

昆明理工大学 2012 级《高等数学》A (1) 期末试卷评分细则与参考解答
(A 卷) (考试时间 2013 年 01 月 11 日)

一、1.B.2.B.3. A.4.B.5.B.6.B;

$$\text{二. } 7. 2x+y=1. \quad 8. \begin{cases} x^2+y^2=1 \\ z=0 \end{cases} \quad 9. 0. \quad 10. 0. \quad 11. x^2 \ln x - \frac{x^2}{2} + c. \quad 12. \frac{2}{3}.$$

三 13. 过点 M_0 作一平面 π 且垂直于直线 L , 平面 π 的法向量取为

直线 L 的方向向量 $\vec{s} = (2, 3, 1)$, 所以平面 π 的方程为再求直线 L 和

平面 π 的交点. 直线 L 的参数方程为

$$x = 2t - 3, y = 3t + 1, z = t - 2, \quad 2 \text{ 分}$$

将它代入平面 π 的方程, 求得 $t = 1$, 从而直线 L 和平面 π 的交点为 $M(-1, 4, -1)$.

4 分

从而点 M_0 到直线 L 的距离

$$d = |M_0 M| = \sqrt{(-1-2)^2 + (4-3)^2 + (-1+4)^2} = \sqrt{19}. \quad 6 \text{ 分}$$

$$14. \quad \frac{dy}{dx} = f'(e^x)e^x \quad 2 \text{ 分}$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = f''(e^x)e^{2x} + f'(e^x)e^x \quad 6 \text{ 分}$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{e^x - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1) - \sin x}{\sin x (e^x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1) - \sin x}{x^2}. \quad 2 \text{ 分}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x}{2x} \quad 4 \text{ 分}$$

$$= \frac{1}{2} \quad 6 \text{ 分}$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \left((1 + \cos x - 1)^{\frac{1}{\cos x - 1}} \right)^{\frac{1}{x^2}(\cos x - 1)} \quad 4 \text{ 分}$$

$$= e^{-\frac{1}{2}} \quad 6 \text{ 分}$$

$$17. \text{令 } x = \sin t, \text{ 则 } \int \frac{dx}{x\sqrt{1-x^2}} = \int \csc t dt. \quad 2 \text{ 分}$$

$$= \ln(\csc t - \cot t) + c \quad 4 \text{ 分}$$

$$= \ln\left(\frac{1}{x} - \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}\right) + c \quad 6 \text{ 分}$$

$$18. \int_{-1}^2 x\sqrt{|x|} dx = \int_1^2 x^{\frac{3}{2}} dx \quad 2 \text{ 分}$$

$$= \frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} \Big|_1^2 \quad 4 \text{ 分}$$

$$= \frac{2}{5} (4\sqrt{2} - 1) \quad 6 \text{ 分}$$

$$19. \text{求导得: } f'(x) = \frac{1}{1+x^2} = \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n x^{2n-2} \quad (-1 < x < 1) \quad 2 \text{ 分}$$

$$\text{积分得: } f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} \quad 4 \text{ 分}$$

$$\text{当 } x=1 \text{ 时, } \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{1}{2n+1} \text{ 收敛, 当 } x=-1 \text{ 时, } \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{1}{2n+1} \text{ 也收敛,}$$

$$\text{收敛域为 } -1 \leq x \leq 1. \quad 6 \text{ 分}$$

$$\text{四.20.求导得: } 3x^2 f(x^3-1) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \quad 4 \text{ 分}$$

$$\text{令 } x=2, \text{ 得 } f(7) = \frac{\sqrt{5}}{60}. \quad 5 \text{ 分}$$

$$21. \text{令 } f(x) = \frac{1}{p} x^p + \frac{1}{q} - x \quad (x > 0), \text{ 则 } f'(x) = x^{p-1} - 1 \quad 2 \text{ 分}$$

$$\text{令 } f'(x) = 0 \text{ 得唯一驻点 } x=1, \because f''(x) = (p-1)x^{p-2}, \quad f''(1) = p-1 > 0$$

$$\therefore \text{当 } x=1 \text{ 时, } f(x) \text{ 取极小值, 也是最小值 } f(1) = 0, \quad 4 \text{ 分}$$

$$\text{即当 } x > 0 \text{ 时, 有 } f(x) \geq f(1) = 0, \text{ 即 } \frac{1}{p} x^p + \frac{1}{q} \geq x. \quad 5 \text{ 分}$$