- 一、下面是有关二叉树的叙述,请判断正误()
- (√) 1. 若二叉树用二叉链表作存贮结构,则在 n 个结点的二叉树链表中只有 n—1 个非空指针域。
- (×)2.二叉树中每个结点的两棵子树的高度差等于1。
- (√) 3.二叉树中每个结点的两棵子树是有序的。
- (X)4.二叉树中每个结点有两棵非空子树或有两棵空子树。
- (×)5.二叉树中每个结点的关键字值大于其左非空子树(若存在的话)所有结点的关键字值,且小于 其右非空子树(若存在的话)所有结点的关键字值。 (应当是二叉排序树的特点)
- (\times) 6.二叉树中所有结点个数是 2^{k-1} -1, 其中 k 是树的深度。 $(\triangle 2^{i}$ -1)
- (×)7.二叉树中所有结点,如果不存在非空左子树,则不存在非空右子树。
- (\times) 8.对于一棵非空二叉树,它的根结点作为第一层,则它的第 i 层上最多能有 2^{i} —1 个结点。 $(\triangle 2^{i-1})$
- (√)9.用二叉链表法(link-rlink)存储包含 n 个结点的二叉树,结点的 2n 个指针区域中有 n+1 个为 空指针。

(正确。用二叉链表存储包含 n 个结点的二叉树,结点共有 2n 个链域。由于二叉树中,除根结点外,每一个结点有且仅有一个双亲,所以只有 n-1 个结点的链域存放指向非空子女结点的指针,还有 n+1 个空指针。)即有后继链接的指针仅 n-1 个。

(✓) 10.具有 12 个结点的完全二叉树有 5 个度为 2 的结点。

最快方法: 用叶子数=[n/2]=6, 再求 n_2 = n_0 -1=5

二、填空()

- 2. 一棵深度为 6 的满二叉树有 $\underline{n_1+n_2=0+n_2=n_0-1=31}$ _个分支结点和 $\underline{2^{6-1}=32}$ _个叶子。注:满二叉树没有度为 1 的结点,所以分支结点数就是二度结点数。
- 3. 一棵具有 2 5 7 个结点的完全二叉树,它的深度为____。 (注:用_log₂(n) _\+1= _ 8.xx _\+1=9
- 4. 设一棵完全二叉树有 700 个结点,则共有<u>350</u>个叶子结点。 答:最快方法:用叶子数=[n/2]=350
- 5. 设一棵完全二叉树具有 1000 个结点,则此完全二叉树有 $_{500}$ _个叶子结点,有 $_{499}$ __个度为 2 的结点,有 $_{1}$ __个结点只有非空左子树,有 $_{1}$ __个结点只有非空右子树。
- 答:最快方法:用叶子数=[n/2]=500, n_2 = n_0 -1=499。 另外,最后一结点为 2i 属于左叶子,右叶子是空的,所以有 1 个非空左子树。完全二叉树的特点决定不可能有左空右不空的情况,所以**非空右子树数=0**.
- 6. 一棵含有 n 个结点的 k 叉树,可能达到的最大深度为 n ,最小深度为 2 。

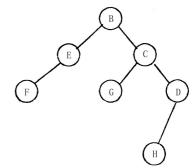
答: 当 k=1(单叉树)时应该最深,深度=n(层); 当 k=n-1(n-1 叉树)时应该最浅,深度=2(层),但不包括 n=0 或 1 时的特例情况。教材答案是"完全 k 叉树",未定量。)

7. 二叉树的基本组成部分是:根(N)、左子树(L)和右子树(R)。因而二叉树的遍历次序有六种。最常用的是三种:前序法(即按 N L R 次序),后序法(即按 L R N 次序)和中序法(也称对称序法,即按 L N R 次序)。这三种方法相互之间有关联。若已知一棵二叉

云,即在LNR (人)户)。这三种方法相互之间有大联。看已知一株二人树的前序序列是 BEFCGDH,中序序列是 FEBGCHD,则它的后序序列

必是 FEGHDCB

解:法1:先由已知条件画图,再后序遍历得到结果;



