การสลับ GFL↔GFM บนระบบ IEEE 14 บัส

สมการ full-state ที่แก้ไขแล้ว การเลือกจำนวน GFM อัตโนมัติ และลำดับเหตุการณ์ 200 วินาที

10 สิงหาคม 2569

บทคัดย่อ

รายงานนี้อธิบายแบบจำลองที่แก้ไขแล้วสำหรับ synchronous generator (SG) แบบ EMF6 หนึ่งตัวและ inverter-based resource (IBR) แบบสลับโหมดได้สี่ตัว ประเด็นหลักคือคืนความเป็นเจ้าของตัวควบคุมให้ตรง ตามฟิสิกส์: GFL มี phase-locked loop (PLL) ส่วน GFM สร้างมุมด้วย virtual swing equation และไม่มี PLL ทั้งสองโหมดใช้ state กระแสตัวกรองและ dc link ร่วมกัน การรันที่ร้องขอใช้ $\Delta t = 0.1$ s มีเหตุการณ์ที่ 20, 50, 85, 85.15, 110 และ 145 s และขอผลถึง 200 s trajectory ล่าสุดที่สร้างยอมรับได้ถึง 200.000 s ช่วงแรงดันทุกบัสเท่ากับ 0.014062–2.406517 pu และช่วงความถี่รวมเท่ากับ 55.390979–84.329308 Hz ค่าสูงสุด/ต่ำสุดเหล่านี้เป็นผลที่รายงาน ไม่ใช่ threshold ที่นำไปปรับแต่งแบบจำลอง residual สูงสุดของ accepted step คือ 9.9395×10^{-9}, subdivision ลึกสุด 6ชั้น และมี domain-rejected trial 0ครั้ง SG reclose สำเร็จที่ 154.300 s และ transaction คืนโหมดรายอุปกรณ์ครบ all-GFL ที่ 194.100 s ผลนี้ยืนยัน numerical completion แต่ช่วงแกว่งที่สูง ยังไม่อนุญาตให้อ้าง operational readiness

สารบัญ

1 ขอบเขตและการจำแนกการตัดสินใจ 3

2 สัญญา state และ input ที่แก้ไขแล้ว 3
- 2.1 ขอบเขตเปอร์ยูนิตและกำลังที่ขั้ว . . . 3

3 plant ร่วมและ dc-link controller 3

4 สมการ GFL: มี PLL 4

5 สมการ GFM: มุม VSG และไม่มี PLL 5

6 equilibrium, reference และ SSSA 5

7 การเลือกว่าจะใช้ GFM หนึ่งตัวหรือหลายตัว 5

8 SSSA แบบละเอียด: จำนวน mode, eigenvalue, ความถี่ และเจ้าของ state 6
- 8.1 สร้างเมทริกซ์ small-signal อย่างไร . . . 6
- 8.2 ผล candidate ครบทุกจำนวน GFM . . . 6
- 8.3 นิยาม modal frequency, damping และ participation . . . 7
- 8.4 กรณี GFM หนึ่งตัว: 45 full states, 44 physical modes . . . 7
- 8.5 กรณี GFM สี่ตัว: 48 full states, 47 physical modes . . . 10
- 8.6 ข้อสรุป SSSA ที่ใช้ได้และใช้ไม่ได้ . . . 13

9 event transaction และตัวอินทิเกรต 13
- 9.1 SG synchronizer และเหตุผลที่ reclose เดิมไม่ผ่าน . . . 14

10 หลักฐานจาก event log และกราฟ 15

11 การตรวจสอบและการสร้างซ้ำ 18

12 ข้อจำกัด 18

1 ขอบเขตและการจำแนกการตัดสินใจ

ฐานระบบคือ $S_{base} = 100$ MVA และ $f_0 = 60$ Hz โดย SG1 อยู่ที่บัส 1 และ IBR1–IBR4 อยู่ที่ บัส 2, 3, 6 และ 8 ตัวแก้ power flow, equilibrium, SSSA และ TDS เป็นโค้ด Base MATLAB ของโครงการ การตัดสินใจที่ไม่ใช่ค่าจาก case แยกชั้นดังนี้

ประเภท	สิ่งที่ใช้ในงานนี้
Source-defined / source-mapped	สมการตัวกรอง AC, PLL/PI ของ GFL, virtual swing และ voltage-amplitude ของ GFM, gains และลำดับเหตุการณ์
Case-defined	ข้อมูลบัส/สายส่ง, rating/limit, ตาราง P/Q, E_{ref}, เวลาเหตุการณ์ และแรงดันปกติรายบัส
Project-derived	state superset, dc-source closure, transfer map, การชดเชยกำลัง SG ที่หาย, gauge, selector ranking, SG synchronizer เทียบ grid สด และการเริ่ม subdivision จากประวัติ
Numerical method	Newton, finite-difference Jacobian, rotational quotient, implicit trapezoidal และ backward-Euler ครึ่งก้าวหลัง event

รายงานไม่กล่าวอ้างความถูกต้องระดับ EMT, fault ไม่สมดุล หรือความพร้อมใช้งานภาคสนาม แรงดันที่แกว่งใน transient ถูกเปิดเผยตรง ๆ โดยไม่ clip, smooth หรือใช้เป็นเหตุผลในการ tune สมการ

2 สัญญา state และ input ที่แก้ไขแล้ว

IBR แต่ละตัวเก็บเวกเตอร์ 20 state ขนาดคงที่

$$x = [i_d, i_q, V_{dc}, \delta_{PLL}, \xi_{PLL}, \xi_P, \xi_Q, \xi_{Id}^{gfl}, \xi_{Iq}^{gfl}, V_{d,del}^{gfl}, V_{q,del}^{gfl}, \theta, \omega, E, \xi_{Vd}, \xi_{Vq}, \xi_{Id}^{gfm}, \xi_{Iq}^{gfm}, V_{d,del}^{gfm}, V_{q,del}^{gfm}]^T. \tag{1}$$

$x_{1:3}$ เป็น plant ร่วม โหมด GFL ทำให้ $x_{1:11}$ active และ hold $x_{12:20}$ พอดี ส่วน GFM ทำให้ $x_{1:3}, x_{12:20}$ active และ hold $x_{4:11}$ ดังนั้น GFL มี 11 active states รวม PLL ขณะที่ GFM มี 12 active states รวมมุม VSG, ความถี่ และ amplitude E แต่ไม่มี PLL input ภายนอก คงรูปเป็น

$$u = [P_{ref}, Q_{ref}, E_{ref}]^T. \tag{2}$$

GFL ใช้ P_{ref}, Q_{ref} ส่วน GFM ใช้ทั้งสามค่า โดย E_{ref} คือ terminal-voltage reference ภายนอก ไม่ใช่แรงดันที่วัดได้ $|V|$

2.1 ขอบเขตเปอร์ยูนิตและกำลังที่ขั้ว

ให้ $\kappa = S_{base}/M_{base}$ และ ϑ เป็นมุมของ branch ที่ active สัญญาเปอร์ยูนิตคือ

$$I_{sys} = \frac{(i_d + \mathrm{j}i_q)e^{\mathrm{j}\vartheta}}{\kappa}, \qquad S_{sys} = P + \mathrm{j}Q = VI_{sys}^*. \tag{3}$$

จึงไม่ใส่ factor $3/2$ เฉพาะบางส่วนของแบบจำลอง เพราะจะทำให้ current/power/base ไม่ตรงกัน

3 plant ร่วมและ dc-link controller

เมื่อ $Ve^{-\mathrm{j}\vartheta} = v_d + \mathrm{j}v_q$ สมการกระแสตัวกรองคือ

$$\frac{L_f}{\omega_b}\dot{i}_d = V_{d,del} - v_d - R_f i_d + \omega_c L_f i_q, \tag{4}$$

$$\frac{L_f}{\omega_b}\dot{i}_q = V_{q,del} - v_q - R_f i_q - \omega_c L_f i_d, \tag{5}$$

$$\dot{V}_{d,del} = (V_{d,cmd} - V_{d,del})/T_d, \tag{6}$$

$$\dot{V}_{q,del} = (V_{q,cmd} - V_{q,del})/T_d. \tag{7}$$

current limit เป็นวงกลมและจำกัดเฉพาะ current reference ของ controller โดยกำหนด

$$i^* = \alpha i^{*,raw}, \qquad \alpha = \min\left(1, \frac{I_{max}}{|i^{*,raw}|}\right). \tag{8}$$

state กระแสตัวกรองจริง i_d, i_q และ terminal-current injection ไม่ถูก project, clip หรือแทนด้วย i^* ดังนั้นช่วง fault ที่เปลี่ยนเร็วกระแสตัวกรองจริงอาจ overshoot สูงกว่า reference limit ได้ นี่คือผลของ plant ที่รายงานตามจริง ไม่ใช่เหตุให้ตัด state กระแสออกจากสมการ

case ไม่ได้กำหนดกฎของแหล่งกระแส DC ภายนอก โครงการจึงใช้ closure ที่ประกาศชัดเจน

$$I_{dc} = \frac{P_{ac}}{V_{dc}} + \frac{C_{dc}}{T_{dc}}(V_{dc,ref} - V_{dc}), \tag{9}$$

$$C_{dc}\dot{V}_{dc} = I_{dc} - \frac{P_{ac}}{V_{dc}}, \qquad P_{ac} = V_{d,cmd}i_d + V_{q,cmd}i_q, \tag{10}$$

$$\therefore \quad \dot{V}_{dc} = (V_{dc,ref} - V_{dc})/T_{dc}. \tag{11}$$

พจน์ feed-forward กำลังทันทีทำให้ closure นี้ไม่เลื่อน equilibrium ของ controller ฝั่ง AC และค่า $V_{dc} \leq 0$ หรือไม่ finite จะ fail closed

