第 3 章　逻辑代数基础

3.1　已知逻辑函数真值表如题表3.1所示，写出函数对应的标准与或表达式、标准或与表达式。

解：

$$F=\overline{A}\ \overline{B}\ \overline{C}+\overline{A}\ \overline{B}\ C+A\ \overline{B}\ \overline{C}+A\ \overline{B}\ C$$
$$=\sum(0,1,4,5)$$
$$=(A+\overline{B}+C)(A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$$
$$=\prod(2,3,6,7)$$

题表 3.1

A	*B*	*C*	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

3.2　写出下列函数的标准与或式、标准或与式。

（1）$X=(A+B+D)(A+C+\overline{D})(\overline{B}+\overline{C}+D)$

解：（先求标准或与式，得最大项；最大项中没有的编号构成最小项，组成标准与或式）

$$X=(A+B+D)(A+C+\overline{D})(\overline{B}+\overline{C}+D)$$
$$=(A+B+C+D)(A+B+\overline{C}+D)(A+B+C+\overline{D})(A+\overline{B}+\overline{C}+D)(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+D)$$
$$=\prod(0,1,2,6,14)=\sum(3,4,5,7,8,9,10,11,12,13,15)$$

（2）$X=BCD+A\overline{C}\ \overline{D}+\overline{A}\ \overline{C}\ \overline{D}+\overline{A}\ \overline{B}\ \overline{D}$

解：（先求标准与或式，得最小项；最小项中没有的编号构成最大项，组成标准或与式）

$$X=BCD+A\overline{C}\ \overline{D}+\overline{A}\ \overline{C}\ \overline{D}+\overline{A}\ \overline{B}\ \overline{D}$$
$$=ABCD+\overline{A}BCD+AB\overline{C}\ \overline{D}+A\overline{B}\ \overline{C}\ \overline{D}+\overline{A}B\overline{C}\ \overline{D}+\overline{A}\ \overline{B}\ \overline{C}\ \overline{D}+\overline{A}\ \overline{B}C\overline{D}$$
$$=\sum(0,2,4,7,8,12,15)=\prod(1,3,5,6,9,10,11,13,14)$$

3.3　分别指出下列逻辑函数的所有最大项和所有最小项，并说明哪些变量组合使得函数为 0，哪些变量组合使得函数为 1。

（1）$X=(\overline{A}+B)(B+\overline{C})(\overline{A}+C)(A+\overline{C})(\overline{B}+C)$

$$X=(\overline{A}+B)(B+\overline{C})(\overline{A}+C)(A+\overline{C})(\overline{B}+C)$$
$$=(\overline{A}+B+C)(\overline{A}+B+\overline{C})(A+B+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)(A+\overline{B}+\overline{C})(A+\overline{B}+C)$$
$$=\prod(1,2,3,4,5,6)=\sum(0,7)$$

使函数为 0 的组合即最大项，有 *ABC*=“110”，“101”，“100”，“011”，“010”，“001”；使之为 1 的逻辑变量组合有 *ABC*=“000”，“111”。

（2）$X=(A\oplus C)B+(A\oplus\overline{C})D$

$$X=\sum(1,5,6,7,11,12,13,15)+\prod(0,2,3,4,8,9,10,14)$$

使函数为 0 的组合即最大项，有 *ABCD*=“0000”，“0010”，“0011”，“0100”，“1000”，“1001”,“1010”，“1110”；使之为 1 的逻辑变量组合有 *ABCD*=“0001”，“0101”，“0110”，“0111”，“1011”，“1100”，“1101”，“1111”。

（3）$X=\overline{A}\overline{C}+\overline{A}\overline{B}+B\overline{C}\overline{D}+BD+A\overline{B}\overline{D}+\overline{A}BC\overline{D}$

$$X=\sum(0,1,2,3,4,5,6,7,8,10,12,13,15)+\prod(9,11,14)$$

使函数为 0 的组合即最大项，有 *ABCD*=“1001”,“1011”，“1110”；使之为 1 的逻辑变量组合有 *ABCD*=“0000”，“0001”，“0010”，“0011”，“0100”，“0101”，“0110”，“0111”，“1000”，“1010”，“1100”，“1101”，“1111”。

3.4　写出下列函数的对偶式。

（1）$F=(A+\overline{B})(\overline{A}+B)(B+C)(\overline{A}+C)$

解：$F'=A\overline{B}+\overline{A}B+BC+\overline{A}C$

（2）$F=\overline{A+\overline{B+\overline{C}}}$

解：$F'=\overline{A\cdot\overline{B\overline{C}}}$

（3）$F=\overline{\overline{A}\cdot\overline{B+\overline{C}}}$

解：$F'=\overline{\overline{A}+\overline{B\overline{C}}}$

（4）$F=AB+\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}C$

解：$F'=(A+B)(\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+C)$

（5）$F=\overline{A}+\overline{B}\,\overline{C}+D$

解：$F'=\overline{A}(\overline{B}+\overline{C})D$

（6）$F=\overline{(A+\overline{C})(B+C+D)(A+B+D)}+ABC$

解：$F'=\overline{A\overline{C}+BCD+ABD}\,(A+B+C)$

（7）$F=(A+\overline{B})(\overline{A}+C)(B+C)$

解：$F'=A\overline{B}+\overline{A}C+BC$

（8）$F=A\overline{B}C+\overline{C}D+B\overline{D}+C$

解：$F'=(A+\overline{B}+C)(\overline{C}+D)(B+\overline{D})C$

（9）$F=A\cdot\overline{\overline{B}+C}+\overline{A}D$

解：$F'=\left(A+\overline{\overline{B}C}\right)(\overline{A}+D)$

3.5　写出下列函数的反函数。

（1）$F=A+\overline{B+\overline{C}+\overline{D+\overline{E}}}$

解：$\overline{F}=\overline{A}\cdot\overline{B}\overline{C}\cdot\overline{\overline{D}\overline{E}}$

（2）$F=B[(C\overline{D}+A)+\overline{E}]$

解：$\overline{F}=\overline{B}+(\overline{C}+D)\overline{A}E$

（3）$F=A\overline{B}+\overline{C}D$

解：$\overline{F}=(\overline{A}+B)(C+\overline{D})$

（4）$F=(A\oplus B)C+(B\oplus\overline{C})D$

解：$F=\overline{A}BC+A\overline{B}C+\overline{B}\overline{C}D+BCD$

$\overline{F}=(A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+B+\overline{C})(B+C+\overline{D})(\overline{B}+\overline{C}+\overline{D})$

（5）$F=(\overline{A}+\overline{B})(BCD+\overline{E})(\overline{C}+A)$

解：$\overline{F}=AB+(\overline{B}+\overline{C}+\overline{D})E+\overline{A}C$

（6）$F=(\overline{A}+D)(\overline{B}+\overline{C}+\overline{D})(AB+C)$

解：$\overline{F}=A\overline{D}+BCD+(\overline{A}+\overline{B})\overline{C}$

（7）$F=BC+\overline{A}B+A\overline{B}C$

解：$\overline{F}=(\overline{B}+\overline{C})(A+\overline{B})(\overline{A}+B+\overline{C})$

（8）$F=\overline{\overline{A}+B+\overline{\overline{D}+\overline{C}}}$

解：$\overline{F}=A\overline{\overline{B}\overline{DC}}$

3.6　将下列函数写成与非-与非式。

（1）$XY+\overline{X}Z+\overline{Y}\,\overline{Z}$

解：$XY+\overline{X}Z+\overline{Y}\,\overline{Z}=\overline{\overline{XY+\overline{X}Z+\overline{Y}\,\overline{Z}}}=\overline{\overline{XY}\cdot\overline{\overline{X}Z}\cdot\overline{\overline{Y}\,\overline{Z}}}$

（2）$XYZ+\overline{X}\,\overline{Y}\,\overline{Z}$

解：$XYZ+\overline{X}\;\overline{Y}\;\overline{Z}=\overline{\overline{XYZ+\overline{X}\;\overline{Y}\;\overline{Z}}}=\overline{\overline{XYZ}\cdot\overline{\overline{X}\;\overline{Y}\;\overline{Z}}}$

（3）$\overline{A+C+D}+\overline{A}\overline{B}CD+A\overline{B}C\overline{D}$

解：

$=\overline{A}\overline{C}\overline{D}+\overline{A}\overline{B}CD+A\overline{B}C\overline{D}$

$=\overline{\overline{A}\overline{C}\overline{D}\;\overline{\overline{A}\overline{B}CD}\;\overline{A\overline{B}C\overline{D}}}$

（4）$(\overline{A}+B)(\overline{B}+\overline{C}+\overline{D})(A+B+C)$

解：

$=B\overline{C}+B\overline{D}+\overline{A}\overline{B}C$

$=\overline{B\overline{C}\;B\overline{D}\;\overline{A}\overline{B}C}$

（5）$A[(B\overline{D}+C)+\overline{E}]$

解：

$=AB\overline{D}+AC+A\overline{E}$

$=\overline{AB\overline{D}\;\overline{AC}\;\overline{A\overline{E}}}$

（6）$A\oplus B\oplus C$

解：

$= \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + ABC$

$= \overline{\overline{A}\overline{B}C}\ \overline{\overline{A}B\overline{C}}\ \overline{A\overline{B}\overline{C}}\ \overline{ABC}$

3.7　将下列函数写成“或非-或非式”。

（1）$(\overline{A}+\overline{B})(B+C)$

解：$(\overline{A}+\overline{B})(B+C) = \overline{\overline{(\overline{A}+\overline{B})(B+C)}} = \overline{\overline{\overline{A}+\overline{B}} + \overline{B+C}}$

（2）$(A+B+\overline{C})(\overline{A}+\overline{C}+D)(\overline{B}+C+\overline{D})$

