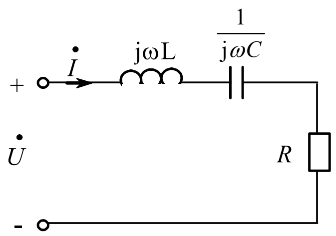
6-1 在 RLC 串联谐振电路中，已知 $R=5\,\Omega$，$L=400\,\text{mH}$，外加电压 $U=1\,\text{V}$，$\omega=5000\,\text{rad/s}$，求电容的值以及电路中的电流和各元件电压的瞬时表达式。



题 6-1 图

解 电路发生串联谐振，则 $\omega L=\dfrac{1}{\omega C}$，所以，$C=\dfrac{1}{\omega^2 L}$

将已知条件代入，得

$$C=\frac{1}{5000^2\times400\times10^{-3}}=1\times10^{-7}\,\text{F}$$

令 $\dot{U}=1\angle0^\circ\,\text{V}$

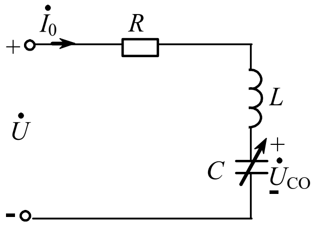
则 $\dot{I}=\dfrac{\dot{U}}{R}=0.2\angle0^\circ\,\text{A}$，$\dot{U}_L=\text{j}\omega L\dot{I}=400\angle90^\circ\,\text{V}$，$\dot{U}_C=-\text{j}\dfrac{1}{\omega C}\dot{I}=400\angle(-90^\circ)\,\text{V}$

所以，电路中的电流和各元件电压的瞬时表达式为

$i(t)=0.2\sqrt{2}\cos5000t\,\text{A}$，$u_L(t)=400\sqrt{2}\cos(5000t+90^\circ)\,\text{V}$

$u_C(t)=400\sqrt{2}\cos(5000t-90^\circ)\,\text{V}$，$u_R(t)=i(t)R=\sqrt{2}\cos5000t\,\text{V}$

6-2 在题 6-2 图所示电路中，电源电压 $U=10\,\text{V}$，角频率 $\omega=3\,000\,\text{rad/s}$。调节电容 C 使电路达到谐振，谐振电流 $I_0=100\,\text{mA}$，谐振电容电压 $U_{\text{co}}=200\,\text{V}$。试求 R、L、C 之值及回路的品质因数 Q。



题 6-2 图

解 电路发生谐振，有

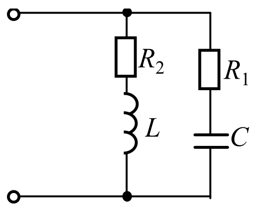
$$R=\frac{U}{I_{\text{o}}}=\frac{10}{100\times10^{-3}}=100\Omega$$

$$U_{\text{co}}=I_{\text{o}}X_C=I_{\text{o}}\frac{1}{\omega C}\ \rightarrow\ C=\frac{I_{\text{o}}}{U_{co}\omega}=\frac{100\times10^{-3}}{200\times300}\approx0.17\mu\text{F}$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \;\rightarrow\; L = \frac{1}{\omega^2 C} = 0.667\,H$$

回路的品质因数 Q 为 $\quad Q = \frac{U_{CO}}{U} = 20$

6-3 对于题 6-3 图所示电路，(1) 试求它的并联谐振角频率表达式，并说明电路各参数间应满足什么条件才能实现并联谐振；(2) 当 $R_1 = R_2 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ 时，试问电路将出现什么样的情况？



题 6-3 图

解 (1) 题 6-3 图所示电路的等效导纳和等效阻抗分别为

$$Y = \frac{1}{R_2 + \mathrm{j}\omega L} + \frac{1}{R_1 - \mathrm{j}\frac{1}{\omega C}}，\quad Z = \frac{(R_2 + \mathrm{j}\omega L)(R_1 - \mathrm{j}\frac{1}{\omega C})}{R_2 + \mathrm{j}\omega L + R_1 - \mathrm{j}\frac{1}{\omega C}}$$

对等效阻抗表达式化简，并令其虚部为零，得

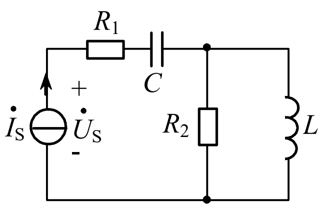
$$\omega = \sqrt{\frac{R_2^2 C - L}{R_1^2 L C^2 - L^2 C}}$$