4 สมการ GFL: มี PLL

กรอบ dq ของ GFL ถูกกำหนดโดย PLL

$$v_d + \mathrm{j}v_q = Ve^{-\mathrm{j}\delta_{PLL}}, \tag{12}$$

$$\dot{\xi}_{PLL} = v_q, \tag{13}$$

$$\dot{\delta}_{PLL} = k_{p,PLL}v_q + k_{i,PLL}\xi_{PLL}, \tag{14}$$

$$\omega_{PLL} = 1 + \dot{\delta}_{PLL}/\omega_b. \tag{15}$$

กำลังบนฐานอุปกรณ์คือ $P_{inv} = \kappa P$ และ $Q_{inv} = \kappa Q$ outer loop เป็น

$$e_P = \kappa P_{ref} - P_{inv}, \qquad \dot{\xi}_P = e_P, \qquad i_d^* = k_{pP}e_P + k_{iP}\xi_P, \tag{16}$$

$$e_Q = \kappa Q_{ref} - Q_{inv}, \qquad \dot{\xi}_Q = e_Q, \qquad i_q^* = -(k_{pQ}e_Q + k_{iQ}\xi_Q). \tag{17}$$

หลังจำกัด $i_d^* + \mathrm{j}i_q^*$ ให้ $e_d = i_d^* - i_d$ และ $e_q = i_q^* - i_q$ แล้ว

$$V_{d,cmd} = v_d + R_f i_d - \omega_{PLL}L_f i_q + k_{pI}e_d + k_{iI}\xi_{Id}, \tag{18}$$

$$V_{q,cmd} = v_q + R_f i_q + \omega_{PLL}L_f i_d + k_{pI}e_q + k_{iI}\xi_{Iq}. \tag{19}$$

ให้ $r_d = i_d^{*,raw} - i_d^*$ และ $r_q = i_q^{*,raw} - i_q^*$ anti-windup ต้องอยู่ที่ integrator ของ outer P/Q loop เพราะ output ของ loop นี้คือ current reference ที่ถูกจำกัด

$$\dot{\xi}_P = \begin{cases} 0, & \alpha < 1 \text{ และ } k_{iP}e_P r_d > 0, \\ e_P, & \text{กรณีอื่น}, \end{cases} \tag{20}$$

$$\dot{\xi}_Q = \begin{cases} 0, & \alpha < 1 \text{ และ } (-k_{iQ})e_Q r_q > 0, \\ e_Q, & \text{กรณีอื่น}. \end{cases} \tag{21}$$

เครื่องหมาย $-k_{iQ}$ มาจากนิยาม $i_q^{*,raw} = -(k_{pQ}e_Q + k_{iQ}\xi_Q)$ ไม่ใช่การเดาเครื่องหมาย ส่วน inner current PI ไม่มี voltage-command limiter แยกในแบบจำลองนี้ จึงต้องมี $\dot{\xi}_{Id} = e_d$ และ $\dot{\xi}_{Iq} = e_q$ ตามปกติ ไม่ใช้ hold ของ outer loop

5 สมการ GFM: มุม VSG และไม่มี PLL

GFM สร้างมุมและความถี่ของตนเอง

$$\dot{\theta} = \omega_b(\omega - 1), \tag{22}$$

$$M\dot{\omega} = \kappa P_{ref} - P_{inv} - D_v(\omega - 1), \tag{23}$$

$$\tau_E \dot{E} = k_Q(\kappa Q_{ref} - Q_{inv}) - k_E(E - E_{ref}). \tag{24}$$

สมการ (24) คือจุดแก้หลัก การใช้ $|V|$ ที่วัดได้แทน E_{ref} จะตัดพจน์คืนแรงดัน ภายนอกที่ equilibrium และเปลี่ยนฟิสิกส์ small-signal voltage reference ของ voltage loop คือ

$$v_d^* = E, \qquad v_q^* = 0, qquad i_d^* = k_{pV}(v_d^* - v_d) + k_{iV}\xi_{Vd}, \qquad i_q^* = k_{pV}(v_q^* - v_q) + k_{iV}\xi_{Vq}. \tag{25}$$

current reference ที่ผ่าน limit เข้าสู่ inner current PI และ command-delay plant เดียวกัน สำหรับ GFM integrator ที่เป็นเจ้าของ anti-windup คือ voltage loop

$$\dot{\xi}_{Vd} = \begin{cases} 0, & \alpha < 1 \text{ และ } k_{iV} e_{Vd} r_d > 0, \\ e_{Vd}, & \text{กรณีอื่น}, \end{cases} \qquad \dot{\xi}_{Vq} = \begin{cases} 0, & \alpha < 1 \text{ และ } k_{iV} e_{Vq} r_q > 0, \\ e_{Vq}, & \text{กรณีอื่น}. \end{cases} \tag{26}$$

inner states ยังคง $\dot{\xi}_{Id} = e_d, \dot{\xi}_{Iq} = e_q$ ไม่มี PLL state หรือมุม PLL แฝงอยู่ใน branch นี้

6 equilibrium, reference และ SSSA

หลัง SG trip ตัวแก้ nonlinear equilibrium ใช้ KCL รูปพิกัดฉากทุกแถว

$$YV - I_{inj}(x, V, u) = 0 \tag{27}$$

ร่วมกับเงื่อนไข $\dot{E} = 0$ หนึ่งสมการต่อ GFM ที่เลือก terminal Q ของ GFM เป็นผลลัพธ์ที่ตัวแก้หา ส่วน Q_{ref} และ E_{ref} ยังเป็น input ของ case/event

กำลังจริง SG ที่หาย 133.190444 MW ถูกชดเชยครบ และกำลังรีแอกทีฟที่หาย -19.566556 MVAr ถูกกระจายตาม participation ที่ freeze ก่อน transient ถ้ายังมี GFL เหลือ GFM ที่เพิ่ง form จะคง P_{ref} ก่อน event เพื่อไม่สร้าง swing kick และ GFL ที่เหลือรับ deficit ตาม P_{max} ถ้า IBR ทั้งหมดเป็น GFM จะต้องใช้ post-trip participation ทั่วไปเพราะไม่เหลือ GFL รับ deficit

หนึ่ง energized island ตัด angle coordinate ร่วมเพียงหนึ่งตัวเพื่อกำหนด gauge ทางคณิตศาสตร์ ไม่ได้แปลว่าอนุญาต GFM ทางกายภาพได้เพียงตัวเดียว หลาย GFM ทำงานร่วมกันได้ แต่มี rotational invariance ร่วมกันหนึ่งทิศทาง SSSA จึง quotient เฉพาะมุม VSG ร่วมและเก็บ relative modes ทั้งหมดไว้

7 การเลือกว่าจะใช้ GFM หนึ่งตัวหรือหลายตัว

เมื่อ SG offline selector แบบ automatic ไล่ครบ $n_{GFM} = 1, 2, 3, 4$, ทุก subset และทุก reference ที่เป็น สมาชิก candidate ต้องผ่าน topology, full-KCL equilibrium, operating limits และ $\Omega \leq -\gamma_{req}$ จาก physical SSSA แล้วจัดลำดับ: feasible ก่อน, จำนวน mode change น้อยกว่า, จำนวน GFM น้อยกว่า, damping margin มากกว่า และ tie-break ตาม resource ID ดังนั้น policy ปัจจุบันคือ *minimum small-signal-feasible formation* ไม่ใช่ maximum transient robustness

index ของ composite resource คือ 1 =SG1, 2 =IBR2, 3 =IBR3, 4 =IBR6 และ 5 =IBR8 ดังนั้นเลข 5 ในตารางหมายถึง IBR ที่บัส 8 ไม่ใช่ “GFM ตัวที่ 5” จาก 15 candidates มี 2 ชุดที่ผ่าน

resource ที่เลือก	n_{GFM}	reference	Ω (s^{-1})	KCL norm
$[5]$	1	5	-0.175750	5.311×10^{-13}
$[2, 3, 4, 5]$	4	2	-2.344851	4.025×10^{-12}