必为最后。如法对 B	的左右子树同样处理,则	问题得解。		
	法平均空间复杂度为 <u> </u> 层数,即栈的占用单元数		+1,包括叶子的	空域也递归了一次。
解: 先构造哈夫曼树	4, 5, 1}构造的哈夫曼(Hu ,得到各叶子的路径长度		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	(1+2) ×3=33
(9) (6) (6)	(注: 两 (注: 合	个合并值先后不同会导致并值应排在叶子值之后	<mark>枚编码不同,即</mark> 哈)	夫曼编码不唯一)
(注: 』	京题为选择题: A. 32	B. 33	C. 34	D. 15)
三、单项选择题() 何结点的空树			
(A)是		(B)是一村	果二叉树; 是树也不是二叉树	†
(C) 2. 二叉树分	,因为那时树的定义是 nž 是 非线性数据结构,所以	o	∆ ⊌ 	ll. + hb
	下能用顺序存储结构存储; 存储结构和链式存储结构			*
$(A)\lceil \log$)个结点的完全二叉树的浴 g ₂ (n)	$(C) \lfloor \log_2(n) \rfloor + 1$ (D)		
	x 的最小整数; Lx 表示 是的。例如当 n 为 2 的整数			
	对转换为二叉树后,这棵		o	
(A)唯 (C)有	──的 多种,但根结点都没有左	(B)有多种 孩子 (D)有多种,	,但根结点都没有	育右孩子
树是结点的有限	」,选出应填入下面叙述 集合,它 <u>A_</u> 根结点,记 Tm,每个集合又都是核	为 T。其余的结点分成为	为 m (m≥0) 个_	В
	子结点个数为该结点的 <u>C</u>			1 111 1 11/1/1/1/1/1
B: ①互不相交	个 ②有 0 个或多个 ② 允许相交 ② 维数		④ 允许树枝结	
答案: ABC=1, 1,	3			

法 2: 不画图也能快速得出后序序列,只要找到根的位置特征。由前序先确定 root,由中序先确定左子

法 3: 递归计算。如 B 在前序序列中第一,中序中在中间(可知左右子树上有哪些元素),则在后序中

树。例如,前序遍历 BEFCGDH 中,根结点在最前面,是 B;则后序遍历中 B 一定在最后面。

6. 从供选择的答案中,选出应填入下面叙述 ? 内的最确切的解答,把相应编号写在答卷的对应栏 内。

二叉树 A 。在完全的二叉树中,若一个结点没有 B ,则它必定是叶结点。每棵树都能惟一地转 换成与它对应的二叉树。由树转换成的二叉树里,一个结点 N 的左子女是 N 在原树里对应结点的 C , 而 N 的右子女是它在原树里对应结点的 D 。 供选择的答案

A: ①是特殊的树 ②不是树的特殊形式 ③是两棵树的总称 ④有是只有二个根结点的树形结构 ② 右子结点 ③ 左子结点或者没有右子结点 4 兄弟 ①左子结点

C~D: ①最左子结点

② 最右子结点

③ 最邻近的右兄弟

④ 最邻近的左兄弟

⑤ 最左的兄弟

⑥ 最右的兄弟

答案: A= B=_____ C=___

答案: ABCDE=2, 1, 1, 3

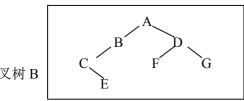
四、简答题()

1. 一棵度为2的树与一棵二叉树有何区别?

答: 度为2的树从形式上看与二叉树很相似,但它的子树是无序的,而二叉树是有序的。即,在一般树中 若某结点只有一个孩子,就无需区分其左右次序,而在二叉树中即使是一个孩子也有左右之分。

2.设如下图所示的二叉树 B 的存储结构为二叉链表, root 为根指针, 结点结构为: (lchild,data,rchild)。其 中 lchild, rchild 分别为指向左右孩子的指针, data 为字符型, root 为根指针,试回答下列问题:

- 1. 对下列二叉树 B, 执行下列算法 traversal(root), 试指出其输出结
- 2. 假定二叉树 B 共有 n 个结点, 试分析算法 traversal(root)的时间复 杂度。(共8分)



二叉树 B

解:这是"先根再左再根再右",比前序遍历多打印各结点一次,输 出结果为: ABCCEEBADFFDGG

特点: ①每个结点肯定都会被打印两次; ②但出现的顺序不同, 其 规律是: 凡是有左子树的结点,必间隔左子树的全部结点后再重复 出现;如A,B,D等结点。反之马上就会重复出现。如C,E,F, G等结点。

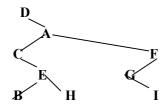
C 的结点类型定义如下: struct node {char data; struct node *lchild, rchild; **}**; C 算法如下: void traversal(struct node *root) {if (root) {printf("%c", root->data); traversal(root->lchild); printf("%c", root->data); traversal(root->rchild);

时间复杂度以访问结点的次数为主,精确值为 2*n,时间渐近度为 O(n).

