

Лабораторная работа № 4.3.1
Изучение дифракции света

Нехаев Александр 654 гр.

9 мая 2018 г.

Содержание

1. Введение

Цель работы Изучить дифракцию Френеля и Фраунгофера, в том числе на двойной щели. Исследовать влияние дифракции на разрешающую способность данной оптической системы.

Оборудование Оптическая скамья, ртутная лампа, монохроматор, щели с регулируемой шириной, рамка с вертикальной нитью, двойная щель, микроскоп на поперечных салазках с микрометрическим винтом, зрительная труба.

1.1. Теоретическая основа

1.1.1. Дифракция Френеля

Щель S_2 освещается параллельным пучком монохроматического света с помощью коллиматора, образованного объективом O_1 и щелью S_1 , находящейся в его фокусе. На щель S_1 сфокусировано изображение спектральной линии, выделенной из спектра ртутной лампы \mathcal{L} при помощи простого монохроматора C , в котором используется призма прямого зрения

Распределение интенсивности света в плоскости наблюдения Π проще всего рассчитывать с помощью зон Френеля (для щели их иногда называют зонами Шустера). При освещении щели S_2 параллельным пучком лучей (плоская волна) зоны Френеля представляют собой полосы, параллельные краям щели (рис. ??). Результирующая амплитуда в точке наблюдения определяется суперпозицией колебаний от тех зон Френеля, которые не перекрыты створками щели. Графическое определение результирующей амплитуды производится с помощью векторной диаграммы — спирали Корню. Суммарная ширина m зон Френеля z_m определяется соотношением:

$$z_m = \sqrt{am\lambda}$$

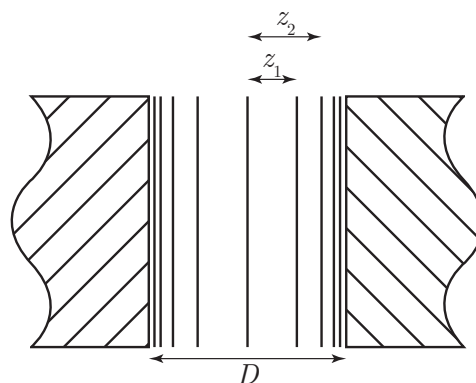


Рис. 1: Зоны Френеля в области щели

где a — расстояние от щели до плоскости наблюдения, λ — длина волны.

Вид наблюдаемой дифракционной картины определяется числом Френеля, а квадрат:

$$\Phi^2 = \frac{D}{\sqrt{a\lambda}} \quad (1)$$

— это соотношение ширины щели D к размеру первой зоны Френеля, т.е. число зон Френеля, которое укладывается на ширине щели. Обратную величину называют *волновым параметром*.

Дифракционная картина отсутствует, когда плоскость наблюдения Π совпадает с плоскостью щели: при $\Phi \rightarrow \infty$ мы имеем дело с геометрической оптикой. При небольшом удалении от щели, когда число зон Френеля $\Phi \gg 1$ (на щели укладывается огромное число зон), распределение интенсивности света за щелью также можно получить с помощью законов геометрической оптики (приближенно). Дифракционная картина в этом случае наблюдается только в узкой области на границе света и тени у краев экрана.

1.1.2. Дифракция Фраунгофера на щели

Картина дифракции резко упрощается, когда ширина щели становится значительно меньше ширины первой зоны Френеля, т.е. если

$$D \ll \sqrt{a\lambda} \quad \text{или} \quad \Phi \ll 1 \quad (2)$$

Это условие всегда выполняется при достаточно большом расстоянии a от щели до плоскости наблюдения. Дифракционную картину, наблюдаемую в этом случае, принято называть дифракцией Фраунгофера. Исследование такой дифракционной картины заметно облегчается, потому что упрощаются фазовые соотношения. Это поясняет рис. ???. При выполнении условия (??) разность хода между крайними лучами, приходящими от щели в точку наблюдения P , с хорошим приближением можно вычислять по формуле

$$\Delta = D \sin \Theta. \quad (3)$$

Здесь предполагается, что дифракционный угол Θ достаточно мал, так что $\sin \Theta \approx \Theta$. Формула (??) справедлива при условии $\delta \ll \lambda/2$. Можно показать, что это условие эквивалентно условию (??).

