รายงานสรุปสำหรับพรีเซ้น

Kundur Two-Area Four-Machine System

Power Flow, SSSA และ Fault Simulation

N-Bus Power Flow Studio

มิถุนายน 2026

Abstract

เอกสารนี้สรุปภาพรวมงาน Kundur Example 12.6 สำหรับใช้เตรียมพรีเซ้น โดยครอบคลุมโครงสร้างโปรเจค สถาปัตยกรรมของโค้ด ทฤษฎี power flow ทฤษฎี small-signal stability และโมเดล synchronous generator แบบ 6th-order Sauer–Pai ที่ใช้ในงาน SSSA รวมถึงการเชื่อมโยงสมการกับไฟล์โค้ดจริงและผลลัพธ์ที่ใช้ตอบ feedback เช่น eigenvalue real-imaginary plot และ fault time-domain simulation

Contents

1 ภาพรวมงานที่ทำ 4

2 คำตอบสำหรับคำถามเรื่อง script / OOP / จำนวนไฟล์ 4

3 สถาปัตยกรรมของระบบโค้ด 5
- 3.1 Layer 1: Case/Data Layer . . . 6
- 3.2 Layer 2: Power Flow Layer . . . 6
- 3.3 Layer 3: Small-Signal Stability Layer . . . 6
- 3.4 Layer 4: Fault Simulation Layer . . . 6
- 3.5 Layer 5: Report Generation Layer . . . 6

4 ทฤษฎี Power Flow ที่ใช้ 6

5 ทฤษฎี Small-Signal Stability Analysis 7

6 Generator Model: 6th-order Sauer–Pai 8
- 6.1 คำตอบสั้น . . . 8
- 6.2 State variables ต่อ generator . . . 8
- 6.3 Gamma factors . . . 8
- 6.4 Subtransient internal voltages . . . 9
- 6.5 Stator algebraic equations . . . 9
- 6.6 Effective currents . . . 9
- 6.7 Differential equations ครบ 6-order . . . 9

7 Per-unit base scaling 10

8 ผลลัพธ์และกราฟตาม feedback 10
- 8.1 Eigen real-imag plot ของ Table 4 . . . 10
- 8.2 Fault time-domain simulation . . . 11

9 โมเดลที่ส่งคืออะไร 12
- 9.1 โมเดลในรายงานหลัก . . . 12
- 9.2 โมเดล SSSA ที่ implement . . . 12
- 9.3 โมเดล fault simulation . . . 13

10 วิธีรัน 13

11 Script สำหรับพูดพรีเซ้นแบบสั้น 13

12 คำถามที่อาจโดนถาม 14

13 สรุป 15

1 ภาพรวมงานที่ทำ

งานนี้อ้างอิงระบบ benchmark จากหนังสือ Kundur *Power System Stability and Control* ใน Example 12.6 และ Table E12.3 ซึ่งเป็นระบบ two-area four-machine system สำหรับศึกษาปัญหา interarea oscillation

ระบบมีลักษณะสำคัญดังนี้

- Area 1 มีเครื่องกำเนิด G1 และ G2
- Area 2 มีเครื่องกำเนิด G3 และ G4
- ทั้งสอง area เชื่อมด้วยสายส่ง 230 kV tie-line
- มี power transfer ระหว่าง area ประมาณ 400 MW
- mode สำคัญคือ interarea mode ประมาณ 0.5 Hz ซึ่งเป็น benchmark ที่นิยมใช้ในงาน power-system stability

สิ่งที่โค้ดในโปรเจคทำคือ

1. แก้ power flow ด้วย Newton–Raphson solver ที่เขียนเอง
2. ใช้ผล power flow เป็น operating point
3. สร้างโมเดล synchronous generator แบบ 6th-order Sauer–Pai สำหรับ SSSA
4. สร้าง DAE residual และ linearize รอบ operating point
5. ลดรูป DAE เป็น state matrix ด้วย Schur complement
6. หา eigenvalues, frequency, damping ratio
7. plot eigenvalue real-imaginary ของ Table 4 / Kundur Table E12.3
8. ทำ time-domain fault simulation โดยใส่ 3-phase fault ที่ bus 8
9. generate report PDF พร้อมรูปและตาราง