要使上式ω成立，必有

$$R_1 \neq \sqrt{\frac{L}{C}}，\quad R_2 \neq \sqrt{\frac{L}{C}}$$

(2) 当 $R_1 = R_2 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ 时，谐振角频率的表达式为不定式，但代入导纳表达式，发现使虚部为零的ω存在，说明此时电路仍处于谐振状态。

6-4 在题 6-4 图所示电路中，$I_S = 1\,\mathrm{A}$，$\omega = 1000\,\mathrm{rad/s}$ 时电路发生谐振，已知 $R_1 = R_2 = 100\,\Omega$，$L = 0.2\mathrm{H}$，试求谐振时的电容值及电流源电压。



题 6-4 图

解 题 6-4 图所示电路的输入阻抗为

$$Z_{in}=R_1+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}+\frac{R_2\times \mathrm{j}\omega L}{R_2+\mathrm{j}\omega L}=R_1+\frac{R_2\omega^2L^2}{R_2+\omega^2L^2}+\mathrm{j}(\frac{R_2\omega^2L^2}{R_2+\omega^2L^2}-\frac{1}{\omega C})$$

电路发生谐振，则必有

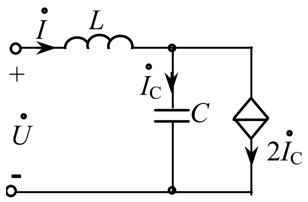
$$\frac{R_2\omega^2L^2}{R_2+\omega^2L^2}-\frac{1}{\omega C}=0$$

将已知条件代入，得 C =25μF

所以，谐振时输入阻抗为 $Z_{in}=R_1+\dfrac{R_2\omega^2L^2}{R_2+\omega^2L^2}=180\Omega$

从而，有电流源电压为 $\dot{U}_{i_s}=\dot{I}_SZ_{in}=180\mathrm{V}$

6-5 试求题 6-5 图所示电路发生谐振时的角频率。



题 6-5 图

解 由题 6-5 图所示电路列 KCL 方程，有

$$\dot{I}=\dot{I}_C+2\dot{I}_C=3\dot{I}_C$$

列 KVL 方程，有

$$\dot{U}=\mathrm{j}\omega L\dot{I}+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}\dot{I}_C=\mathrm{j}\omega L\dot{I}+\frac{1}{3\mathrm{j}\omega C}\dot{I}$$

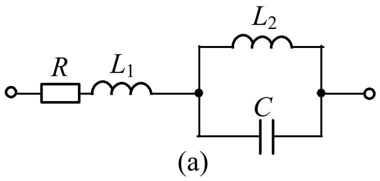
所以，电路的输入阻抗为

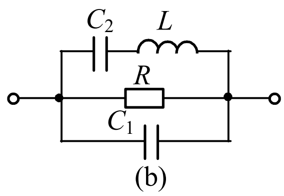
$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\mathrm{j}\omega L-\mathrm{j}\frac{1}{3\omega C}$$

发生谐振时，必有 $\omega L-\dfrac{1}{3\omega C}=0$

所以，谐振时的角频率为 $\omega=\dfrac{1}{\sqrt{3\omega L}}$

6-6 试求题 6-6 图所示各电路的谐振角频率的表达式。





题 6-6 图

解 (a) 题 6-6(a)图所示电路的等效阻抗为

$$Z = R + \mathrm{j}\omega L_1 + \frac{\mathrm{j}\omega L_2 \cdot \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{\mathrm{j}\omega L_2 + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}} = R + \mathrm{j}\omega L_1 + \frac{\mathrm{j}\omega L_2}{1-\omega^2 L_2 C} = R + \mathrm{j}\frac{\omega(L_1+L_2)-\omega^3 L_1 L_2 C}{1-\omega^2 L_2 C}$$

电路发生谐振时，必有 $\dfrac{\omega(L_1+L_2)-\omega^3 L_1 L_2 C}{1-\omega^2 L_2 C} = 0$

(1) 当$1-\omega^2 L_2 C = 0,\quad \omega = \dfrac{1}{\sqrt{L_2 C}}$ 支路 L_2C 发生并联谐振。

