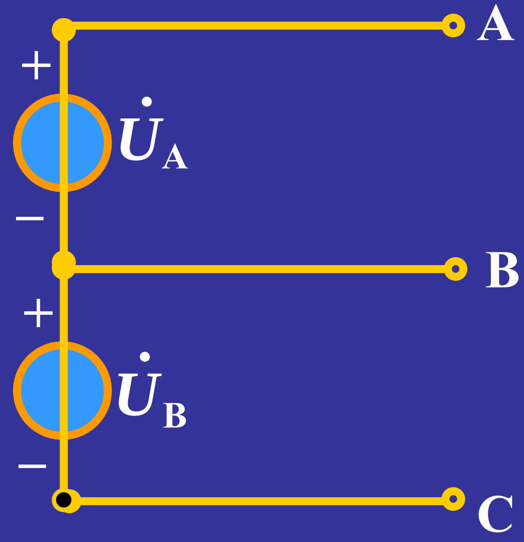
$I\neq 0$， Δ接电源中将会产生环流。

当将一组三相电源连成三角形时，应先不完全闭合，留下一个开口，在开口处接上一个交流电压表，测量回路中总的电压是否为零。如果电压为零，说明连接正确，然后再把开口处接在一起。



V型接法的电源：若将Δ接的三相电源去掉一相，则线电压仍为对称三相电源。





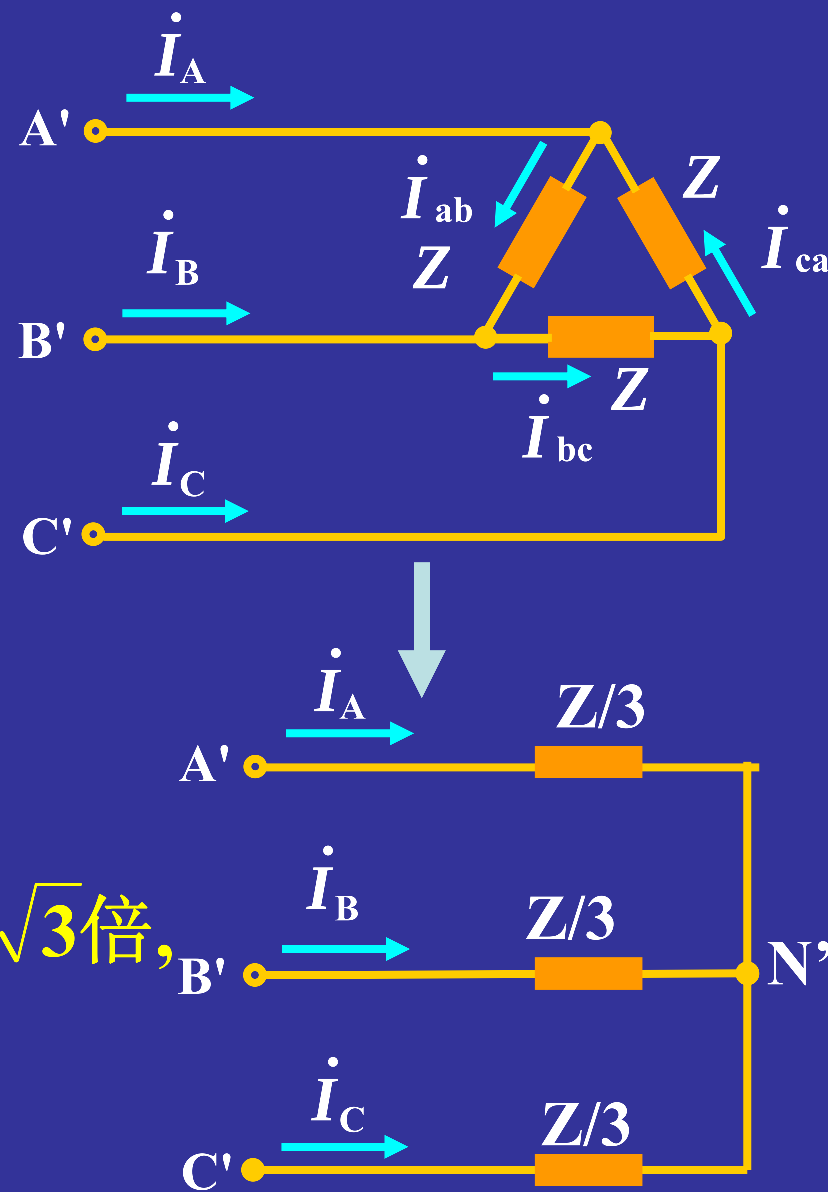
△型负载相电流和线电流的关系

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{A'N'}}{Z/3} = \frac{3\dot{U}_{A'N'}}{Z}$$

