昆明理工大学2016级高等数学A(1)A卷参考答案及评分细则

一、

1. 2016；2. 3；3. 1；4. $f'(\arcsin x)\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$；5. $(0,-2)$；6. 27；7. $x=3$；

8. π；9. $y=Ce^{x^2}$；10 $\dfrac{a}{1-q}$；

二、

11. $f(x)=\begin{cases}0, & x<-1,\\ 1, & x=-1,\\ 1-x, & -1<x<1,\\ 0, & x=1,\\ 0, & x>1.\end{cases}$ 5分

$\lim\limits_{x\to-1^-}f(x)=0\neq\lim\limits_{x\to-1^+}f(x)=2\neq f(-1)=1$，

故 $x=-1$ 是第一类跳跃间断点； 7分

12. $\lim\limits_{x\to0}(\cos x)^{\frac{1}{x^2}}=e^{\lim\limits_{x\to0}\frac{\ln\cos x}{x^2}}=e^{\lim\limits_{x\to0}\frac{-\sin x}{2x\cos x}}=e^{\frac{-1}{2}}$； 7分

13. $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{b\cos t}{-a\sin t}=-\dfrac{b}{a}\cot t$， 3分

$\dfrac{d^2y}{dx^2}=\dfrac{d(\frac{-b}{a}\cot t)}{dx}=\dfrac{\frac{b}{a}\csc^2 t}{-a\sin t}=-\dfrac{b}{a^2}\csc^3 t$； 7分

三、

14. 等式两端对 x 求导得：$e^{-y^2}y'+\cos x=0$， 6分

$y'=-e^{y^2}\cos x$；. 7分

15. $\int\dfrac{1+2x^2}{x^2(1+x^2)}dx=\int\dfrac{1}{x^2}dx+\int\dfrac{1}{1+x^2}dx$ 4分

$=-\dfrac{1}{x}+\arctan x+C$； 7分

16. $\int_0^1 xe^x dx=\int_0^1 x de^x=xe^x\Big|_0^1-\int_0^1 e^x dx$ 5分

$=e-e^x\Big|_0^1=1$； 7分

四、

17.由对应的齐次方程的.特征方程为 $r^2-5r+6=0$,得 $r_1=2,r_2=3$;故其对应的齐次方程的通解为

$Y=C_1e^{2x}+C_2e^{3x}$; 3分

因 $\lambda=1,m=1,P_1(x)=x,p=-5,q=6$;$\lambda\neq r_1,r_2$,

故设 $Q(x)=Q_1(x)=Ax+B$, $Q'(x)=A$, $Q''(x)=0$,将其代入 $Q(x)$ 满足的等式:

$$Q''+(2\lambda+P)Q'+(\lambda^2+P\lambda+q)Q=x \quad 得$$

$$-3A+2Ax+2B=x$$

即 $\begin{cases}2A=1,\\-3A+2B=0.\end{cases}$ 解得: $A=\dfrac{1}{2}$, $B=\dfrac{3}{4}$,所以特解 $y^*=(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{4})e^x$,

通解 $y=C_1e^{2x}+C_2e^{3x}+(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{4})e^x$; 6分

18. 由 $\lim\limits_{n\to\infty}|\dfrac{u_{n+1}(x)}{u_n(x)}|=\lim\limits_{n\to\infty}x^2\dfrac{2n-1}{2n+1}=x^2<1$ 得 $|x|<1$,即 $R=1$,

当 $x=\pm1$ 时,原级数收敛,故收敛域为 $[-1,1]$; 3分

设 $S(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{x^{2n-1}}{2n-1}$, $S'(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^nx^{2n-2}=\dfrac{-1}{1+x^2}$ ($|x|<1$)

$S(x)=\int_0^x\dfrac{-1}{1+x^2}dx=-\arctan x$, $|x|\leq1$.; 6分

19.

(1) $A=\int_0^1(\sqrt{x}-x^2)dx=\dfrac{1}{3}$; 3分

(2) $V=\pi\int_0^1(x-x^4)dx=\dfrac{3\pi}{10}$. 6分