

判断题:

1-5: T F F **F** F    6-10: F T F F F    11-16: F T T **F** T F

问答题:

1. (1) 属于减可变规模变种的应用。(2) 当节点个数等于二叉查找树的高度时表现出最差的效率。(3) 此时查找和插入算法在最坏情况的时间复杂度都是  $O(n)$ 。

2. (1) **伪多项式时间算法是一种在  $L$  值的多项式时间内运行的算法，其中  $L$  是输入实例中的最大数值。**

(2) Monte Carlo 算法每次都能得到问题的解，但不保证所得解的准确性；Las Vegas 算法是每次不一定得到问题的解，只要得到的解一定是正确的解；可以在 Monte Carlo 算法后加上一个验证算法，如果正确就得到解，如果错误就不能生成问题的解，这样 Monte Carlo 算法便转化为了 Las Vegas 算法。

3. **AVL 树和 2-3 树能够维持树的平衡，避免树的退化，它们在最坏情况下插入和查找的时间复杂度均为  $O(\log_2 n)$ 。**

4. **0/1 背包问题的一个多项式等价判定问题是给定价值为  $v_1, v_2, \dots, v_n$ ，重量为  $w_1, w_2, \dots, w_n$  的  $n$  个项和两个整数  $v^*$  和  $w^*$ ，问是否存在一个子集  $S$ ，使得  $\sum_{i \in S} v(i) \geq v^*$ ，且  $\sum_{i \in S} w(i) \leq w^*$ 。**

**若存在 0/1 背包问题的多项式算法，则可用其在多项式时间内求解该判定问题，令背包容量等于  $w^*$ ，求出 0/1 背包问题的最优子集  $S$ ，则可以通过判断  $S$  是否满足  $\sum_{i \in S} v(i) \geq v^*$  来确定判定问题的解。**

**若存在该判定问题的多项式算法，则可以在可能的价值范围内进行二分搜索，在各搜索点上解判定问题以确定 0/1 背包问题的最优解，令  $v = \sum_{i \leq n} v(i)$  可在  $O(\log(V))$  时间内求得解。**

5. 属于 NP 问题。因为可以在多项式的时间验证一个候选路径是否符合条件。

分治题:

```
1. // num : 逆序数
num <- 0;
Merge(Type a[], Type left, Type mid, Type right)
{
    i <- left, j <- right;
    while( i < mid && j < right)
    {
        if(a[j]) > a[i])
        {
            num += mid - i;
        }
    }
}
MergeSort(Type a[], Type left, Type right)
{
    if(left < right)
    {
        mid <- (left + right) / 2;
```

```

    MergeSort(a, left, i);
    MergeSort(a, mid + 1, right);
    Merge(a, left, i, right);
}
}

```

算法思路：以归并排序为基础，在两两集合合并的时候如果前一个集合的元素  $a[i] > a[j]$ ，那么说明需要调整次序，逆序数  $num = num + mid - i$ 。

时间复杂度的迭代公式为  $T(n) = \begin{cases} 1 & n = 1; \\ 2T(n/2) + O(n) & n > 1 \end{cases}$  因此算法的时间复杂度为

$T(n) = O(n \log n)$ ;

蛮力法的时间复杂度为  $O(n^2)$ ，当  $n$  数目较大时，分治法计算规模远小于蛮力法。

```

2. num <- src[0];
   count <- 0;
   for i <- 0 to n-1 do
   {
       if(num == src[i])
       {
           count++;
       }
       else
       {
           count--;
           if(count < 0)
           {
               num <- src[i];
           }
       }
   }
}

```

采用减治的思想每一个减去一个元素，时间复杂度为  $O(n)$ ，蛮力法的时间复杂度为  $O(n^2)$ 。

### 动态规划题：

1.

k=1

month=1	2	3	4	5	6
cost	5	6.5	8	9.5	11
reservation	0	1	2	3	4

k=2

	2	3	4	5	6
0				9.5	11.5
1			12	14	17.5

2		11.5	13.5	15.5	19		
3	11	13	15	17	20.5		
4	12.5	14.5	16.5	18.5	22		
5	14	16	18	20	23.5		
6	16.5	17.5	19.5	21.5			
curproduction	5	6	7	8	9	10	11
curmincost	9.5	11.5	14	16	17.5	19.5	21.5
reservation	0	1	2	3	4	5	6

month=3

	5	6	7	8	9	10	11
0			14	16.5	18.5	21	23.5
1		15.5	18.5	21	23	25.5	
2	14.5	17	20	22.5	24.5		
3	16	18.5	21.5	24			
4	17.5	20	23				
5	19	21.5					
6	20.5						
curproduction	7	8	9	10	11		
curmincost	14	16	17.5	19	20.5		
reservation	0	1	2	3	4		

month=4

	7	8	9	10	11
0					20.5
1				23	
2			22.5		
3		22			
4	21				
5					
6					

故最小生产投入为 20.5（千元），其中投入策略如下表格：

month	1	2	3	4
input	5	0	6	0

2.

K: 项目的编号,  $k=1,2,3$ ;

$x_k$ : 投资的数目, 显然  $x_k=0,1,2,3,4,5,6,7,8$ ;

$g_k(x_k)$ : 把数目为  $x_k$  钱投资到项目  $k$  得到的收益;

$f_k(x_k)$ : 把数目为  $x_k$  的钱投资得到的最大收益 (可以投资的范围为项目  $k \sim n$ );

状态变量  $x_k$ : 表示投资的数目;

决策变量  $u_k$ : 表示投给项目  $k$  的投资额;

状态转移方程:  $f_k(x_k)=\max\{g_k(u_k)+f_{k+1}(x_k-u_k)\}$ ,  $u_k=0,1,\dots,x_k$ ;

$f_n(x_n)=g_n(x_n)$

项目个数  $n=3$ ， $x_k$  最大取 8，问题划分为三个阶段：

$k=3$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	4	26	40	45	50	51	52	53

$k=2$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	4	26	40	45	50	51	52	53
1	5	9	31	45	50	55	56	57	
2	15	24	41	55	60	65	66		
3	40	44	66	80	85	90			
4	60	64	86	100	105				
5	70	74	96	110					
6	73	77	99						
7	74	78							
8	75								

$k=1$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
	0	5	26	40	60	70	86	100	110
1	5							105	
2	15						101		
3	40					110			
4	80				140				
5	90			130					
6	95		121						
7	98	103							
8	100								

由上表可知：最大获益为 140 万元，其中对项目 1 投资 4 万，项目 2 投资 4 万，项目 3 投资 0 元。

分支限界题：