解：$= \overline{\overline{A+B+\overline{C}} + \overline{\overline{A}+\overline{C}+D} + \overline{\overline{B}+C+\overline{D}}}$

（3）$\overline{(A+\overline{C})(A+C+D)} + ABC + \overline{A+B+D}$

解：

$= (\overline{A}+B)(C+\overline{D})(\overline{A}+C)$

$= \overline{\overline{(\overline{A}+B)} + \overline{(C+\overline{D})} + \overline{(\overline{A}+C)}}$

（4）$A \oplus B \oplus C$

解：

$= (A+B+C)(A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)(\overline{A}+B+\overline{C})$

$= \overline{(A+B+C)} + \overline{(A+\overline{B}+\overline{C})} + \overline{(\overline{A}+\overline{B}+C)} + \overline{(\overline{A}+B+\overline{C})}$

（5）$\overline{A\overline{B}} + \overline{B(C+D)}$

解：

$= (\overline{A}+\overline{B}+\overline{D})(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$

$= \overline{\overline{(\overline{A}+\overline{B}+\overline{D})} + \overline{(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})}}$

（6）$ABD + A\overline{C}D + \overline{C}\overline{D} + A\overline{B}C + \overline{A}C\overline{D}$

解：

$= (A+\overline{D})(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+D)$

$= \overline{\overline{(A+\overline{D})} + \overline{(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+D)}}$

（7）$\overline{AB\overline{C} + \overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\overline{B}D}$

解：

$= (A+\overline{B})(\overline{A}+\overline{D})(\overline{A}+\overline{C})(B+C+D)$

$= \overline{\overline{(A+\overline{B})} + \overline{(\overline{A}+\overline{D})} + \overline{(\overline{A}+\overline{C})} + \overline{(B+C+D)}}$

（8）$\overline{C\overline{D}} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{AB\overline{D}\overline{C}}$

解：$= (A+\overline{B})D(B+C)(\overline{B}+\overline{C})$

$= \overline{\overline{(A+\overline{B})} + \overline{D} + \overline{(B+C)} + \overline{(\overline{B}+\overline{C})}}$

3.8　用公式法化简下列逻辑函数成最简与或式。

（1）$A\overline{B} + B\overline{C} + \overline{B}C + \overline{A}B$

解：原式

$=A\overline{B}+B\overline{C}+\overline{B}C+\overline{A}B+A\overline{C}$　第5由第1、3增加的冗余

$=A\overline{B}+B\overline{C}+\overline{A}B+A\overline{C}$

$=B\overline{C}+\overline{A}B+A\overline{C}$

答案二：$A\overline{B}+B\overline{C}+A\overline{C}$

（2）$\overline{\overline{A}\overline{B}C}\,\overline{B\overline{C}}\,\overline{B\overline{C}D}\,\overline{\overline{A}\overline{B}CD}+\overline{A}\overline{B}\overline{C}D$

解：原式

$=A+B+B\overline{C}+B\overline{C}D+\overline{A}\overline{B}CD+\overline{A}\overline{B}\overline{C}D$

$=A+\overline{B}CD+\overline{B}\overline{C}D+B+B\overline{C}+B\overline{C}D$

$=A+\overline{B}D+B$

$=A+B+D$

（3）$(A+B)(B+D)(\overline{C}+\overline{D})(A+C+\overline{D})(\overline{B}+\overline{C}+D)$

解：原式取对偶

$F'=AB+BD+\overline{C}\,\overline{D}+AC\overline{D}+\overline{B}\overline{C}D$

$=AB+BD+\overline{C}\,\overline{D}+\overline{B}\overline{C}D+A\overline{D}$

$=AB+BD+\overline{C}\,\overline{D}+\overline{B}\overline{C}+A\overline{D}$

$=AB+BD+\overline{C}\,\overline{B}\overline{D}+A\overline{D}$

$=AB+BD+\overline{C}+A\overline{D}$　冗余定理

$=BD+\overline{C}+A\overline{D}$

对上式再去对偶，原式

$=(B+D)(A+\overline{D})\overline{C}$

$=(AB+AD+B\overline{D})\overline{C}$

$=(AD+B\overline{D})\overline{C}$

$=A\overline{C}D+B\overline{C}\,\overline{D}$

（4）$\overline{\overline{C}\,\overline{D}+A}+CD+AB$

解：$\overline{\overline{C}\,\overline{D}\,\overline{A}}+CD+AB=\overline{A}C+\overline{A}D+CD+AB$

（5）$\overline{\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{B\overline{C}}\,\overline{B\overline{C}D}\,\overline{\overline{A}\,\overline{B}CD}}+\overline{A}\,\overline{\overline{B}\,\overline{C}D}$

解：原式

$=A+B+B\overline{C}+B\overline{C}D+\overline{A}\overline{B}CD+\overline{A}(B+C+\overline{D})$

$=A+B+\overline{B}CD+B+C+\overline{D}$

$=A+B+CD+C+\overline{D}$

$=A+B+C+\overline{D}$

（6）$\overline{AC+\overline{A}BC+\overline{B}C}+AB\overline{C}$

解：$F_6=\overline{AC+BC+\overline{B}C}+AB\overline{C}=\overline{C}+AB\overline{C}=\overline{C}$

（7） $AB+A\overline{C}+\overline{B}C+B\overline{C}+\overline{B}D+B\overline{D}+ADE(F+G)$

解：原式

$=A\overline{\overline{B}C}+\overline{B}C+B\overline{C}+\overline{B}D+B\overline{D}+ADE(F+G)$

$=A+\overline{B}C+B\overline{C}+\overline{B}D+B\overline{D}$

$=A+\overline{B}C+B\overline{C}+\overline{B}D+B\overline{D}+\overline{C}D$　增加第6项，是第3,4项的冗余项

$=A+\overline{B}C+\overline{B}D+B\overline{D}+\overline{C}D$　上式第3项是第5,6项的冗余

$=A+\overline{B}C+B\overline{D}+\overline{C}D$　上式第3项是第2,5项的冗余

（8） $\overline{AB+A\overline{B}+\overline{A}B}\cdot(\overline{A}\,\overline{B}+CD)$

解： $F_8=\overline{A+B}\cdot(\overline{A}\ \overline{B}+CD)=\overline{A}\ \overline{B}\cdot(\overline{A}\ \overline{B}+CD)=\overline{A}\ \overline{B}$

（9） $(A+C+D)(A+C+\overline{D})(A+\overline{C}+D)(A+\overline{B})$

解：上式取对偶

$F'=ACD+AC\overline{D}+A\overline{C}D+A\overline{B}$

$=AC+A\overline{C}D+A\overline{B}$

$=AC+AD+A\overline{B}$

$=A(\overline{B}+C+D)$

再次取对偶　原式= $=A+\overline{B}CD$

（10） $ABC+\overline{\overline{A}\,\overline{C}(B+\overline{D})\overline{C}D}$

解： $F_{10}=ABC+A+C+\overline{B}D+C+\overline{D}=A+\overline{B}+C+\overline{D}$

（11） $\overline{X+Y}\cdot\overline{\overline{X}+\overline{Y}}$

解：原式 $=\overline{X}\,\overline{Y}\,X\,Y=0$

（12） $ABC+\overline{A}\,\overline{B}C+\overline{A}BC+AB\overline{C}+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$

解：原式

$=BC+\overline{A}\overline{B}C+AB\overline{C}+\overline{A}\overline{B}\overline{C}$　　原式第1、3项合并

$=BC+\overline{A}\overline{B}+AB\overline{C}$　　第2、4项合并

$=B(C+A\overline{C})+\overline{A}\overline{B}$

$=BC+AB+\overline{A}\overline{B}$

答案二： $AB+\overline{A}\overline{B}+\overline{A}C$

（13） $\overline{\overline{A}+C}+D\cdot\overline{(A+\overline{C})(\overline{A}+B)(\overline{B}+C)}$

解：原式

$=A\overline{C}+D[\overline{A}C+A\overline{B}+B\overline{C}]$

$=A\overline{C}+\overline{A}CD+A\overline{B}D+B\overline{C}D$

$=A\overline{C}+\overline{A}BCD+\overline{A}\overline{B}CD+A\overline{B}CD+A\overline{B}\overline{C}D+AB\overline{C}D+\overline{A}B\overline{C}D$

第2,7项合并；第1,5,6项吸收；第3,4项合并

$=A\overline{C}+\overline{A}BD+\overline{B}CD$

（14） $A(\overline{B}+C+D)(B+\overline{D})$

解：原式

$=A(\overline{B}\overline{D}+BC+C\overline{D}+BD)$

$=A(\overline{B}\overline{D}+BC+BD)$ 上式前3项冗余定理

$=A\overline{B}\overline{D}+ABC+ABD$

答案二： $A\overline{B}\overline{D}+AC\overline{D}+ABD$

（15） $\overline{A}\overline{B}+(AB+A\overline{B}+\overline{A}B)C$

解：原式

$=\overline{A}\overline{B}+(A+\overline{A}B)C$

$=\overline{A}\overline{B}+(A+B)C$

$=\overline{A}\overline{B}+AC+BC$

$=\overline{A}\overline{B}+AC+BC+\overline{B}C$ 第4项是前两项由冗余定理增加的

$=\overline{A}\overline{B}+AC+C$

$=\overline{A}\overline{B}+C$

（16） $A\overline{B}(C+D)+B\overline{C}+\overline{A}\overline{B}+\overline{A}C+BC+\overline{B}\overline{C}\overline{D}$

解：原式

$=A\overline{B}C+A\overline{B}D+B\overline{C}+\overline{A}\overline{B}+\overline{A}C+BC+\overline{B}\overline{C}D$ 第3、6项合并

$=A\overline{B}C+A\overline{B}D+B+\overline{A}\overline{B}+\overline{A}C+\overline{B}\overline{C}\overline{D}$