$$= \frac{3(\dot{U}_{A'B'}/\sqrt{3})\angle -30^0}{Z}$$

$$= \sqrt{3}\frac{\dot{U}_{A'B'}}{Z}\angle -30^0$$

$$= \sqrt{3}\dot{I}_{ab}\angle -30^0$$

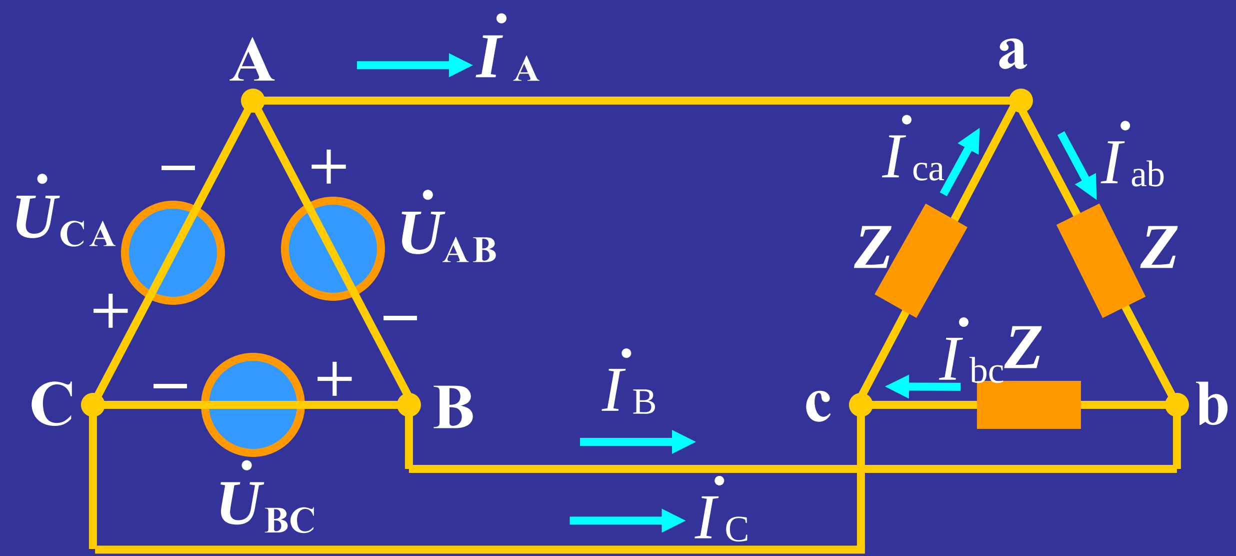


结论 △联接的对称电路:

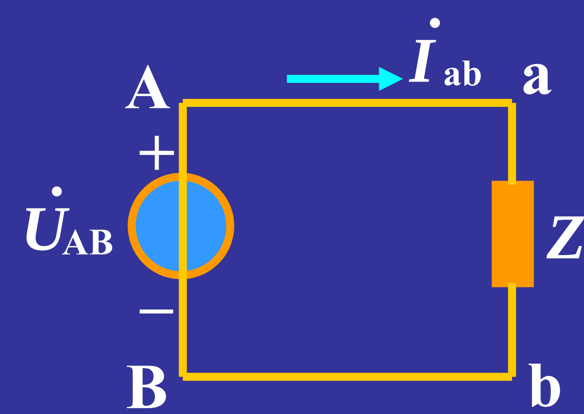
(1) 线电流大小等于相电流的$\sqrt{3}$倍，即$I_l = \sqrt{3}I_p$.

(2) 线电流相位滞后对应相电流30°。

例 2



已知对称三相电源线电压为100V，忽略线型阻抗，$Z=R=10\,\Omega$。求负载Z的相电流和供电系统的线电流。



解　利用自身电路的特点直接计算

$$\dot{U}_{ab}=\dot{U}_{AB}=\dot{U}_{A}=100\angle 0°\text{V}$$

$$\dot{I}_{ab}=\frac{\dot{U}_{ab}}{Z}=10\angle 0°\text{A}$$

利用对称性可求得**B**相和**C**相的相电流为

$$\dot{I}_{bc} = 10\angle -120^\circ \text{A} \qquad \dot{I}_{ca} = 10\angle 120^\circ \text{A}$$