3.给定二叉树的两种遍历序列,分别是:

前序遍历序列: D, A, C, E, B, H, F, G, I; 中序遍历序列: D, C, B, E, H, A, G, I, F, 试画出二叉树 B, 并简述由任意二叉树 B的前序遍历序列和中序遍历序列求二叉树 B的思想方法。

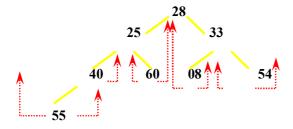
解:方法是:由前序先确定 root,由中序可确定 root 的左、右子树。然后由其左子树的元素集合和右子树 的集合对应前序遍历序列中的元素集合,可继续确定 root 的左右孩子。将他们分别作为新的 root,不断递 归,则所有元素都将被唯一确定,问题得解。

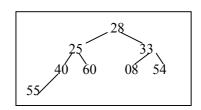


4.给定如图所示二叉树 T,请画出与其对应的中序线索二叉树。

解: 要遵循中序遍历的轨迹来画出每个前驱和后继。

中序遍历序列: 55 40 25 60 28 08 33 54

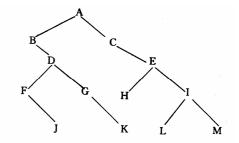




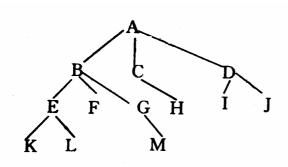
五、阅读分析题()

1.试写出如图所示的二叉树分别按先序、中序、后序遍历时得到的结点序列。

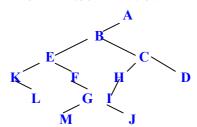
答: DLR: ABDFJGKCEHILM LDR: BFJDGKACHELIM LRD: JFKGDBHLMIECA



2. (P60 4-27) 把如图所示的树转化成二叉树。



答:注意全部兄弟之间都要连线(包括度为 2 的兄弟),并注意原有连线结点一律归入左子树,新添连线结点一律归入右子树。



答: 这是找结点后继的程序。

共有3处错误。

注: 当 rtag=1 时说明内装后继指针,可直接返回,第一句无错。

当 rtag=0 时说明内装右孩子指针,但孩子未必是后继,需要计算。中序遍历应当 先左再根再右,所以应当找左子树直到叶

子处。r=r->lchild; 直到 LTag=1;

3

BiTree InSucc(BiTree q){

//已知 q 是指向中序线索二叉树上某个结点的指针, //本函数返回指向*q 的后继的指针。

r=q->rchild;

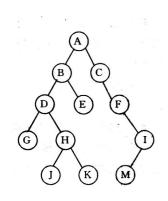
//应改为 r=q;

if(!r->rtag)

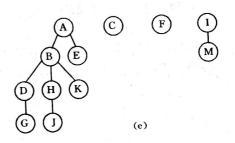
while(!r->rtag)r=r->rchild; // 应 改 为while(!r->Ltag) r=r->Lchild;

return r; //应改为 return r->rchild;

4.画出和下列二叉树相应的森林。



答:注意根右边的子树肯定是森林, 而孩子结点的右子树均为兄弟。



六、算法设计题()

1.编写递归算法,计算二叉树中叶子结点的数目。

解:思路:输出叶子结点比较简单,用任何一种遍历递归算法,凡是左右指针均空者,则为叶子,将其打印出来。

法一:核心部分为:

```
DLR(liuyu *root) /*中序遍历 递归函数*/
{if(root!=NULL)
    {if((root->lchild==NULL)&&(root->rchild==NULL)){sum++; printf("%d\n",root->data);}
    DLR(root->lchild);
    DLR(root->rchild); }
    return(0);
}

法二:
int LeafCount_BiTree(Bitree T)//求二叉树中叶子结点的数目
```

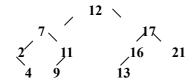
```
if(!T) return 0; //空树没有叶子
 else if(!T->lchild&&!T->rchild) return 1; //叶子结点
 else return Leaf Count(T->lchild)+Leaf Count(T->rchild);//左子树的叶子数加
上右子树的叶子数
}//LeafCount BiTree
```

注: 上机时要先建树! 例如实验二的方案一。

① 打印叶子结点值(并求总数)

思路: 先建树, 再从遍历过程中打印结点值并统计。

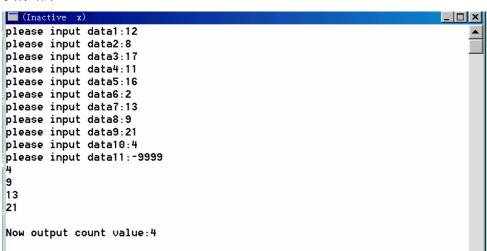
步骤 1 键盘输入序列 12, 8, 17, 11, 16, 2, 13, 9, 21, 4, 构成一棵二叉排序树。叶子结点值应该是 4, 9, 13, 21, 总数应该是 4.