$=AC+AD+B+\overline{A}+\overline{A}C+\overline{C}\overline{D}$

$=C+D+B+\overline{A}+\overline{C}\overline{D}$

$=C+D+B+\overline{A}+\overline{D}$

$=1$

（17） $(A+B)(A+C)(A+\overline{C})$

解：取对偶 $F'=AB+AC+A\overline{C}$

$=A$

再取对偶

原式 $=A$

（18） $\overline{(A+B\overline{C})(\overline{A}+\overline{D}E)}$

解：原式

$=\overline{(A+B\overline{C})}+\overline{(\overline{A}+\overline{D}E)}$

$=\overline{A}\overline{B\overline{C}}+A\overline{\overline{D}E}$

$=\overline{A}\overline{B}+\overline{A}C+AD+A\overline{E}$

（19） $A\overline{B}CD+ABD+A\overline{C}D$

解：原式

$= AD(\overline{B}C + B + \overline{C})$

$= AD$

（20） $AC(\overline{C}D + \overline{A}B) + BC(\overline{\overline{B} + AD} + CE)$

解：原式

$= BC(\overline{\overline{B} + AD} + CE)$

$= BC(\overline{B} + AD)\overline{CE}$

$= ABCD(\overline{C} + \overline{E})$

$= ABCD\overline{E}$

（21） $A\overline{B}(ACD + \overline{AD + \overline{B}\overline{C}})(\overline{A} + B)$

解：原式

$= A\overline{B}(\overline{A} + B)(ACD + \overline{AD + \overline{B}\overline{C}})$

$= 0(ACD + \overline{AD + \overline{B}\overline{C}})$

$= 0$

（22） $\overline{C}\overline{D} + B\overline{C}D + \overline{B}C\overline{D} + \overline{A}BC\overline{D}$

解：原式

$= \overline{C}\overline{D} + B\overline{C}D + C\overline{D}(\overline{B} + \overline{A}B)$

$= \overline{C}\overline{D} + B\overline{C}D + \overline{B}C\overline{D} + \overline{A}C\overline{D}$

$= (\overline{C} + \overline{B}C + \overline{A}C)\overline{D} + B\overline{C}D$

$= \overline{C}\overline{D} + \overline{B}\overline{D} + \overline{A}\overline{D} + B\overline{C}D$

$= \overline{C}(\overline{D} + BD) + \overline{B}\overline{D} + \overline{A}\overline{D}$

$= \overline{C}\overline{D} + B\overline{C} + \overline{B}\overline{D} + \overline{A}\overline{D}$

$= \overline{B}\overline{D} + \overline{A}\overline{D} + B\overline{C}$

3.9　证明下列异或运算公式。

（1） $A \oplus 0 = A$

证明： $A \oplus 0 = \overline{A} \cdot 0 + A \cdot \overline{0} = 0 + A = A$

（2） $A \oplus 1 = \overline{A}$

证明： $A \oplus 1 = \overline{A} \cdot 1 + A \cdot \overline{1} = \overline{A} + 0 = \overline{A}$

（3） $A \oplus A = 0$

证明： $A \oplus A = \overline{A} \cdot A + A \cdot \overline{A} = 0$

（4） $A \oplus \overline{A} = 1$

证明： $A \oplus \overline{A} = \overline{A} \cdot \overline{A} + A \cdot \overline{\overline{A}} = \overline{A} + A = 1$

（5） $AB \oplus A\overline{B} = A$

证明： $AB \oplus A\overline{B} = \overline{AB} \cdot A\overline{B} + AB \cdot \overline{A\overline{B}} = (\overline{A} + \overline{B}) \cdot A\overline{B} + AB \cdot (\overline{A} + B) = A\overline{B} + AB = A$

3.10　证明下列等式成立。

（1） $A \odot B = \overline{A} \oplus B$

证明： $\overline{A} \oplus B = \overline{\overline{A}} \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B} = A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B} = A \square B$

（2） $\overline{A} \oplus B = A \oplus \overline{B}$

证明：$\overline{A}\oplus B=\overline{\overline{A}}\cdot B+\overline{A}\cdot\overline{B}=A\cdot B+\overline{A}\cdot\overline{B}=A\cdot\overline{\overline{B}}+\overline{A}\cdot\overline{B}=A\oplus\overline{B}$

（3）$A\oplus B\oplus C=A\odot B\odot C$

证明：

$$A\oplus B\oplus C=\overline{(\overline{A}B+A\overline{B})}\cdot C+(A\overline{B}+\overline{A}B)\overline{C}$$
$$=(A+\overline{B})(\overline{A}+B)C+\overline{A}\,\overline{B}C+AB\overline{C}$$
$$=ABC+\overline{A}\,\overline{B}C+A\overline{B}\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}$$

$$A\odot B\odot C=\overline{(AB+\overline{A}\,\overline{B})}\cdot\overline{C}+(AB+\overline{A}\,\overline{B})\cdot C$$

$$=(\overline{A}+\overline{B})(A+B)\overline{C}+ABC+\overline{A}\,\overline{B}C$$

$$=A\overline{B}\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}+ABC+\overline{A}\,\overline{B}C$$

3.11　化简下列各式为最简或与式。

（1）$X=(\overline{A}+B)(B+\overline{C})(\overline{A}+C)(A+\overline{C})(\overline{B}+C)$

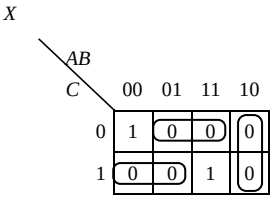
解：

$X'=\overline{A}B+B\overline{C}+A\overline{C}+A\overline{C}+\overline{B}C)$

$=\overline{A}B+A\overline{C}+\overline{B}C$

$X=(\overline{A}+B)(A+\overline{C})(\overline{B}+C)$

$or=(A+\overline{B})(\overline{A}+C)(B+\overline{C})$



3.11 (1)

（2）$X=(A+B)(B+D)(\overline{C}+\overline{D})(A+C+\overline{D})(\overline{B}+\overline{C}+D)$

解：

$X'=AB+BD+\overline{C}\,\overline{D}+AC\overline{D}+\overline{B}\,C\overline{D}$

$=AB+(B+\overline{B}\,\overline{C})D+(\overline{C}+AC)\overline{D}$

$=AB+BD+\overline{C}+A\overline{D}=BD+\overline{C}+A\overline{D}$

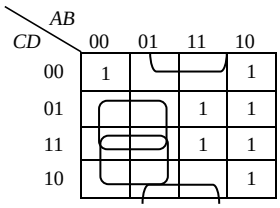
$X=(B+D)(A+\overline{D})\overline{C}$

（3）$X=(B+C+D)(A+\overline{C}+\overline{D})(\overline{A}+\overline{C}+\overline{D})(\overline{A}+\overline{B}+\overline{D})$

解：$X=(B+C+D)(\overline{C}+\overline{D})(\overline{A}+\overline{B}+\overline{D})$

（4）$X=AD+A\overline{B}\overline{D}+\overline{A}\overline{B}C\overline{D}$

解：



$X=(A+\overline{D})(A+\overline{C})(\overline{B}+D)$

（5）$X=A\overline{B}(\overline{A}CD+\overline{(AD+\overline{B}\overline{C})})(\overline{A}+B)$

解：

$X=A\overline{B}(\overline{A}+B)(\overline{A}CD+\overline{(AD+\overline{B}\overline{C})})$

$=(A\overline{B}\overline{A}+A\overline{B}B)(\overline{A}CD+\overline{(AD+\overline{B}\overline{C})})$

$=(0+0)\bullet(\overline{A}CD+\overline{(AD+\overline{B}\overline{C})})$

$=0$

（6） $X = AC(\overline{C}D + \overline{A}B) + BC(\overline{(\overline{B} + AD)} + CE)$

解：

$X = AC(\overline{C}D + \overline{A}B) + BC(\overline{(\overline{B} + AD)} + CE)$

$=0+BC(\overline{(\overline{B} + AD)} + CE)$

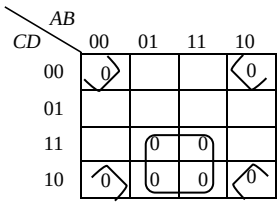
$=BC(\overline{B} + AD)\overline{CE}$

$= BC(\overline{B} + AD)(\overline{C} + \overline{E})$

$= ABCD\overline{E}$

（7） $X = A\overline{B}D + \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + \overline{B}CD + (\overline{A\overline{B}} + C)(B + D)$

解：



$X = (B + D)(\overline{B} + \overline{C})$

（8） $X = A\overline{B}\overline{C}D + A\overline{C}DE + \overline{B}D\overline{E} + A\overline{C}\overline{D}E$

解：

ABC / ***DE***	**000**	**001**	**011**	**010**	**110**	**111**	**101**	**100**
00								
01					**1**			**1**
11					**1**			**1**
10	**1**	**1**					**1**	**1**

答： $(D + E)(A + \overline{E})(\overline{B} + D + E)(\overline{A} + \overline{C} + \overline{E})$

3.12　化简下列各式。

（1） $G = \overline{AB + \overline{B}C + AC}$

解： $G = \overline{AB} \cdot \overline{\overline{B}C} = (\overline{A} + \overline{B})(B + \overline{C}) = \overline{A}B + \overline{A}\ \overline{C} + \overline{B}\ \overline{C} = \overline{A}B + \overline{B}\ \overline{C}$

（2） $G = \overline{(A + \overline{C} + D)(\overline{B} + C + D)(\overline{A} + C + \overline{D})(\overline{A} + \overline{C} + D)}$