(2) 当$\omega(L_1+L_2)-\omega^3 L_1 L_2 C = 0,\quad \omega = \sqrt{\dfrac{L_1+L_2}{L_1 L_2 C}}$ 电路发生串联谐振。

(b) 题 6-6(b)图所示电路的等效导纳为

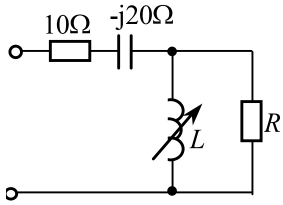
$$Y = \frac{1}{R} + \mathrm{j}\omega C_1 + \frac{1}{\mathrm{j}\omega L + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C_2}} = \frac{1}{R} + \mathrm{j}\omega C_1 + \frac{\mathrm{j}\omega C_2}{1-\omega^2 L C_2}$$

电路发生谐振时， 必有 $\omega C_1 + \dfrac{\omega C_2}{1-\omega^2 L C_2} = 0$

(1) 当$1-\omega^2 L C_2 = 0,\quad \omega = \dfrac{1}{\sqrt{L C_2}}$ 支路 LC_2 发生串联谐振。

(2) 当$\omega(C_1+C_2)-\omega^3 C_1 C_2 L = 0,\quad \omega = \sqrt{\dfrac{C_1+C_2}{C_1 C_2 L}}$ 电路发生并联谐振。

6-7 对于题 6-7 图所示电路，在给定电源的角频率为 1000 rad/s 的条件下，改变电感 L 以调整电路的功率因数。假定只有一个 L 值能使电路呈现 cosϕ=1 的状态，试确定满足此条件的 R 值，进而求出当电路 cosϕ=1 时的 L 值和电路的总阻抗 Z。



题 6-7 图

解 题 6-7 图所示电路中，令

$Z_1 = 10 - j20\,\Omega$，$Y_1 = \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{j\omega L} = \dfrac{R + j\omega L}{j\omega RL}$

则电路的等效阻抗为

$$Z = 10 - j20 + \frac{j\omega RL}{R + j\omega L} = 10 + \frac{\omega^2 L^2 R}{R^2 + (\omega L)^2} - j20 + j\frac{\omega LR^2}{R^2 + (\omega L)^2}$$

使电路呈现 cosϕ=1 的状态时，必有 $\dfrac{\omega LR^2}{R^2 + (\omega L)^2} = 20$

将ω=1000 rad/s 代入上式，并整理，得

$$2\times 10^7 L^2 - 10^3 R^2 L + 20R^2 = 0$$

由题意只有一个 L 值，则有

$$\Delta = (-10^3 R^2)^2 - 4\times 2\times 10^7 \times 20R^2 = 0$$

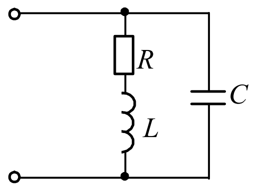
求得 $R = 40\,\Omega$

此时 $L = \dfrac{10^3 R^2}{2\times 2\times 10^7} = 4\times 10^{-2}\ \mathrm{H} = 10\,\mathrm{mH}$

电路的总阻抗 Z 为

$$Z = 10 + \frac{\omega^2 L^2 R}{R^2 + (\omega L)^2} = 30\,\Omega$$

6-8 题 6-8 图所示为一无线电发射机的输出网络，谐振频率为 1030kHz，通频带为 20kHz, 谐振时的总阻抗为 8000 Ω，求 R、L、C 的值，并绘出幅频和相频特性曲线草图。



题 6-8 图

解 由题意可知

$$\begin{cases} Z = \dfrac{L}{RC} & (1) \\ Q = \dfrac{\omega_o L}{R} = \dfrac{\omega_o}{\Delta\omega} = 51.5 & (2) \end{cases}$$

求得 $C = \dfrac{1}{\Delta\omega Z} = \dfrac{1}{2\pi\times 20\times 10^3 \times 8000} = 1000\mathrm{pF}$

电路发生谐振时，有

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{1-\frac{CR^2}{L}} \qquad (3)$$

将式(3)和(1)代入(2)，并整理得 $Q = \sqrt{\frac{Z-R}{R}}$

从而，有 $R = \frac{Z}{Q^2+1} = \frac{8000}{51.5^2+1} = 3\,\Omega$

将 R、C 值代入(1)式，得

$L = RCZ = 24\,\mu\text{H}$