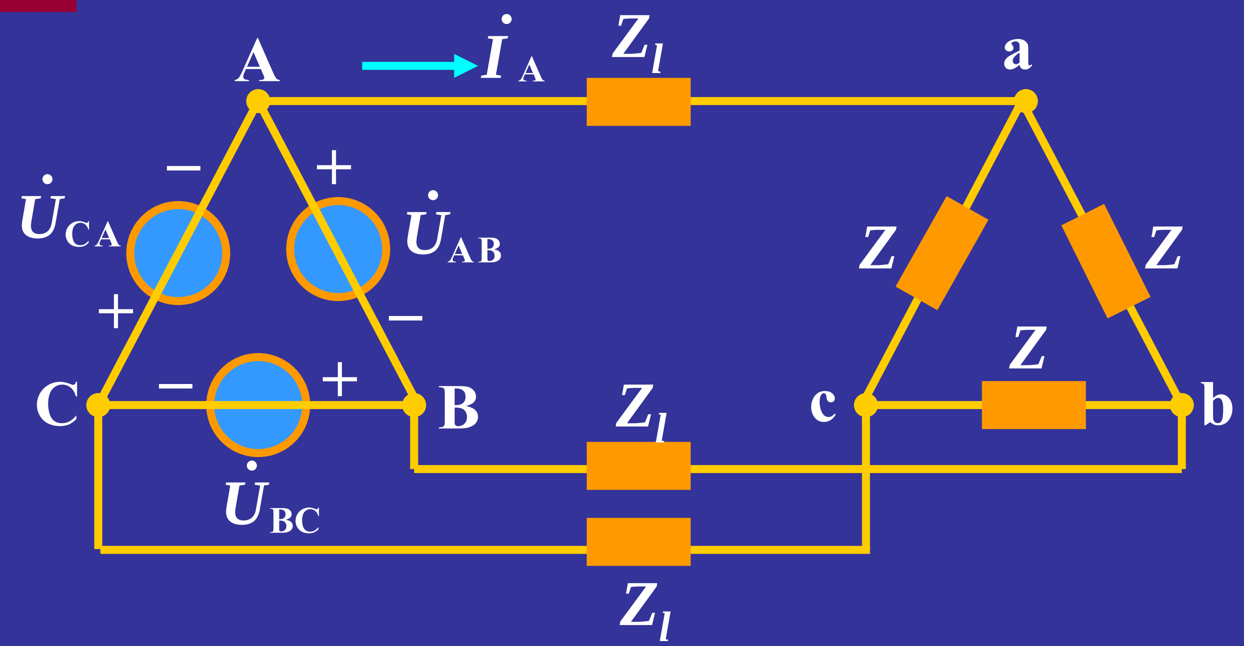
利用线电流和相电流的关系，有

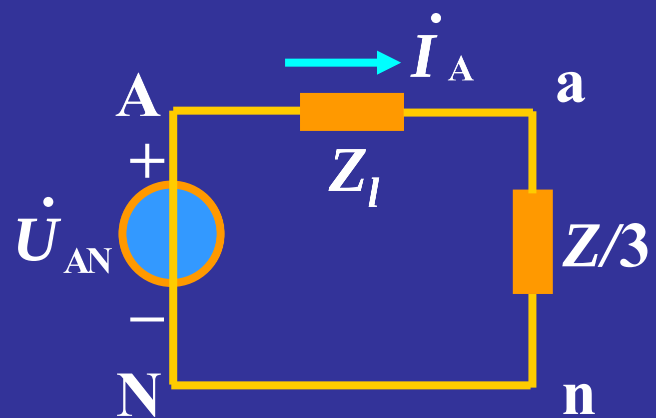
$$\dot{I}_{A} = \sqrt{3}\dot{I}_{ab}\angle -30^\circ = 10\sqrt{3}\angle -30^\circ \text{A}$$

利用对称性可求得**B**相和**C**相的线电流为

$$\dot{I}_{B} = 10\sqrt{3}\angle -150^\circ \text{A} \qquad \dot{I}_{C} = 10\sqrt{3}\angle 90^\circ \text{A}$$

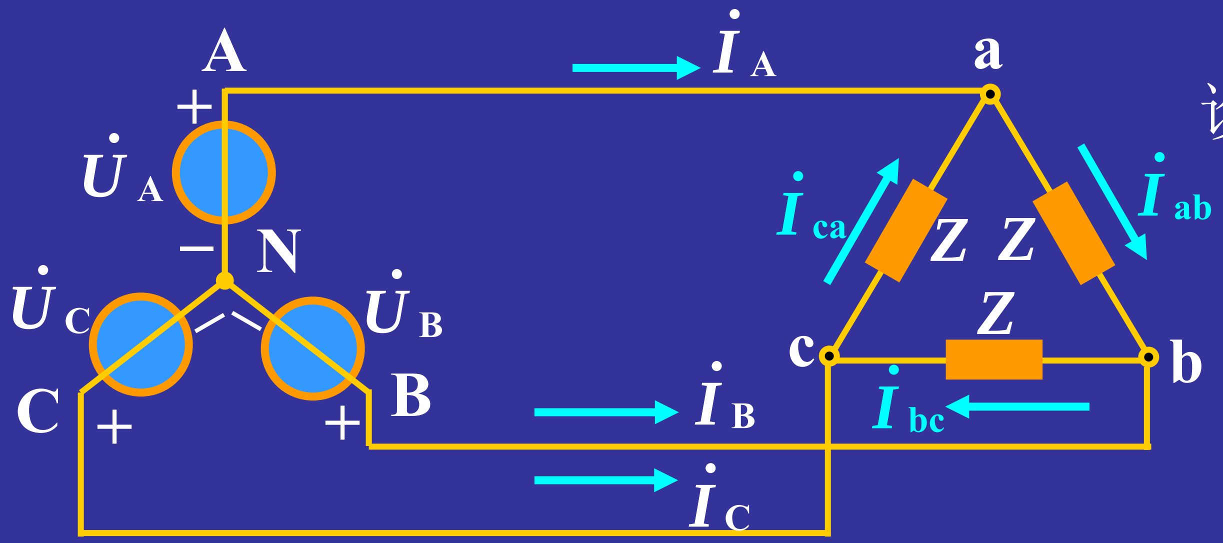
若考虑线型阻抗





$$\dot{U}_{AN}=\frac{1}{\sqrt{3}}\dot{U}_{AB}\angle-30^{\circ}$$

8.2.3.三相电路的Y-Δ联接与计算



设 $\dot{U}_A = U\angle\varphi$

$\dot{U}_B = U\angle\varphi - 120^o$

$\dot{U}_C = U\angle\varphi + 120^o$

$Z = |Z|\angle\phi$

解法一

负载上相电压与线电压相等:

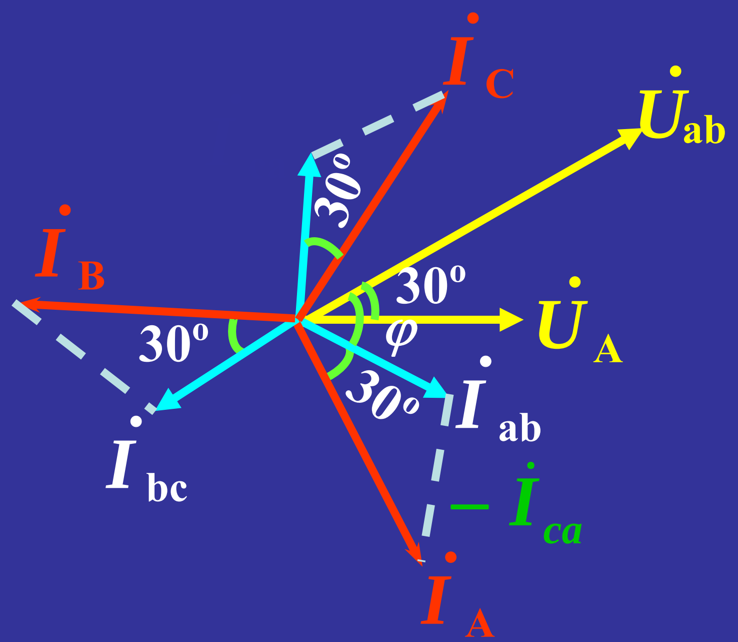
$$\begin{cases} \dot{U}_{ab} = \dot{U}_{AB} = \sqrt{3}U\angle\varphi + 30^o \\ \dot{U}_{bc} = \dot{U}_{BC} = \sqrt{3}U\angle\varphi - 90^o \\ \dot{U}_{ca} = \dot{U}_{CA} = \sqrt{3}U\angle\varphi + 150^o \end{cases}$$

计算相电流：

$$\begin{cases} \dot{I}_{ab} = \dfrac{\dot{U}_{ab}}{Z} = \dfrac{\sqrt{3}U}{|Z|}\angle\varphi + 30^{o} - \phi \\ \dot{I}_{bc} = \dfrac{\dot{U}_{bc}}{Z} = \dfrac{\sqrt{3}U}{|Z|}\angle\varphi - 90^{o} - \phi \\ \dot{I}_{ca} = \dfrac{\dot{U}_{ca}}{Z} = \dfrac{\sqrt{3}U}{|Z|}\angle\varphi + 150^{o} - \phi \end{cases}$$

线电流：

$$\begin{cases} \dot{I}_{A} = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = \sqrt{3}\,\dot{I}_{ab}\angle -30^{o} \\ \dot{I}_{B} = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} = \sqrt{3}\,\dot{I}_{bc}\angle -30^{o} \\ \dot{I}_{C} = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} = \sqrt{3}\,\dot{I}_{ca}\angle -30^{o} \end{cases}$$