Дифракцию Френеля и Фраунгофера можно наблюдать на одной и той же установке (рис. 5). Однако при обычных размерах установки дифракция Фраунгофера возникает только при очень узких щелях. Например, при $a \approx 20 - 40$ см. и $\lambda \approx 5 \cdot 10^{-5}$ см. получаем $D \ll 0.3$ мм. Поскольку работать с такими тонкими щелями неудобно, для наблюдения дифракции Фраунгофера к схеме, изображенной на рис. 1 добавляется объектив O_2 (рис. 6).

Дифракционная картина наблюдается здесь в фокальной плоскости объектива O_2 . Каждому значению угла Θ соответствует в этой плоскости точка, отстоящая от оптической оси на расстоянии:

$$X = f_2 \tan \Theta \quad (4)$$

Поскольку объектив не вносит дополнительной разности хода между интерферирующими лучами (таутохронизм), в его фокальной плоскости наблюдается неискаженная дифракционная картина Фраунгофера. Эта картина соответствует бесконечно удалённой плоскости наблюдения. Распределение интенсивности в дифракционной картине Фраунгофера представлено на рис. 3.

Поскольку при $\Theta = 0$ разность хода между любой парой лучей равна нулю, в центре поля зрения наблюдается дифракционный максимум (светлая полоса). Первый минимум (первая темная полоса) соответствует, очевидно, такому значению дифракционного угла Θ_1 , при котором в точке наблюдения разность хода пробегает все возможные значения от нуля до 2π . Рассуждая аналогичным образом, можно определить угловую координату Θ_m любой тёмной полосы. Для малых углов

$$m\lambda = D\Theta_m \quad (5)$$

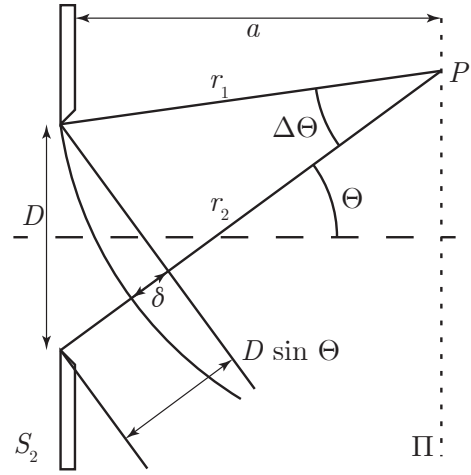


Рис. 2: К фазовым соотношениям при дифракции Фраунгоферв

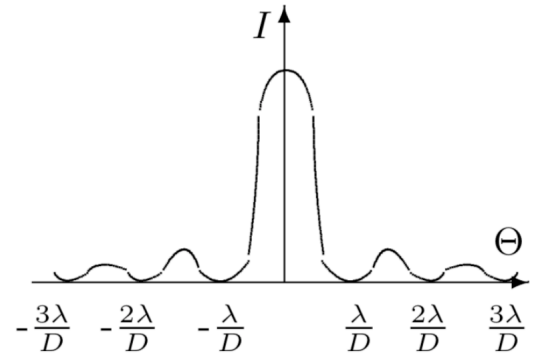


Рис. 3: Распределение интенсивности при дифракции Фраунгофера на щели

Рис. 4: pic:3

Расстояние X_m тёмной полосы от оптической оси объектива O_2 пропорционально фокусному расстоянию f_2 . Из (??) и (??) следует:

$$X_m = f_2 m \frac{\lambda}{D}. \quad (6)$$

Из (??) видно, что при малых углах минимумы эквидистантны, а расстояния ΔX между минимумами обратно пропорциональны ширине D щели S_2 .

