

Лабораторная работа 4.6.2  
ТУННЕЛИРОВАНИЕ НА  
СВЕРХВЫСОКИХ ЧАСТОТАХ

Александр Нехаев, гр 654

18 апреля 2018 г.

# Содержание

<b>1. Введение</b>	<b>2</b>
<b>2. Экспериментальная установка</b>	<b>6</b>
<b>3. Ход работы</b>	<b>7</b>
3.1. Подготовка приборов к работе . . . . .	7
3.2. Зависимости коэффициентов отражения и прохождения вол- ны от величины зазора . . . . .	8
3.3. Интерферометр Майкельсона . . . . .	10
<b>4. Вывод</b>	<b>12</b>

# 1. Введение

**Цель работы:** изучение явления проникновения электромагнитного поля во вторую среду при полном внутреннем отражении (туннелирование) и использование этого явления для создания интерференционных схем в СВЧ-диапазоне.

**В работе используются:** генератор СВЧ-колебаний; излучающая и приемная рупорные антенны; детектор; две фторопластовые призмы; металлические зеркала; микроамперметр; плоскопараллельная пластина из фторопласта.

**Теоретические основы:** Плоские электромагнитные волны, распространяющиеся в однородной изотропной среде, описываются выражением

$$\mathbf{E} = \mathbf{a}e^{-i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})} = \mathbf{a}e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)}e^{-i\omega t} = \mathbf{A}(x, y, z)e^{-i\omega t}. \quad (1)$$

В данном выражении:

- 1)  $\mathbf{a}$  — амплитуда вектора напряженности электрического поля
- 2)  $\mathbf{E}, \mathbf{r}$  — радиус-вектор точки наблюдения
- 3)  $\omega$  — круговая частота волны
- 4)  $\mathbf{k}$  — волновой вектор

Направление вектора  $\mathbf{k}$  совпадает с направлением распространения волны, а модуль этого вектора:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}$$

где  $v$  — фазовая скорость распространения волн в рассматриваемой среде. Комплексная запись (1) позволяет вместо тригонометрических функций использовать более удобную экспоненциальную форму

$$\mathbf{A}(x, y, z) = \mathbf{a}e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)} \quad (2)$$

Эта векторная величина называется *комплексной амплитудой волны*.

Значения  $k_x$ ,  $k_y$  и  $k_z$  могут быть как действительными (однородная плоская волна), так и мнимыми (неоднородные волны).

Рассмотрим волну вида (1) с мнимым значением  $k_z = \pm i\kappa$ :

$$\mathbf{E} = \mathbf{a}^{\pm\kappa}e^{i(k_x x + k_y y)}e^{-i\omega t} \quad (3)$$

Выражение (3) описывает бегущую волну, амплитуда которой экспоненциально затухает (или нарастает) по оси  $Z$ . Неоднородные волны возникают и вблизи границы раздела двух сред при полном внутреннем отражении света.

На границе раздела двух сред происходит преломление и отражение световых волн. Формулы для интенсивности, направления распространения, поляризации отраженных и преломленных волн, могут быть получены из граничных условий для векторов  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{B}$ :

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}, \quad D_{1n} = D_{2n}, \quad H_{1\tau} = H_{2\tau}, \quad B_{1n} = B_{2n} \quad (4)$$

$\tau$  — тангенциальные,  $n$  — нормальные составляющие.

1 — первая среда, 2 — вторая среда. В электромагнитной волне электрическая и магнитная составляющие связаны между собой, из четырех соотношений в (4) независимыми остаются только два. Используем условия для тангенциальных компонент полей.