ชุดสี่ GFM มี local damping margin สูงกว่าและกระจาย voltage-forming support หลายบัส แต่ชุดหนึ่ง GFM เปลี่ยนโหมดน้อยกว่าและทำ active-power handover แบบ bumpless ได้ตาม dispatch ปัจจุบัน SSSA เพียงอย่างเดียว ยังพิสูจน์ไม่ได้ว่าจะผ่าน disturbance ใหญ่ทั้งหมด จึงต้องใช้ chronology 200 s เป็น falsification test

8 SSSA แบบละเอียด: จำนวน mode, eigenvalue, ความถี่ และเจ้าของ state

8.1 สร้างเมทริกซ์ small-signal อย่างไร

ให้สมการ DAE รอบ equilibrium ที่ยอมรับแล้วเป็น

$$\Delta\dot{x} = f_x\Delta x + f_y\Delta y, \tag{28}$$

$$0 = g_x\Delta x + g_y\Delta y. \tag{29}$$

เมื่อ g_y มี condition ผ่าน gate จะกำจัดตัวแปรพีชคณิตด้วย linear solve ของโครงการ ได้

$$A_{red} = f_x - f_y g_y^{-1} g_x. \tag{30}$$

ในโค้ดไม่ได้สร้าง g_y^{-1} ด้วย `inv`; ใช้ linear solve ที่ตรวจ residual/conditioning จากนั้นใช้ fixed-active-set tangent elimination ถ้ามี state ชน limit และตัด rotational gauge ร่วมหนึ่งพิกัด *ก่อน* เรียก `eig` จึงไม่มีการคำนวณ eigenvalue แล้วเลือกลบทิ้งภายหลัง

full spectrum หมายถึง eigenvalue ของ active differential states ทั้งหมด ส่วน physical decision spectrum หมายถึง spectrum หลัง constraint/gauge quotient ที่ใช้ตัดสิน $\Omega = \max \Re\lambda$ กรณี SG offline ไม่มี SG state อยู่ใน active spectrum เพราะ breaker เปิด แต่ SG state ยังคงเก็บในเวกเตอร์เต็มของ TDS

8.2 ผล candidate ครบทุกจำนวน GFM

ตารางถัดไปเก็บ candidate ทั้ง 15 ชุด ไม่ได้แสดงเฉพาะชุดที่ผ่าน เพื่อให้เห็นว่าชุดใดหยุดที่ equilibrium, ชุดใดไปถึง SSSA และชุดใดมี eigenvalue ด้านขวา “Eq.” หมายถึงมีการพยายามแก้ full nonlinear all-KCL equilibrium ส่วน “SSSA” หมายถึงไปถึง full-state linearisation แล้ว candidate ที่ไม่ผ่านยังเป็นหลักฐาน falsification เท่านั้น ไม่ถูกนำไปกล่าวอ้างความพร้อม

n_{GFM}	Selected	Ref.	Eq.	SSSA	Ω (s^{-1})	Margin	Result
1	5	5	yes	yes	-0.175750	0.075750	PASS
1	3	3	yes	yes	1.059319	-1.159319	SSSA: insufficient margin
1	4	4	yes	yes	2.050660	-2.150660	SSSA: insufficient margin
1	2	2	yes	yes	3.692245	-3.792245	SSSA: insufficient margin
2	[3 4]	3	yes	yes	4.442894	-4.542894	SSSA: insufficient margin
2	[2 4]	2	yes	yes	5.275795	-5.375795	SSSA: insufficient margin
2	[2 3]	2	yes	no	–	–	equilibrium: device limit
2	[2 5]	2	yes	no	–	–	equilibrium: device limit
2	[3 5]	3	yes	no	–	–	equilibrium: device limit
2	[4 5]	4	yes	no	–	–	equilibrium: device limit
3	[2 3 4]	2	yes	no	–	–	equilibrium: no convergence
3	[2 3 5]	2	yes	no	–	–	equilibrium: no convergence
3	[2 4 5]	2	yes	no	–	–	equilibrium: no convergence
3	[3 4 5]	3	yes	no	–	–	equilibrium: no convergence
4	[2 3 4 5]	2	yes	yes	-2.344851	2.244851	PASS

ผลสำคัญคือ $n_{GFM} = 1$ ผ่านเฉพาะ resource 5; resource 2, 3 และ 4 ที่เป็น GFM เดี่ยวเกิด $\Omega > 0$ ส่วน $n_{GFM} = 2$ บางชุดแก้ equilibrium ได้แต่ SSSA ไม่ผ่าน และบางชุดชน operating limit ทุกชุด $n_{GFM} = 3$ หยุดที่ coupled equilibrium มีเพียงชุด $n_{GFM} = 4$ ที่ผ่านอีกชุดหนึ่ง ดังนั้นการที่จำนวน 2 หรือ 3 มากกว่า 1 ไม่ได้แปลว่าเสถียรกว่าโดยอัตโนมัติ ตำแหน่งบัส, dispatch, network coupling และ interaction ของ voltage/current loops มีผลพร้อมกัน

8.3 นิยาม modal frequency, damping และ participation

สำหรับ physical decision matrix A_p ให้ R เป็น right eigenvectors และ L เป็นแถว left eigenvectors ที่จับคู่กัน โดยคำนวณด้วย linear solve $L = R\backslash I$ ไม่ใช้ `inv`

$$A_p R = R\Lambda, \tag{31}$$

$$\pi_{ki} = \frac{|R_{ki}L_{ik}|}{\sum_j |R_{ji}L_{ij}|}, \tag{32}$$

$$f_i = \frac{|\Im\lambda_i|}{2\pi}, \qquad \zeta_i = -\frac{\Re\lambda_i}{|\lambda_i|}. \tag{33}$$

π_{ki} ใช้เพื่ออธิบายว่า mode หมายเลข i มี state ใดเข้าร่วมเด่น ไม่ได้ป้อนกลับ selector หรือ gate ตารางพิมพ์ complex-conjugate pair เพียงแถวเดียว จึงมีจำนวนแถวน้อยกว่าจำนวน physical roots รูปแบบ IBR8:E^{GFM} แปลว่า state แอมพลิจูด E ของ branch GFM ในอุปกรณ์ IBR8

หาก eigenvalue ซ้ำกัน eigenvectors ภายใน eigenspace หมุนเปลี่ยน basis ได้ ตัวอย่างคือ root -10 s^{-1} ของ V_{dc} ทั้งสี่ตัว จึงต้องอ่านเป็น “dc-link family สี่ราก” ไม่ใช่ยืนยันว่า แถวแรกเป็นของอุปกรณ์ใดโดยเอกลักษณ์ participation ของ root ที่ไม่ซ้ำตีความได้ตรงกว่า

8.4 กรณี GFM หนึ่งตัว: 45 full states, 44 physical modes

configuration ที่ automatic เลือกคือ resource 5 (IBR8 ที่บัส 8) เป็น GFM/reference หนึ่งตัว active-state count ก่อน quotient คือ

$$n_x = 1(12 \text{ GFM states}) + 3(11 \text{ GFL states}) = 45. \tag{34}$$

เมื่อ quotient มุม VSG ร่วมหนึ่งพิกัดเหลือ 44 physical modes ตารางพิมพ์ 28 แถวเพราะ complex pairs แสดงเพียงด้าน $+\Im\lambda$

