

三、递推法

递推法是利用问题本身所具有的一种递推关系求问题解的一种方法。设要求问题规模为 N 的解，当 $N=1$ 时，解或为已知，或能非常方便地得到解。能采用递推法构造算法的问题有重要的递推性质，即当得到问题规模为 $i-1$ 的解后，由问题的递推性质，能从已求得的规模为 $1, 2, \dots, i-1$ 的一系列解，构造出问题规模为 I 的解。这样，程序可从 $i=0$ 或 $i=1$ 出发，重复地，由已知至 $i-1$ 规模的解，通过递推，获得规模为 i 的解，直至得到规模为 N 的解。

【问题】 阶乘计算

问题描述：编写程序，对给定的 n ($n \leq 100$)，计算并输出 k 的阶乘 $k!$ ($k=1, 2, \dots, n$) 的全部有效数字。

由于要求的整数可能大大超出一般整数的位数，程序用一维数组存储长整数，存储长整数数组的每个元素只存储长整数的一位数字。如有 m 位长整数 N 用数组 $a[]$ 存储：

$$N = a[m] \times 10^{m-1} + a[m-1] \times 10^{m-2} + \dots + a[2] \times 10^1 + a[1] \times 10^0$$

并用 $a[0]$ 存储长整数 N 的位数 m ，即 $a[0]=m$ 。按上述约定，数组的每个元素存储 k 的阶乘 $k!$ 的一位数字，并从低位到高位依次存于数组的第二个元素、第三个元素……。例如， $5! = 120$ ，在数组中的存储形式为：

3 0 2 1

首元素 3 表示长整数是一个 3 位数，接着是低位到高位依次是 0、2、1，表示成整数 120。

计算阶乘 $k!$ 可采用对已求得的阶乘 $(k-1)!$ 连续累加 $k-1$ 次后求得。例如，已知 $4! = 24$ ，计算 $5!$ ，可对原来的 24 累加 4 次 24 后得到 120。细节见以下程序。

```
#include
#include
#define MAXN 1000
void pnext(int a[],int k)
{ int *b,m=a[0],i,j,r,carry;
  b=(int *) malloc(sizeof(int)*(m+1));
  for ( i=1;i<=m;i++) b[i]=a[i];
  for ( j=1;j<=k;j++)
  { for ( carry=0,i=1;i<=m;i++)
    { r=(i      a[i]+r)%10;
      carry=r/10;
    }
    if (carry) a[++m]=carry;
  }
  free(b);
  a[0]=m;
}

void write(int *a,int k)
{ int i;
  printf( "%4d! = ",k);
```

```
    for (i=a[0];i>0;i--)  
        printf( "%d" ,a[i]);  
    printf( "\\n\\n" );  
}
```

```
void main()  
{ int a[MAXN],n,k;  
  printf( "Enter the number n:  ");  
  scanf( "%d" ,&n);  
  a[0]=1;  
  a[1]=1;  
  write(a,1);  
  for (k=2;k<=n;k++)  
  { pnext(a,k);  
    write(a,k);  
    getchar();  
  }  
}
```