Выберем координатную систему так, как это изображено на рис. 1. Ось  $Z$  совпадает с нормалью к поверхности раздела сред. Ось  $X$  лежит в плоскости падения светового луча.  $\mathbf{E}_1$ ,  $\mathbf{E}'_1$  и  $\mathbf{E}_2$  — электрические поля в падающей, отраженной и преломленной волнах соответственно:

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{a}_1 e^{i(k_1 x \sin \varphi_1 + k_1 z \cos \varphi_1)} e^{-i\omega_1 t}, \quad (5)$$

$$\mathbf{E}'_1 = \mathbf{a}'_1 e^{i(k'_1 x \sin \varphi'_1 + k'_1 z \cos \varphi'_1)} e^{-i\omega'_1 t}, \quad (6)$$

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{a}_2 e^{i(k_2 x \sin \varphi_2 + k_2 z \cos \varphi_2)} e^{-i\omega_2 t}, \quad (7)$$

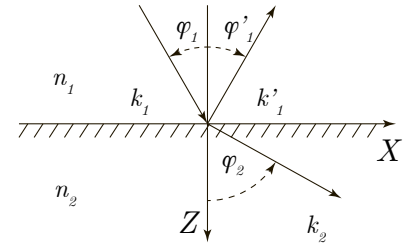


Рис. 1. Преломление волн на границе раздела двух сред

Здесь

- 1)  $\varphi_1$  — угол падения
- 2)  $\varphi'_1$  — угол отражения
- 3)  $\varphi_2$  — угол преломления

На границе раздела (при  $z = 0$ ) должны выполняться граничные условия (5, 6, 7). Первое из них дает:  $E_{1\tau} + E'_{1\tau} = E_{2\tau}$ , или

$$a_1 e^{ik_1 x \sin \varphi_1} e^{-i\omega_1 t} + a'_1 e^{ik'_1 x \sin \varphi'_1} e^{-i\omega'_1 t} = a_2 e^{ik_2 x \sin \varphi_2} e^{-i\omega_2 t}$$

Это равенство выполняется при любых значениях  $t$  и  $x$ . Поэтому:

$$\omega_1 = \omega'_1 = \omega_2 \quad (8)$$

$$k_1 \sin \varphi_1 = k'_1 \sin \varphi'_1 = k_{2x} \quad (9)$$

Равенство (8) показывает, что частоты отраженной и преломленной волн равны по частоте падающей волны.

Падающая и преломленная волна распространяются в одной среде, значит

$$k'_1 = k_1 \quad (10)$$

Учитывая (9):

$$\sin \varphi_1 = \sin \varphi'_1 \quad (11)$$

то есть угол падения равен углу отражения.

Пусть волна во второй среде однородна, тогда  $k_2 = k_2 \sin \varphi_2$  и, следовательно, на основании (9):

$$\frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} = \frac{k_2}{k_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{n} \quad (12)$$

$n_1$  и  $n_2$  — показатели преломления первой и второй сред соответственно. Получили закон преломления световых лучей. Накладывая граничные условия (например  $H_{1\tau} = H_{2\tau}$ , на (5-7) можно получить соотношение между амплитудами  $a_1$ ,  $a'_1$  и  $a_2$  всех трёх волн (формулы Френеля).

Легко показать, что при падении света на границу раздела со стороны оптически более плотной среды ( $n_1 > n_2$ ) формула (12) теряет смысл, когда угол падения  $\varphi_1$  превышает некоторое критическое значение  $\varphi_{\text{пр}}$ , которое носит название *предельного угла полного внутреннего отражения*:

$$\sin \varphi_{\text{пр}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{k_2}{k_1} \quad (13)$$

При  $\varphi_1 > \varphi_{\text{пр}}$  в формуле (12)  $\sin \varphi_2$  оказывается больше единицы. Это означает, что наше предположение об однородности волны во второй среде в случае полного внутреннего отражения оказывается несправедливым.