No.	Eigenvalue λ (s^{-1})	f (Hz)	ζ	Dominant participation: device:state (normalised)
1	-3881.470073 j1061.916124	$+\ 169.009200$	0.964553	IBR6:i_d (0.131); IBR6:i_q (0.131); IBR8:i_d (0.129)
2	-159.046981	0	1.000000	IBR8:E^{GFM} (0.992); IBR8:$V_{d,del}^{GFM}$ (0.006); IBR8:ξ_{Id}^{GFM} (0.001)
3	-156.112829 j816.094065	$+\ 129.885404$	0.187886	IBR6:i_d (0.305); IBR6:i_q (0.305); IBR3:i_d (0.105)
4	-140.724047 j1033.942353	$+\ 164.557036$	0.134861	IBR8:i_q (0.344); IBR8:i_d (0.343); IBR3:i_d (0.062)
5	-106.207976 j615.792052	$+\ 98.006349$	0.169964	IBR2:i_d (0.248); IBR2:i_q (0.248); IBR3:i_d (0.168)
6	-17.922231	0	1.000000	IBR8:ω_{VSG}^{GFM} (0.909); IBR8:ξ_{Id}^{GFM} (0.017); IBR6:ξ_{Id}^{GFL} (0.011)
7	$-13.345138 +$ j1.527324	0.243081	0.993514	IBR2:ξ_{Id}^{GFL} (0.261); IBR2:ξ_{Iq}^{GFL} (0.261); IBR3:ξ_{Iq}^{GFL} (0.171)
8	$-13.151005 +$ j2.154763	0.342941	0.986841	IBR6:ξ_{Id}^{GFL} (0.281); IBR6:ξ_{Iq}^{GFL} (0.280); IBR3:ξ_{Iq}^{GFL} (0.106)
9	$-12.633262 +$ j3.598177	0.572668	0.961751	IBR8:ξ_{Id}^{GFM} (0.227); IBR8:ξ_{Iq}^{GFM} (0.223); IBR8:$V_{d,del}^{GFM}$ (0.062)
10	$-11.446947+$j14.627753	2.328079	0.616280	IBR8:$V_{d,del}^{GFM}$ (0.155); IBR8:ξ_{Id}^{GFM} (0.142); IBR6:$V_{d,del}^{GFL}$ (0.099)
11	-10.000000	0	1.000000	IBR2:V_{dc} (1.000); IBR2:i_d (0.000); IBR2:i_q (0.000)

No.	Eigenvalue λ (s^{-1})	f (Hz)	ζ	Dominant participation: device:state (normalised)
12	-10.000000	0	1.000000	IBR3:V_{dc} (1.000); IBR2:i_d (0.000); IBR2:i_q (0.000)
13	-10.000000	0	1.000000	IBR6:V_{dc} (1.000); IBR2:i_d (0.000); IBR2:i_q (0.000)
14	-10.000000	0	1.000000	IBR8:V_{dc} (1.000); IBR2:i_d (0.000); IBR2:i_q (0.000)
15	$-6.988836 + \mathrm{j}12.831357$	2.042174	0.478320	IBR8:$V_{q,del}^{GFM}$ (0.155); IBR8:ξ_{Iq}^{GFM} (0.145); IBR6:$V_{q,del}^{GFL}$ (0.094)
16	$-6.293824+\mathrm{j}109.583760$	17.440797	0.057339	IBR2:$V_{d,del}^{GFL}$ (0.224); IBR2:$V_{q,del}^{GFL}$ (0.223); IBR3:$V_{q,del}^{GFL}$ (0.146)
17	$-2.508684 + \mathrm{j}84.237836$	13.406868	0.029768	IBR6:$V_{d,del}^{GFL}$ (0.256); IBR6:$V_{q,del}^{GFL}$ (0.253); IBR3:$V_{q,del}^{GFL}$ (0.101)
18	-2.048337	0	1.000000	IBR6:ξ_P^{GFL} (0.289); IBR2:ξ_P^{GFL} (0.235); IBR3:ξ_P^{GFL} (0.212)
19	$-1.643720 + \mathrm{j}47.532682$	7.565061	0.034560	IBR8:$V_{d,del}^{GFM}$ (0.219); IBR8:$V_{q,del}^{GFM}$ (0.214); IBR8:ξ_{Id}^{GFM} (0.060)
20	-1.509781	0	1.000000	IBR6:ξ_Q^{GFL} (0.321); IBR6:ξ_P^{GFL} (0.265); IBR3:ξ_P^{GFL} (0.128)
21	$-1.503650 + \mathrm{j}0.674893$	0.107413	0.912318	IBR8:ξ_{Vq}^{GFM} (0.286); IBR6:ξ_Q^{GFL} (0.122); IBR8:ξ_{Vd}^{GFM} (0.111)
22	-1.443329	0	1.000000	IBR3:ξ_P^{GFL} (0.299); IBR2:ξ_P^{GFL} (0.275); IBR2:ξ_Q^{GFL} (0.227)
23	-1.407957	0	1.000000	IBR2:ξ_Q^{GFL} (0.343); IBR2:ξ_P^{GFL} (0.288); IBR6:ξ_P^{GFL} (0.157)
24	-1.390336	0	1.000000	IBR3:ξ_Q^{GFL} (0.376); IBR3:ξ_P^{GFL} (0.246); IBR6:ξ_P^{GFL} (0.176)
25	-0.746742	0	1.000000	IBR8:ξ_{Vd}^{GFM} (0.624); IBR6:ξ_P^{GFL} (0.087); IBR2:ξ_P^{GFL} (0.082)
26	$-0.619437 + \mathrm{j}2.216829$	0.352819	0.269116	IBR6:δ_{PLL}^{GFL} (0.278); IBR6:ξ_{PLL}^{GFL} (0.277); IBR2:δ_{PLL}^{GFL} (0.196)
27	$-0.605533 + \mathrm{j}2.186111$	0.347930	0.266940	IBR3:δ_{PLL}^{GFL} (0.305); IBR3:ξ_{PLL}^{GFL} (0.304); IBR2:δ_{PLL}^{GFL} (0.149)
28	$-0.175750 + \mathrm{j}2.159250$	0.343655	0.081126	IBR3:δ_{PLL}^{GFL} (0.136); IBR2:δ_{PLL}^{GFL} (0.133); IBR6:δ_{PLL}^{GFL} (0.128)

การอ่านตารางทีละกลุ่มเป็นดังนี้

- modes 1, 3–5 เป็น current/filter-network modes ความถี่ประมาณ 98–169 Hz และมี i_d, i_q ของหลาย IBR เข้าร่วม
- mode 2 เป็น amplitude-restoration ของ GFM โดย E^{GFM} ของ IBR8 ครอง participation 0.992 จึงเป็นหลักฐานตรงว่าสมการ E_{ref} อยู่ใน state dynamics จริง
- mode 6 เป็น virtual-frequency real mode ของ IBR8 ที่ -17.922231 s^{-1}
- modes 11–14 เป็น dc-link family สี่รากที่ -10 s^{-1} ตรงกับ $T_{dc} = 0.1$ s
- modes 7–10 และ 15–19 เป็น inner current/command-delay families ตั้งแต่ประมาณ 0.24 ถึง 17.44 Hz
- modes 20–25 เป็น outer P/Q และ GFM voltage-integrator modes ที่ช้ากว่า

- modes 26–28 เป็น PLL-dominated family ของ GFL สามตัว จุดวิกฤตคือ mode 28 $\lambda = -0.175750 \pm j2.159250\,\mathrm{s}^{-1}$, $f = 0.343655$ Hz, $\zeta = 0.081126$ และ dominant states เป็น δ_{PLL} ของ IBR3, IBR2 และ IBR6 ดังนั้น limiting mode ของ configuration หนึ่ง GFM ไม่ได้เป็น PLL ของ GFM—GFM ไม่มี PLL—แต่เป็น collective PLL mode ของ GFL ที่เหลือ

เพื่อให้ตรวจว่าแต่ละ coordinate เป็น state ของใคร ตารางต่อไปแสดง physical coordinate ทั้ง 44 ตัว หลัง quotient โดยแยก owner เป็น common plant, GFL หรือ GFM

Coordinate	Device	State	Owner
1	IBR2	i_d	common plant
2	IBR2	i_q	common plant
3	IBR2	V_{dc}	common plant
4	IBR2	δ_{PLL}^{GFL}	GFL
5	IBR2	ξ_{PLL}^{GFL}	GFL
6	IBR2	ξ_{P}^{GFL}	GFL
7	IBR2	ξ_{Q}^{GFL}	GFL
8	IBR2	ξ_{Id}^{GFL}	GFL
9	IBR2	ξ_{Iq}^{GFL}	GFL
10	IBR2	$V_{d,del}^{GFL}$	GFL
11	IBR2	$V_{q,del}^{GFL}$	GFL
12	IBR3	i_d	common plant
13	IBR3	i_q	common plant
14	IBR3	V_{dc}	common plant
15	IBR3	δ_{PLL}^{GFL}	GFL
16	IBR3	ξ_{PLL}^{GFL}	GFL
17	IBR3	ξ_{P}^{GFL}	GFL
18	IBR3	ξ_{Q}^{GFL}	GFL
19	IBR3	ξ_{Id}^{GFL}	GFL
20	IBR3	ξ_{Iq}^{GFL}	GFL
21	IBR3	$V_{d,del}^{GFL}$	GFL
22	IBR3	$V_{q,del}^{GFL}$	GFL
23	IBR6	i_d	common plant
24	IBR6	i_q	common plant
25	IBR6	V_{dc}	common plant
26	IBR6	δ_{PLL}^{GFL}	GFL
27	IBR6	ξ_{PLL}^{GFL}	GFL
28	IBR6	ξ_{P}^{GFL}	GFL
29	IBR6	ξ_{Q}^{GFL}	GFL
30	IBR6	ξ_{Id}^{GFL}	GFL
31	IBR6	ξ_{Iq}^{GFL}	GFL
32	IBR6	$V_{d,del}^{GFL}$	GFL
33	IBR6	$V_{q,del}^{GFL}$	GFL
34	IBR8	i_d	common plant
35	IBR8	i_q	common plant