1.1.3. Дифракция Фраунгофера на двух щелях

Для наблюдения дифракции Фраунгофера на двух щелях (рис. 4) следует заменить щель S_2 экраном Э с двумя щелями (рис. 6). При этом для оценки влияния ширины входной щели на четкость дифракционной картины вместо входной щели S_1 следует поставить щель с микрометрическим винтом. Два дифракционных изображения входной щели, одно из которых образовано лучами, прошедшими через левую, а другое — через правую щели, накладываются друг на друга.

Если входная щель достаточно узка, то дифракционная картина в плоскости П (рис. 6) подобна той, что получается при дифракции на одной щели (рис. 4), однако теперь вся картина испещрена рядом дополнительных узких полос. Наличие этих полос объясняется суперпозицией световых волн, приходящих в плоскость наблюдения через разные щели экрана Э. В центре главного дифракционного максимума (рис. 6) располагается светлая полоса, так как при $\theta = 0$ разность хода между этими волнами равна нулю (все лучи, приходящие в фокус объектива O_2 , синфазны). Светлая интерференционная полоса наблюдается и во всех тех случаях, когда указанная разность хода равна целому числу длин волн. Таким образом, угловая координата θ_m интерференционной полосы наблюдается и во всех тех случаях, когда указанная разность хода равна целому числу длин волн. Таким образом, угловая координата θ_m интерференционного максимума m -го порядка определяется соотношением:

$$d\theta_m = m\lambda \quad (7)$$

где d — расстояние между щелями.

Линейное расстояние δx между соседними интерференционными полосами в плоскости П равно поэтому

$$\delta x = f_2 \frac{x}{d} \quad (8)$$

На рис. 6 показано распределение интенсивности в фокальной плоскости объектива O_2 . Штриховой линией (в увеличенном масштабе) изображено распределение интенсивности при дифракции света на одиночной щели.

Нетрудно оценить число n интерференционных полос, укладывающихся в области центрального дифракционного максимума. Согласно (??) полная ширина главного максимума $\frac{2f_2\lambda}{D}$, где D — ширина щели, откуда

$$n = \frac{2\lambda f_2}{D} \frac{1}{\delta x}, \quad \text{т.е. } n = \frac{2d}{\lambda} \quad (9)$$

При дифракции света на двух щелях чёткая система интерференционных полос наблюдается только при достаточно узкой ширине входной щели S . При увеличении её ширины интерференционная картина периодически пропадает и появляется вновь, но полосы при этом оказываются сильно размытыми и видны плохо. Это явление объясняется наложением интерференционных картин от разных элементов широкой щели S . Первое размытие интерференционных полос возникает при условии

$$\frac{b}{f_1} = \frac{\lambda}{d} \quad (10)$$

Здесь b — ширина входной щели S и, следовательно, $\frac{b}{f_1}$ — её угловая ширина. Таким образом, по размытию интерференционной картины можно оценить размер источника. Этот метод используется в звёздном интерферометре при измерении угловых размеров звёзд.

1.1.4. Влияние дифракции на разрешающую способность оптического инструмента

Установка, представленная на рис. 4, позволяет исследовать влияние дифракции на разрешающую способность оптических инструментов.

Как уже было выяснено, линзы O_1 и O_2 в отсутствие щели S_2 создают в плоскости Π изображение щели S_1 , и это изображение рассматривается в микроскоп M . Таким образом, нашу установку можно рассматривать как оптический инструмент, предназначенный для получения изображения предмета. При этом коллиматор (щель S_1 и объектив O_1) является моделью далёкого предмета, а объектив O_2 и микроскоп M составляют зрительную трубу, наведённую на этот предмет.