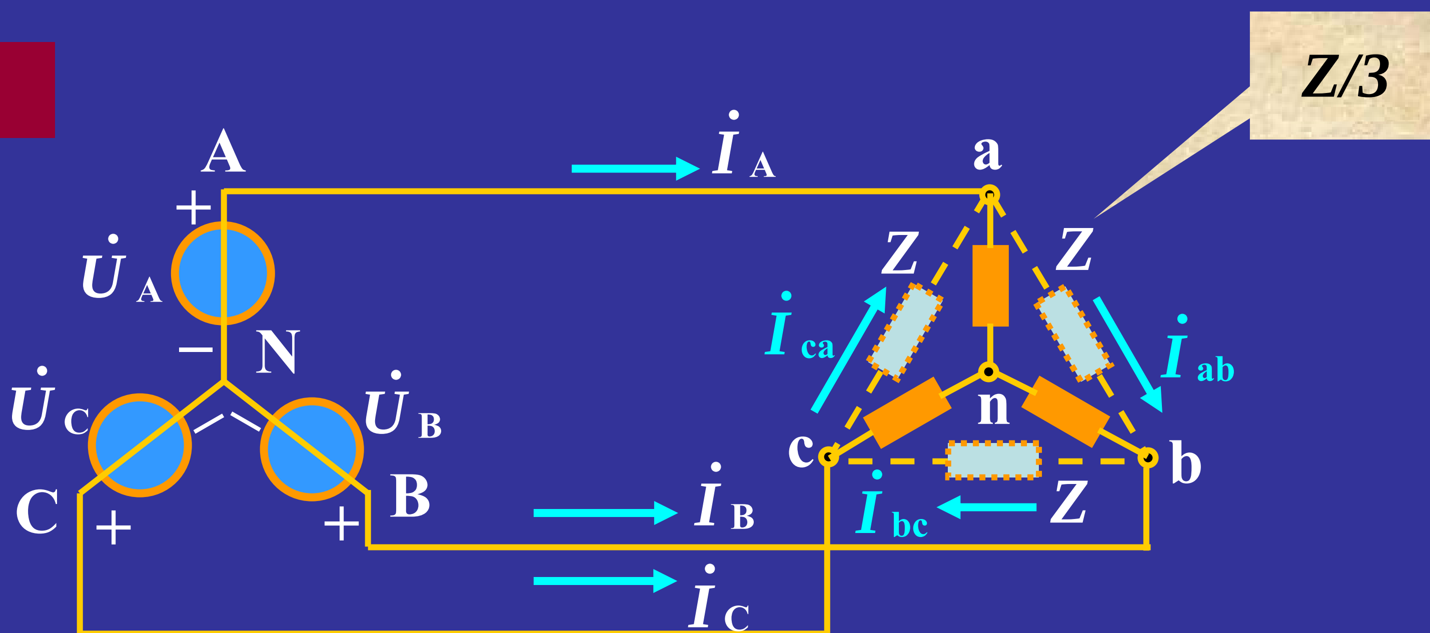


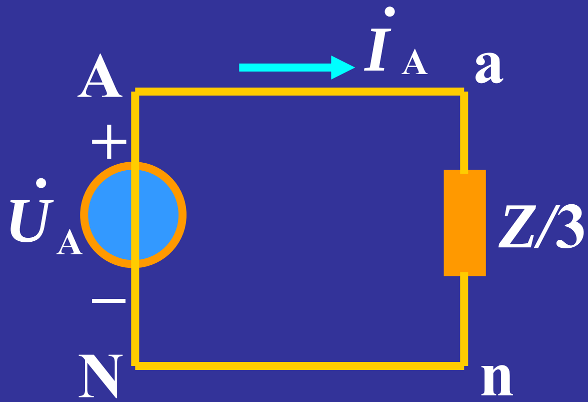
结论 (1) 负载上相电压与线电压相等，且对称。

(2) 线电流与相电流也是对称的。线电流大小是相电流的 $\sqrt{3}$ 倍，相位落后相应相电流30°。

故上述电路也可只计算一相，根据对称性即可得到其余两相结果。

解法二



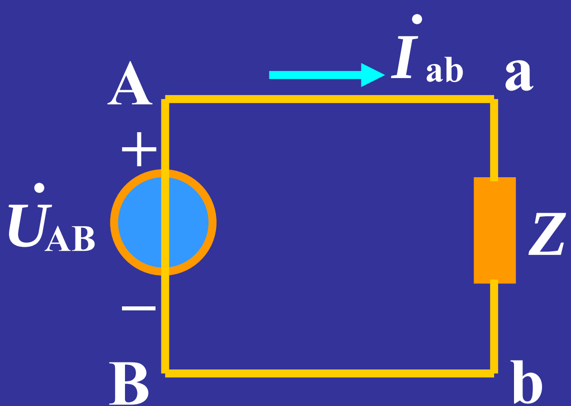


$$\dot I_A = \frac{\dot U_{an}}{Z/3} = \frac{3\dot U_A}{Z} = \frac{3U}{|Z|}\angle\varphi-\phi$$

$$\dot I_{ab} = \frac{1}{\sqrt{3}}\dot I_A\angle30^\circ = \frac{\sqrt{3}U}{|Z|}\angle\varphi+30^\circ-\phi$$

$$\dot U_{ab} = \sqrt{3}\dot U_{an}\angle30^\circ = \sqrt{3}U\angle\varphi+30^\circ$$