编程: 生成二叉树排序树之后, 再中序遍历排序查找结点的完整程序如下:

```
说明部分为:
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
typedef struct liuyu{int data;struct liuyu *lchild,*rchild;}test;
liuyu *root;
int sum=0;int m=sizeof(test);
void insert_data(int x)
                            /*如何生成二叉排序树?参见教材 P43C 程序*/
{ liuyu *p,*q,*s;
s=(test*)malloc(m);
s->data=x;
s->lchild=NULL;
s->rchild=NULL;
if(!root){root=s; return;}
p=root;
                           /*如何接入二叉排序树的适当位置*/
while(p)
 {q=p;
if(p->data==x){printf("data already exist! \n");return;}
else if(x  data)p = p > lchild; else p = p > rchild;
if(x < q - > data)q - > lchild = s;
else q->rchild=s;
}
DLR(liuyu *root)
                     /*中序遍历
                                   递归函数*/
{if(root!=NULL)
 {if((root->lchild==NULL)&&(root->rchild==NULL)){sum++; printf("%d\n",root->data);}
  DLR(root->lchild);
```

```
DLR(root->rchild); }
return(0);
                 /*先生成二叉排序树,再调用中序遍历递归函数进行排序输出*/
main()
{int i,x;
i=1;
root=NULL;
                     /*千万别忘了赋初值给 root!*/
do{printf("please input data%d:",i);
i++;
                       /*从键盘采集数据,以-9999表示输入结束*/
scanf("\%d",&x);
if(x=-9999)
  DLR(root);
  printf("\nNow output count value:%d\n",sum);
  return(0); }
  else insert data(x);
                            /*调用插入数据元素的函数*/
while(x!=-9999);
return(0);}
执行结果:
```



若一开始运行就输入-9999,则无叶子输出,sum=0。

2.写出求二叉树深度的算法, 先定义二叉树的抽象数据类型。 ()

编写递归算法,求二叉树中以元素值为x的结点为根的子树的深度。

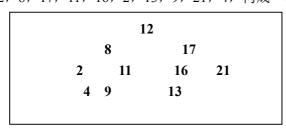
答;设计思路:只查后继链表指针,若左或右孩子的左或右指针非空,则层次数加1;否则函数返回。但注意,递归时应当从叶子开始向上计数,否则不易确定层数。

```
int depth(liuyu*root) /*统计层数*/
{int d,p; /*注意每一层的局部变量 d,p 都是各自独立的*/
p=0;
if(root==NULL)return(p); /*找到叶子之后才开始统计*/
else {
    d=depth(root->lchild);
if(d>p) p=d; /*向上回朔时,要挑出左右子树中的相对大的那个深度值*/
d=depth(root->rchild);
if(d>p)p=d;
```

```
}
p=p+1;
return(p);
法二:
int Get Sub Depth(Bitree T,int x)//求二叉树中以值为 x 的结点为根的子树深度
  if(T->data==x)
  {
    printf("%d\n",Get_Depth(T)); //找到了值为 x 的结点,求其深度
    exit 1;
  else
  {
    if(T->lchild) Get_Sub_Depth(T->lchild,x);
    if(T->rchild) Get Sub Depth(T->rchild,x); //在左右子树中继续寻找
}//Get_Sub_Depth
int Get_Depth(Bitree T)//求子树深度的递归算法
  if(!T) return 0;
  else
    m=Get_Depth(T->lchild);
    n=Get Depth(T->rchild);
    return (m>n?m:n)+1;
}//Get_Depth
```