解： $G = \overline{A}C\overline{D} + B\overline{C}\ \overline{D} + A\overline{C}D + AC\overline{D} = C\overline{D} + B\overline{C}\ \overline{D} + A\overline{C}D = C\overline{D} + B\overline{D} + A\overline{C}D$

（3） $G = \overline{(A \oplus B)C + (B \oplus \overline{C})D}$

解：

$$
\begin{aligned}
G &= (A\square B + \overline{C})(B\square\overline{C} + \overline{D}) \\
&= (AB + \overline{A}\ \overline{B} + \overline{C})(B\overline{C} + \overline{B}C + \overline{D}) \\
&= AB\overline{C} + AB\overline{D} + \overline{A}\ \overline{B}C + \overline{A}\ \overline{B}\ \overline{D} + B\overline{C} + \overline{C}\ \overline{D} \\
&= \overline{A}\ \overline{B}C + AB\overline{D} + \overline{A}\ \overline{B}\ \overline{D} + B\overline{C} + \overline{C}\ \overline{D} \\
&= \overline{A}\ \overline{B}C + AB\overline{D} + B\overline{C} + \overline{C}\ \overline{D}
\end{aligned}
$$

（4）$G = A + \overline{(B + \overline{C})}(A + \overline{B} + C)(A + B + C)$

解：

$$
\begin{aligned}
&= A + \overline{B}C(A + AB + AC + A\overline{B} + \overline{B}C + AC + BC + C) \\
&= A + \overline{B}C(A + \overline{B}C + BC + C) \\
&= A + \overline{B}C(A + C) \\
&= A + \overline{B}C
\end{aligned}
$$

（5）$G = B\overline{C} + AB\overline{C}E + \overline{B}\overline{(\overline{A}\overline{D} + AD)} + B(A\overline{D} + \overline{A}D)$

解：

$$
\begin{aligned}
&= B\overline{C} + AB\overline{C}E + \overline{B}(A + D)(\overline{A} + \overline{D}) + B(A\overline{D} + \overline{A}D) \\
&= B\overline{C} + AB\overline{C}E + \overline{B}(A\overline{D} + \overline{A}D) + B(A\overline{D} + \overline{A}D) \\
&= B\overline{C} + AB\overline{C}E + A\overline{D} + \overline{A}D \\
&= B\overline{C} + A\overline{D} + \overline{A}D
\end{aligned}
$$

（6）$G = AC + A\overline{C}D + A\overline{B}\overline{E}F + B(D \oplus E) + B\overline{C}D\overline{E} + B\overline{C}\overline{D}E + AB\overline{E}F$

解：

$$
\begin{aligned}
&= AC + AD + A\overline{B}\overline{E}F + B(D \oplus E) + B\overline{C}D\overline{E} + B\overline{C}\overline{D}E + AB\overline{E}F \\
&= AC + AD + \cancel{A\overline{B}\overline{E}F} + \cancel{B\overline{D}E} + \cancel{B\overline{D}\overline{E}} + \cancel{B\overline{C}D\overline{E}} + \cancel{B\overline{C}\overline{D}E} + \cancel{AB\overline{E}F} \quad \text{观察相同标记的项} \\
&= AC + AD + A\overline{E}F + B\overline{D}E + BD\overline{E}
\end{aligned}
$$

（7）$G = \overline{A}(C\overline{D} + \overline{C}D) + B\overline{C}D + A\overline{C}D + \overline{A}\overline{C}\overline{D}$

解：

$$
\begin{aligned}
&= \overline{A}C\overline{D} + \overline{A}\overline{C}D + B\overline{C}D + A\overline{C}D + \overline{A}\overline{C}\overline{D} \\
&= \overline{A}C\overline{D} + \overline{A}\overline{C}D + B\overline{C}D + A\overline{C}D \\
&= \overline{A}C\overline{D} + \overline{C}D + B\overline{C}D \\
&= \overline{A}C\overline{D} + \overline{C}D
\end{aligned}
$$

（8）$G = \overline{(\overline{A} + \overline{B})D} + (\overline{A}\overline{B} + BD)\overline{C} + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{D}$

解：

$= \overline{(\overline{A}+\overline{B})D} + (\overline{A}\,\overline{B}+BD)\overline{C} + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{D}$

$= AB + \overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + B\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{D}$

$= AB + \overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + B\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}D$

$= AB + \overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + B\overline{C} + \overline{A}B\overline{C}$

$= AB + \overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + B\overline{C}$

$= AB + \overline{D} + \overline{A}\overline{C} + B\overline{C}$　冗余定理

$= AB + \overline{D} + \overline{A}\overline{C}$

3.13　指出下列逻辑函数项在卡诺图中的相邻项有哪些？

（1）$W\overline{X}YZ$ 的相邻项

解：$\overline{W}\ \overline{X}YZ$, $WXYZ$, $W\overline{X}\ \overline{Y}Z$, $W\overline{X}Y\overline{Z}$.

（2）$\overline{W}XY\overline{Z}$ **的相邻项**

解：对应的 $WXYZ$=“0100”，“0010”，“0111”，“1110”

（3）$WX\overline{Y}\,\overline{Z}$ **的相邻项**

解：对应的 $WXYZ$=“0100”，“1101”，“1110”，“1000”

（4）$WXYZ$ **的相邻项**

解：对应的 $WXYZ$=“1101”，“0111”，“1011”，“1110”

（5）$ABCDE$ **的相邻项**

解：对应的 $ABCDE$=“11101”，“11011”，“10111”，“11110”，“01111”

（6）$A\overline{B}\overline{C}DE$ **的相邻项**

解：对应的 $ABCDE$=“00011”，“11011”，“10001”，“10111”，“10010”

（7）$\overline{A}BC\overline{D}E$ **的相邻项**

解：对应的 $ABCDE$=“00101”，“01100”，“01111”，“01001”，“11101”

（8）$ABC\overline{D}\,\overline{E}$ **的相邻项**

解：对应的 $ABCDE$=“01100”，“11000”，“11101”，“10100”，“11110”

3.14　画出下列函数的卡诺图，分析每组函数间的关系。

（1）$F_1 = X\overline{Y} + \overline{X}Z$

$F_2 = (X+Z)(\overline{X}+\overline{Y})$

解：

F_1

Z \ XY	00	01	11	10
0				1
1	1	1		1

F_2

Z \ XY	00	01	11	10
0	0	0	0	
1			0	

$\therefore F_1 = F_2$。

（2）$G_1 = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{D} + \overline{A}B\overline{C} + ABD + A\overline{B}C$

$G_2 = (A+C+D)(\overline{B}+C+\overline{D})(\overline{A}+\overline{C}+\overline{D})(B+\overline{C}+D)$

解：

G_1

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1		
01		1	1	
11			1	1
10	1			1

G_2

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0		
01		0	0	
11			0	0
10	0			0

$\therefore G_1 = \overline{G_2}$。

3.15　用卡诺图化简下列函数，并求出最简与或表达式。

（1）$F_1(X,Y,Z)=\sum(2,\ 3,\ 6,\ 7)$

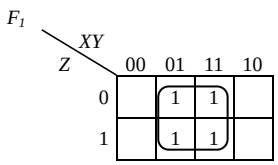
解：$F_1=Y$

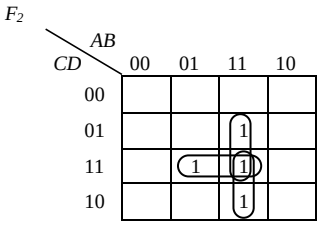
（2）$F_2(A,B,C,D)=\sum(7,\ 13,\ 14,\ 15)$

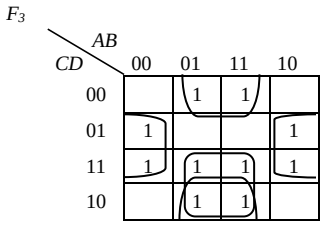
解：$F_2=ABC+BCD+ABD$

（3）$F_3(A,B,C,D)=\sum(1,\ 3,\ 4,\ 6,\ 7,\ 9,\ 11,\ 12,\ 14,\ 15)$

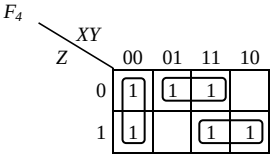
解：$F_3=\overline{B}D+B\overline{D}+BC$　或　$F_3=\overline{B}D+\overline{B}D+$（



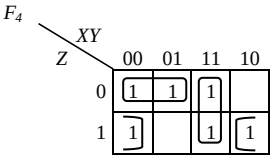




（4）$F_4(X,Y,Z)=\sum m(0,1,2,5,6,7)$

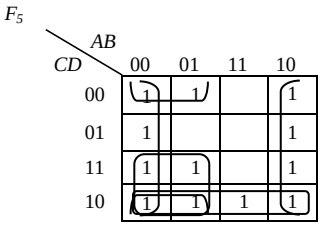


答案一：$\overline{X}\overline{Y}+Y\overline{Z}+XZ$



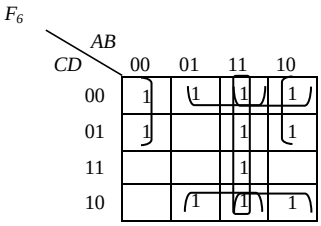
答案二：$\overline{X}\overline{Z}+XY+\overline{Y}Z$

（5）$F_5(A,B,C,D)=\sum m(0,1,2,3,4,6,7,8,9,10,11,14)$



原式$=\overline{B}+C\overline{D}+\overline{A}C+\overline{A}\overline{D}$

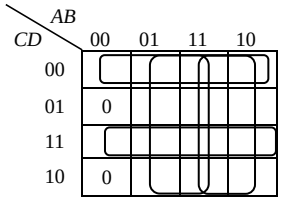
（6）$F_6(A,B,C,D)=\sum m(0,1,4,6,8,9,10,12,13,14,15)$



