

## 动态规划 (DP)

动态规划，常用于：数学，管理科学，计算机科学，经济和生物信息学。

特征：一个问题，可以拆分成一个一个的子问题，解决子问题，顺带解决这个问题

核心思想：拆分子问题，记住过程，减少重复运算。

例子：

- $1+1+1+1+1+1=?$  等于6
- 在上面式子的在加上一个“1+”。答案是多少？
- 直接通过以往计算过的答案，再加1

题型：青蛙跳阶问题：

一只青蛙，可以一次跳上1级台阶，也可以一次跳上2级台阶。求这只青蛙跳10级台阶有多少种跳法？

I

答案：89

暴力递归（还不是动态规划）

```
public class Main {
    public static void main(String[] args) {
        System.out.println(f(10));
    }
    public static int f(int n){
        if(n == 1) return 1;
        else if(n == 2) return 2;
        else return f(n - 1) + f(n - 2);
    }
}
```

JAVA

使用字典改进

```
import java.util.HashMap;
import java.util.Map;

public class Main {
    static Map<Integer,Integer> map = new HashMap<>();//创建字典
    public static void main(String[] args) {
        System.out.println(f(10));
    }

    public static int f(int n){
        if(n == 1) return 1;
```

JAVA

```

if(n == 2) return 2;
if(map.containsKey(n)){ //如果包含对应n的值
    return map.get(n); //直接返回n对应的值
}
else {
    map.put(n, f(n-1)+f(n-2)); //如果没有包含，那就把对应n的键值对放进去
    return map.get(n); //然后直接返回，我们上一步计算好的值对
}
}
}

```

\*\*\*自下向上的动态规划

## 2.自底而上的动态规划

动态规划和带字典的递归有些不同，但解法类似。都有减少重复运算。

- 带字典的递归是从 $f(10) \rightarrow f(1)$ ，自顶而下。
- 动态规划，从 $f(1) \rightarrow f(10)$ ，自底而上。



动态规划的特征：

正在缓冲... 386.30KB/s

- 最优子结构： $f(n) = f(n-1) + f(n-2)$ ,  $f(n-1)$ 和  $f(n-2)$ 就是 $f(n)$ 的最优子结构。
- 状态转移方程： $f(n) = f(n-1) + f(n-2)$
- 边界： $f(1) = 1, f(2) = 2$
- 重叠子：重复的运算！ $f(10) = f(9) + f(8), f(9) = f(8) + f(7)$ .  $f(8)$ 就是重叠子

北京千锋第十四届蓝桥杯JAVA编程【个人赛】公开课

无标题 - 画图

正在讲...

自底而上的

台阶数	1	2	3	4	.....	10
子结构	$f(1)$	$f(2)$	$f(3)$	$f(4)$		$f(10)$
跳法	1	2	$f(1)+f(2)$	$f(2)+f(3)$		$f(8)+f(9)$

用for循环解决

台阶数	1	2	3	4	.....	10
子结构	$f(1)$	$f(2)$	$f(3)$	$f(4)$		$f(10)$
跳法	1					

发送至: 所有人

请输入消息...

递归法	1	2	$f(1)+f(2)$	$f(2)+f(3)$	$f(8)+f(9)$
替换变量	$a=1$	$b=2$	$a=1+2=3$	$b=2+3=5$	$b=a+b$

```

public class Main {
    static Map<Integer,Integer> map = new HashMap<>();//创建字典
    public static void main(String[] args) {
        int a = 1;
        int b = 2;
        for(int i = 3; i <= 10; i++){
            int tmp = a;
            a = b; //把a变为 b
            b = a + tmp;//b变为a+b;
        }
        System.out.println(b);
    }
}

```

写成函数

```

public class Main {
    static Map<Integer,Integer> map = new HashMap<>();//创建字典
    public static void main(String[] args) {
        System.out.println(ways(10));
    }
    public static int ways(int n){
        if(n == 1) return 1;
        if(n == 2) return 2;
        int a = 1;
        int b = 2;
        for(int i = 3; i <= n; i++){
            int tmp = a;
            a = b;
            b = a + tmp;
        }
        return b;
    }
}

```

## 动态规划的解题思路

什么样的问题适用动态规划？

如果一个问题，可以把所有的答案穷举出来，而且存在重叠子问题，就可以考虑使用动态规划。

动态规划的经典应用场景：

- 最长递增子序列 ---20年蓝肽子问题

- 最小（大）距离 --- 数字三角形
- 背包问题
- 凑零钱问题
- 等等等。。。

### 动态规划的解题思路

- 核心思想：拆分子问题，记住过程，减少重叠子运算
- 穷举分析
- 确定边界
- 找出规律，确定最优子结构
- 写出状态转移方程
- 代码实现

## LCR 100. 三角形最小路径和

已解答 ✓

中等

🏷 相关标签

🔒 相关企业

Aa

给定一个三角形 `triangle`，找出自顶向下的最小路径和。

每一步只能移动到下一行中相邻的结点上。**相邻的结点** 在这里指的是 **下标** 与 **上一层结点的下标** 相同或者等于 **上一层结点的下标 + 1** 的两个结点。也就是说，如果正位于当前行的下标 `i`，那么下一步可以移动到下一行的下标 `i` 或 `i + 1`。

### 示例 1:

输入: `triangle = [[2],[3,4],[6,5,7],[4,1,8,3]]`

输出: 11

解释: 如下面简图所示:

```
  2
 3 4
6 5 7
4 1 8 3
```

自顶向下的最小路径和为 11 (即,  $2 + 3 + 5 + 1 = 11$ )。

### 示例 2:

输入: `triangle = [[-10]]`

输出: -10

具体来说，代码中的双重循环用于从三角形的底部向上逐层计算最小路径和。在每一层中，对于当前位置  $(m-1, n)$ ，选择下一层相邻的两个位置  $(m, n)$  和  $(m, n+1)$  中的较小值，将其累加到当前位置上。这样就能够逐步计算出从底部到顶部的最小路径和。

最终返回 `triangleArray[0][0]`，即顶部的值，即为整个三角形的最小路径和。

JAVA

```
class Solution {
    public int minimumTotal(List<List<Integer>> triangle) {
        int len = triangle.size();
        int[][] triangleArray = new int[triangle.size()][];
        for (int i = 0; i < triangle.size(); i++) { //先变为二维数组
            List<Integer> row = triangle.get(i);
            triangleArray[i] = new int[row.size()];
            for (int j = 0; j < row.size(); j++) {
                triangleArray[i][j] = row.get(j);
            }
        }
        for(int m = len - 1; m > 0; m--){
            for(int n = 0; n < m; n++){
                triangleArray[m - 1][n] += triangleArray[m][n] < triangleArray[m][n + 1] ?
                triangleArray[m][n] : triangleArray[m][n + 1];
            }
        }
        return triangleArray[0][0];
    }
}
```