2 คำตอบสำหรับคำถามเรื่อง script / OOP / จำนวนไฟล์

ถ้าถูกถามว่า “เขียนเป็น scripting กี่ไฟล์ หรือทำเป็น OOP?” สามารถตอบได้ว่า

> งานนี้ไม่ได้ทำเป็น OOP class ครับ เป็น MATLAB script และ modular function packages ครับ ไฟล์หลักสำหรับ generate report คือ `generate_kundur_ex126_report.m` แล้วเรียก function ใน package ของโปรเจค เช่น `+pfsolver`, `+stability`, และ `+cases` ครับ

ไฟล์สำคัญมีดังนี้

หน้าที่	ไฟล์
Main script สำหรับ generate report/figures/tables	`generate_kundur_ex126_report.m`
ข้อมูลระบบ Kundur Example 12.6	`+cases/case_kundur_two_area_classical.m`
Power-flow Newton–Raphson solver	`+pfsolver/powerflow_newton_raphson.m`
SSSA 6th-order public entry point	`+stability/kundur_ex126_sixth_order_ssa.m`
SSSA implementation จริง แบบ Sauer–Pai	`+stability/kundur_ex126_sauer_pai_ssa.m`
Fault time-domain simulation	`+stability/kundur_fault_simulation.m`
ไฟล์สมการ 6-order แบบย่อสำหรับส่งให้อ่าน	`kundur_6order_sauer_pai_equations.m`
Report PDF หลัก	`docs/source/report_kundur_ex126_classical.pdf`
Checklist feedback	`FEEDBACK_CHECKLIST.md`

สรุปสั้น ๆ คือ

- ไม่ใช่ OOP class
- เป็น script + function modules
- ใช้ MATLAB package folders เช่น `+stability`, `+pfsolver`, `+cases`
- entry point สำหรับสร้างรายงานคือ `generate_kundur_ex126_report.m`

3 สถาปัตยกรรมของระบบโค้ด

Pipeline หลักของงานคือ

```
+cases/case_kundur_two_area_classical.m
       |
       v
+pfsolver/powerflow_newton_raphson.m
       |
       v
Power-flow operating point: V, theta, Pgen, Qgen
       |
       +-------------------------------+
       | |
       v v
```

```
+stability/kundur_ex126_sixth_order_ssa.m +stability/kundur_fault_simulation.m
       | |
       v v
6th-order DAE linearisation Time-domain fault simulation
       | |
       v v
Eigenvalues / damping / mode plot Vbus, Pgen, delta, omega plots
       | |
       +---------------+---------------+
                       v
generate_kundur_ex126_report.m
                       |
                       v
docs/source/report_kundur_ex126_classical.pdf
```

3.1 Layer 1: Case/Data Layer

ไฟล์ `+cases/case_kundur_two_area_classical.m` เก็บข้อมูลระบบ ได้แก่ bus data, line data, transformer reactance, shunt compensation, generator dynamic data, base values และ machine base

3.2 Layer 2: Power Flow Layer

ไฟล์ `+pfsolver/powerflow_newton_raphson.m` ทำหน้าที่สร้าง mismatch $\Delta P, \Delta Q$, สร้าง Jacobian, update voltage magnitude/angle และคืนค่า operating point

3.3 Layer 3: Small-Signal Stability Layer

ไฟล์ `+stability/kundur_ex126_sixth_order_ssa.m` และ `+stability/kundur_ex126_sauer_pai_ssa` ทำหน้าที่สร้าง DAE ของ generator-network system, linearize และหา eigenvalues

3.4 Layer 4: Fault Simulation Layer

ไฟล์ `+stability/kundur_fault_simulation.m` ทำ time-domain simulation สำหรับ 3-phase fault โดยสร้าง network ก่อน fault, ระหว่าง fault และหลัง fault แล้ว integrate ด้วย RK4

3.5 Layer 5: Report Generation Layer

ไฟล์ `generate_kundur_ex126_report.m` สร้างรูป ตาราง และข้อมูลที่ใช้ใน LaTeX report

