

Лабораторная работа 4.6.2
ТУННЕЛИРОВАНИЕ НА
СВЕРХВЫСОКИХ ЧАСТОТАХ

Александр Нехаев, гр 654

28 марта 2018 г.

Содержание

1. Введение

Цель работы: изучение явления проникновения электромагнитного поля во вторую среду при полном внутреннем отражении (туннелирование) и использование этого явления для создания интерференционных схем в СВЧ-диапазоне.

В работе используются: генератор СВЧ-колебаний; излучающая и приемная рупорные антенны; детектор; две фторопластовые призмы; металлические зеркала; микроамперметр; плоскопараллельная пластина из фторопласта.

Теоретические основы: Плоские электромагнитные волны, распространяющиеся в однородной изотропной среде, описываются выражением

$$\mathbf{E} = \mathbf{a}e^{-i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})} = \mathbf{a}e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)}e^{-i\omega t} = \mathbf{A}(x, y, z)e^{-i\omega t}. \quad (1)$$

В данном выражении:

- 1) \mathbf{a} — амплитуда вектора напряженности электрического поля
- 2) \mathbf{E}, \mathbf{r} — радиус-вектор точки наблюдения
- 3) ω — круговая частота волны
- 4) \mathbf{k} — волновой вектор

Направление вектора \mathbf{k} совпадает с направлением распространения волны, а модуль этого вектора:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}$$

где v — фазовая скорость распространения волн в рассматриваемой среде. Комплексная запись (??) позволяет вместо тригонометрических функций использовать более удобную экспоненциальную форму

$$\mathbf{A}(x, y, z) = \mathbf{a}e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)} \quad (2)$$

Эта векторная величина называется *комплексной амплитудой волны*.

Значения k_x , k_y и k_z могут быть как действительными (однородная плоская волна), так и мнимыми (неоднородные волны).

Рассмотрим волну вида (??) с мнимым значением $k_z = \pm i\kappa$:

$$\mathbf{E} = \mathbf{a}^{\pm i\kappa} e^{i(k_x x + k_y y)} e^{-i\omega t} \quad (3)$$

Выражение (??) описывает бегущую волну, амплитуда которой экспоненциально затухает (или нарастает) по оси Z . Неоднородные волны возникают и вблизи границы раздела двух сред при полном внутреннем отражении света.

На границе раздела двух сред происходит преломление и отражение световых волн. Формулы для интенсивности, направления распространения, поляризации отраженных и преломленных волн, могут быть получены из граничных условий для векторов \mathbf{E} , \mathbf{D} , \mathbf{H} и \mathbf{B} :

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}, \quad D_{1n} = D_{2n}, H_{1\tau} = H_{2\tau}, B_{1n} = B_{2n} \quad (4)$$

τ — тангенциальные, n — нормальные составляющие.

1 — первая среда, 2 — вторая среда. В электромагнитной волне электрическая и магнитная составляющие связаны между собой, из четырех соотношений в (??) независимыми остаются только два. Используем условия для тангенциальных компонент полей.

Выберем координатную систему так, как это изображено на рис. ??. Ось Z совпадает с нормалью к поверхности раздела сред. Ось X лежит в плоскости падения светового луча. \mathbf{E}_1 , \mathbf{E}'_1 и \mathbf{E}_2 — электрические поля в падающей, отраженной и преломленной волнах соответственно:

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{a}_1 e^{i(k_1 x \sin \varphi_1 + k_1 z \cos \varphi_1)} e^{-i\omega_1 t}, \quad (5)$$

$$\mathbf{E}'_1 = \mathbf{a}'_1 e^{i(k'_1 x \sin \varphi'_1 + k'_1 z \cos \varphi'_1)} e^{-i\omega'_1 t}, \quad (6)$$

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{a}_2 e^{i(k_2 x \sin \varphi_2 + k_2 z \cos \varphi_2)} e^{-i\omega_2 t}, \quad (7)$$