解法三　利用计算相电流的一相等效电路。



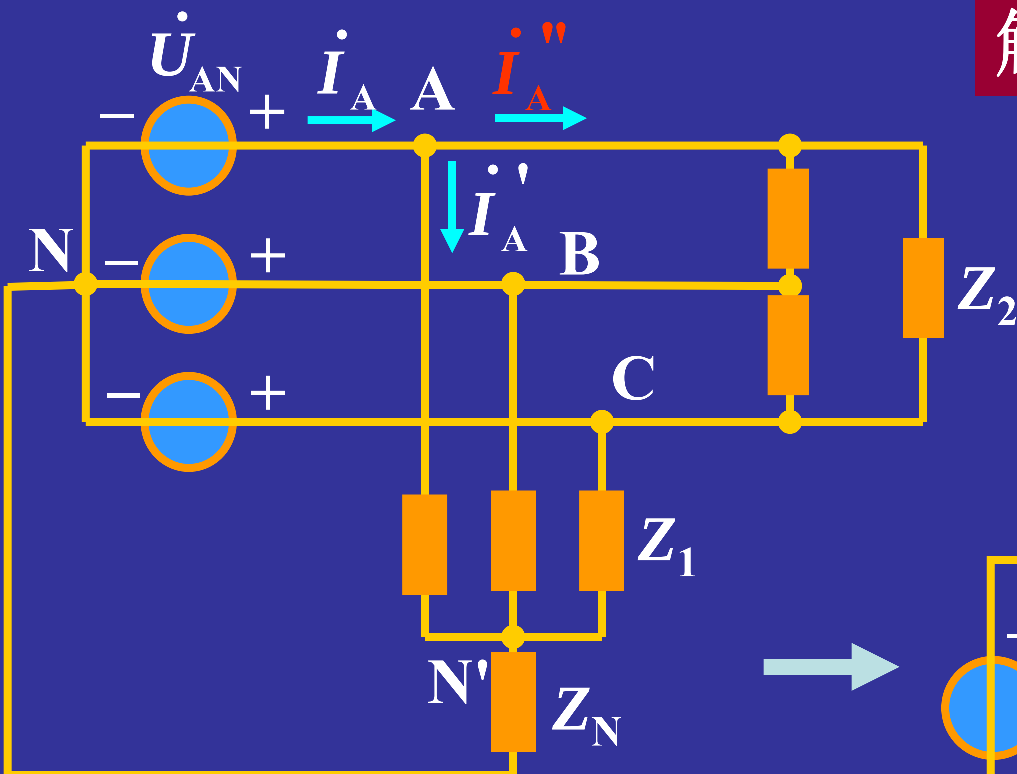
$$\dot I_{ab} = \frac{\dot U_{ab}}{Z} = \frac{\dot U_{AB}}{Z} = \frac{\sqrt{3}U}{|Z|}\angle\varphi+30^\circ-\phi$$

$$\dot I_A = \sqrt{3}\,\dot I_{ab}\angle-30^\circ = \frac{3U}{|Z|}\angle\varphi-\phi$$

$$\dot U_{an} = \dot U_{ab} = \dot U_{AB} = \sqrt{3}U\angle\varphi+30^\circ$$

例3 如图对称三相电路，电源线电压为380V，$|Z_1|=10\Omega$，$\cos\varphi_1=0.6$(感性)，$Z_2=-j50\Omega$，$Z_N=1+j2\Omega$。

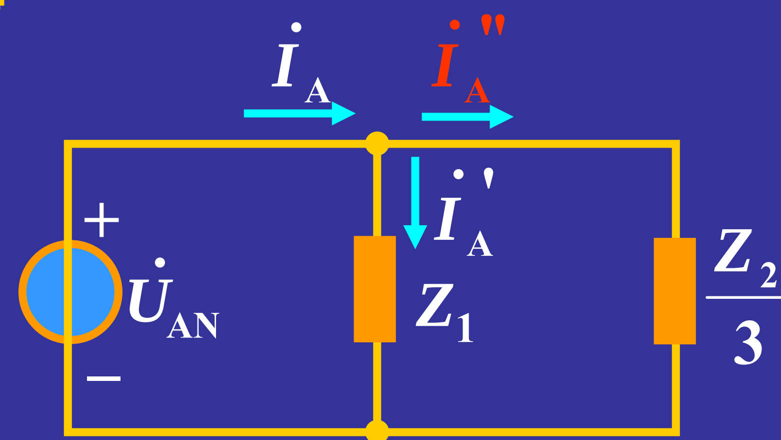
求：线电流、相电流，并定性画出相量图(以A相为例)。



解 画出一相计算图

设 $\dot U_{AN}=220\angle 0^\circ\ \mathrm{V}$

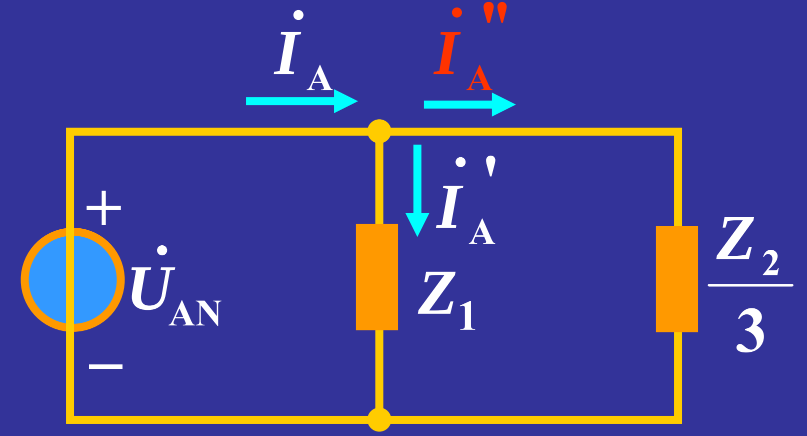
$\dot U_{AB}=380\angle 30^\circ\ \mathrm{V}$



$$\cos\phi_1 = 0.6\,,\ \phi_1 = 53.1^\circ$$

$$Z_1 = 10\angle 53.1^\circ = 6 + j8\,\Omega$$

$$Z_2' = \frac{1}{3} Z_2 = -j\frac{50}{3}\,\Omega$$



$$\dot{I}_A' = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_1} = \frac{220\angle 0^\circ}{10\angle 53.13^\circ} = 22\angle -53.13^\circ\ \mathrm{A} = 13.2 - j17.6\mathrm{A}$$

$$\dot{I}_A'' = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_2'} = \frac{220\angle 0^\circ}{-j50/3} = j13.2\mathrm{A}$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_A' + \dot{I}_A'' = 13.9\angle -18.4^\circ\ \mathrm{A}$$