4 ทฤษฎี Power Flow ที่ใช้

Power flow ใช้สมการกำลังไฟฟ้าในรูป polar

$$P_i = |V_i| \sum_{j=1}^{n} |V_j| \left(G_{ij} \cos\theta_{ij} + B_{ij} \sin\theta_{ij}\right) \tag{1}$$

$$Q_i = |V_i| \sum_{j=1}^{n} |V_j| \left(G_{ij} \sin\theta_{ij} - B_{ij} \cos\theta_{ij}\right) \tag{2}$$

โดย $G_{ij} + jB_{ij}$ มาจาก Ybus และ $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$
Newton–Raphson แก้สมการ mismatch

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta|V| \end{bmatrix} \tag{3}$$

ในงานนี้ power flow converges ใน 6 iterations และได้ minimum voltage ประมาณ 0.949 pu

5 ทฤษฎี Small-Signal Stability Analysis

แนวคิดจาก Kundur คือระบบ power system เขียนเป็น nonlinear DAE ได้ว่า

$$\dot{x} = f(x, y) \tag{4}$$

$$0 = g(x, y) \tag{5}$$

โดย x คือ dynamic states ของ generator และ y คือ algebraic variables เช่น bus voltages
เมื่อ disturbance มีขนาดเล็ก สามารถ linearize รอบ operating point (x_0, y_0) ได้เป็น

$$\Delta\dot{x} = J_{xx}\Delta x + J_{xy}\Delta y \tag{6}$$

$$0 = J_{yx}\Delta x + J_{yy}\Delta y \tag{7}$$

eliminate algebraic variables:

$$\Delta y = -J_{yy}^{-1} J_{yx} \Delta x \tag{8}$$

ดังนั้น reduced state matrix คือ

$$A_{red} = J_{xx} - J_{xy} J_{yy}^{-1} J_{yx} \tag{9}$$

แล้วหา eigenvalues

$$\lambda_i = eig(A_{red}) \tag{10}$$

เกณฑ์ stability คือถ้า eigenvalues ทุกตัวมี real part ติดลบ ระบบจะ small-signal stable ถ้ามี eigenvalue อยู่ขวาของ imaginary axis จะ unstable
สำหรับ complex pair

$$\lambda = \sigma \pm j\omega \tag{11}$$

frequency และ damping ratio คือ

$$f = \frac{|\omega|}{2\pi} \tag{12}$$

$$\zeta = \frac{-\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \omega^2}} \tag{13}$$

6 Generator Model: 6th-order Sauer–Pai

6.1 คำตอบสั้น

ถ้าถูกถามว่าใช้ generator กี่ order ตอบได้ว่า

> ใช้ 6th-order Sauer–Pai synchronous-machine model ครับ หนึ่ง generator มี 6 states คือ $\delta, \omega, E'_q, E'_d, \psi''_d, \psi''_q$ ดังนั้น 4 generators มี 24 states ก่อนตัด reference angle ครับ

6.2 State variables ต่อ generator

$$x_i = \begin{bmatrix} \delta_i \\ \omega_i \\ E'_{qi} \\ E'_{di} \\ \psi''_{di} \\ \psi''_{qi} \end{bmatrix} \tag{14}$$

State	ความหมาย
δ	rotor angle
ω	rotor speed deviation
E'_q	q-axis transient EMF
E'_d	d-axis transient EMF
ψ''_d	d-axis subtransient flux state
ψ''_q	q-axis subtransient flux state

6.3 Gamma factors

Sauer–Pai model ใช้ gamma factors เพื่อเชื่อม transient flux กับ subtransient flux

$$\gamma_{d1} = \frac{X''_d - X_l}{X'_d - X_l} \tag{15}$$

$$\gamma_{q1} = \frac{X_q'' - X_l}{X_q' - X_l} \tag{16}$$

$$\gamma_{d2} = \frac{1 - \gamma_{d1}}{X_d' - X_l} \tag{17}$$

$$\gamma_{q2} = \frac{1 - \gamma_{q1}}{X_q' - X_l} \tag{18}$$

6.4 Subtransient internal voltages

$$E_q'' = \gamma_{d1} E_q' + (1 - \gamma_{d1})\psi_d'' \tag{19}$$

$$E_d'' = \gamma_{q1} E_d' + (1 - \gamma_{q1})\psi_q'' \tag{20}$$

6.5 Stator algebraic equations

ใช้ generator-current convention:

$$V_d = E_d'' - R_a I_d + X_q'' I_q \tag{21}$$

$$V_q = E_q'' - R_a I_q - X_d'' I_d \tag{22}$$

6.6 Effective currents

$$I_{d,eff} = \gamma_{d1} I_d + \gamma_{d2}(E_q' - \psi_d'') \tag{23}$$

$$I_{q,eff} = \gamma_{q1} I_q + \gamma_{q2}(\psi_q'' - E_d') \tag{24}$$

6.7 Differential equations ครบ 6-order

$$\dot{\delta} = \omega_0 \omega \tag{25}$$

$$\dot{\omega} = \frac{T_m - T_e - D\omega}{2H} \tag{26}$$

$$\dot{E}_q' = \frac{E_{fd} - E_q' - (X_d - X_d')I_{d,eff}}{T_{d0}'} \tag{27}$$

$$\dot{E}_d' = \frac{-E_d' + (X_q - X_q')I_{q,eff}}{T_{q0}'} \tag{28}$$

$$\dot{\psi}_d'' = \frac{E_q' - \psi_d'' - (X_d' - X_l)I_d}{T_{d0}''} \tag{29}$$

$$\dot{\psi}''_q = \frac{E'_d - \psi''_q + (X'_q - X_l)I_q}{T''_{q0}} \tag{30}$$

Electromagnetic air-gap torque:

$$T_e = V_d I_d + V_q I_q + R_a(I_d^2 + I_q^2) \tag{31}$$

7 Per-unit base scaling

Network ใช้ base

$$S_{base} = 100 \text{ MVA} \tag{32}$$

Generator dynamic data อยู่บน machine base

$$S_{machine} = 900 \text{ MVA} \tag{33}$$

ใน case นี้ transformer per-unit data ถูกแปลงใน network data แล้ว ดังนั้น reactance ของ generator ใน DAE ใช้การแปลงด้วย MVA ratio

$$X_{system} = X_{machine}\frac{100}{900} \tag{34}$$

การทำ base scaling ให้ถูกเป็นเรื่องสำคัญ เพราะถ้า base ไม่ตรง eigenvalues และ flux-mode time constants จะเพี้ยนมาก

8 ผลลัพธ์และกราฟตาม feedback

8.1 Eigen real-imag plot ของ Table 4

รูปนี้คือกราฟที่ถามว่า “Plot table 4 เป็นกราฟของ eigen real กับ imag ทุก state variables”