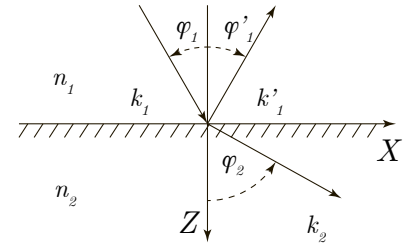


Рис. 1. Преломление волн на границе раздела двух сред

Здесь

- 1) φ_1 — угол падения
- 2) φ'_1 — угол отражения
- 3) φ_2 — угол преломления

На границе раздела (при $z = 0$) должны выполняться граничные условия (??, ??, ??). Первое из них дает: $E_{1\tau} + E'_{1\tau} = E_{2\tau}$, или

$$a_1 e^{ik_1 x \sin \varphi_1} e^{-i\omega_1 t} + a'_1 e^{ik'_1 x \sin \varphi'_1} e^{-i\omega'_1 t} = a_2 e^{ik_2 x \sin \varphi_2} e^{-i\omega_2 t}$$

Это равенство выполняется при любых значениях t и x . Поэтому:

$$\omega_1 = \omega'_1 = \omega_2 \quad (8)$$

$$k_1 \sin \varphi_1 = k'_1 \sin \varphi'_1 = k_{2x} \quad (9)$$

Равенство (??) показывает, что частоты отраженной и преломленной волн равны по частоте падающей волны.

Падающая и преломленная волна распространяются в одной среде, значит

$$k'_1 = k_1 \quad (10)$$

Учитывая (??):

$$\sin \varphi_1 = \sin \varphi'_1 \quad (11)$$

то есть угол падения равен углу отражения.

Пусть волна во второй среде однородна, тогда $k_2 = k_2 \sin \varphi_2$ и, следовательно, на основании (??):

$$\frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} = \frac{k_2}{k_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{n} \quad (12)$$

n_1 и n_2 — показатели преломления первой и второй сред соответственно. Получили закон преломления световых лучей. Накладывая граничные условия (например $H_{1\tau} = H_{2\tau}$, на (??-??) можно получить соотношение между амплитудами a_1 , a'_1 и a_2 всех трёх волн (формулы Френеля).

Легко показать, что при падении света на границу раздела со стороны оптически более плотной среды ($n_1 > n_2$) формула (??) теряет смысл, когда угол падения φ_1 превышает некоторое критическое значение $\varphi_{\text{пр}}$, которое носит название *предельного угла полного внутреннего отражения*:

$$\sin \varphi_{\text{пр}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{k_2}{k_1} \quad (13)$$

При $\varphi_1 > \varphi_{\text{пр}}$ в формуле (??) $\sin \varphi_2$ оказывается больше единицы. Это означает, что наше предположение об однородности волны во второй среде в случае полного внутреннего отражения оказывается несправедливым.

Попытаемся теперь удовлетворить граничным условиям и вытекающему из них соотношению (??), предположив, что волна во второй среде является неоднородной. При $\varphi_1 > \varphi_{\text{пр}}$ получим

$$k_1 \sin \varphi_1 > k_1 \sin \varphi_{\text{пр}} = k_1 \frac{k_2}{k_1} = k_2 \quad (14)$$

При сравнении с (??) найдем

$$k_{2x} > k_2 \quad (15)$$

Но

$$k_2^2 = k_{2x}^2 + k_{2z}^2 \quad (16)$$

Разрешая уравнение относительно k_{2z} , найдем

$$k_{2z} = \pm \sqrt{k_2^2 - k_{2x}^2} = \pm i \sqrt{k_{2x}^2 - k_2^2} = \pm i \sqrt{k_1^2 \sin^2 \varphi_1 - k_2^2} \quad (17)$$

k_{2z} называется мнимой величиной. Волна во второй среде неоднородна и описывается выражением виде (??), где $k_y = k_{2y} = 0$, $k_x = k_{2x} = k_1 \sin \varphi_1$, а величина \varkappa :

$$\varkappa = \sqrt{k_1^2 \sin^2 \varphi_1 - k_2^2} \quad (18)$$

Экспоненциальную функцию, описывающую затухание волны с удалением от поверхности раздела, удобно записать в виде $\exp(-z/2\Lambda)$. Тогда интенсивность волны изменяется с расстоянием по закону

$$I \sim e^{-z/\Lambda} \quad (19)$$

Длина затухания Λ равна

$$\Lambda = \frac{1}{2\sqrt{k_1^2 \sin^2 \varphi_1 - k_2^2}} = \frac{1}{2k_2 \sqrt{n^2 \sin^2 \varphi_1 - 1}} = \frac{\lambda_2}{4\pi \sqrt{n^2 \sin^2 \varphi_1 - 1}} \quad (20)$$

Эти две формулы позволяют количественно исследовать затухание электромагнитных колебаний во второй среде.