Если перед объективом O_2 зрительной трубы расположить щель S_2 , то изображение объекта будет искажено дифракцией на щели S_2 . Чем меньше ширина D_0 этой щели, тем сильнее искажение. Качественной характеристики этих искажений может служить минимальное угловое расстояние φ_{\min} между которыми равно d (рис. 7). Тогда на щель S_2 будут падать два параллельных пучка света, составляющих между собой угол φ , равный (для малых углов)

$$\varphi = \frac{d}{f_1}. \quad (11)$$

Параллельные лучи 1 и 2, проходящие через центры линз, определяют положения изображений двойной щели. Согласно законам геометрической оптики расстояние l между изображениями щелей в плоскости Π равно

$$l = \varphi f_2, \quad \text{т.е. } l = d \frac{f_2}{f_1} \quad (12)$$

а ширина $\Delta\varphi$ каждого изображения определяется дифракцией света на щели S_2 . Когда полуширина дифракционного изображения превышает расстояние между изображениями, то ввиду дифракционной картины трудно определить, представляет собой источник двойную щель или одиночную. Предельные условия, при которых ещё можно различить, имеем мы дело с одной или с двумя щелями, для разных наблюдателей различны.

Для того чтобы исключить связанный с этим произвол, пользуются обычно критерием Рэлея, который приблизительно соответствует возможностям визуального наблюдения: изображения считаются различимыми, когда максимум одного дифракционного пятна совпадает с минимумом другого, а в условиях нашей задачи — когда угловая полуширина дифракционного изображения $\frac{\lambda}{D_0}$ совпадает с угловым расстоянием $\varphi = \frac{l}{f_2}$ между изображениями отдельных щелей (рис. 4):

$$\frac{\lambda}{D_0} = \frac{l}{f_2} \quad \text{и} \quad \frac{l}{f_2} = \frac{d}{f_1}$$

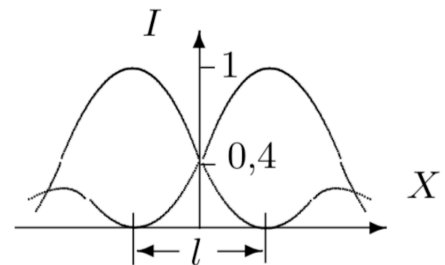


Рис. 5: Критерий разрешения по Рэлею

2. Практическая часть

2.1. Дифракция Френеля

Собираем схему с рис. ?? и и на первую щель фокусируем зеленую часть спектра, затем отмеряем положение микрометрического винта на щели и настраиваем зрительную трубу на бесконечность, получая четкую картину, убираем трубу и ставим на её место микроскоп. Также добиваемся четкости картины, фокусируя микроскоп на щель 2.

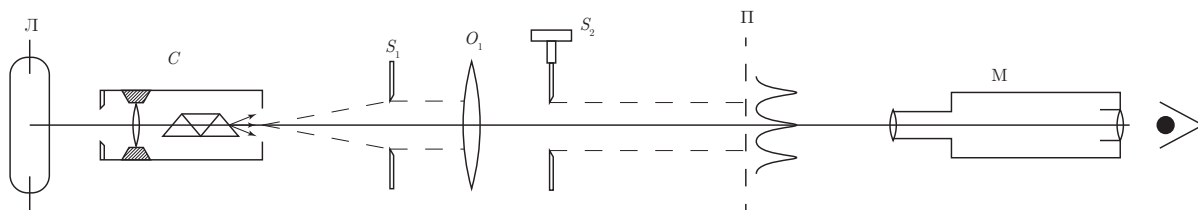


Рис. 6: Схема установки для наблюдения дифракции Френеля

$$F_1 = 15.5 \text{ см}, \quad F_2 = 16 \text{ см}.$$

Нуль микрометрического винта на 20 делениях (каждое деление 0.001 мм). Открываем щель 2 на $D = 250 \text{ дел} = 0.25 \text{ мм}$, измерение проводится на микрометрическом винте щели.

Аналогичное измерение проводим с помощью внутренней шкалы микроскопа (цена деления 0.02 мм) $D = 11 \text{ дел} = 0,22 \text{ мм}$.

При сравнении b практически совпадают.

Снимаем зависимость координаты микроскопа от числа n наблюдаемых тёмных полос. a -расстояние между микроскопом и щелью.