Попытаемся теперь удовлетворить граничным условиям и вытекающему из них соотношению (9), предположив, что волна во второй среде является неоднородной. При  $\varphi_1 > \varphi_{\text{пр}}$  получим

$$k_1 \sin \varphi_1 > k_1 \sin \varphi_{\text{пр}} = k_1 \frac{k_2}{k_1} = k_2 \quad (14)$$

При сравнении с (9) найдем

$$k_{2x} > k_2 \quad (15)$$

Но

$$k_2^2 = k_{2x}^2 + k_{2z}^2 \quad (16)$$

Разрешая уравнение относительно  $k_{2z}$ , найдем

$$k_{2z} = \pm \sqrt{k_2^2 - k_{2x}^2} = \pm i \sqrt{k_{2x}^2 - k_2^2} = \pm i \sqrt{k_1^2 \sin^2 \varphi_1 - k_2^2} \quad (17)$$

$k_{2z}$  называется мнимой величиной. Волна во второй среде неоднородна и описывается выражением виде (3), где  $k_y = k_{2y} = 0$ ,  $k_x = k_{2x} = k_1 \sin \varphi_1$ , а величина  $\varkappa$ :

$$\varkappa = \sqrt{k_1^2 \sin^2 \varphi_1 - k_2^2} \quad (18)$$

Экспоненциальную функцию, описывающую затухание волны с удалением от поверхности раздела, удобно записать в виде  $\exp(-z/2\Lambda)$ . Тогда интенсивность волны изменяется с расстоянием по закону

$$I \sim e^{-z/\Lambda} \quad (19)$$

Длина затухания  $\Lambda$  равна

$$\Lambda = \frac{1}{2\sqrt{k_1^2 \sin^2 \varphi_1 - k_2^2}} = \frac{1}{2k_2 \sqrt{n^2 \sin^2 \varphi_1 - 1}} = \frac{\lambda_2}{4\pi \sqrt{n^2 \sin^2 \varphi_1 - 1}} \quad (20)$$

Эти две формулы позволяют количественно исследовать затухание электромагнитных колебаний во второй среде.

Отметим, что при полном внутреннем отражении сдвиг фаз между отраженной и падающей волнами не равен нулю и зависит от поляризации падающей волны. Вследствие этого изменяется поляризация света: плоскополяризованная волна после отражения оказывается поляризованной по эллипсу.

## Формулы Френеля

$$R + T = 1 \quad (21)$$

1)  $T \rightarrow 1$  и  $R \rightarrow 0$  при ширине, стремящейся к нулю.

2)  $R \rightarrow 1$  и  $T \rightarrow 0$  при увеличении ширины прослойки

Проникновение электромагнитных волн в менее плотную среду при полном внутреннем отражении — явление той же природы, что и проникновение частиц в область, где их полная энергия оказывается меньше потенциальной энергии. Это явление изучается в квантовой физике и носит название *туннельного эффекта*. Классическим примером является  $\alpha$ -распад радиоактивных ядер. По аналогии, прохождение электромагнитных волн через узкий зазор при углах падения, превосходящих угол полного внутреннего отражения, часто называют *туннелированием*.