Отметим, что при полном внутреннем отражении сдвиг фаз между отраженной и падающей волнами не равен нулю и зависит от поляризации падающей волны. Вследствие этого изменяется поляризация света: плоскополяризованная волна после отражения оказывается поляризованной по эллипсу.

Формулы Френеля

$$R + T = 1 \quad (21)$$

1) $T \rightarrow 1$ и $R \rightarrow 0$ при ширине, стремящейся к нулю.

2) $R \rightarrow 1$ и $T \rightarrow 0$ при увеличении ширины прослойки

Проникновение электромагнитных волн в менее плотную среду при полном внутреннем отражении — явление той же природы, что и проникновение частиц в область, где их полная энергия оказывается меньше потенциальной энергии. Это явление изучается в квантовой физике и носит название *туннельного эффекта*. Классическим примером является α -распад радиоактивных ядер. По аналогии, прохождение электромагнитных волн через узкий зазор при углах падения, превосходящих угол полного внутреннего отражения, часто называют *туннелированием*.

2. Экспериментальная установка

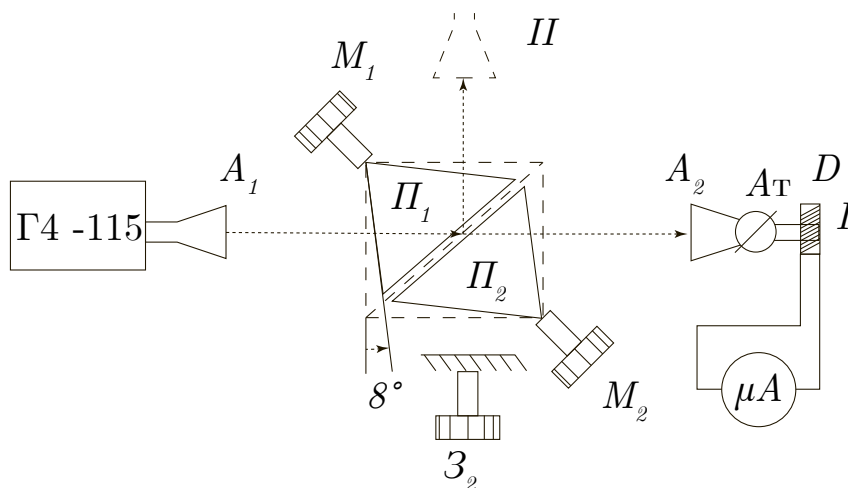


Рис. 2. Схема установки для исследования явления туннелирования СВЧ-радиоволн

Туннелирование СВЧ-радиоволн через тонкий воздушный зазор переменной толщины изучается по схеме на рис. ???. На пути радиоволн устанавливаются две призмы Π_1 и Π_2 , изготовленные из фторпласта — диэлектрика с малыми потерями на высоких радиочастотах.

Источником радиоволн служит СВЧ-генератор Г4-115, работающий в непрерывном режиме. Основным элементом генератора является специальная лампа — клистрон, генерирующая СВЧ-колебания. От клистрона к рупорной антенне A_1 энергия СВЧ-колебаний передается по прямоугольному волноводу. Клистрон возбуждает в волноводу линейно поляризованную электромагнитную волну, которая с помощью рупорной антенны излучается в пространство. Электрический вектор волны, бегущей вдоль волновода и излучаемый антенной, перпендикулярен широкой стенке волновода. Вторая рупорная антенна A_2 служит приёмником волн. Попадая в антенну A_2 , электромагнитная волна распространяется далее в волноводу. Детектор D , расположенный в волноводу, подсоединяется к микроамперметру. Ток детектора пропорционален интенсивности принимаемого антенной электромагнитного излучения. Атенюатор A_T ослабляет сигнал.

В положении I антенна A_2 принимает сигнал, прошедший воздушный промежуток, в положении II — сигнал, отраженный от воздушного промежутка.

Установка позволяет смоделировать интерферометр Майкельсона (рис. ??). В качестве делителя используется воздушный зазор между диагональными гранями призм; зеркало Z_1 установлено неподвижно, зеркало Z_2 может перемещаться с помощью микрометрического винта M .