附: 上机调试过程

步骤 1 键盘输入序列 12, 8, 17, 11, 16, 2, 13, 9, 21, 4, 构成一棵二叉排序树。层数应当为 4



```
步骤 2: 执行求深度的函数,并打印统计出来的深度值。
完整程序如下:
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
typedef struct liuyu{int data;struct liuyu *lchild,*rchild;}test;
liuyu *root;
int sum=0;int m=sizeof(test);
```

```
/*如何生成二叉排序树?参见教材 P43C 程序*/
void insert data(int x)
{ liuyu *p,*q,*s;
s=(test*)malloc(m);
s->data=x;
s->lchild=NULL;
s->rchild=NULL;
if(!root){root=s; return;}
p=root;
                       /*如何接入二叉排序树的适当位置*/
while(p)
 {q=p;
if(p->data==x){printf("data already exist! \n");return;}
else if(x  data)p = p > lchild; else p = p > rchild;
if(x < q - > data)q - > lchild = s;
else q->rchild=s;
}
                     /*统计层数*/
int depth(liuyu*root)
{int d,p;
                         /*注意每一层的局部变量 d,p 都是各自独立的*/
p=0;
if(root==NULL)return(p);
                         /*找到叶子之后才开始统计*/
else{
d=depth(root->lchild);
                       /*向上回朔时,要挑出左右子树中的相对大的那个深度值*/
if(d>p) p=d;
d=depth(root->rchild);
if(d>p)p=d;
}
p=p+1;
return(p);
}
                      /*先生成二叉排序树,再调用深度遍历递归函数进行统计并输出*/
void main()
{int i,x;
i=1;
root=NULL;
                      /*千万别忘了赋初值给 root!*/
do{printf("please input data%d:",i);
i++;
scanf("%d",&x);
                        /*从键盘采集数据,以-9999表示输入结束*/
if(x=-9999){
     printf("\nNow output depth value=%d\n", depth (root)); return; }
                              /*调用插入数据元素的函数*/
   else insert data(x);}
while(x!=-9999);
return;}
执行结果:
```

```
🔳 (Inactive x)
please input data1:
please input data2:
                                       8
please input data3:
                                       1 7
please input data4:
                                       1 1
please input data5:
                                       16
please input data6:
please input data7:
                                       1 3
please input data8:
                                       2 1
please input data9:
please input data10:
                                         -9999
please input datall:
Now output depth value=4
```

3.编写按层次顺序(同一层自左至右)遍历二叉树的算法。

或:按层次输出二叉树中所有结点;

解: 思路: 既然要求从上到下,从左到右,则利用队列存放各子树结点的指针是个好办法。

这是一个循环算法,用 while 语句不断循环,直到队空之后自然退出该函数。

技巧之处: 当根结点入队后, 会自然使得左、右孩子结点入队, 而左孩子出队时又会立即使得它的左右孩子结点入队, ……以此产生了按层次输出的效果。

```
level(liuyu*T)
```

```
/* liuyu *T,*p,*q[100]; 假设 max 已知*/
{int f,r;
f=0; r=0;
                    /*置空队*/
r=(r+1)\%max;
q[r]=T;
                   /*根结点进队*/
while(f!=r)
                 /*队列不空*/
\{f=(f+1\%max);
                  /*出队*/
p=q[f];
printf("%d",p->data);
                           /*打印根结点*/
                                          /*若左子树不空,则左子树进队*/
if(p->lchild)\{r=(r+1)\%max; q[r]=p->lchild;\}
if(p->rchild)\{r=(r+1)\%max; q[r]=p->rchild;\}
                                          /*若右子树不空,则右子树进队*/
return(0);
}
法二:
void LayerOrder(Bitree T)//层序遍历二叉树
  InitQueue(Q); //建立工作队列
  EnQueue(Q,T);
  while(!QueueEmpty(Q))
    DeQueue(Q,p);
    visit(p);
    if(p->lchild) EnQueue(Q,p->lchild);
    if(p->rchild) EnQueue(Q,p->rchild);
```

