

北京航空航天大学

2018—2019 学年 第 2 学期期末

《离散数学(信息类)》

考试 A 卷

班 级 _____ 学 号 _____

姓 名 _____ 成 绩 _____

2019 年 06 月 25 日

《离散数学(信息类)》期末考试卷

注意事项：1、考生应自觉服从监考人员的管理，不得以任何理由妨碍监考人员履行职责，不得扰乱考场秩序。

2、考生在考场内必须保持安静，不准喧哗、左顾右盼、打手势等，不准夹带、旁窥、抄袭或有意让他人抄袭，不准传抄答案或交换试卷。

题目：

一、简答题.....(20 分)

二、论述题.....(20 分)

三、判断题.....(20 分)

四、范式题.....(10 分)

五、证明题.....(30 分)

1. 简答题（20 分）

(1). 任选一组完备的逻辑连词，给出命题逻辑合式公式的定义。（5 分）

(2). 给出谓词逻辑合式公式的语义（合式公式由联结词集合 $\{\wedge, \vee, \neg\}$ 和量词 \forall 生成）。（6 分）

(3). 用逻辑公式描述以下自然语言命题：（4 分）

对于每一个自然数 n ，存在且仅存在一个 n 的后继数。

(4). 给出谓词逻辑公理系统。（5 分）

2. 论述题（20 分）


(1). 请论述谓词逻辑的演绎定理，并说明如何应用。（6 分）

(2). 在自然数论域， $Q(x)$ 表示 x 是自然数，在整数论域， $Q(x)$ 表示 x 是整数。在自然数论域和整数论域上分别求下列命题的逻辑真值。（8 分）

- a) $\forall x(Q(x) \rightarrow 0 \leq x)$
- b) $\forall x (Q(x) \rightarrow \exists y(Q(y) \rightarrow y < x))$
- c) $\forall x \forall y(Q(x) \wedge Q(y) \rightarrow x+y=y+x)$
- d) $\forall x \forall y(Q(x) \wedge Q(y) \rightarrow x+y > y)$

(3). 请论述谓词逻辑公式的永真式、可满足式、永假式，以及它们的关系。(6分)

3. 判断题(20分，每题5分)

(1). $\forall x(A \rightarrow B) \Leftrightarrow \exists x A \rightarrow B$ 是否成立？给出理由 

(2). $A \models B$, 当且仅当 $A \rightarrow B$ 是永真式，是否成立？给出理由。

(3). $\exists x \forall y P(x, y) \models \forall y \exists x P(x, y)$ 是否成立？不成立给出反例。

(4). $\forall x (Q(x) \vee R(x)) \models \forall x Q(x) \vee \forall x R(x)$ 是否成立? 不成立给出反例。

4. 范式题 (10 分)

(1). 求公式 $\neg \forall x P(x) \rightarrow \exists x Q(y, x, z)$ 的前束范式。(4 分)

(2). 根据下列真值表，写出 S 对应的命题逻辑主合取范式和主析取范式。(6 分)

输入			输出
A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

5.证明题（30 分）

(1). 证明等值式 $\forall x \neg A \Leftrightarrow \neg \exists x A$ 。(10 分)



(2). 用命题逻辑公理方法证明(注：只能用公理系统的公理和规则，10 分)。

$\vdash (P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow (Q \rightarrow (P \rightarrow R))$

(3). 用谓词逻辑公理方法证明(注：只能用公理系统的公理和规则，10 分)。

$$\vdash \forall x(P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow (\forall xP(x) \rightarrow \forall xQ(x))$$