Coordinate	Device	State	Owner
36	IBR8	V_{dc}	common plant
37	IBR8	ω_{VSG}^{GFM}	GFM
38	IBR8	E^{GFM}	GFM
39	IBR8	ξ_{Vd}^{GFM}	GFM
40	IBR8	ξ_{Vq}^{GFM}	GFM
41	IBR8	ξ_{Id}^{GFM}	GFM
42	IBR8	ξ_{Iq}^{GFM}	GFM
43	IBR8	$V_{d,del}^{GFM}$	GFM
44	IBR8	$V_{q,del}^{GFM}$	GFM

8.5 กรณี GFM สี่ตัว: 48 full states, 47 physical modes

เมื่อ IBR ทั้งสี่เป็น GFM จำนวน active states ก่อน quotient คือ

$$n_x = 4(12 \text{ GFM states}) = 48, \tag{35}$$

และเหลือ 47 physical modes หลังตัดมุมร่วมหนึ่งพิกัด ไม่มี PLL state ใน configuration นี้เลย ตารางพิมพ์ 30 แถวเมื่อรวม complex-conjugate pairs

No.	Eigenvalue λ (s^{-1})	f (Hz)	ζ	Dominant participation: device:state (normalised)
1	-3874.026967 j1062.858968	$+\ 169.159259$	0.964364	IBR6:i_q (0.131); IBR6:i_d (0.131); IBR8:i_q (0.128)
2	-160.751647 j771.363375	$+\ 122.766294$	0.204016	IBR6:i_q (0.306); IBR6:i_d (0.305); IBR3:i_q (0.108)
3	-159.870515	0	1.000000	IBR2:E^{GFM} (0.257); IBR8:E^{GFM} (0.254); IBR6:E^{GFM} (0.245)
4	-158.678405	0	1.000000	IBR8:E^{GFM} (0.709); IBR3:E^{GFM} (0.156); IBR2:E^{GFM} (0.108)
5	-158.281882	0	1.000000	IBR6:E^{GFM} (0.710); IBR3:E^{GFM} (0.199); IBR2:E^{GFM} (0.049)
6	-157.863132	0	1.000000	IBR2:E^{GFM} (0.573); IBR3:E^{GFM} (0.390); IBR6:E^{GFM} (0.018)
7	-142.863696 j1020.567960	$+\ 162.428436$	0.138633	IBR8:i_q (0.343); IBR8:i_d (0.342); IBR3:i_q (0.061)
8	-118.069613 j555.888842	$+\ 88.472457$	0.207763	IBR2:i_q (0.246); IBR2:i_d (0.245); IBR3:i_q (0.165)
9	-18.034003	0	1.000000	IBR8:ω_{VSG}^{GFM} (0.257); IBR6:ω_{VSG}^{GFM} (0.224); IBR2:ω_{VSG}^{GFM} (0.213)
10	-12.517483+j16.868689	2.684735	0.595908	IBR2:$V_{d,del}^{GFM}$ (0.079); IBR3:$V_{q,del}^{GFM}$ (0.074); IBR2:$V_{q,del}^{GFM}$ (0.074)
11	-11.633833+j13.272985	2.112461	0.659145	IBR3:ξ_{Iq}^{GFM} (0.087); IBR3:$V_{q,del}^{GFM}$ (0.087); IBR2:ξ_{Id}^{GFM} (0.084)
12	-10.000000	0	1.000000	IBR2:V_{dc} (1.000); IBR2:i_d (0.000); IBR2:i_q (0.000)

No.	Eigenvalue λ (s^{-1})	f (Hz)	ζ	Dominant participation: device:state (normalised)
13	-10.000000	0	1.000000	IBR3:V_{dc} (1.000); IBR2:i_d (0.000); IBR2:i_q (0.000)
14	-10.000000	0	1.000000	IBR6:V_{dc} (1.000); IBR2:i_d (0.000); IBR2:i_q (0.000)
15	-10.000000	0	1.000000	IBR8:V_{dc} (1.000); IBR2:i_d (0.000); IBR2:i_q (0.000)
16	$-8.750654 + \mathrm{j}14.210463$	2.261665	0.524347	IBR3:$V_{q,del}^{GFM}$ (0.176); IBR2:$V_{q,del}^{GFM}$ (0.170); IBR3:ξ_{Iq}^{GFM} (0.158)
17	$-7.899977 + \mathrm{j}14.415799$	2.294346	0.480577	IBR8:$V_{q,del}^{GFM}$ (0.192); IBR8:ξ_{Iq}^{GFM} (0.166); IBR2:$V_{q,del}^{GFM}$ (0.051)
18	$-7.522961+\mathrm{j}130.919399$	20.836470	0.057368	IBR6:δ_{VSG}^{GFM} (0.353); IBR6:ω_{VSG}^{GFM} (0.299); IBR3:ω_{VSG}^{GFM} (0.096)
19	$-7.491432+\mathrm{j}112.918894$	17.971600	0.066198	IBR8:δ_{VSG}^{GFM} (0.409); IBR8:ω_{VSG}^{GFM} (0.299); IBR3:ω_{VSG}^{GFM} (0.078)
20	$-6.973071 + \mathrm{j}9.271486$	1.475603	0.601073	IBR6:ξ_{Iq}^{GFM} (0.147); IBR6:ξ_{Id}^{GFM} (0.144); IBR6:$V_{q,del}^{GFM}$ (0.125)
21	$-5.618627 + \mathrm{j}17.153529$	2.730069	0.311276	IBR6:$V_{q,del}^{GFM}$ (0.194); IBR6:ξ_{Iq}^{GFM} (0.137); IBR6:$V_{d,del}^{GFM}$ (0.104)
22	$-4.987193+\mathrm{j}150.493385$	23.951766	0.033121	IBR3:δ_{VSG}^{GFM} (0.321); IBR2:ω_{VSG}^{GFM} (0.261); IBR3:ω_{VSG}^{GFM} (0.134)
23	$-4.598028 + \mathrm{j}11.579746$	1.842974	0.369046	IBR8:$V_{d,del}^{GFM}$ (0.127); IBR8:ξ_{Id}^{GFM} (0.117); IBR8:$V_{q,del}^{GFM}$ (0.065)
24	-3.635015	0	1.000000	IBR2:ξ_{Vd}^{GFM} (0.362); IBR3:ξ_{Vd}^{GFM} (0.200); IBR3:ξ_{Vq}^{GFM} (0.117)
25	$-3.360497 + \mathrm{j}0.551305$	0.087743	0.986809	IBR8:ξ_{Vq}^{GFM} (0.313); IBR8:ξ_{Vd}^{GFM} (0.244); IBR2:ξ_{Vd}^{GFM} (0.087)
26	-2.880396	0	1.000000	IBR2:ξ_{Vd}^{GFM} (0.325); IBR3:ξ_{Vq}^{GFM} (0.264); IBR2:ξ_{Vq}^{GFM} (0.223)
27	$-2.828050 + \mathrm{j}1.409490$	0.224327	0.895001	IBR6:ξ_{Vq}^{GFM} (0.344); IBR6:ξ_{Vd}^{GFM} (0.300); IBR8:ξ_{Vd}^{GFM} (0.097)
28	$-2.503201 + \mathrm{j}9.251750$	1.472462	0.261174	IBR2:$V_{d,del}^{GFM}$ (0.139); IBR2:ξ_{Id}^{GFM} (0.129); IBR3:δ_{VSG}^{GFM} (0.114)
29	-2.431408	0	1.000000	IBR2:ξ_{Vd}^{GFM} (0.395); IBR2:ξ_{Vq}^{GFM} (0.239); IBR3:ξ_{Vq}^{GFM} (0.179)
30	-2.344851	0	1.000000	IBR2:ξ_{Vq}^{GFM} (0.410); IBR2:ξ_{Vd}^{GFM} (0.184); IBR3:ξ_{Vd}^{GFM} (0.111)