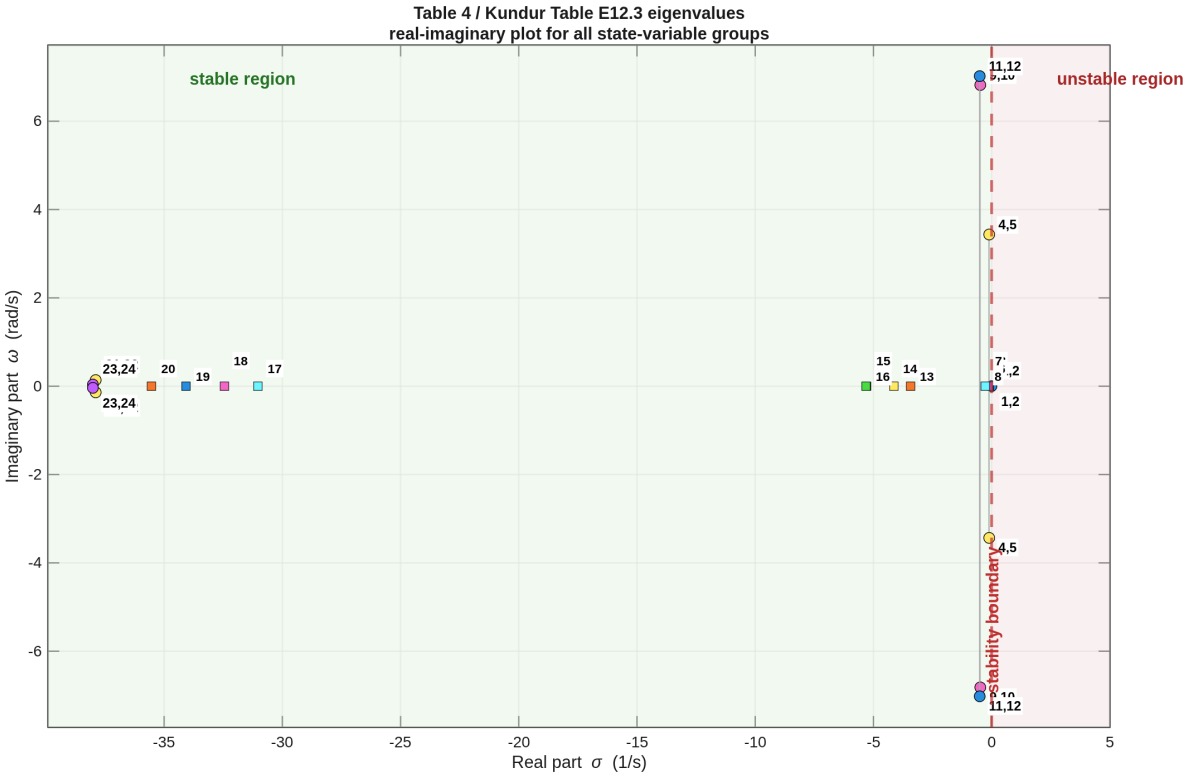

Figure 1: กราฟ eigenvalue real-imaginary / complex-plane ของ Table 4 / Kundur Table E12.3 ทุก mode/state-variable group

แกน x คือ real part σ, แกน y คือ imaginary part ω จุดที่เป็น complex pair คือ oscillatory modes ส่วนจุดบนแกน real คือ real-only modes เช่น field/damper flux modes

8.2 Fault time-domain simulation

ตาม feedback ได้ทำ plot time-domain โดยใส่ temporary 3-phase fault ที่ bus 8 clearing time 0.1 s และ plot voltage ทุกบัสกับ active power ทุก generator