}//LayerOrder

可以用前面的函数建树,然后调用这个函数来输出。

```
完整程序如下(已上机通过)
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#define max 50
typedef struct liuyu{int data;struct liuyu *lchild,*rchild;}test;
liuyu *root,*p,*q[max];
int sum=0;int m=sizeof(test);
void insert_data(int x)
                            /*如何生成二叉排序树?参见教材 P43C 程序*/
{ liuyu *p,*q,*s;
s=(test*)malloc(m);
s->data=x;
s->lchild=NULL;
s->rchild=NULL;
if(!root){root=s; return;}
p=root;
                         /*如何接入二叉排序树的适当位置*/
while(p)
 {q=p;
if(p->data==x){printf("data already exist! \n");return;}
else if(x < p-> data)p=p-> lchild; else <math>p=p-> rchild;
  }
if(x < q - > data)q - > lchild = s;
else q->rchild=s;
}
level(liuyu*T)
/* liuyu *T,*p,*q[100]; 假设 max 已知*/
{int f,r;
f=0; r=0;
                     /*置空队*/
r=(r+1)\%max;
q[r]=T;
                    /*根结点进队*/
while(f!=r)
                  /*队列不空*/
\{f=(f+1\%max);
                   /*出队*/
p=q[f];
printf("%d",p->data);
                            /*打印根结点*/
                                            /*若左子树不空,则左子树进队*/
if(p->lchild)\{r=(r+1)\%max; q[r]=p->lchild;\}
                                            /*若右子树不空,则右子树进队*/
if(p->rchild)\{r=(r+1)\%max; q[r]=p->rchild;\}
}
return(0);
}
```

```
/*先生成二叉排序树,再调用深度遍历递归函数进行统计并输出*/
void main()
{int i,x;
i=1;
root=NULL;
                  /*千万别忘了赋初值给 root!*/
do{printf("please input data%d:",i);
i++;
scanf("%d",&x);
                    /*从键盘采集数据,以-9999表示输入结束*/
if(x==-9999)
    printf("\nNow output data value:\n", level(root)); return; }
                        /*调用插入数据元素的函数*/
  else insert data(x);
while(x!=-9999);
return;}
4. 已知一棵具有 n 个结点的完全二叉树被顺序存储于一维数组 A 中, 试编写一个算法打印出编号为 i 的结
点的双亲和所有的孩子。
答: 首先,由于是完全二叉树,不必担心中途会出现孩子为 null 的情况。
其次分析:结点 i 的左孩子为 2i,右孩子为 2i+1;直接打印即可。
   Printf("Left child=", %d, v[2*i].data; "Right child=", %d, v[2*i+1].data;);
   但其双亲是 i/2, 需先判断 i 为奇数还是偶数。若 i 为奇数,则应当先 i-- ,然后再除以 2。
   If(i/2!=0)i--;
   Printf("Parents=", %d, v[i/2].data;);
5.编写算法判别给定二叉树是否为完全二叉树。
答: int IsFull Bitree(Bitree T)//判断二叉树是否完全二叉树,是则返回 1,否则返回 0
 InitQueue(Q);
 flag=0;
 EnQueue(Q,T); //建立工作队列
 while(!QueueEmpty(Q))
 {
 {
   DeQueue(Q,p);
   if(!p) flag=1;
   else if(flag) return 0;
   else
     EnQueue(Q,p->lchild);
     EnQueue(Q,p->rchild); //不管孩子是否为空,都入队列
 }//while
 return 1;
}//IsFull Bitree
分析:该问题可以通过层序遍历的方法来解决,与6.47相比,作了一个修改,不管当前结点
是否有左右孩子,都入队列.这样当树为完全二叉树时,遍历时得到是一个连续的不包含空
```

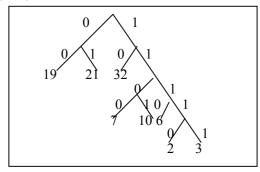
指针的序列.反之,则序列中会含有空指针.

6. 假设用于通信的电文仅由 8 个字母组成,字母在电文中出现的频率分别为 0.07, 0.19, 0.02, 0.06, 0.32, 0.03, 0.21, 0.10。试为这 8 个字母设计哈夫曼编码。使用 0~7 的二进制表示形式是另一种编码方案。对于上述实例,比较两种方案的优缺点。

解:方案1;哈夫曼编码

先将概率放大100倍,以方便构造哈夫曼树。

w={7,19,2,6,32,3,21,10},按哈夫曼规则:【[(2,3),6],(7,10)】,……19,21,32



方案比较:

字母编号	对应编码	出现频率
1	1100	0.07
2	00	0.19
3	11110	0.02
4	1110	0.06
5	10	0.32
6	11111	0.03

字母编号	对应编码	出现频率
1	000	0.07
2	001	0.19
3	010	0.02
4	011	0.06
5	100	0.32
6	101	0.03
_	440	0.01

方案 1 的 WPL=2(0.19+0.32+0.21)+4(0.07+0.06+0.10)+5(0.02+0.03)=1.44+0.92+0.25=2.61 方案 2 的 WPL=3(0.19+0.32+0.21+0.07+0.06+0.10+0.02+0.03)=3

结论: 哈夫曼编码优于等长二进制编码