原式$=AB+\overline{B}\overline{C}+B\overline{D}+A\overline{D}$

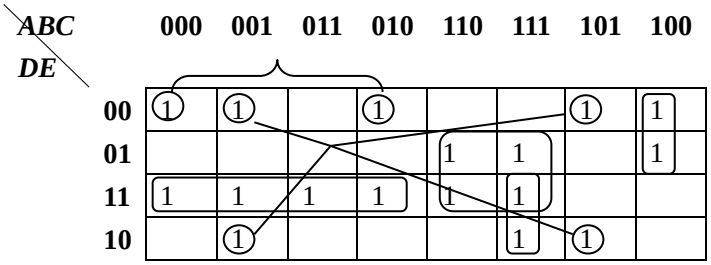
（7）$F_7(A,B,C,D)=M_1\cdot M_2$

F_7



原式= $A+B+\overline{C}\,\overline{D}+CD$

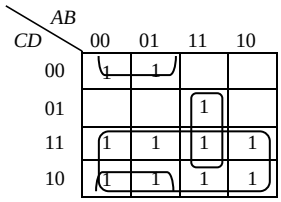
（8） $F_8(A,B,C,D,E)=\sum m(0,3,4,6,7,8,11,15,16,17,20,22,25,27,29,30,31)$



原式= $\overline{A}DE+ABE+\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{E}+\overline{A}\,\overline{C}DE+A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}+ABCD$

（9） $F_9(A,B,C,D)=\sum m(0,2,3,4,6,7,10,11,13,14,15)$

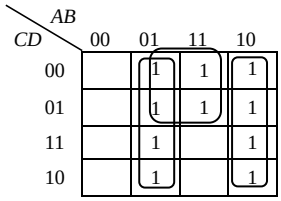
F_9



原式= $C+\overline{A}\,\overline{D}+ABD$

（10） $F_{10}(A,B,C,D)=\sum m(4,5,6,7,8,9,10,11,12,13)$

F_{10}



答案一：原式= $\overline{A}B+A\overline{B}+B\overline{C}$

答案二：原式= $\overline{A}B+A\overline{B}+A\overline{C}$

3.16　用卡诺图化简下列函数，并求出最简与或式。

（1） $F_1=ABD+\overline{A}\,\overline{C}\,\overline{D}+\overline{A}B+\overline{A}CD+A\overline{B}\,\overline{D}$

解： $F_1=\overline{A}\ \overline{C}\ \overline{D}+A\overline{B}\ \overline{D}+\overline{A}CD+\overline{A}B+BD$

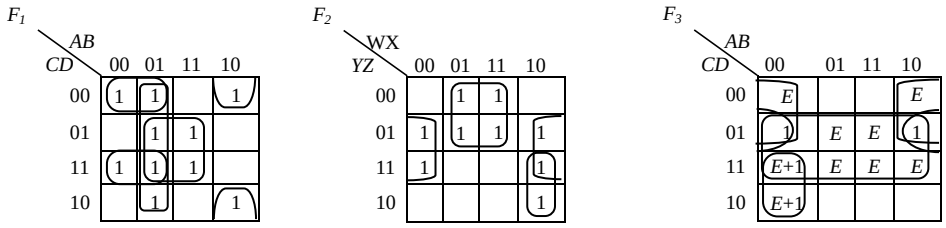
或 $F_1=\overline{B}\ \overline{C}\ \overline{D}+A\overline{B}\ \overline{D}+\overline{A}CD+\overline{A}B+BD$

（2） $F_2=\overline{X}Z+\overline{W}X\overline{Y}+W(\overline{X}Y+X\overline{Y})$

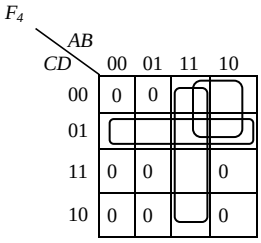
解： $F_2=X\overline{Y}+\overline{X}Z+W\,\overline{X}Y$

（3） $F_3=BDE+\overline{B}\,\overline{C}D+CDE+\overline{A}\,\overline{B}CE+\overline{A}\,\overline{B}C+\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}E$

解：$F_3=\overline{B}\ \overline{C}E+\overline{B}\ \overline{C}D+\overline{A}\ \overline{B}C+DE$



（4）$F_4(A,B,C,D)=(A+D)(\overline{B}+\overline{C}+\overline{D})(AB+\overline{C})$



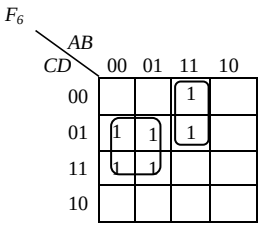
原式=$AB+\overline{C}D+A\overline{C}$

（5）$F_5(A,B,C,D,E)=(\overline{A}+\overline{B})(BCD+\overline{E})(\overline{B}+\overline{C}+\overline{E})(\overline{A}+\overline{C})$

ABC / ***DE***	**000**	**001**	**011**	**010**	**110**	**111**	**101**	**100**
00					0	0	0	
01	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0		0	0	0	0	0
10					0	0	0	

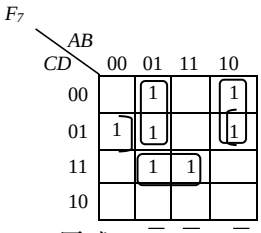
原式=$\overline{A}\overline{E}+\overline{B}\overline{C}\overline{E}+\overline{A}BCD$

（6）$F_6(A,B,C,D)=A\cdot\overline{\overline{B}+C}+\overline{A}D$



原式=$A\overline{D}+AB\overline{C}$

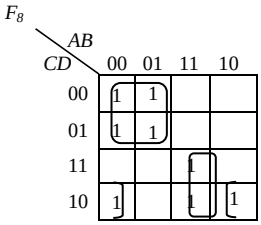
（7）$F_7(A,B,C,D)=(A\oplus B)\overline{C}+(B\oplus\overline{C})D$



原式= $\overline{A}B\overline{C}+A\overline{B}C+BCD+\overline{B}\overline{C}D$

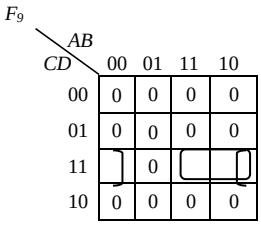
答案二：$\overline{A}B\overline{C}+A\overline{B}C+BCD+\overline{A}\overline{C}D$

（8） $F_8(A,B,C,D)=\overline{(A+C)(B+\overline{C}+D)(A+B+D)}+ABC$



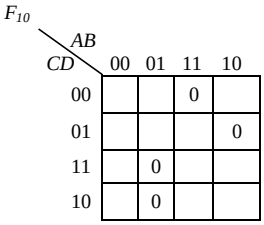
原式= $\overline{A}\overline{C}+ABC+\overline{B}C\overline{D}$

（9） $F_9(A,B,C,D)=(A+\overline{B})(\overline{A}+C)(B+C)(\overline{C}+D)$



原式= $ACD+\overline{B}CD$

（10） $F_{10}(A,B,C,D)=\Pi(6,7,9,12)$



答案一： $\overline{A}\overline{C}+AC+\overline{B}C+\overline{B}\overline{C}\overline{D}+ABD$

答案二： $\overline{A}\overline{C}+AC+\overline{B}C+\overline{B}\overline{C}\overline{D}+B\overline{C}D$

答案三： $\overline{A}\overline{B}+\overline{A}\overline{C}+AC+\overline{B}\overline{C}\overline{D}+ABD$

答案四： $\overline{A}\overline{B}+\overline{A}\overline{C}+AC+\overline{B}\overline{C}\overline{D}+B\overline{C}D$

3.17 用卡诺图化简下列函数，并求出最简或与式。

（1） $F_1(A,B,C)=\prod(0,\ 1,\ 4,\ 5)$

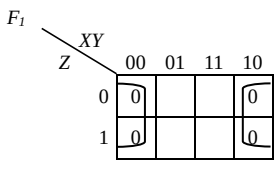
解： $F_1=B$

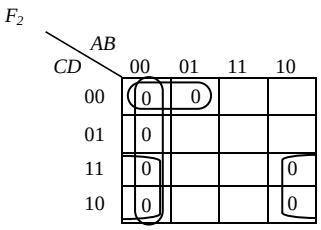
（2） $F_2(A,B,C,D)=\prod(0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 10,\ 11)$

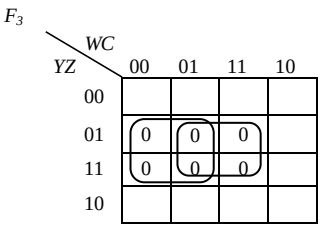
解： $F_2=(A+B)(B+\overline{C})(A+C+D)$

（3） $F_3(W,C,Y,Z)=\prod(1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 13,\ 15)$

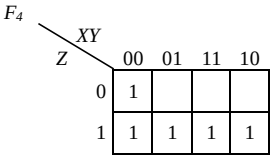
解： $F_3=(W+\overline{Z})(\overline{C}+\overline{Z})$





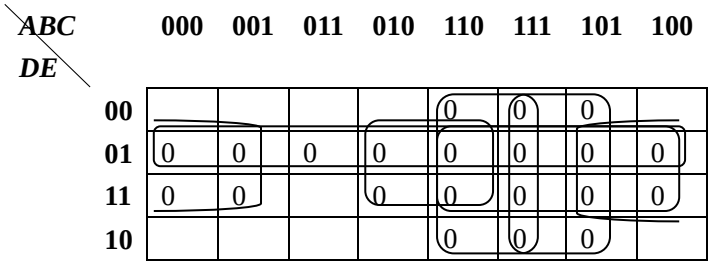


（4） $F_4(X,Y,Z)=\sum m(0,1,3,5,6,7)$



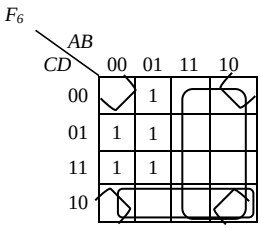
原式=$(\overline{Y}+Z)(\overline{X}+Z)$

（5） $F_5(A,B,C,D,E)=(\overline{A}+\overline{B})(BCD+\overline{E})(\overline{B}+C+\overline{E})(\overline{A}+\overline{C})$