การอ่านกลุ่ม mode คือ

- modes 1, 2, 7 และ 8 เป็น current/filter-network modes ประมาณ 88–169 Hz
- modes 3–6 เป็น E-amplitude modes ของ GFM ทั้งสี่ที่ประมาณ -158 ถึง -160 s^{-1}
- mode 9 เป็น real virtual-frequency family ที่ -18.034003 s^{-1}
- modes 12–15 เป็น dc-link family สี่รากที่ -10 s^{-1}
- modes 18, 19 และ 22 เป็น VSG angle/frequency families ที่ 17.97–23.95 Hz dominant states คือ $\delta_{VSG}, \omega_{VSG}$ ของหลาย IBR แสดงการ coupled กันของ GFM

- modes 10, 11, 16, 17, 20, 21, 23 และ 28 เป็น inner current/command-delay interactions
- modes 24–30 เป็น voltage-integrator modes ที่ช้ากว่า limiting root คือ mode 30 $\lambda = -2.344851$ s^{-1} เป็น real mode ที่มี ξ_{Vq}, ξ_{Vd} ของ GFM หลายตัวเข้าร่วม จึงมี small-signal margin มากกว่ากรณีหนึ่ง GFM อย่างชัดเจน

ตาราง physical coordinates ทั้ง 47 ตัวของกรณีสี่ GFM แสดงด้านล่าง ทุก state หลังสาม common-plant states ของแต่ละอุปกรณ์เป็น GFM-owned และไม่มีแถว PLL

Coordinate	Device	State	Owner
1	IBR2	i_d	common plant
2	IBR2	i_q	common plant
3	IBR2	V_{dc}	common plant
4	IBR2	ω_{VSG}^{GFM}	GFM
5	IBR2	E^{GFM}	GFM
6	IBR2	ξ_{Vd}^{GFM}	GFM
7	IBR2	ξ_{Vq}^{GFM}	GFM
8	IBR2	ξ_{Id}^{GFM}	GFM
9	IBR2	ξ_{Iq}^{GFM}	GFM
10	IBR2	$V_{d,del}^{GFM}$	GFM
11	IBR2	$V_{q,del}^{GFM}$	GFM
12	IBR3	i_d	common plant
13	IBR3	i_q	common plant
14	IBR3	V_{dc}	common plant
15	IBR3	δ_{VSG}^{GFM}	GFM
16	IBR3	ω_{VSG}^{GFM}	GFM
17	IBR3	E^{GFM}	GFM
18	IBR3	ξ_{Vd}^{GFM}	GFM
19	IBR3	ξ_{Vq}^{GFM}	GFM
20	IBR3	ξ_{Id}^{GFM}	GFM
21	IBR3	ξ_{Iq}^{GFM}	GFM
22	IBR3	$V_{d,del}^{GFM}$	GFM
23	IBR3	$V_{q,del}^{GFM}$	GFM
24	IBR6	i_d	common plant
25	IBR6	i_q	common plant
26	IBR6	V_{dc}	common plant
27	IBR6	δ_{VSG}^{GFM}	GFM
28	IBR6	ω_{VSG}^{GFM}	GFM
29	IBR6	E^{GFM}	GFM
30	IBR6	ξ_{Vd}^{GFM}	GFM
31	IBR6	ξ_{Vq}^{GFM}	GFM
32	IBR6	ξ_{Id}^{GFM}	GFM
33	IBR6	ξ_{Iq}^{GFM}	GFM
34	IBR6	$V_{d,del}^{GFM}$	GFM

Coordinate	Device	State	Owner
35	IBR6	$V_{q,del}^{GFM}$	GFM
36	IBR8	i_d	common plant
37	IBR8	i_q	common plant
38	IBR8	V_{dc}	common plant
39	IBR8	δ_{VSG}^{GFM}	GFM
40	IBR8	ω_{VSG}^{GFM}	GFM
41	IBR8	E^{GFM}	GFM
42	IBR8	ξ_{Vd}^{GFM}	GFM
43	IBR8	ξ_{Vq}^{GFM}	GFM
44	IBR8	ξ_{Id}^{GFM}	GFM
45	IBR8	ξ_{Iq}^{GFM}	GFM
46	IBR8	$V_{d,del}^{GFM}$	GFM
47	IBR8	$V_{q,del}^{GFM}$	GFM

8.6 ข้อสรุป SSSA ที่ใช้ได้และใช้ไม่ได้

จาก SSSA กล่าวได้ว่าทั้ง configuration 1 และ 4 GFM เป็น local asymptotically stable รอบ equilibrium ที่แก้ full P/Q balance แล้ว และ configuration 4 GFM มี local damping margin สูงกว่า แต่ยังกล่าวไม่ได้ว่า 4 GFM จะผ่าน transient ดีกว่าเสมอ เพราะ dispatch ตอน SG trip ต่างกัน: กรณีหนึ่ง GFM คง P_{ref} ของ GFM แล้วให้ GFL ที่เหลือรับ deficit ส่วนกรณีสี่ GFM ต้องกระจาย deficit เข้ากับ GFM โดยตรง จึงอาจสร้าง swing acceleration ตอน event SSSA ไม่เห็น discontinuity นี้ การตัดสิน large-signal ต้องดู TDS ที่ event/input contract เดียวกันและรายงาน current/voltage/frequency limits แยกจาก local eigenvalue

9 event transaction และตัวอินทิเกรต

เมื่อสลับโหมด reset map รักษา terminal port (V, I, P, Q) และ V_{dc}, initialize เฉพาะ controller ของโหมดเป้าหมาย แล้วแก้ right-limit full-KCL ถ้าขั้นใดไม่ผ่าน transaction ทั้งก้อน rollback reference ownership เป็นบทบาทเชิง supervisory/physical และไม่แทนที่หรือลบ KCL row

ก้าวเวลาปกติใช้ implicit trapezoidal แบบ coupled

$$x_{k+1} - x_k - \frac{h}{2}[f(x_k, y_k) + f(x_{k+1}, y_{k+1})] = 0, qquadg(x_{k+1}, y_{k+1}) = 0. \tag{36}$$

ก้าวแรกหลัง discontinuity ใช้ backward-Euler ครึ่งก้าวสองครั้ง

$$x_{m+1} - x_m - \frac{h}{2} f(x_{m+1}, y_{m+1}) = 0 \tag{37}$$

ก่อนกลับสู่ trapezoidal วิธี Rannacher restart นี้ลด ringing เชิงตัวเลขของ trapezoidal ในระบบ stiff โดยไม่ smooth, clip หรือเปลี่ยน trajectory เชิงฟิสิกส์

เมื่อ logical step หนึ่งต้องแบ่งแบบ dyadic solver จะจำระดับ accepted subdivision ล่าสุดเพื่อใช้เป็น จุดเริ่มของ logical step ถัดไป แล้วค่อยลดระดับเมื่อก้าวหยาบกลับมาผ่านได้ ทุก leaf ยังแก้ implicit residual เดิมด้วย Newton tolerance เดิม กลไกนี้ไม่เปลี่ยนสมการ ไม่เปลี่ยน event และไม่ลด acceptance gate ประโยชน์คือไม่ต้องลอง coarse ancestor ที่เพิ่งพิสูจน์แล้วว่าไม่ผ่านซ้ำทุก 0.1 s ในช่วง fault และ handback

severity รายอุปกรณ์ที่ใช้ตัดสินการคืนโหมดมีเฉพาะพจน์แรงดันและความถี่ตามที่กำหนด

$$J_{V,i} = \frac{\big||V_i| - |V_{i,healthy}|\big|}{0.10}, \qquad J_f = \frac{|f_{COI} - 60|}{0.50}, \qquad S_i = \mathrm{sat}_{[0,1]}(0.5J_{V,i} + 0.5J_f)\,. \tag{38}$$

$|V_{i,healthy}|$ คือค่า power flow ตอน SG online ที่บัสของ IBR ตัวนั้น ไม่ใช้ค่า 1 pu เหมารวมทุกบัส RoCoF, active-power error, SCR, PLL-lock และ reference availability ไม่ถูกเฉลี่ยเข้า S_i; hard admissibility check ที่เกี่ยวข้องยังตรวจแยกและไม่สามารถถูก severity ที่ต่ำกว่าหักล้างได้