Сравниваем размер зон Френеля с измеренной шириной D щели S_2 . Для этого связываем число тёмных полос n в поле зрения с числом зон Френеля m на полуширине щели, рассчитаем величину $2z_m$ по формуле: $z_m = \sqrt{am\lambda}$ при $\lambda = 5461 \text{ Å} = 546.1 \text{ нм}$. Полученные значения $2z_m$ занесем в таблицу ??:

По значениям таблицы построим график (рис. ??)

m	a , мм	$2z_m$, мкм
1	63	370.968
2	60	511.984
3	58	616.511
4	57	705.722
5	56	782.069

Таблица 1: Зависимость $2z_m$ от m .

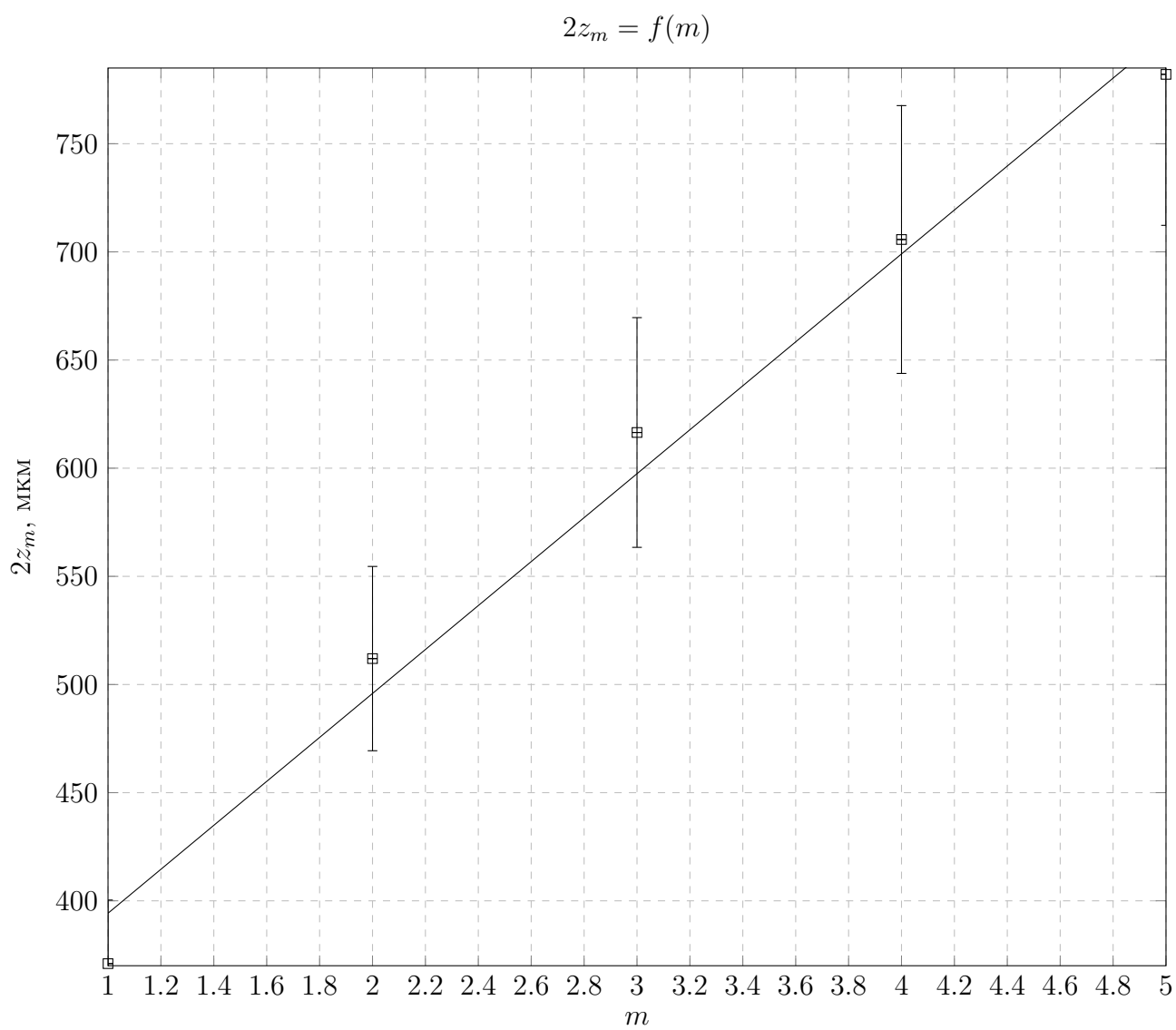


Рис. 7: Зависимость ширины зоны Френеля от её номера.

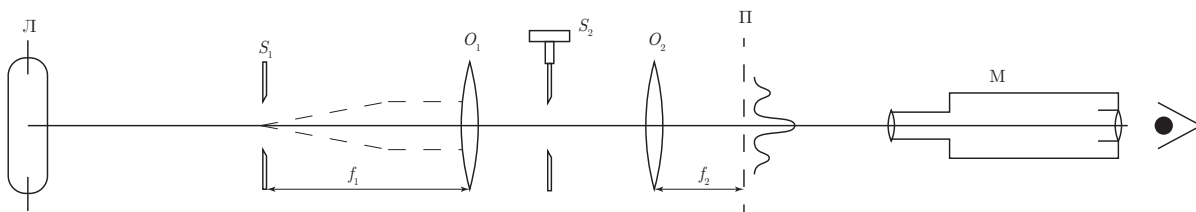


Рис. 8: Схема установки для изучения дифракции Фраунгофера на щели

2.2. Дифракция Фраунгофера на щели

Измеряем с помощью винта поперечного перемещения микроскопа координаты X_m нескольких дифракционных минимумов (от $-m$ до $+m$). Определим ширину D щели S_2 и запишем фокусное расстояние линзы O_2 .

$$F_2 = 16 \text{ см}, \quad D = 0.38 \text{ мм}$$

b — координаты минимумов.