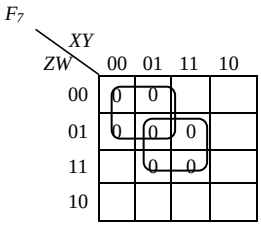
原式=$(D+\overline{E})(\overline{A}+\overline{B})(\overline{A}+\overline{C})(\overline{B}+C+\overline{E})(\overline{A}+\overline{E})(B+\overline{E})$

（6） $F_6(A,B,C,D)=\overline{A}\cdot\overline{\overline{B}+C}+\overline{A}D$



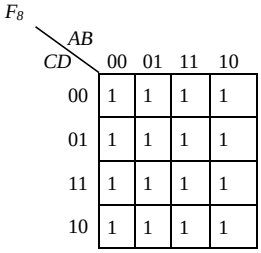
原式=$\overline{A}(\overline{C}+D)(B+D)$

（7） $F_7(X,Y,Z,W)=\Pi(0,1,4,5,7,13,15)$



原式=$(X+Z)(\overline{Y}+\overline{W})$

（8） $F_8(A,B,C,D)=\overline{(\overline{A}+\overline{B})D}+(\overline{A}\overline{C}+BD)\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}D+D$



原式=1

3.18　用卡诺图化简下列各式，并求出函数的最简与或式、最简或与式。

（1）$F_1=\overline{X}\,\overline{Z}+\overline{Y}\,\overline{Z}+Y\overline{Z}+XYZ$

解：$F_1=\overline{Z}+XY=(X+\overline{Z})(Y+\overline{Z})$

（2）$F_2=(A+\overline{B}+D)(\overline{A}+B+D)(\overline{A}+B+\overline{D})(B+\overline{C}+\overline{D})$

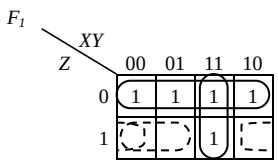
解：$F_2=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{D}+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+BD+AB$ 或 $=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{D}+\overline{A}\,\overline{C}D+BD+AB$

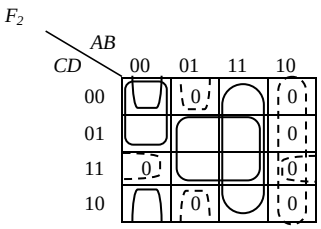
$=(B+\overline{C}+\overline{D})(A+\overline{B}+D)(\overline{A}+B)$

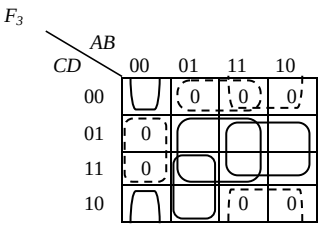
（3）$F_3=(\overline{A}+\overline{B}+D)(\overline{A}+D)(A+B+\overline{D})(A+\overline{B}+C+D)$

解：$F_3=BD+AD+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{D}+\overline{A}BC$ 或 $BD+AD+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{D}+\overline{A}C\overline{D}$

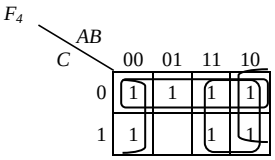
$=(A+B+\overline{D})(\overline{B}+C+D)(\overline{A}+D)$







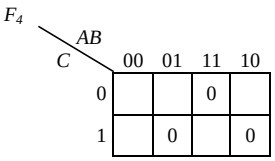
（4）$F_4(A,B,C)=(\overline{A}+B)(A+\overline{B})C+\overline{BC}$



最简与或式：$A+\overline{B}+\overline{C}$

最简或与式：$(A+\overline{B}+\overline{C})$

（5）$F_5(A,B,C)=\overline{A\overline{B}\overline{C}+A\overline{B}C+\overline{A}\overline{B}C}$



最简与或式：$\overline{A}\overline{C}+\overline{B}\overline{C}+\overline{A}\overline{B}+ABC$

最简或与式：$(\overline{A}+\overline{B}+C)(A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+B+\overline{C})$

（6）$F_6(A,B,C,D)=\overline{A\overline{B}\overline{C}+A\overline{B}C+\overline{A}\overline{B}C}+B\overline{D}$

求原函数的反函数

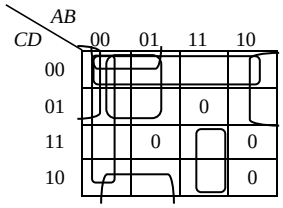
$\overline{F}_6=\overline{\overline{A\overline{B}\overline{C}+A\overline{B}C+\overline{A}\overline{B}C}+B\overline{D}}$

$=(A\overline{B}\overline{C}+A\overline{B}C+\overline{A}\overline{B}C)\overline{B}\overline{\overline{D}}$

$=(A\overline{B}\overline{C}+A\overline{B}C+\overline{A}\overline{B}C)(\overline{B}+D)$

$=A\overline{B}C+AB\overline{C}D+A\overline{B}CD+\overline{A}\overline{B}CD$

F_6



最简与或式：$\overline{A}\overline{B}+\overline{C}\overline{D}+\overline{A}\overline{C}+\overline{A}\overline{D}+\overline{B}\overline{C}+ABC$

最简或与式：$(\overline{A}+B+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C+\overline{D})(A+\overline{B}+\overline{C}+\overline{D})$

（7）$F_7(A,B,C,D)=A\overline{B}\overline{C}+\overline{\overline{A}\overline{B}+\overline{A}\overline{B}+BC}+AD$

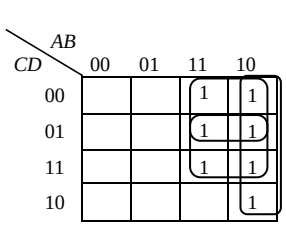
$F_7=A\overline{B}+A\overline{C}+AD+A\overline{B}\,\overline{\overline{A}\overline{B}}\,\overline{B\overline{C}}$

$=A\overline{B}+A\overline{C}+AD+A\overline{B}(A+B)(\overline{B}+\overline{C})$

$=A\overline{B}+A\overline{C}+AD+A\overline{B}+A\overline{B}\overline{C}$

$=A\overline{C}+AD+A\overline{B}$

F_7



最简与或式：$A\overline{C}+AD+A\overline{B}$

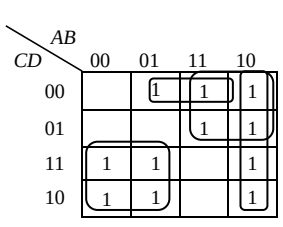
最简或与式：$A(\overline{B}+\overline{C}+D)$

（8）$F_8(A,B,C,D)=A\overline{B}\overline{C}+\overline{A}C+\overline{\overline{B}\overline{C}+\overline{A}D}$

$F_8=A\overline{B}+A\overline{C}+\overline{A}C+B\overline{C}\,\overline{\overline{A}D}$

$=A\overline{B}+A\overline{C}+\overline{A}C+AB\overline{C}+B\overline{C}\overline{D}$

F_8



最简与或式：$A\overline{B}+A\overline{C}+\overline{A}C+B\overline{C}\overline{D}$

或者 $\overline{B}C+A\overline{C}+\overline{A}C+B\overline{C}\overline{D}$

最简或与式：$(A+B+C)(A+C+\overline{D})(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$

3.19　试用最少与非门实现下列逻辑函数。

（1）$Y=\overline{A}\,\overline{C}+A\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}$

解：$Y=\overline{A}\,\overline{C}+A\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}=\overline{A}\,\overline{C}+\overline{B}\,\overline{C}=\overline{\overline{\overline{A}\,\overline{C}+\overline{B}\,\overline{C}}}$

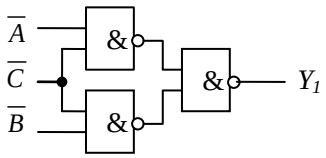
或 $Y_1=(\overline{A}+A\overline{B}+\overline{A}B)\overline{C}=(\overline{A}+\overline{B})\overline{C}=\overline{\overline{\overline{AB}\cdot\overline{C}}}$

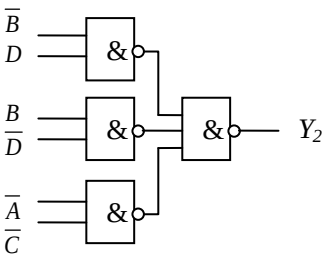
（2）$Y=A\overline{B}D+BC\overline{D}+\overline{A}\,\overline{B}D+B\overline{C}\,\overline{D}+\overline{A}\,\overline{C}$

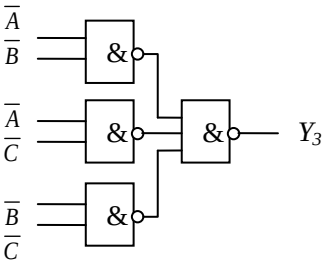
解：$Y_2=\overline{B}D+B\overline{D}+\overline{A}\,\overline{C}=\overline{\overline{\overline{B}D+B\overline{D}+\overline{A}\,\overline{C}}}=\overline{\overline{\overline{B}D}\cdot\overline{B\overline{D}}\cdot\overline{\overline{A}\,\overline{C}}}$