Для измерения показателя преломления материала призм интерференционным методом перед неподвижным зеркалом устанавливается пластинка из фторпласта известной толщины d . В этом плече интерферометра возникает приращение длины оптического пути $\Delta = 2d(n - 1)$. Можно компенсировать это приращение, передвинув зеркало на необходимое расстояние x_0 . Показатель преломления определяется из условия

$$x_0 = d(n - 1). \quad (22)$$

Для толстых пластин, когда $\Delta > \lambda$, необходимо учесть изменение порядка интерференции. Это можно сделать, зная приближённое значение показателя преломления фторпласта ($n \simeq 1,5$).

3. Ход работы

3.1. Подготовка приборов к работе

- 1) Настроим генератор, руководствуясь техническим описанием, расположенном на установке.
- 2) Установим столик с призмами так, чтобы воздушный зазор был ориентирован под углом 45° к падающему лучу. Вращением винта правого микрометра (M_2) уберем воздушный промежуток.
- 3) Расположим приёмную антенну на одной прямой с передатчиком. Снимем металлическое зеркало, стоящее на пути луча. Методом последовательных приближений добьемся максимального отклика микроамперметра.

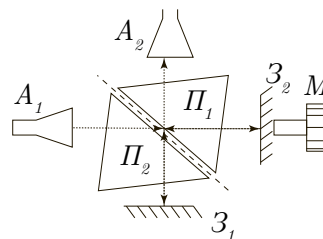


Рис. 3. Схема, моделирующая интерферометр Майкельсона

- 4) Настроим генератор на максимальную выходную мощность клистрона.
- 5) Добьемся загорания красной лампочки и определим рабочую частоту клистрона по шкале. Рассчитаем соответствующую длину волны. $\lambda = 8,58$ мм.

3.2. Зависимости коэффициентов отражения и прохождения волны от величины зазора

- 1) Снимем зависимость интенсивности прошедшей волны от величины зазора l , используя правый микрометр.

l , мм (без вычета)	l , мм	I , мкА	I , мкА (нормированная)
7	2	82	0,82
7,5	2,5	62	0,62
8	3	47	0,47
8,5	3,5	37	0,37
9	4	29	0,29
9,5	4,5	22	0,22
10	5	17	0,17
10,5	5,5	14	0,14

- 2) Переставим приёмник для измерения отражённого сигнала. Снимем зависимость интенсивности отражённой волны от величины зазора.

l , мм	l , мм	I , мкА	I , мкА (нормированная)
5,5	0,5	0	0
6	1	9	0,09
6,5	1,5	27	0,27
7	2	47	0,47
7,5	2,5	65	0,65
8	3	78	0,78
8,5	3,5	88	0,88
9	4	93	0,93
9,5	4,5	95	0,95
10	5	100	1
10,5	5,5	98	0,98

- 3) Установим такую величину зазора, при которой ток равен половине максимального. Убедимся в том, что $T \simeq R \simeq 0,5$.
- 4) Построим на одном листе графики зависимости коэффициентов T и R от величины зазора l , проинормировав токи на величину I_{\max} . Проверим выполнения соотношения $T + R = 1$.