## 2. Экспериментальная установка

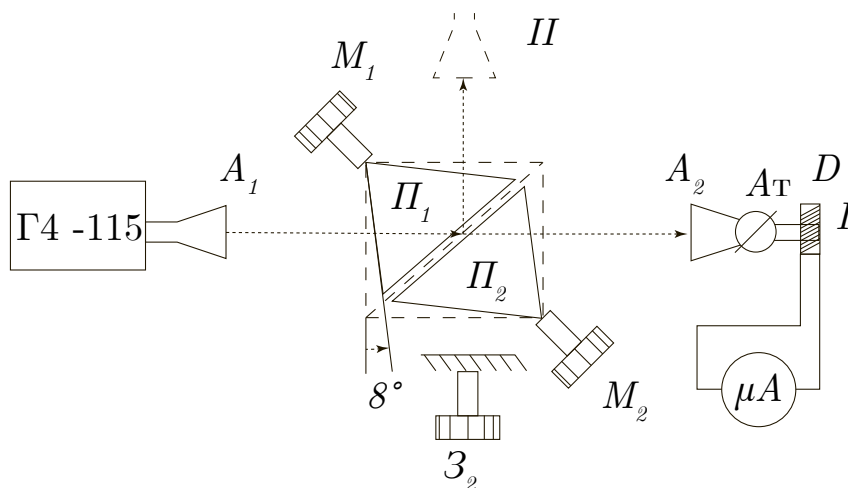


Рис. 2. Схема установки для исследования явления туннелирования СВЧ-радиоволн

Туннелирование СВЧ-радиоволн через тонкий воздушный зазор переменной толщины изучается по схеме на рис. 2. На пути радиоволн устанавливаются две призмы  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ , изготовленные из фторпласта — диэлектрика с малыми потерями на высоких радиочастотах.

Источником радиоволн служит СВЧ-генератор Г4-115, работающий в непрерывном режиме. Основным элементом генератора является специальная лампа — клистрон, генерирующая СВЧ-колебания. От клистрона к рупорной антенне  $A_1$  энергия СВЧ-колебаний передается по прямоугольному волноводу. Клистрон возбуждает в волноводу линейно поляризованную электромагнитную волну, которая с помощью рупорной антенны излучается в пространство. Электрический вектор волны, бегущей вдоль волновода и излучаемый антенной, перпендикулярен широкой стенке волновода. Вторая рупорная антенна  $A_2$  служит приёмником волн. Попадая в антенну  $A_2$ , электромагнитная волна распространяется далее в волноводу. Детектор  $D$ , расположенный в волноводу, подсоединяется к микроамперметру. Ток детектора пропорционален интенсивности принимаемого антенной электромагнитного излучения. Атенюатор  $A_T$  ослабляет сигнал.

В положении I антенна  $A_2$  принимает сигнал, прошедший воздушный промежуток, в положении II — сигнал, отраженный от воздушного промежутка.

Установка позволяет смоделировать интерферометр Майкельсона (рис. 3). В качестве делителя используется воздушный зазор между диагональными гранями призм; зеркало  $Z_1$  установлено неподвижно, зеркало  $Z_2$  может перемещаться с помощью микрометрического винта  $M$ .

Для измерения показателя преломления материала призм интерференционным методом перед неподвижным зеркалом устанавливается пластинка из фторпласта известной толщины  $d$ . В этом плече интерферометра возникает приращение длины оптического пути  $\Delta = 2d(n - 1)$ . Можно скомпенсировать это приращение, передвинув зеркало на необходимое расстояние  $x_0$ . Показатель преломления определяется из условия

$$x_0 = d(n - 1). \quad (22)$$

Для толстых пластин, когда  $\Delta > \lambda$ , необходимо учесть изменение порядка интерференции. Это можно сделать, зная приближённое значение показателя преломления фторпласта ( $n \simeq 1,5$ ).

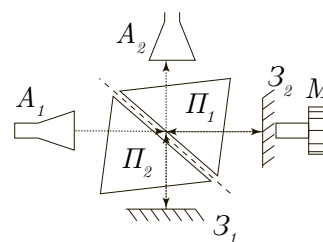


Рис. 3. Схема, моделирующая интерферометр Майкельсона

### 3. Ход работы

#### 3.1. Подготовка приборов к работе

- 1) Настроим генератор, руководствуясь техническим описанием, расположенном на установке.
- 2) Установим столик с призмами так, чтобы воздушный зазор был ориентирован под углом  $45^\circ$  к падающему лучу. Вращением винта правого микрометра ( $M_2$ ) уберем воздушный промежуток.
- 3) Расположим приёмную антенну на одной прямой с передатчиком. Снимем металлическое зеркало, стоящее на пути луча. Методом последовательных приближений добьемся максимального отклика микроамперметра.



