学院______ 专业班级______ 姓名______ 学号______ 任课教师姓名______ 课序号______ 考试座位号______

密封线内不得答题

昆明理工大学 2009 级 试卷 （A 卷）

考试科目：线性代数 考试日期：2010 年 6 月 24 日 命题教师：命题小组

一、填空题（每小题 3 分，共 30 分）

1、设 $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&3\end{pmatrix}$，则 $A^{-1}=$__________________.

2、设 $A=\begin{pmatrix}2&1\\-1&2\end{pmatrix}$，$E$ 为二阶单位阵，且满足 $BA=B+2E$ 则 $|B|=$______.

3、设 $A=\begin{pmatrix}3&4&0&0\\4&-3&0&0\\0&0&2&0\\0&0&2&2\end{pmatrix}$，则 $|A^2|=$______________.

4、方阵 A 满足 $A^2-A-2E=0$，则 $A^{-1}=$_____________.

5、若矩阵 A 与 B 等价，且 $R(A)=3$，则 $R(B)=$________.

6、已知向量组 $\vec{\alpha}_1=(1,2,-1)$，$\vec{\alpha}_2=(2,0,t)$，$\vec{\alpha}_3=(0,-4,5)$ 的秩为 2，则 $t=$________.

7、向量空间 V 的维数为 m，则 V 中任意 $m+1$ 个向量 $\vec{\alpha}_1,\vec{\alpha}_2,\dots,\vec{\alpha}_{m+1}$ 必线性_________.

8、设四元非齐次线性方程组 $AX=\vec{b}$ 的系数矩阵 A 的秩为 3，且已知它的两个解为 $\vec{\eta}_1-\vec{\eta}_2=(1,-1,2,1)^T$，则对应齐次方程 $AX=\vec{0}$ 的通解为 $X=$________________.

9、两向量 $\vec{\alpha}_1=(1,6,t),\vec{\alpha}_2=(0,-1,3)$ 正交的条件是 $t=$________.

10、已知三阶方阵 A 的特征值为 1,2,3，则 $|A^3-5A^2+7A|=$_________.

二、（10 分）求行列式 $A=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 4 \end{vmatrix}$ 的值.

三、(10 分) 设 $A=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&2&0\\1&0&1\end{pmatrix}$，且满足 $AX+E=A^2+X$，求矩阵 X.

四、(16 分)设线性方程组 $\begin{cases}\lambda x_1+x_2+x_3=1\\x_1+\lambda x_2+x_3=\lambda\\x_1+x_2+\lambda x_3=\lambda^2\end{cases}$，问 λ 取何值时,

（1）有唯一解；（2）无解；（3）有无穷解，并求其通解.

五、（15 分）设 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1 & 1\\0 & 1 & 2 & 0\\2 & -2 & -1 & -1\\3 & 1 & 2 & 0\end{pmatrix}$

（1）写出 A 的列向量组 $\vec{\alpha}_1,\vec{\alpha}_2,\vec{\alpha}_3,\vec{\alpha}_4$；

（2）判断 $\vec{\alpha}_1,\vec{\alpha}_2,\vec{\alpha}_3,\vec{\alpha}_4$ 的线性相关性；

（3）求 $\vec{\alpha}_1,\vec{\alpha}_2,\vec{\alpha}_3,\vec{\alpha}_4$ 的秩和一个最大无关组.

六、（15 分）已知二次型

$$f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+3x_2^2+3x_3^2+4x_2x_3$$

（1）写出 f 所对应的矩阵 A；

（2）求 A 的特征值和特征向量;

（3）求一个正交变换将 f 化为标准形.

七、（4 分）设 A 为正交阵，且 $|A| = -1$，证明 $\lambda = -1$ 是 A 的特征值.