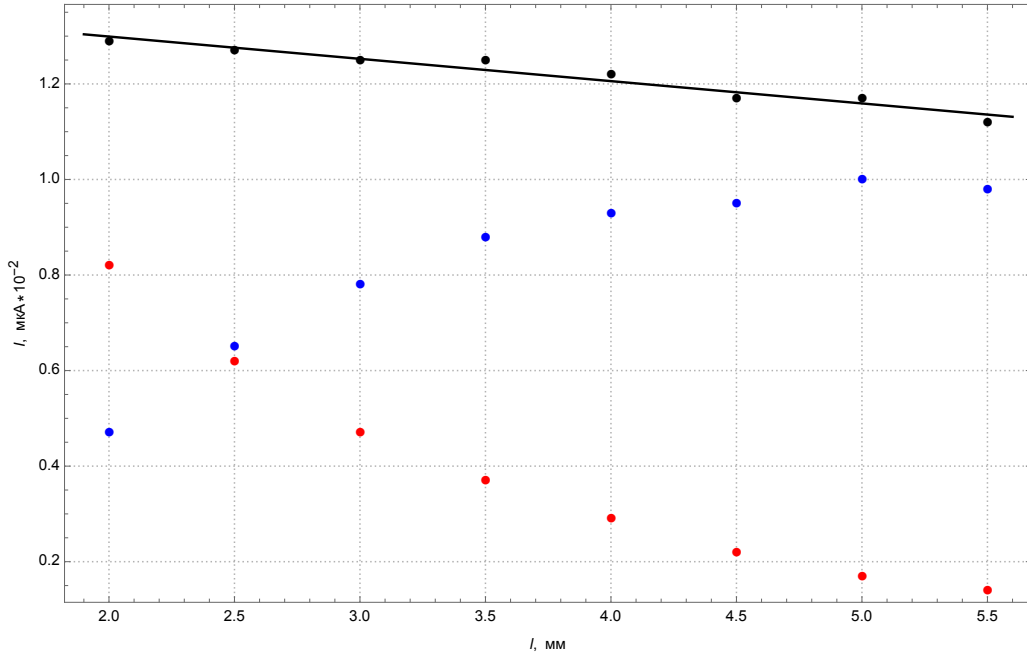


Рис. 4. Зависимость $I(l)$

- 5) Построим график $\log T = f(z)$, где z — показания микрометра. Проверим, лежит ли полученные точки на одной прямой согласно требованию формулы (??) По наклону прямой рассчитаем длину затухания Λ , а затем по формуле (??) — величину $n \sin \varphi_1$ (n — показатель преломления материала призмы, φ_1 — угол падения волны на воздушный промежуток, λ_2 — длина СВЧ-волны в воздухе). Рассчитаем величину n ; при этом в условиях нашего опыта можно не учитывать, что входная плоскость призмы Π_1 наклонена на угол $\varphi = 8^\circ$ по отношению к фронту падающей волны.

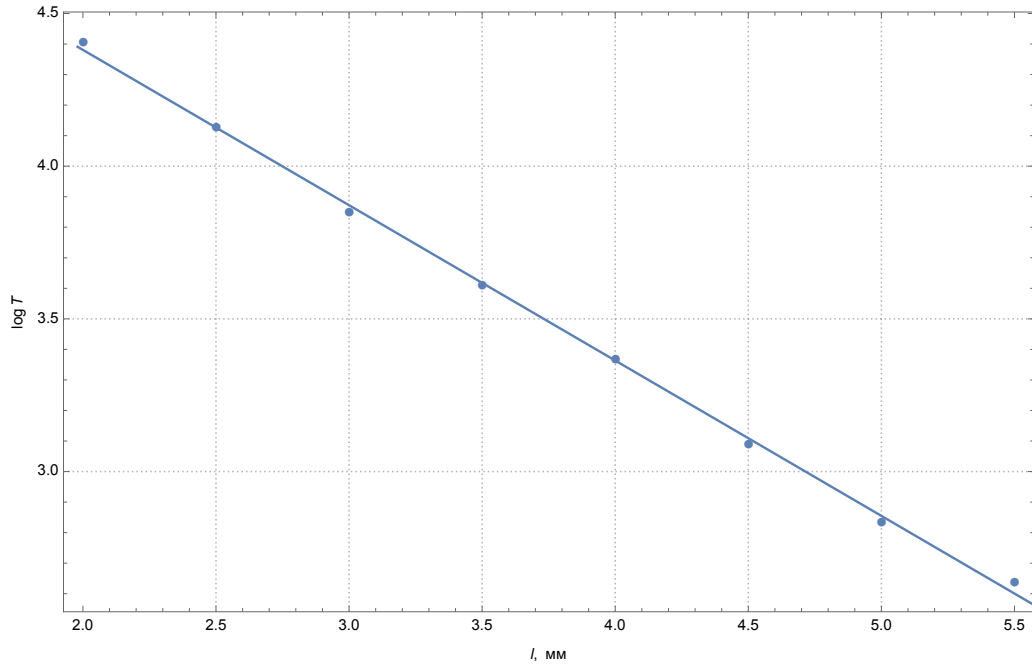


Рис. 5. Зависимость $\log T(l)$

Полученная методом наименьших квадратов формула линии аппроксимации:

$$y = 5.39821 - 0.508671x \quad (23)$$

То есть $\Lambda = 0.508671$.