- 4) Настроим генератор на максимальную выходную мощность клистрона.
- 5) Добьемся загорания красной лампочки и определим рабочую частоту клистрона по шкале. Рассчитаем соответствующую длину волны.  $\lambda = 8,58$  мм.

### 3.2. Зависимости коэффициентов отражения и прохождения волны от величины зазора

- 1) Снимем зависимость интенсивности прошедшей волны от величины зазора  $l$ , используя правый микрометр.

$l$ , мм (без вычета)	$l$ , мм	$I$ , мкА	$I$ , мкА (нормированная)
7	2	82	0,82
7,5	2,5	62	0,62
8	3	47	0,47
8,5	3,5	37	0,37
9	4	29	0,29
9,5	4,5	22	0,22
10	5	17	0,17
10,5	5,5	14	0,14

- 2) Переставим приёмник для измерения отражённого сигнала. Снимем зависимость интенсивности отражённой волны от величины зазора.

$l$ , мм	$l$ , мм	$I$ , мкА	$I$ , мкА (нормированная)
5,5	0,5	0	0
6	1	9	0,09
6,5	1,5	27	0,27
7	2	47	0,47
7,5	2,5	65	0,65
8	3	78	0,78
8,5	3,5	88	0,88
9	4	93	0,93
9,5	4,5	95	0,95
10	5	100	1
10,5	5,5	98	0,98

- 3) Установим такую величину зазора, при которой ток равен половине максимального. Убедимся в том, что  $T \simeq R \simeq 0,5$ .
- 4) Построим на одном листе графики зависимости коэффициентов  $T$  и  $R$  от величины зазора  $l$ , проинормировав токи на величину  $I_{\max}$ . Проверим выполнения соотношения  $T + R = 1$ .