（3）$Y=\overline{AB+AC+\overline{A}BC}$

解：$Y_3=\overline{AB+(A+B)C}=(\overline{A}+\overline{B})(\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{C})=\overline{A}\,\overline{B}+\overline{A}\,\overline{C}+\overline{B}\,\overline{C}=\overline{\overline{\overline{A}\,\overline{B}}\cdot\overline{\overline{A}\,\overline{C}}\cdot\overline{\overline{B}\,\overline{C}}}$

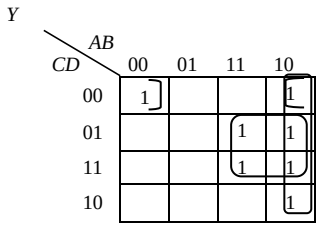






（4）$Y(A,B,C,D)=AD+A\overline{B}\,\overline{D}+\overline{A}\overline{B}\overline{C}\,\overline{D}$

化简为最简与或式

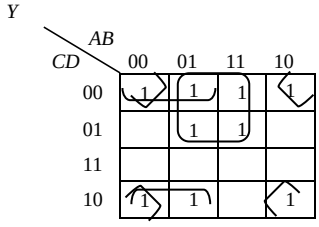


$AD+A\overline{B}+\overline{B}\overline{C}\,\overline{D}$

$=\overline{\overline{AD+A\overline{B}+\overline{B}\overline{C}\,\overline{D}}}$，电路图略

$=\overline{\overline{AD}\,\overline{A\overline{B}}\,\overline{\overline{B}\overline{C}\,\overline{D}}}$

（5）$Y(A,B,C,D)=\overline{C}\,\overline{D}+B\overline{C}D+\overline{B}C\overline{D}+\overline{A}BC\overline{D}$

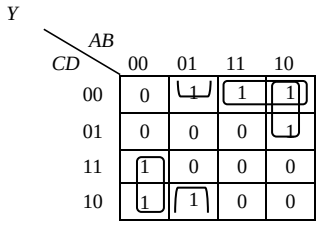


$B\overline{C}+\overline{A}\,\overline{D}+\overline{B}\,\overline{D}$

$=\overline{\overline{B\overline{C}}+\overline{\overline{A}\,\overline{D}}+\overline{\overline{B}\,\overline{D}}}$，电路图略

$=\overline{\overline{B\overline{C}}}\;\overline{\overline{A}\,\overline{D}}\;\overline{\overline{B}\,\overline{D}}$

（7）$Y(A,B,C,D)=(A+B+C)(\overline{B}+\overline{D})(\overline{A}+\overline{C})$

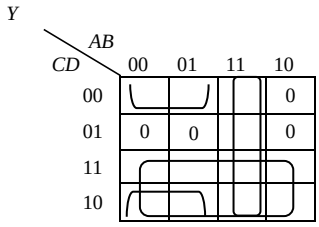


$A\overline{C}\,\overline{D}+A\overline{B}\overline{C}+\overline{A}B\overline{D}+\overline{A}\,\overline{B}C$

$=\overline{\overline{A\overline{C}\,\overline{D}}+\overline{A\overline{B}\overline{C}}+\overline{\overline{A}B\overline{D}}+\overline{\overline{A}\,\overline{B}C}}$，电路图略

$=\overline{\overline{A\overline{C}\,\overline{D}}}\;\overline{\overline{A\overline{B}\overline{C}}}\;\overline{\overline{\overline{A}B\overline{D}}}\;\overline{\overline{\overline{A}\,\overline{B}C}}$

（8）$Y(A,B,C,D)=M_1\cdot M_5\cdot M_8\cdot M_9$

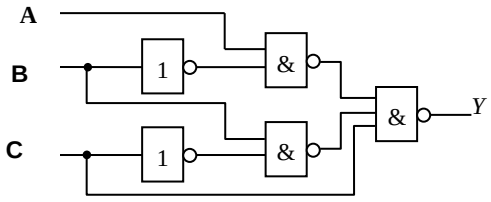


$AB+C+\overline{A}\,\overline{D}$

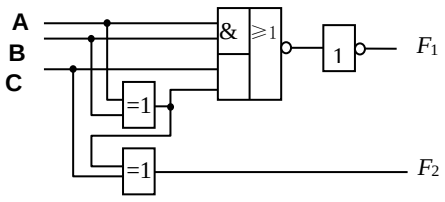
$=\overline{\overline{AB+C+\overline{A}\,\overline{D}}}$，电路图略

$=\overline{\overline{AB}}\;\overline{\overline{C}}\;\overline{\overline{\overline{A}\,\overline{D}}}$

3.20　写出题图 3.20 中各逻辑图的逻辑函数式，并化简为最简与或式。



(a)



(b)

题图 3.20

解：(a) $Y=\overline{\overline{A\overline{B}}\cdot\overline{B\overline{C}}\cdot C}=A\overline{B}+B\overline{C}+\overline{C}=A\overline{B}+\overline{C}$

(b) $F_1=\overline{\overline{AB+A\oplus B\cdot C}}=AB+(A\overline{B}+\overline{A}B)C=AB+A\overline{B}C+\overline{A}BC=AB+AC+BC$

$F_2=A\oplus B\oplus C=(A\overline{B}+\overline{A}B)\overline{C}+(\overline{A}\;\overline{B}+AB)C=A\overline{B}\;\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}\;\overline{B}C+ABC$

3.21　利用函数的随意状态化简函数，并求出最简与或式。

（1）$G=\overline{Y}+\overline{X}\,\overline{Z},\qquad d=YZ+XY$

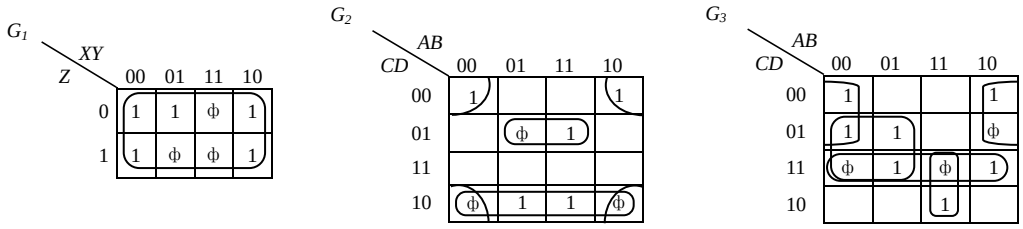
解：$G_1=1$

（2）$G=\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}+BC\overline{D}+AB\overline{C}D,\qquad d=\overline{B}C\overline{D}+\overline{A}B\overline{C}D$

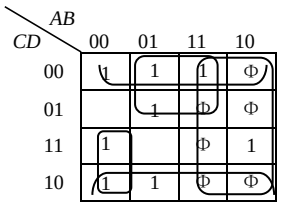
解：$G_2=\overline{B}\;\overline{D}+C\overline{D}+B\overline{C}D$

（3）$G(A,B,C,D)=\sum m(0,\ 1,\ 5,\ 7,\ 8,\ 11,\ 14)+\sum d(3,\ 9,\ 15)$

解：$G_3=\overline{B}\;\overline{C}+\overline{A}D+CD+ABC$　或　$\overline{B}\;\overline{C}+\overline{A}D+ABC+\overline{B}D$

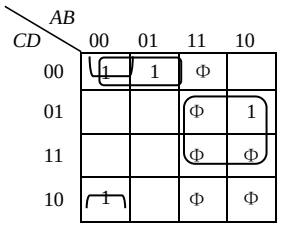


（4）$G(A,B,C,D)=\sum m(0,2,3,4,5,6,11,12)+\sum d(8,9,10,13,14,15)$



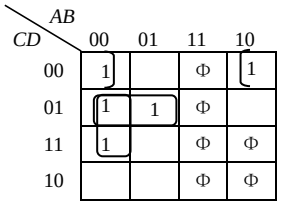
答：$A+\overline{D}+B\overline{C}+\overline{A}\overline{B}C$

（5）$G(A,B,C,D)=\overline{A+C+D}+\overline{A}\overline{B}C\overline{D}+A\overline{B}\overline{C}D,\qquad d=AB+AC$



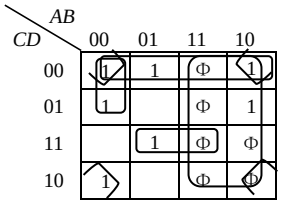
答：$\overline{AC\overline{D}}+\overline{\overline{A}\overline{B}D}$

（6）$G(A,B,C,D)=\sum m(0,1,3,5,8)+\sum d(10,11,12,13,14,15)$



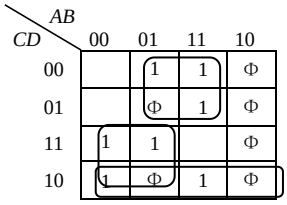
答：$\overline{B}\overline{C}\overline{D}+\overline{A}\overline{C}D+\overline{A}\overline{B}D$

（7） $G(A,B,C,D)=\sum m(0,1,2,4,7,8,9)+\sum d(10,11,12,13,14,15)$



答： $A+\overline{C}\,\overline{D}+\overline{B}\,\overline{D}+BCD+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$

（8） $G(A,B,C,D)=\sum m(2,3,4,7,12,13,14)+\sum d(5,6,8,9,10,11)$



答： $C\overline{D}+B\overline{C}+\overline{A}C$

3.22 化简下列逻辑函数为最简与或式。

（1） $Z_1=\overline{A}\,\overline{C}+\overline{A}B$， ***d* =AB + AC**

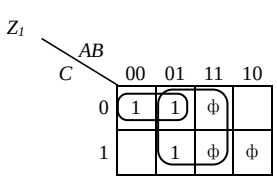
解： $Z_1=\overline{A}\ \overline{C}+B$

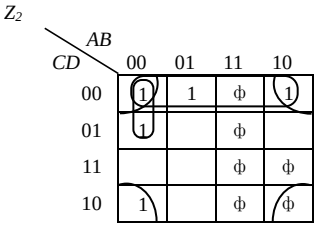
（2） $Z_2=\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}+\overline{A}B\overline{C}\,\overline{D}+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{D}$， ***d* =AB + AC**