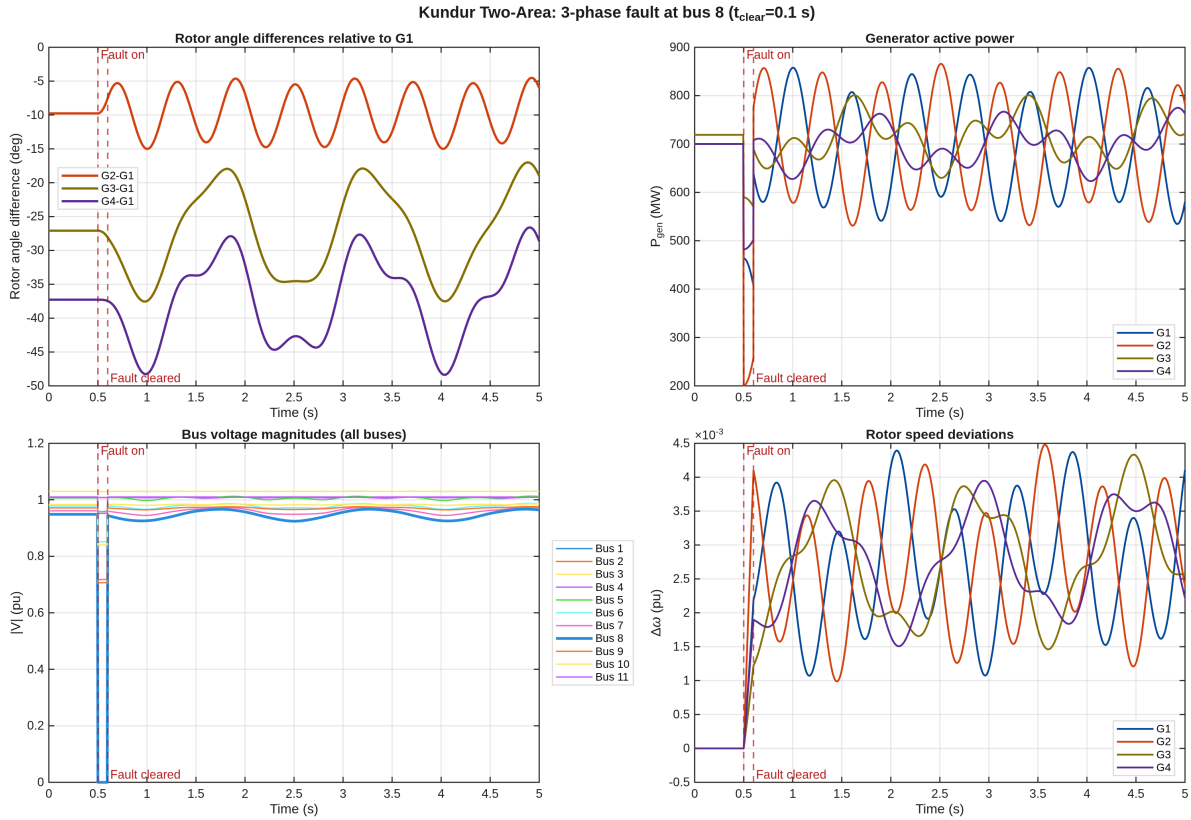

Figure 2: Time-domain response จาก 3-phase fault ที่ bus 8: rotor-angle differences, Pgen ของ G1–G4, voltage ของ Bus 1–11 และ rotor speed deviations

9 โมเดลที่ส่งคืออะไร

9.1 โมเดลในรายงานหลัก

โมเดลในรายงานหลักคือ Kundur Example 12.6 two-area four-machine system ในกรณี manual-excitation / classical benchmark เทียบกับ Kundur Table E12.3

รายงานแสดง

- power-flow result ของระบบ 11-bus
- eigenvalue table เทียบ Kundur Table E12.3
- complex-plane eigenvalue plot ของทุก mode/state group
- mode shapes ของ interarea/local modes
- fault simulation ที่ bus 8

9.2 โมเดล SSSA ที่ implement

โมเดล SSSA ที่ implement คือ 6th-order Sauer–Pai synchronous-machine model มี 4 generators รวม 24 states ก่อน reference reduction

สถานะปัจจุบันของ implementation คือ

- DAE operating-point residual อยู่ใกล้ machine precision
- local swing modes และ damper modes ใกล้ Kundur Table E12.3
- interarea damping real part ยัง sensitive กับ reference/load/damping assumptions จึงเป็นประเด็นสำหรับคุยกับอาจารย์

9.3 โมเดล fault simulation

Fault simulation ใช้ classical transient-stability model คือ constant E' behind X'_d และ integrate swing equations ด้วย RK4 เพื่อแสดง response หลัง disturbance

10 วิธีรัน

Generate report assets:

```
addpath(pwd);
generate_kundur_ex126_report
```

Run 6-order SSSA:

```
addpath(pwd);
r = stability.kundur_ex126_sixth_order_ssa();
r.eigenvalues
r.frequency_Hz
r.damping_ratio
```

Run equation/reference file:

```
addpath(pwd);
kundur_6order_sauer_pai_equations
```

Run fault simulation:

```
addpath(pwd);
res = stability.kundur_fault_simulation();
```

11 Script สำหรับพูดพรีเซ้นแบบสั้น

งานนี้ผมทำ power-flow และ stability study ของ Kundur two-area four-machine system จาก Example 12.6 ครับ ระบบนี้เป็น benchmark สำหรับ interarea oscillation โดยมีเครื่องกำเนิด 4 ตัวใน 2 area และมี tie-line ระหว่าง area

ขั้นแรกผมแก้ power flow ด้วย Newton–Raphson solver ที่เขียนเองในโปรเจค ไม่ได้ใช้ MATPOWER หรือ Power System Toolbox ได้ operating point เช่น bus voltage, bus angle, P/Q generation แล้วเอาผลนี้ไปใช้ต่อใน stability analysis