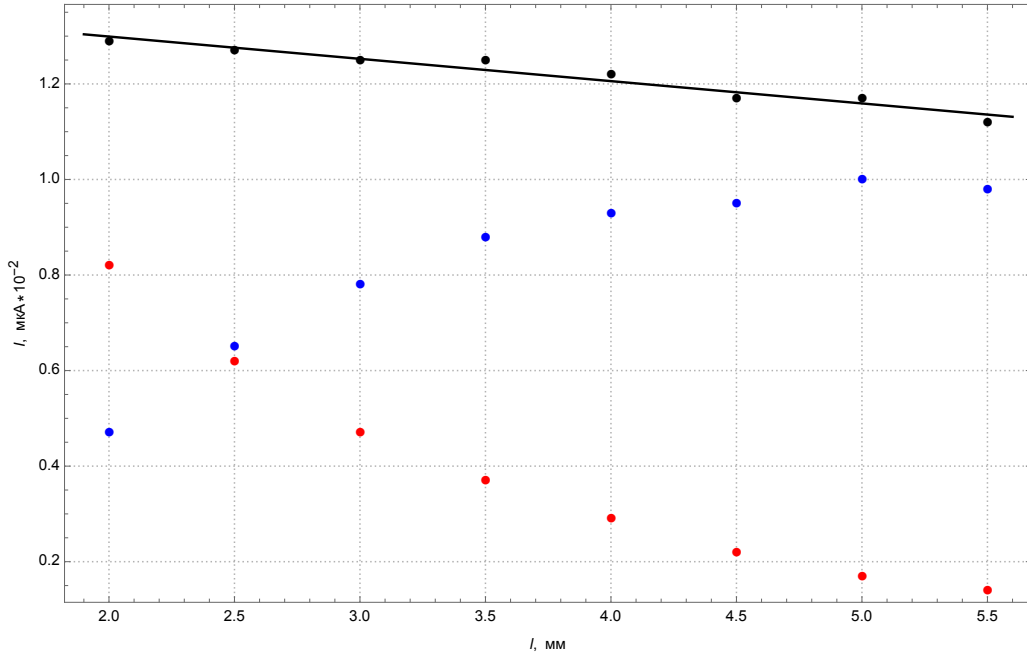


Рис. 4. Зависимость  $I(l)$

- 5) Построим график  $\log T = f(z)$ , где  $z$  — показания микрометра. Проверим, лежит ли полученные точки на одной прямой согласно требованию формулы (19). По наклону прямой рассчитаем длину затухания  $\Lambda$ , а затем по формуле (20) — величину  $n \sin \varphi_1$  ( $n$  — показатель преломления материала призмы,  $\varphi_1$  — угол падения волны на воздушный промежуток,  $\lambda_2$  — длина СВЧ-волны в воздухе). Рассчитаем величину  $n$ ; при этом в условиях нашего опыта можно не учитывать, что входная плоскость призмы  $\Pi_1$  наклонена на угол  $\varphi = 8^\circ$  по отношению к фронту падающей волны.

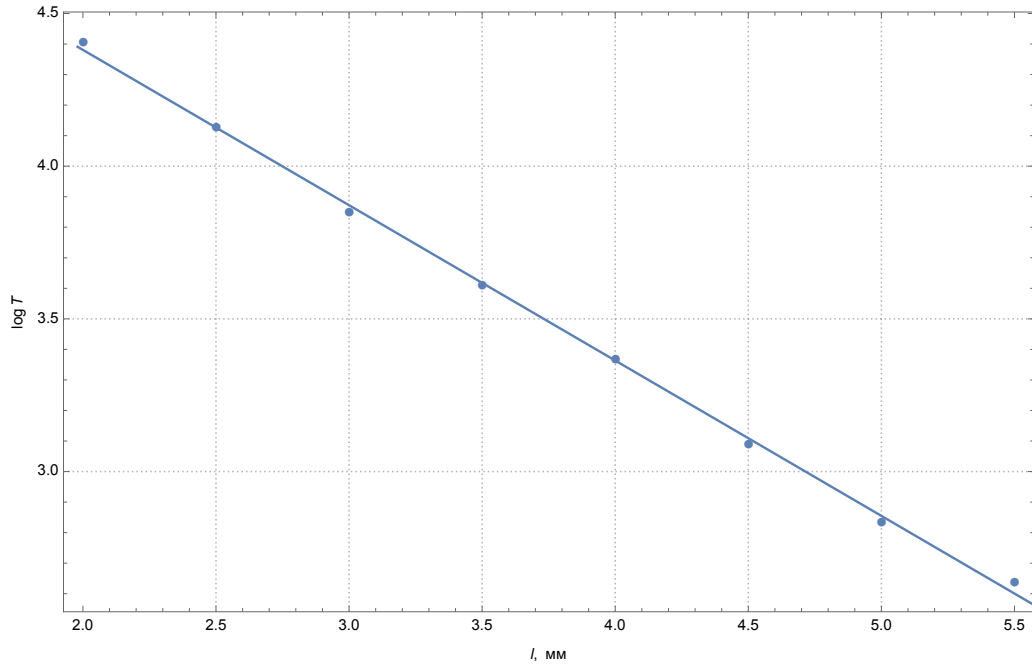


Рис. 5. Зависимость  $\log T(l)$

Полученная методом наименьших квадратов формула линии аппроксимации:

$$y = 5.39821 - 0.508671x \quad (23)$$

То есть  $\Lambda = 0.508671$ .

Формула для расчета  $n \sin \varphi_1$ :