Меряем координаты минимумом с учетом того, что ноль находится в центре 0 минимума, самой яркой центральной полосы.

m	b , дел	b , мм
3	43	0.86
2	30	0.6
1	16	0.32
-1	-17	-0.34
-2	-31	-0.62
-3	-44	-0.88

Таблица 2: Зависимость $b(m)$.

По полученной таблице построим график $b = f(m)$ (рис. ??) Среднее значение расстояния между соседними минимумами $\Delta b = 15 \text{ мм}$.

Рассчитываем размер щели по формуле: $X_m = f_2 m \frac{\lambda}{D}$.

$X_m = b \Rightarrow D = 0.35 \text{ мм}$. Наблюдения: Чем меньше щель, тем шире интервалы между соседними минимумами.

2.3. Дифракция Фраунгофера на двух щелях

Определим линейное расстояние δx между крайними соседними интерференционными полосами.

$$\delta x = 37 \text{ дел.} = 0.74 \text{ мм.}$$

$$x = 40 \text{ дел.} = 0.80 \text{ мм.} \text{ — ширина центрального максимума.}$$

$$\text{Рассчитаем } d \text{ — расстояние между щелями: } \delta x = f_2 \frac{x}{d} \text{ откуда } d = \frac{f_2 x}{\delta x}, d = 172.97 \text{ мм.}$$

$$\text{Рассчитаем число полос внутри главного максимума по формуле: } n = \frac{2d}{D}.$$