ส่วน small-signal stability ใช้แนวคิดจาก Kundur คือเขียนระบบเป็น DAE: $\dot{x} = f(x, y)$, $0 = g(x, y)$ แล้ว linearize รอบ operating point จากนั้น eliminate algebraic variables ด้วย Schur complement ได้ A_{red} แล้วหา eigenvalues ด้วย `eig`

Generator model ที่ implement เป็น 6th-order Sauer–Pai synchronous machine ครับ หนึ่งเครื่องมี states คือ $\delta, \omega, E'_q, E'_d, \psi''_d, \psi''_q$ รวม 4 เครื่องเป็น 24 states ก่อนตัด reference angle

ในรายงานมี Table 4 เทียบ Kundur Table E12.3 และมี complex-plane plot ที่แกน x เป็น real part แกน y เป็น imaginary part แสดงทุก mode/state group ครับ

เพิ่มเติมผมทำ time-domain fault simulation โดยใส่ temporary 3-phase fault ที่ bus 8 clearing time 0.1 s แล้ว plot voltage ทุก bus และ active power ทุก generator ตาม feedback ครับ

ทั้งหมดเป็น MATLAB base code ที่เขียนเอง ใช้ built-in เช่น matrix backslash, `eig`, `plot` เท่านั้น ไม่ใช้ power-system toolbox หรือ external library ครับ

12 คำถามที่อาจโดนถาม

ถาม: ใช้ generator กี่ order?

ใช้ 6th-order Sauer–Pai synchronous-machine model สำหรับ SSSA

ถาม: state มีอะไรบ้าง?

$\delta, \omega, E'_q, E'_d, \psi''_d, \psi''_q$

ถาม: ทำไมต้อง linearize DAE?

เพราะ power system มีทั้ง dynamic states ของ generator และ algebraic network equations ของ bus voltages ถ้าจะทำ SSSA ต้อง linearize ทั้งสองส่วนแล้ว eliminate algebraic variables เพื่อหา eigenvalues

ถาม: ทำไมต้องตัด reference angle?

เพราะ absolute rotor angle ไม่มีความหมายทางฟิสิกส์ ถ้าเลื่อน rotor angle ทุกเครื่องเท่ากัน ระบบไม่เปลี่ยน จึงเกิด zero/null mode ต้อง fix reference เช่น G1 แล้ว drop reference state

ถาม: Fault simulation ใช้โมเดลเดียวกับ SSSA ไหม?

ไม่เหมือนทั้งหมดครับ SSSA ใช้ 6th-order Sauer–Pai แต่ fault time-domain plot ใช้ classical transient-stability model E' behind X'_d เพื่อแสดง dynamic response ต่อ 3-phase fault แบบ robust

ถาม: ใช้ library ภายนอกไหม?

ไม่ใช้ครับ ใช้ MATLAB base built-ins เช่น `eig`, `plot`, matrix backslash และ solver ที่เขียนเองในโปรเจค

ถาม: อะไรยังต้องคุยกับอาจารย์?

ประเด็นที่ควรคุยคือ interarea damping real part ของ 6th-order model ยัง sensitive กับ load model/reference/damping assumptions แม้ DAE residual และ local/damper modes จะดีแล้ว

13 สรุป

โมเดลที่ทำคือ workflow ครบชุดสำหรับ Kundur Example 12.6

```
Power Flow -> Operating Point -> 6th-order Generator DAE -> Linearisation ->
    Eigenvalues -> Report/Figures
```

ทฤษฎีหลักที่ใช้คือ

- Newton–Raphson power flow
- Differential-algebraic equation modelling
- 6th-order Sauer–Pai synchronous-machine model
- Small-signal linearisation
- Schur complement reduction
- Eigenvalue, damping ratio, frequency analysis
- Transient fault simulation ด้วย swing equation และ RK4

จุดขายของงานคือใช้ benchmark จาก Kundur, ใช้โค้ด MATLAB ที่เขียนเองทั้งหมด, ไม่ใช้ external power-system toolbox, และมีทั้ง eigenvalue analysis กับ time-domain fault response