根据对称性，得B、C相的线电流、相电流：

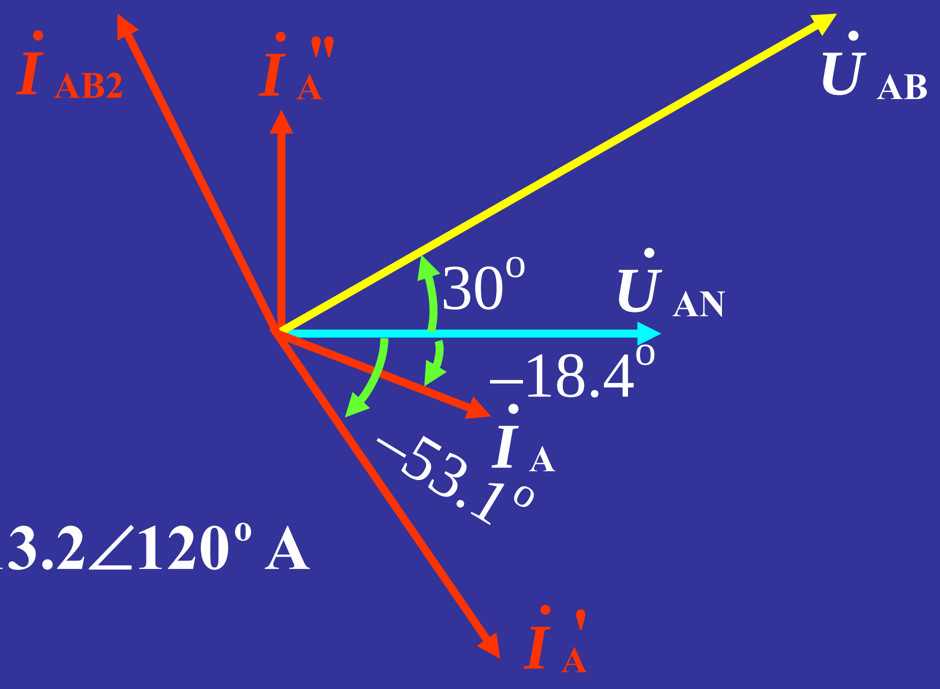
$$\dot{I}_B = 13.9\angle -138.4^\circ\ \mathrm{A}$$

$$\dot{I}_C = 13.9\angle 101.6^\circ\ \mathrm{A}$$

第一组负载的三相电流：

$$\begin{cases} \dot{I}_A' = 22\angle -53.1^\circ \text{ A} \\ \dot{I}_B' = 22\angle -173.1^\circ \text{ A} \\ \dot{I}_C' = 22\angle 66.9^\circ \text{ A} \end{cases}$$

由此可以画出相量图:



第二组负载的相电流：

$$\begin{cases} \dot{I}_{AB2} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_A'' \ \angle 30^\circ = 13.2\angle 120^\circ \text{ A} \\ \dot{I}_{BC2} = 13.2\angle 0^\circ \text{ A} \\ \dot{I}_{CA2} = 13.2\angle -120^\circ \text{ A} \end{cases}$$

对称三相电路的一般计算方法:

(1) 将所有三相电源、负载都化为等值Y—Y接电路;

(2) 连接各负载和电源中点，中线上若有阻抗不计;

(3) 画出单相计算电路，求出一相的电压、电流:

一相电路中的电压为Y接时的相电压。

一相电路中的电流为线电流。

(4) 根据Δ 接、Y接时 线量(线电压和线电流)、相量(相电压和相电流)之间的关系，求出原电路的电流和电压。

(5) 由对称性，得出其它两相的电压、电流。

8.4 三相电路的功率

1. 对称三相电路功率的计算

（1）平均功率 → $P_p=U_pI_p\cos\phi$

三相总功率： $P=3P_p=3U_pI_p\cos\phi$

Y接： $U_l=\sqrt{3}U_p,\ I_l=I_p$

$$P=3\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}U_lI_l\cos\phi=\sqrt{3}U_lI_l\cos\phi$$

Δ接： $U_l = U_p$，$I_l = \sqrt{3} I_p$

$$P = 3U_l \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} I_l \cos\phi = \sqrt{3} U_l I_l \cos\phi$$

注

(1) φ 为相电压与相电流的相位差角(阻抗角)，不要误以为是线电压与线电流的相位差。

(2) $\cos\phi$为每相的功率因数，在对称三相制中即三相功率因数： $\cos\phi_A = \cos\phi_B = \cos\phi_C = \cos\phi$。

(3) 公式计算电源发出的功率(或负载吸收的功率)。

（2） 无功功率

$Q=Q_A+Q_B+Q_C=3Q_p$

$$Q=3U_pI_p\sin\phi=\sqrt{3}U_lI_l\sin\phi$$

（3） 视在功率

$$S=\sqrt{P^2+Q^2}=3U_pI_p=\sqrt{3}U_lI_l$$

功率因数也可定义为:

$\cos\phi = P/S$ (不对称时φ无意义)

这里的，P、Q、S 都是指三相总和。

（4）对称三相负载的瞬时功率

设 $u_{\mathrm{A}} = \sqrt{2}U\cos\omega t \qquad i_{\mathrm{A}} = \sqrt{2}I\cos(\omega t - \phi)$

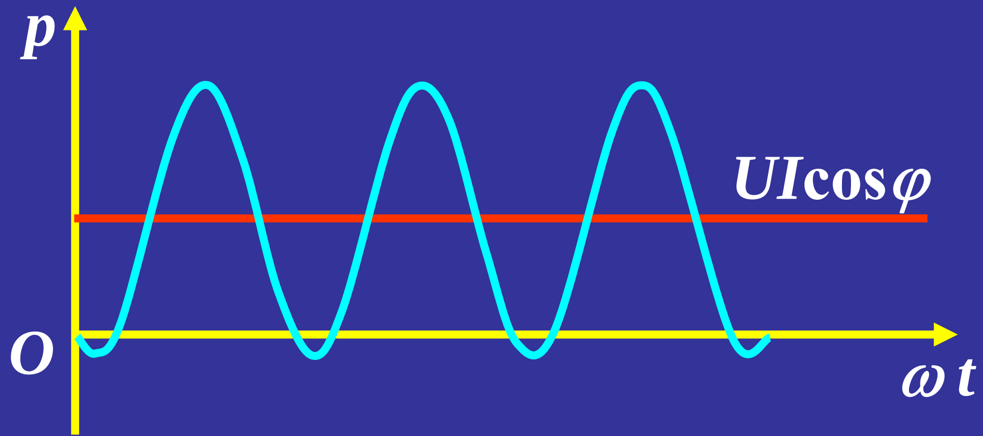
则 $p_{\mathrm{A}} = u_{\mathrm{A}} i_{\mathrm{A}} = 2UI\cos\omega t\cos(\omega t - \phi)$

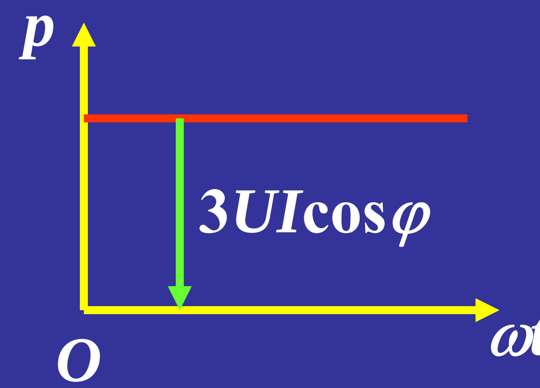
$= UI[\cos\phi + \cos(2\omega t - \phi)$

$p_{\mathrm{B}} = u_{\mathrm{B}} i_{\mathrm{B}} = UI\cos\phi + UI\cos[(2\omega t - 240^{\circ}) - \phi]$

$p_{\mathrm{C}} = u_{\mathrm{C}} i_{\mathrm{C}} = UI\cos\phi + UI\cos[(2\omega t + 240^{\circ}) - \phi]$

$$\boxed{p = p_{\mathrm{A}} + p_{\mathrm{B}} + p_{\mathrm{C}} = 3UI\cos\phi}$$





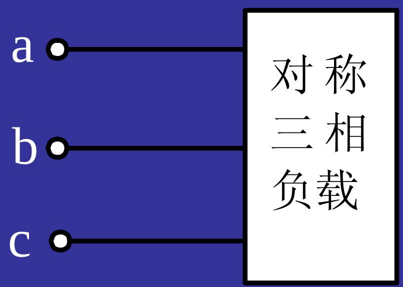
单相：瞬时功率脉动

三相：瞬时功率恒定

电动机转矩: $m \propto p$

可以得到均衡的机械力矩。避免了机械振动。

例. 如图所示电路为对称三相电感性负载与线电压为380V的供电系统相联，其中，有功功率为2.4 kW，功率因数为0.6。求



(1) 线电流；

(2) 若负载为星形联接，求相阻抗Z_Y；

(3) 若负载为三角形联接，则相阻抗Z_Δ应为多少？

解　(1) 求线电流

由　$P=\sqrt{3}U_l I_l \cos\phi$，得 $I_l=\dfrac{P}{\sqrt{3}U_l\cos\phi}$，代入数据，有

$$I_l=\frac{2.4\times10^3}{\sqrt{3}\times380\times0.6}=6.077\text{A}$$

(2) 若负载为星形联接，$U_p = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220\,V, I_p = I_l = 6.077\,A$

所以，$Z_Y = \frac{U_p}{I_p} \angle \phi = 36.1 \angle 53.1° \Omega$

(3) 若负载为三角形联接，$I_p = \frac{1}{\sqrt{3}} I_l = 3.51 A, U_p = U_l = 380\,V$

所以，$Z_\Delta = \frac{U_p}{I_p} \angle \phi = 108.6 \angle 53.1° \Omega$