昆明理工大学 2013 级《高等数学》A（1）期末试卷参考解答及评分细则
（A 卷） (考试时间 2014 年 01 月 08 日)

一、1.B ； 2.C ； 3.A ； 4.D； 5.B ； 6.C;

二、7. $x^2+4(y^2+z^2)=1$； 8. $a=2$； 9. $2t$ ； 10. $d(-(1-x^2)^{\frac{1}{2}}+c)$； 11.收敛； 12. 2；

三、 13. 设过两平面的交线的平面束方程为：

$2x+y-4+\lambda(y+2z)=0$，即 $2x+(1+\lambda)\ y+2\lambda z-4=0$ ， 2 分

由 $(2,1+\lambda,2\lambda)\cdot(3,2,3)=0$， 得 $\lambda=-1$， 4 分

故所求平面方程为 $x-z-2=0$ ； 6 分

14. 由 $x\to 0$ 时，$\sqrt{1+x^3}-1\sim\frac{1}{2}x^3,\sin^3 x\sim x^3$， 4 分

所以 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x^3}-1}{\sin^3 x}=\frac{\frac{1}{2}x^3}{x^3}=\frac{1}{2}$ ； 6 分

15. 将 $x=1$ 代入原方程得 $y=1$，等式两端对 x 求导得：

$y'e^y+y+(x-1)y'=0$， $y'(1)=-e^{-1}$， 3 分

将上式两端对 x 求导得：

$y''e^y+(y')^2e^y+2y'+(x-1)y''=0$ ， $y''(1)=e^{-2}$； 6 分

16. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_{\cos x}^{1}e^{-t^2}dt}{x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin xe^{-\cos^2 x}}{2x}$ 4 分

$=\frac{1}{2e}$； 6 分

17. 令 $x=a\tan t,t\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$，则 $\int\frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}}=\int\sec tdt$ 2 分

$=\ln|\sec t+\tan t|+c_1$ 4 分

$=\ln(x+\sqrt{a^2+x^2})+c$； 6 分

18. $\int_0^{\pi}x\sqrt{1-\sin^2 x}\,dx=\int_0^{\pi}x|\cos x|dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}x\cos xdx-\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}x\cos xdx$ 2 分

$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}xd\sin x-\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}xd\sin x=x\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin xdx-x\sin x\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sin xdx$ 4 分

$=\pi$ ； 6 分

19. 由$\lim\limits_{n\to\infty}\left|\dfrac{u_{n+1}(x)}{u_n(x)}\right|=|x|\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n+1}{n}=|x|<1$，收敛半径为 1，收敛区间为$(-1,1)$

当$x=\pm1$时，$\lim\limits_{n\to\infty}u_n\neq0$，原级数发散，所以收敛域为$(-1,1)$，　　4 分

设$s(x)=\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n(n+1)x^n=(\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{n+1})'=(\dfrac{x}{1+x})'=\dfrac{1}{(1+x)^2}$，$x\in(-1,1)$；　　6 分

四、

20. 设$f(t)=\ln(1+t)$，则$f(t)$在$[0,\ x]$上满足拉格朗日定理条件，从而

$f(x)-f(0)=f'(\xi)(x-0)(0<\xi<x)$，$f(0)=0$，$f'(x)=\dfrac{1}{1+x}$，

得　$\ln(1+x)=\dfrac{x}{1+\xi}$，　　3 分

又$0<\xi<x$，故$1<1+\xi<1+x$，从而$\dfrac{1}{1+x}<\dfrac{1}{1+\xi}<1$，

$\dfrac{x}{1+x}<\dfrac{x}{1+\xi}<x$，　　即$\dfrac{x}{1+x}<\ln(1+x)<x$　；　　5 分

21.（1）$f'(x)=e^{-x}(1-x)$，

令$f'(x)=0$得$x=1$；

由$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$，$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$，$f(1)=e^{-1}$，

故最大值为$f(1)=e^{-1}$，无最小值；　　3 分

（2）$f''(x)=e^{-x}(x-2)$，令$f''(x)=0$得$x=2$，

当$x<2$时，$f''(x)<0$，当$x>2$时，$f''(x)>0$，拐点$(2,2e^{-2})$.　　5 分