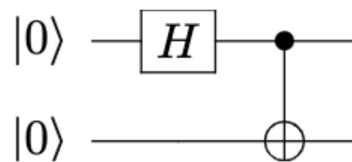


양자 컴퓨팅: 응용적 접근

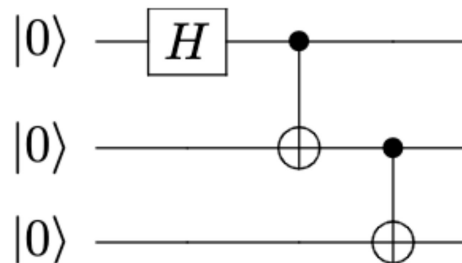
제3 장 문제 : 큐비트, 연산자 그리고 측정

1. 다음 양자 회로의 마지막 상태는 무엇입니까? 답을 디랙 표기법으로 표현하십시오.

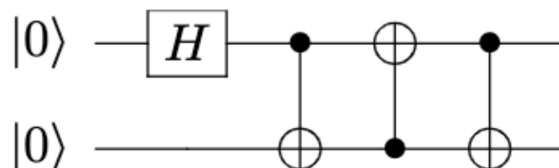
a. 다음 회로의 마지막 상태를 구하십시오.



b. 다음 회로의 마지막 상태를 구하십시오.



c. 다음 회로의 마지막 상태를 구하십시오.



2. 다음의 양자 상태들을 블로흐 구의 x, y, z 좌표로 계산하고 블로흐 구 위의 점으로 그리십시오. 다음의 상태들은 정규화 되지 않을 수 있음을 주의하십시오.

(a) $|0\rangle$

(b) $|1\rangle$

(c) $|0\rangle + |1\rangle$

(d) $|0\rangle + e^{i\phi}|1\rangle$ for $\phi \in \{0, \pi/2, \pi, 3\pi/2\}$

(e) $3/5|0\rangle + 4/5|1\rangle$.

3. 큐비트가 $|0\rangle$ 에 초기화 되어있고 다음의 블로흐 구의 최종 상태를 갖는 양자 회로를 구하십시오.

(a) $3/5|0\rangle + 4/5|1\rangle$.

(b) $|0\rangle + e^{i\phi}|1\rangle$ for $\phi \in \{0, \pi/2, \pi, 3\pi/2\}$.

4. 다음의 게이트 집합들이 보편적입니까? 각 집합의 경우 단일 큐비트 연산자는 어느 큐비트에도 가해질 수 있고 2-큐비트 연산자는 어느 큐비트 쌍에도 가해질 수 있습니다.

(a) $\{H, \text{CNOT}\}$

(b) $\{H, \text{CNOT}, S\}$

(c) $\{H, \text{CNOT}, S, T\}$

(d) $\{H, \text{CNOT}, T\}$

(e) $\{H, \text{CZ}, S\}$

(f) $\{H, \text{CZ}, T\}$

(g) $\{U, \text{CNOT}\}$ 단, U 는 임의의 단일 큐비트 회전

(h) U, CZ 단, U 는 임의의 단일 큐비트 회전

5. σ 를 파울리 연산자로 정의합시다. 즉 $\sigma \in \{X, Y, Z\}$ 입니다.

$e^{i\theta\sigma} = \cos \theta I + i \sin \theta \sigma$ 임을 증명하세요.

6. X, Y, Z 가 단일 큐비트 파울리 연산자라고 합시다. 다음 연산자들의 행렬값들을 구해보십시오.

$$R_x(\theta) := e^{i\theta X/2}, R_y(\theta) := e^{i\theta Y/2}, R_z(\theta) := e^{i\theta Z/2}$$

7. $R_x(\theta_2)R_x(\theta_1) = R_x(\theta_1 + \theta_2)$ 임을 증명하세요. R_y 와 R_z 에 대해서도 증명하세요.
8. 왜 큐비트를 복소 힐베르트 공간에 나타내는 것이 중요할까요? 왜 실수 공간은 충분하지 않을까요? 5-큐비트 계의 힐베르트 공간은 어떻게 나타낼까요?
9. 양자 상태 $|\psi\rangle = 0.6|0\rangle + 0.8|1\rangle$ 를 생각해봅시다. 0을 측정할 확률은 얼마인가요? 그리고 1을 측정할 확률은 얼마인가요?
10. 양자 상태 $|\psi\rangle = 0.6|0\rangle + 0.8|1\rangle$ 를 측정하여 $|0\rangle$ 상태를 얻었다고 합시다. 그럼 $|+\rangle$ 상태를 측정할 확률은 얼마인가요? $|-\rangle$ 상태를 측정할 확률도 구해보십시오.
11. 4-준위계로 이루어진 양자 컴퓨터를 만든다고 가정해봅시다. 이를 4-큐디트(4-qudit)라고 부릅니다. 106 큐비트 양자 컴퓨터와 동일한 계산 공간을 나타내는데 얼마나 많은 4-큐디트들이 필요한가요?
12. 다음 공식들을 증명해보세요.

(a) $HXH = Z$

(b) $HZH = X$

(c) $HYH = -Y$

(d) $H^2 = I$

(e) $SWAP_{ij} = CNOT_{ij}, CNOT_{ji}, CNOT_{ij}$

(f) $R_{z,1}(\theta)CNOT_{1,2} = CNOT_{1,2}R_{z,1}(\theta)$