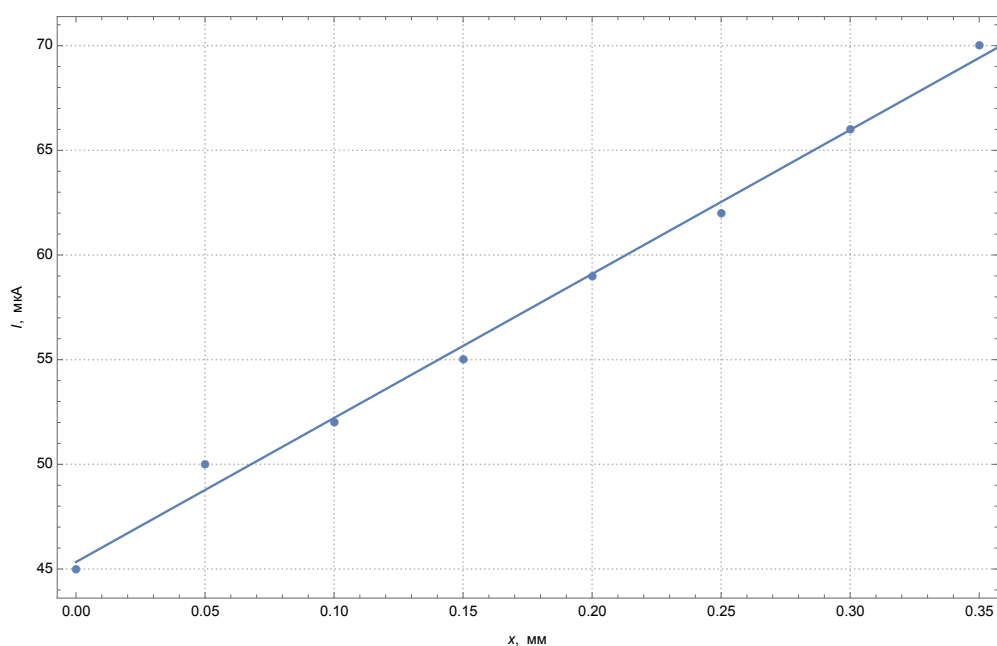
$$n = \frac{\sqrt{16\pi\Lambda^2 + \lambda_2^2}}{4\pi\Lambda \sin \varphi_1} = 1.67383 \quad (24)$$

### 3.3. Интерферометр Майкельсона

- 1) Соберем схему интерферометра Майкельсона (рис. 3), используя в качестве делителя воздушный зазор между призмами. Оптимальный размер зазора соответствует равенству  $T \simeq R \simeq 0,5$ . Установим на место неподвижное металлическое зеркало.
- 2) Снимем зависимость тока от координаты  $x$  подвижного зеркала. По графику  $I = f(x)$  определим экспериментальное значение длины волны СВЧ-излучения.

Обычно максимумы размыты, поэтому определение длины волны будет более точным, если взять координаты, соответствующие максимальным производным  $dI/dx$ . Сравним экспериментальную длину волны с величиной, рассчитанной по частоте.

$l$ , мм (без вычета)	$x$ , мм	$I$ , мкА
5	0	45
5,05	0,05	50
5,1	0,1	52
5,15	0,15	55
5,2	0,2	59
5,25	0,25	62
5,3	0,3	66
5,35	0,35	70



- 3) Для измерения показателя преломления фторопласта интерференционным методом настроим интерферометр на максимальную интенсивность и поместим пластину известной толщины  $d$  перед неподвижным зеркалом. Скомпенсируем возникшее увеличение оптической длины пути, передвинув (удалив от призмы) подвижное зеркало на необходимое расстояние  $x_0$ . Рассчитаем показатель преломления фторопласта по формуле (22).

$$d = 0.62 \text{ мм}, x_0 = 0.35 \text{ мм}$$

$$x_0 = d(n - 1) \Rightarrow n = \frac{x_0}{d} + 1 = 1.5645 \quad (25)$$

- 4) Сравним результаты измерения  $n$  интерференционным методом и методом туннелирования

$$n_{\text{интер}} = 1.5645 \quad n_{\text{туннел}} = 1.67383 \quad (26)$$

## 4. Вывод

Мы изучили явление полного отражения при проникновении электромагнитного поля в во вторую среду те туннелирование и использование данного метода для создания СВЧ волн. Сравнили полученные показатели преломления при туннелировании и интерференции и получили маленькое расхождение.