ขณะ SG offline ระบบใช้ S_i สองพจน์เดิมแบบ real time ทั้งขาเพิ่มและขาลด support ถ้า severity ระบบ สูงถึง $\Gamma_{on} = 0.65$ ต่อเนื่อง $T_{d,on} = 0.10$ s ตัวเลือกจะหา authenticated feasible strict superset ที่เล็กที่สุดของชุด GFM ปัจจุบันและ commit ผ่าน transaction ถ้า severity ต่ำกว่า $\Gamma_{off} = 0.35$ ต่อเนื่อง $T_{d,off} = 1.00$ s จึงพิจารณา feasible subset ได้ แต่ตราบใดที่ SG ยัง offline ต้องเหลือ GFM อย่างน้อยหนึ่งตัวและต้องมี authenticated reference owner ของ island เสมอ ในผลจริง SG trip ที่ 20 s เริ่มด้วย GFM หนึ่งตัว แล้วความเครียดที่วัดได้ทำให้เพิ่มอีกสามตัวที่ 21.2 s ดังนั้นการเปลี่ยน 1 เป็น 4 GFM เป็นผลของ supervisor ไม่ใช่ตารางเวลาที่บังคับจำนวนไว้ล่วงหน้า

9.1 SG synchronizer และเหตุผลที่ reclose เดิมไม่ผ่าน

เมื่อ breaker ของ SG เปิดอยู่ $T_e = 0$ แต่ rotor และ prime mover ยังมีพลวัต

$$2H\dot{\omega}_{SG} = P_m - D\omega_{SG}, \qquad \dot{\delta}_{SG} = \omega_0\omega_{SG}. \tag{39}$$

engine เดิมเปรียบเทียบ ω_{SG} กับศูนย์ deviation หรือ 60 Hz แม้ grid ที่ GFM สร้างมีความถี่อื่น หลัง topology restore ผลก่อนแก้มี grid ประมาณ 62.657 Hz แต่ SG อยู่ใกล้ 60 Hz ทำให้ relative phase หมุนผ่านกรอบ $\pm 10^\circ$ ตลอดและไม่มีทางค้างครบ 0.5 s การ timeout นั้นจึงเกิดจาก reference-frequency contract ผิด ไม่ใช่ข้อพิสูจน์ว่า SG ทางฟิสิกส์ reclose ไม่ได้

controller ที่แก้แล้ววัด grid สดและกำหนด

$$e_\theta = \text{wrap}(\angle V_{bus} - \angle V_{SG,oc}), \qquad e_\omega = \omega_g - \omega_{SG}, \tag{40}$$

$$P_c = \text{sat}_{[0,P_{max}]}\left(D\omega_g + K_\omega e_\omega + K_\theta e_\theta\right), \tag{41}$$

$$K_\omega = 4H\zeta\omega_n - D, \qquad K_\theta = \frac{2H\omega_n^2}{\omega_0}, \tag{42}$$

$$T_{sv}\dot{P}_{sv} = -P_{sv} + P_c, \qquad T_{ch}\dot{P}_m = -P_m + P_{sv}. \tag{43}$$

สมการ gain มาจากการวาง pole ของ relative angle/speed pair ที่ได้จาก swing equation ของโครงการเอง โดยใช้ $\omega_n = 0.8$ rad/s, $\zeta = 1, T_{sv} = 0.2$ s และ $T_{ch} = 0.4$ s ส่วน voltage matcher ปรับ field input แยกจาก mechanical synchronizer linearization ที่รวม actuator lag ทั้งสองให้ eigenvalue ทุกตัวอยู่ซีกซ้ายและ max $\Re(\lambda) < -0.5$ s^{-1}

คำขอ $sg_on = 145$ s เป็นเวลาเริ่มอนุญาต ไม่ใช่คำสั่งปิด breaker ทันที case ให้โอกาส synchronizer 20 s โดยไม่เปลี่ยน threshold หรือ dwell 0.5 s ผลจริงปิดที่ 154.300 s และ guard ขณะปิดคือ

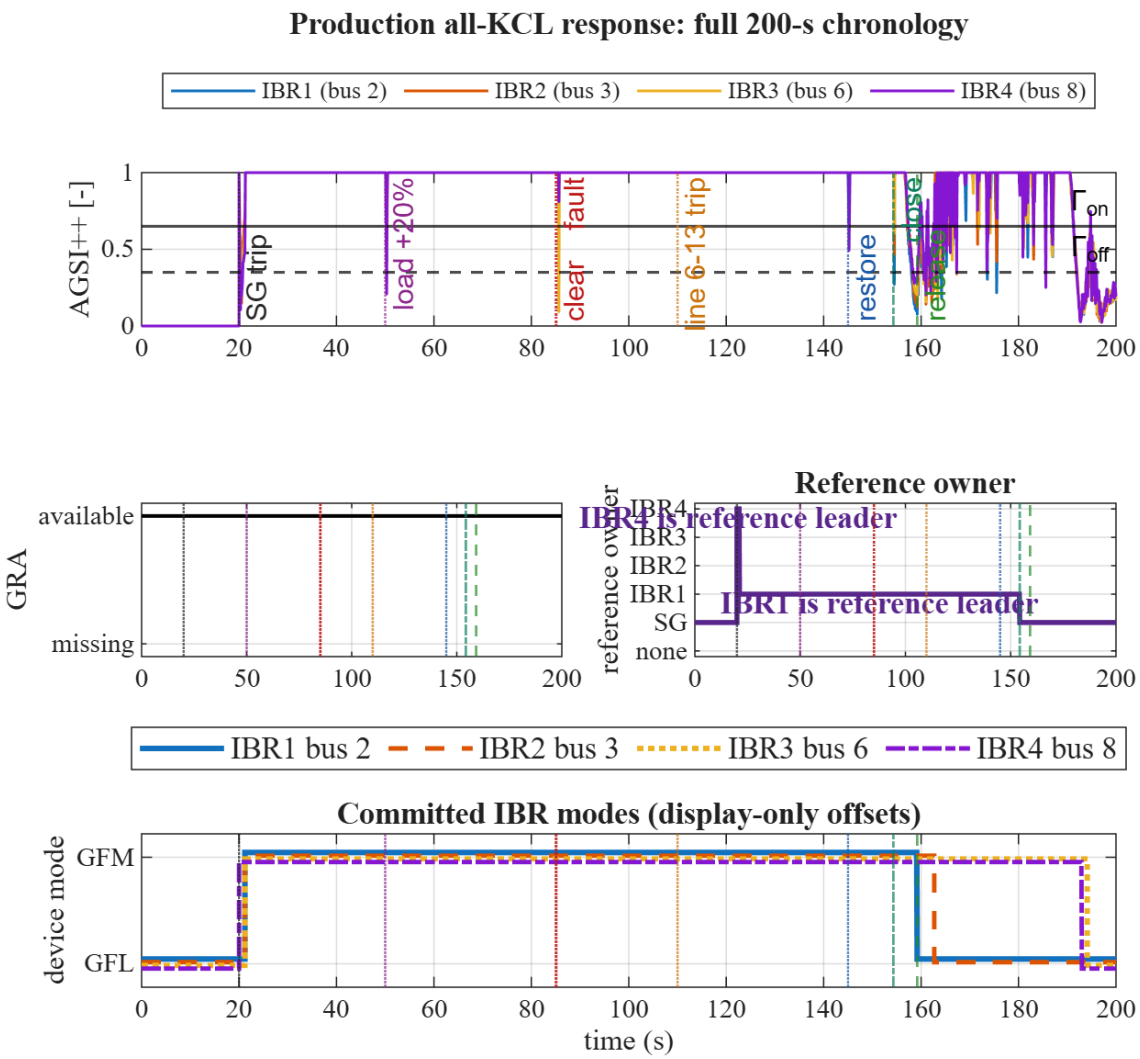
$$\Delta V = 0.018675 \text{ pu}, \qquad \Delta f = 0.000107 \text{ pu}, \qquad \Delta\theta = 5.612123^\circ. \tag{44}$$

ทุกค่าผ่านกรอบเดิมก่อนทำ atomic right-limit KCL transaction แล้ว reference owner จึงย้ายกลับ SG โดยที่โหมด IBR ยังไม่เปลี่ยนใน transaction นี้