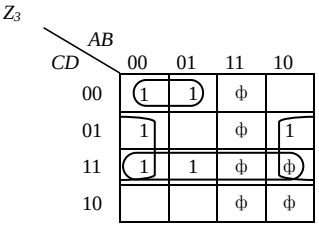
解： $Z_2=\overline{A}\ \overline{B}\ \overline{C}+\overline{C}\ \overline{D}+\overline{B}\ \overline{D}$

（3） $Z_3=\overline{A}\,\overline{C}\,\overline{D}+\overline{A}BCD+\overline{A}\,\overline{B}D+A\overline{B}\,\overline{C}D$， ***d* =AB + AC**

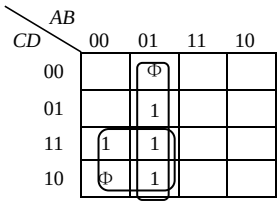
解： $Z_3=\overline{A}\ \overline{C}\ \overline{D}+\overline{B}D+CD$





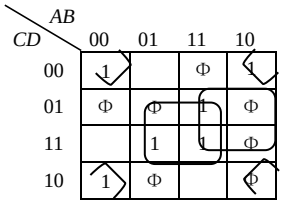


（4） $Z_4(A,B,C,D)=\sum m(3,5,6,7)+\sum d(2,4)$



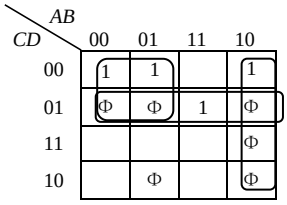
答： $\overline{A}B+\overline{A}C$

（5） $Z_5(A,B,C,D)=\sum m(0,2,7,8,13,15)+\sum d(1,5,6,9,10,11,12)$



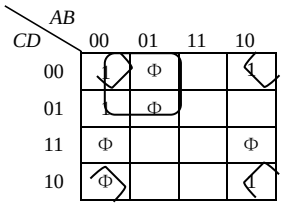
答： $BD+AD+\overline{B}\overline{D}$

（6） $Z_6(A,B,C,D)=\sum m(0,4,8,13)+\sum d(1,5,6,9,10,11)$， **更改题目，删除最小项中的 6**



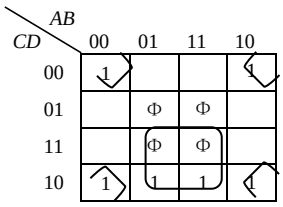
答： $A\overline{B}+\overline{C}D+\overline{A}\overline{C}$

（7） $Z_7(A,B,C,D)=\sum m(0,1,8,10)+\sum d(2,3,4,5,11)$



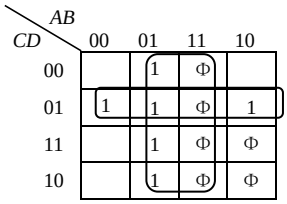
答： $\overline{A}\overline{C}+\overline{B}\overline{D}$

（8） $Z_8(A,B,C,D)=\sum m(0,2,6,8,10,14)+\sum d(5,7,13,15)$



答： $\overline{B}\overline{D}+BC$

（9） $Z_9(A,B,C,D)=\sum m(1,4,5,6,7,9)+\sum d(10,11,12,13,14,15)$



答： $B+\overline{C}D$

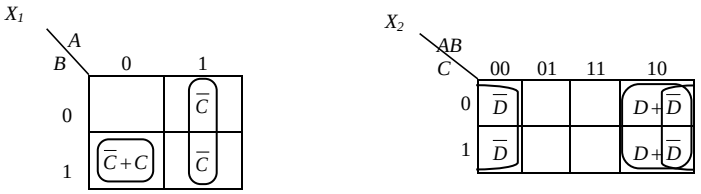
3.23　用 VEM 化简逻辑函数。

（1）$X=\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}BC+AB\overline{C}+A\overline{B}\,\overline{C}$，将变量 C 作为引入卡诺图的变量。

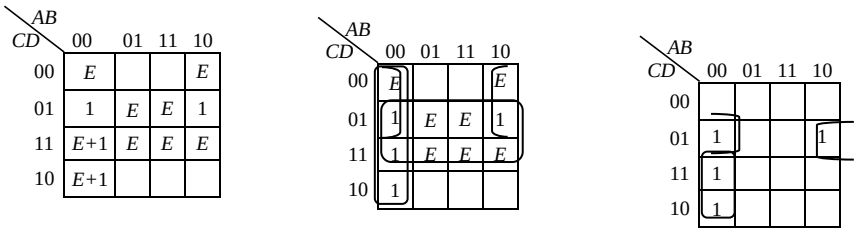
解：$X_1=\overline{A}B+A\overline{C}$

（2）$X=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}+\overline{A}\,\overline{B}C\overline{D}+A\overline{B}\,\overline{C}D+A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}+A\overline{B}C\overline{D}+A\overline{B}CD$，将变量 D 作为引入卡诺图的变量。

解：$X_2=\overline{B}\ \overline{D}+A\overline{B}$

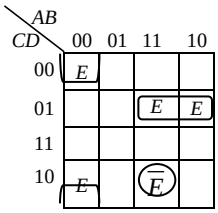


（3）$X=BDE+\overline{B}\,\overline{C}D+CDE+\overline{A}\,\overline{B}CE+\overline{A}\,\overline{B}C+\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}E$，将变量 E 作为引入变量。



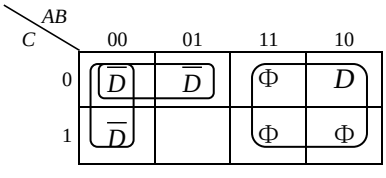
答：$DE+\overline{A}\,\overline{B}E+\overline{B}\,\overline{C}E+\overline{B}\,\overline{C}D+\overline{A}\,\overline{B}C$

（4）$X=ABC\overline{D}\,\overline{E}+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{D}E+A\overline{C}DE+\overline{A}C\overline{BE+\overline{C}D}$，将变量 E 作为引入变量。



答：$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{D}E+A\overline{C}DE+ABC\overline{D}\,\overline{E}$

（5）$X(A,B,C,D)=\overline{A+C+D}+\overline{A}\,\overline{B}C\overline{D}+A\overline{B}\,\overline{C}D,\quad d=AB+AC$，将变量 D 作为引入变量。



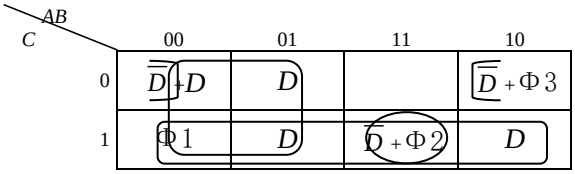
答：$AD+\overline{A}\,\overline{C}\,\overline{D}+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{D}$

（6） $X(A,B,C,D)=\sum m(0,1,5,7,8,11,14)+\sum d(3,9,15)$，将变量 D 作为引入变量。

Φ 可以是 D 或 $\overline{D}$

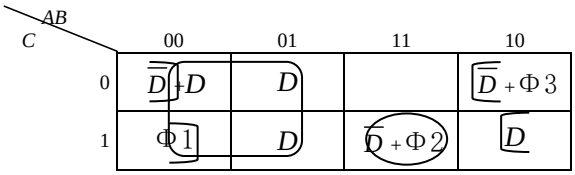
情况一：Φ1=D，Φ2=D，Φ3=$\overline{D}$

答案： $\overline{A}D+CD+\overline{B}\overline{C}\overline{D}+ABC$



情况二：Φ1=D，Φ2=$\overline{D}$，Φ3=$\overline{D}$

答案： $\overline{A}D+ABC+\overline{B}CD+\overline{B}\overline{C}\overline{D}$



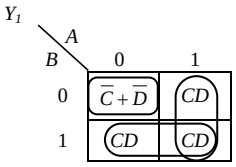
3.24　用 VEM 化简下列逻辑函数，将变量 *C*、*D* 作为引入卡诺图的变量。

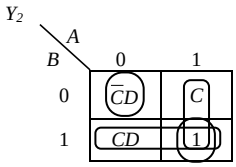
（1） $Y=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D+\overline{A}\,\overline{B}C\overline{D}+\overline{A}BCD+A\overline{B}CD+ABCD$

解： $Y_1=\overline{A}\ \overline{B}\ \overline{C}+\overline{A}\ \overline{B}\ \overline{D}+ACD+BCD$

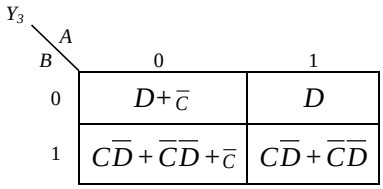
（2） $Y=A\overline{B}CD+AB\overline{C}D+ABC\overline{D}+AB\overline{C}\ \overline{D}+\overline{A}BCD+A\overline{B}C\overline{D}+\overline{A}\ \overline{B}\ \overline{C}D+ABCD$

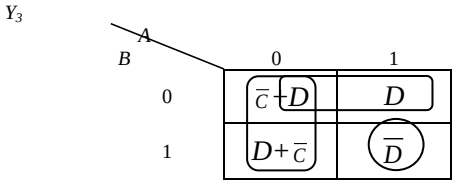
解： $Y_2=\overline{A}\ \overline{B}\ \overline{C}D+AC+BCD+AB$





（3） $Y(A,B,C,D)=A\overline{B}D+BC\overline{D}+\overline{A}\,\overline{B}D+B\overline{C}\,\overline{D}+\overline{A}\,\overline{C}$





答案： $A\overline{C}+AD+\overline{B}D+AB\overline{D}$