学院______ 专业班级______ 姓名______ 学号______ 任课教师姓名______ 课序号______ 考试座位号______

密 封 线 内 不 得 答 题

昆明理工大学 2012 级 试卷 （A 卷）

考试科目： 线性代数　　考试日期: 2013-6-25　命题教师: 命题小组

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
评 分									
阅卷人									

一、填空题（每小题 4 分，共 40 分）

1. 设矩阵 $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 5\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}$，且 $AX=B$，则 $X=$__________.

2. 设 A 为 $m\times n$ 矩阵，则 n 元线性方程组 $A\vec{x}=\vec{b}$ 有无穷多解的充分必要条件是________________________________.

3. 若 3 阶矩阵 $A=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{bmatrix}$ 的特征值为 $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$，则

$\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3=$______________________.

4. n 阶矩阵 A 与对角阵相似的充分必要条件是_____________________.

5. 假设 $D=\begin{vmatrix}1 & 7 & 5 & -1\\ 1 & 3 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 3 & 1\\ 1 & 1 & 1 & 3\end{vmatrix}$，$A_{ij}$ 为 D 中 a_{ij} 的代数余子式，则

$3A_{11}+A_{12}+A_{13}+A_{14}=$____________.

6. 假设 $A=\begin{bmatrix}2 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{bmatrix}$，则 $A^3=$_____________________.

7. 假设 A 为 4 阶矩阵且 $|A|=2$，则 $|3A|=$_______________.

8. 假设 $\vec{a}_1=(1,1,1)^T,\vec{a}_2=(1,2,3)^T,\vec{a}_3=(1,3,3)^T$，则向量组 $\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3$ 线性

_____________（相关或无关）.

9. 假设二次型 $f=x_1^2+x_2^2+5x_3^2+2tx_1x_2-2x_1x_3+4x_2x_3$ 为正定的，则 t 的取值范围是__________________.

10. 方程组 $x_1+2x_2+\cdots+nx_n=0$ 的基础解系为________________________.

二、(15 分)

设 $\vec{a}_1=(1,2,1,3)^T,\vec{a}_2=(4,-1,-5,-6)^T,\vec{a}_3=(-1,3,4,7)^T,\vec{a}_4=(2,-1,-3,-4)^T$.

（1）求向量组 $\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3,\vec{a}_4$ 的秩;

（2）求向量组 $\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3,\vec{a}_4$ 的一个最大无关组，且将其余向量用这个最大无关组线性表示.

三、（15 分）设线性方程组为

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 = -2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = \lambda \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = \lambda^2 \end{cases}$$

（1）λ 取何值时，线性方程组无解;

（2）λ 取何值时，线性方程组有解，并求通解.

四、（8 分）假设 4 元非齐次线性方程组 $A\vec{x}=\vec{b}$ 的三个解为 $\vec{\eta}_1,\vec{\eta}_2,\vec{\eta}_3$,

$$R(A)=2 \text{ 且 } \vec{\eta}_1+\vec{\eta}_3=\begin{pmatrix}2\\3\\4\\5\end{pmatrix},\quad \vec{\eta}_2+\vec{\eta}_3=\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix},\quad \vec{\eta}_1+\vec{\eta}_2=\begin{pmatrix}3\\4\\6\\7\end{pmatrix}.$$

求方程组 $A\vec{x}=\vec{b}$ 的通解.

五、(16 分）设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1{}^2+x_2{}^2+x_3{}^2-2x_2x_3$.

（1）写出二次型 $f(x_1,x_2,x_3)$ 的矩阵 A，并求 A 的特征值;

（2）求正交变换 $\vec{x}=P\vec{y}$，将二次型 $f(x_1,x_2,x_3)$ 化为标准形.

六、(6 分）假设 A 是 n 阶正交矩阵，A^* 为矩阵 A 的伴随矩阵.

证明 A^{-1} 和 A^{*} 都是正交矩阵.