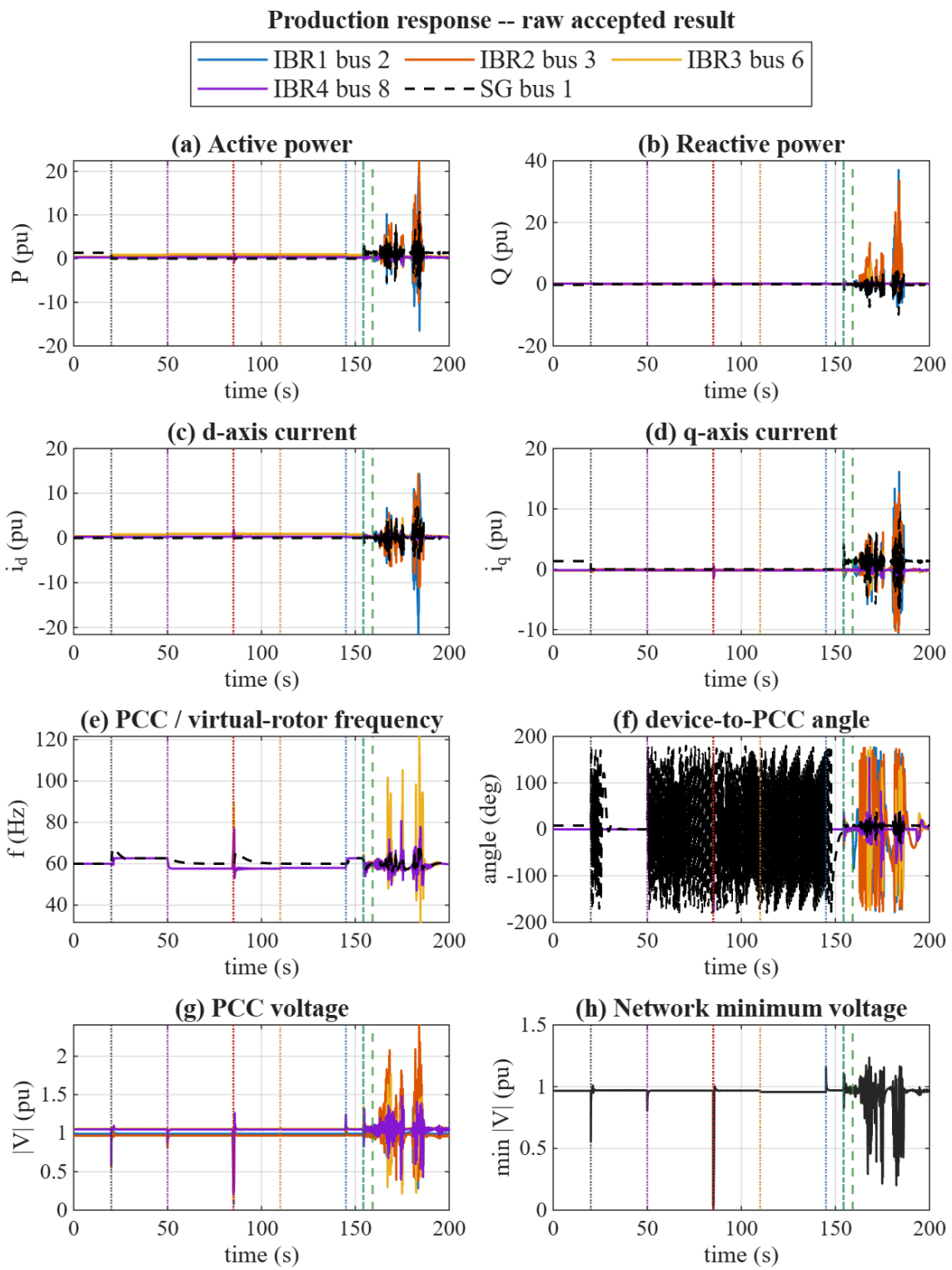
หลัง SG reclose ไม่มีคำสั่ง hard-code ให้ IBR ทุกตัวกลับ GFL พร้อมกัน SG ต้องผ่าน synchronism dwell ก่อน จากนั้น GFM แต่ละตัวต้องมี $S_i < \Gamma_{off}$ ต่อเนื่องครบ $T_{d,off}$ และผ่าน transfer/KCL transaction ของตนเอง ผลจริง release ทีละตัวที่ 159.200, 162.700, 193.000และ 194.100 s และเป็น all-GFL ตั้งแต่ 194.100 s เป็นต้นไป

10 หลักฐานจาก event log และกราฟ

Time (s)	Event / index	Timer	Mode before → after	Reason
20.000	SG trip / 0.000	reference-loss guard	all GFL → 1 GFM / 3 GFL	SG opened; authenticated selected-GFM transaction committed
21.200	GFM support add / 0.708	0.1-s severity dwell	1 GFM / 3 GFL → all GFM	SG-off severity high; feasible strict superset committed
50.000	load step / 1.000	–	all GFM → all GFM	base constant-impedance load increased
85.000	fault on / 1.000	–	all GFM → all GFM	bus-9 shunt fault applied
85.150	fault clear / 1.000	–	all GFM → all GFM	fault admittance removed
110.000	line trip / 1.000	–	all GFM → all GFM	line 6–13 opened
145.000	topology restore / 1.000	–	all GFM → all GFM	base load and line restored
145.000	SG close request / 1.000	–	all GFM → all GFM	earliest close request; guard monitored
154.300	SG reclose / 1.000	0.5-s sync dwell	all GFM → all GFM	guard passed; SG owns reference; IBR modes unchanged
159.200	severity release / 0.299	1.0-s severity dwell	all GFM → 3 GFM / 1 GFL	two-term severity dwell passed; transfer/ KCL committed
162.700	severity release / 0.583	1.0-s severity dwell	3 GFM / 1 GFL → 2 GFM / 2 GFL	two-term severity dwell passed; transfer/ KCL committed
193.000	severity release / 0.160	1.0-s severity dwell	2 GFM / 2 GFL → 1 GFM / 3 GFL	two-term severity dwell passed; transfer/ KCL committed
194.100	severity release / 0.291	1.0-s severity dwell	1 GFM / 3 GFL → all GFL	two-term severity dwell passed; transfer/ KCL committed



รูปที่ 1: severity ที่ยอมรับได้, reference owner และ committed mode ของ IBR จากผลดิบ



รูปที่ 2: trajectory ทางไฟฟ้าจากผลดิบที่ยอมรับแล้ว โดยไม่ smooth, clip, filter หรือเติมสัญญาณสังเคราะห์

ช่วงแรงดันและความถี่ที่รายงานไม่ใช่ acceptance threshold การที่ trajectory finite และทุก all-KCL step converge แสดงการคำนวณครบตามสัญญา แต่แรงดันที่แกว่งยังเป็นข้อจำกัดของ model/controller ที่ต้องพัฒนาต่อ

11 การตรวจสอบและการสร้างซ้ำ

targeted tests ครอบคลุม state ownership, PLL sensitivity ของ GFL, มุม no-PLL ของ GFM, coefficient ของ E_{ref} ในสมการ (24), dc restoration, terminal-port continuity, per-unit power covariance, SCR applicability, full-KCL equilibrium, physical SSSA, trapezoidal เดิม, backward-Euler oracle, event rollback, SG reclose และ index-driven handback ผลรวมคือ 71/71 ผ่าน ไม่ได้รัน full repository regression เพราะ targeted set ครอบคลุม producer, consumer และ failure path ที่แก้แล้ว

คำสั่งสร้างซ้ำคือ

```
matlab -batch "addpath('scripts/reporting'); ...
  generate_gfl_gfm_sssa_tables"
matlab -batch "addpath('scripts/diagnostics'); ...
  run_ieee14_gfl_gfm_state_release"
matlab -batch "addpath('scripts/reporting'); ...
  generate_ieee14_switch_report_figures(reuse_cache=true)"
```

คำสั่งแรกสร้าง authenticated selector และตาราง SSSA ใหม่ทั้งหมด คำสั่งที่สองเขียน progress และผล transient เต็มไปยังไฟล์ต่อไปนี้

- `output/diagnostics/engine_release_progress.log`
- `output/diagnostics/engine_release_result.log`
- `output/diagnostics/engine_release_result.mat`

คำสั่งที่สามสร้างกราฟ ตาราง event และตัวเลขในรายงานนี้จากผลดังกล่าว

12 ข้อจำกัด

- dc-source controller เป็น project-derived closure เพราะ case ไม่ได้กำหนดกฎกระแส DC ภายนอก
- automatic selector แบบ exhaustive ผ่านการตรวจเฉพาะเมื่อ eligible IBR ไม่เกินสี่ตัว ระบบใหญ่กว่านี้ fail closed จนกว่าจะมี scalable search ที่ตรวจสอบแล้ว
- candidate feasibility รวมสมดุล P/Q และ limit ที่ equilibrium แต่ ranking ยังไม่มี time-domain reserve/security score
- แบบจำลองเป็น balanced positive-sequence พฤติกรรม unbalanced และ switching-frequency อยู่นอกขอบเขต
- transient voltage oscillation ถูกเปิดเผยและไม่ใช่ readiness claim