Формула для расчета $n \sin \varphi_1$:

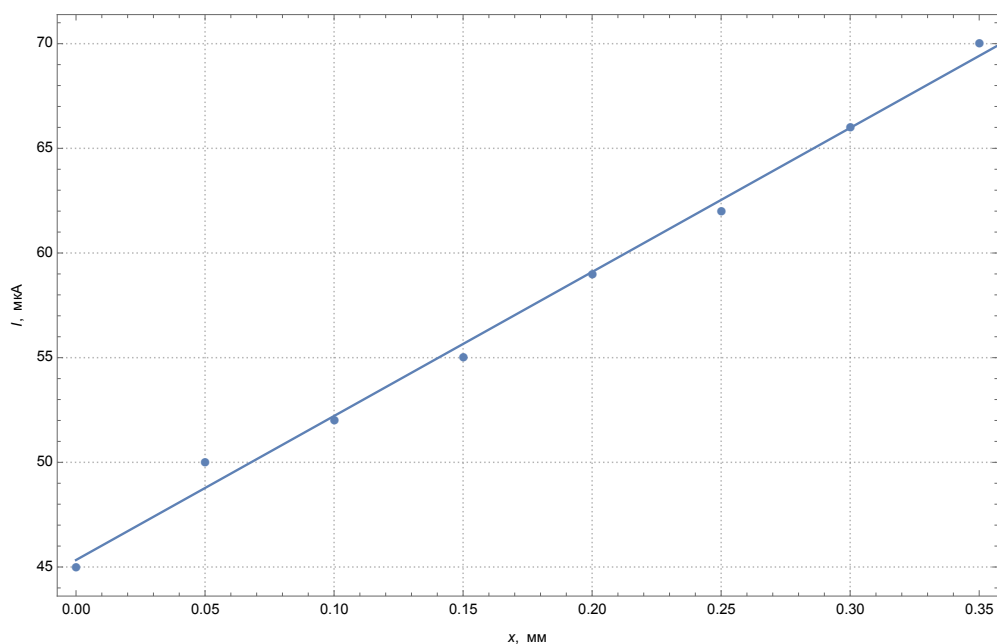
$$n = \frac{\sqrt{16\pi\Lambda^2 + \lambda_2^2}}{4\pi\Lambda \sin \varphi_1} = 1.67383 \quad (24)$$

3.3. Интерферометр Майкельсона

- 1) Соберем схему интерферометра Майкельсона (рис. ??), используя в качестве делителя воздушный зазор между призмами. Оптимальный размер зазора соответствует равенству $T \simeq R \simeq 0,5$. Установим на место неподвижное металлическое зеркало.
- 2) Снимем зависимость тока от координаты x подвижного зеркала. По графику $I = f(x)$ определим экспериментальное значение длины волны СВЧ-излучения.

Обычно максимумы размыты, поэтому определение длины волны будет более точным, если взять координаты, соответствующие максимальным производным dI/dx . Сравним экспериментальную длину волны с величиной, рассчитанной по частоте.

l , мм (без вычета)	x , мм	I , мкА
5	0	45
5,05	0,05	50
5,1	0,1	52
5,15	0,15	55
5,2	0,2	59
5,25	0,25	62
5,3	0,3	66
5,35	0,35	70



- 3) Для измерения показателя преломления фторопласта интерференционным методом настроим интерферометр на максимальную интенсивность и поместим пластину известной толщины d перед неподвижным зеркалом. Скомпенсируем возникшее увеличение оптической длины пути, передвинув (удалив от призмы) подвижное зеркало на необходимое расстояние x_0 . Рассчитаем показатель преломления фторопласта по формуле (??).

$$d = 0.62 \text{ мм}, x_0 = 0.35 \text{ мм}$$

$$x_0 = d(n - 1) \Rightarrow n = \frac{x_0}{d} + 1 = 1.5645 \quad (25)$$

- 4) Сравним результаты измерения n интерференционным методом и методом туннелирования

$$n_{\text{интер}} = 1.5645 \quad n_{\text{туннел}} = 1.67383 \quad (26)$$

4. Вывод

Мы изучили явление полного отражения при проникновении электромагнитного поля в во вторую среду те туннелирование и использование данного метода для создания СВЧ волн. Сравнили полученные показатели преломления при туннелировании и интерференции и получили маленькое расхождение.