$$\text{Теоретическое число полос } n = 9.8 = 10 \text{ полос.}$$

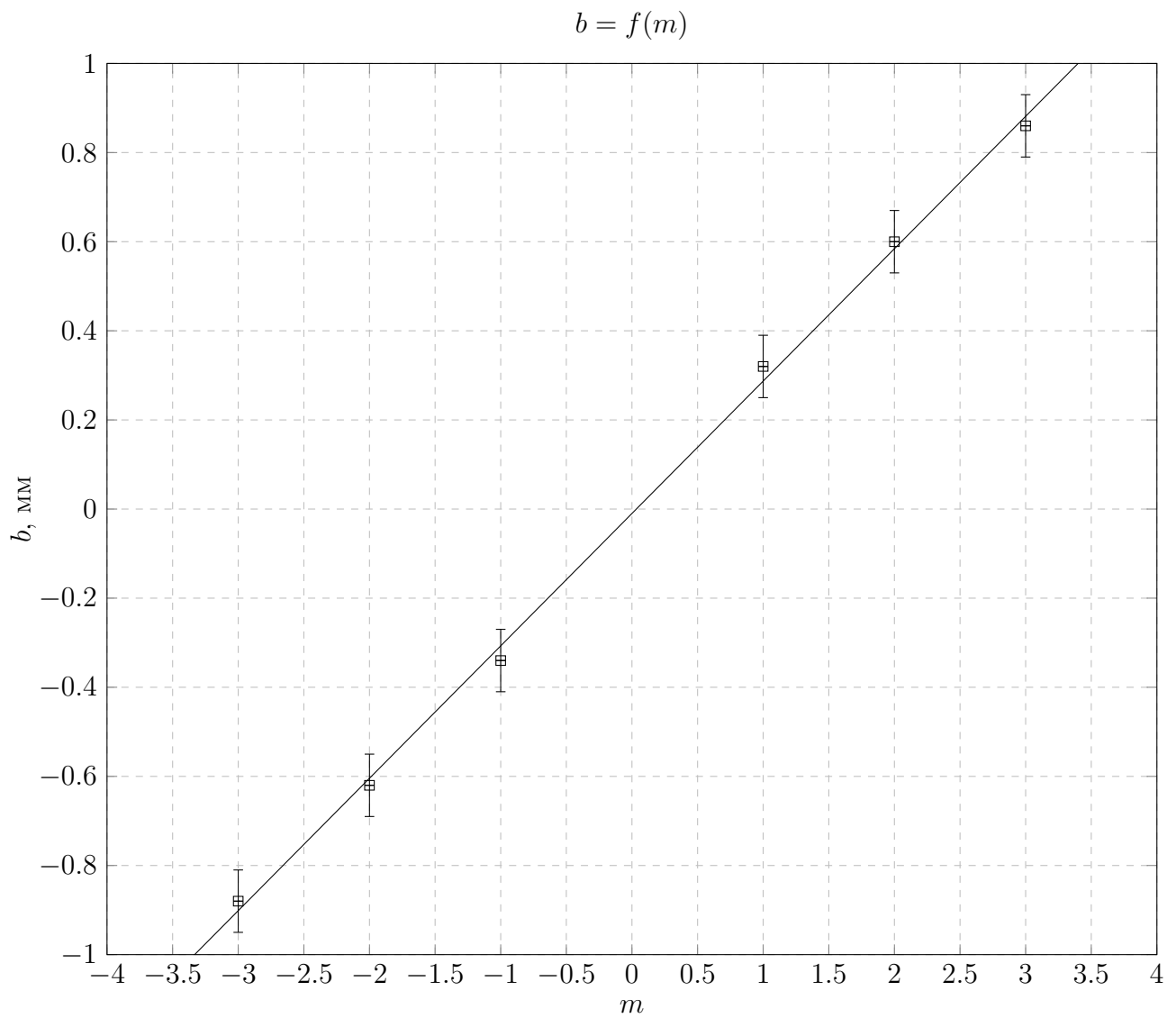


Рис. 9: График зависимости $b(m)$

Практическое число полос $n = 9$.

Теоретическая ширина щели: $b = \frac{\lambda f_1}{d} = 0.41$ мм.

Практическая ширина щели: $b_0 = 0.39$ мм.

3. Вывод

В проделанной работы была исследована дифракция Френеля, Фраунгофера на одной и двух щелях. Дифракцию Фраунгофера на двух щелях не удалось изучить подробно по причине слишком узких и размытых дифракционных полос.