学院：　　　　　　　专业：　　　　　　　学号：　　　　　　　姓名：

第五章 刚体的转动

一、选择题

1、定轴转动刚体的运动方程是$\theta = 5 + 2t^3$，$t = 1.0s$ 时，刚体上距转轴 0.1m 的一点的切向加速度大小为 [ ]

（A）3.6 m/s^2　（B）3.8 m/s^2　（C）1.2 m/s^2　（D）2.4 m/s^2

2、几个力同时作用于一个定轴转动的刚体上，如果这几个力的矢量和为零，则下列说法中正确的是 [ ]

（A）刚体必然不会转动　（B）转速必然不变

（C）转速必然会变　（D）转速可能变，也可能不变。

3、关于刚体的转动惯量，下列说法中正确的是 [ ]

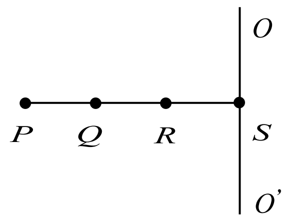
（A）只取决于刚体的质量，与质量的空间分布和轴的位置无关。

（B）取决于刚体的质量和质量的空间分布，与轴的位置无关。

（C）取决于刚体的质量、质量的空间分布和轴的位置。

（D）只取决于转轴的位置，与刚体的质量和质量的空间分布无关。

4、如图所示，P、Q、R 和 S 是附于刚性轻质细杆上的质量分别为 4m、3m、2m 和 m 的四个质点，$PQ=QR=RS=l$，则系统对 OO' 轴的转动惯量为 [ ]



（A）$36ml^2$　（B）$48ml^2$

（C）$50ml^2$　（D）$46ml^2$

5、一个半径为 R，质量为 m 的匀质圆盘，挖出半径为 $\frac{R}{2}$ 的同心圆形部分后，剩余部分对通过圆心且与盘面垂直轴的转动惯量为 [ ]

（A）$\frac{5}{8}mR^2$　（B）$\frac{3}{8}mR^2$　（C）$\frac{15}{32}mR^2$　（D）$\frac{7}{16}mR^2$

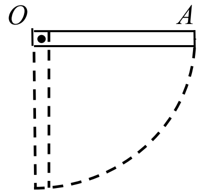
6、有两个半径相同，质量相等的细圆环 A 和 B．A 环的质量分布均匀，B 环的质量分布不均匀．它们对通过环心并与环面垂直的轴的转动惯量分别为J_A和J_B，则 [ ]

（A）$J_A > J_B$　（B）$J_A < J_B$

（C）$J_A = J_B$　（D）不能确定J_A、J_B哪个大

7、均匀细棒 OA 可绕通过某一端 O 而与棒垂直的水平固定光滑轴转动，如图所示，今使棒从水平位置由静止开始自由下降，在棒摆到竖直位置的过程中，下述说法正确的是

[　　]



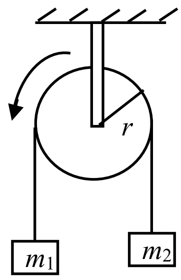
（A）角速度从小到大，角加速度从大到小。

（B）角速度从小到大，角加速度从小到大。

（C）角速度从大到小，角加速度从大到小。

（D）角速度从大到小，角加速度从小到大。

8、一轻绳跨过一具有水平光滑轴、质量为 M 的定滑轮，绳的两端分别悬有质量为 m_1 和 m_2 的物体($m_1 < m_2$)，如图所示．绳与轮之间无相对滑动．若某时刻滑轮沿逆时针方向转动，则绳中的张力 [　　]



（A）处处相等

（B）左边大于右边

（C）右边大于左边

（D）哪边大无法判断

9、刚体角动量守恒的充分而必要的条件是 [　　]

（A）刚体不受外力矩的作用　　　　（B）刚体所受合外力矩为零

（C）刚体所受的合外力和合外力矩均为零　（D）刚体的转动惯量和角速度均保持不变

10、一平圆盘可绕通过其中心的固定铅直轴转动，盘上站着一个人，把人和圆盘取作系统，当此人在盘上随意走动时，若忽略轴的摩擦，则此系统 [　　]

（A）动量守恒　　（B）机械能守恒　　（C）对转轴的角动量守恒

（D）动量、机械能和角动量都守恒　　（E）动量、机械能和角动量都不守恒

11、花样滑冰运动员绕通过自身的竖直轴转动，开始时两臂伸开，转动惯量为 J_0，角速度为 ω_0，然后她将两臂收回，转动惯量减小为 $\frac{1}{3}J_0$，这时她转动的角速度变为 [　　]

（A）$\frac{1}{3}\omega_0$　　（B）$\frac{1}{\sqrt{3}}\omega_0$　　（C）$\sqrt{3}\omega_0$　　（D）$3\omega_0$

12、质量为 m 的小孩站在半径为 R 的水平平台边缘上，平台可以绕通过其中心的竖直光滑固定轴自由转动，转动惯量为 J，平台和小孩开始时均静止。当小孩突然相对于地面以速率 v 在平台边缘沿逆时针方向走动时，则此平台相对地面旋转的角速度和旋转方向分别为 [　　]

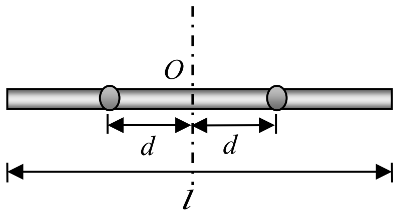
（A）$\omega = \frac{mR^2}{J}\left(\frac{v}{R}\right)$，顺时针　　（B）$\omega = \frac{mR^2}{J}\left(\frac{v}{R}\right)$，逆时针

（C）$\omega = \frac{mR^2}{J+mR^2}\left(\frac{v}{R}\right)$，顺时针　　（D）$\omega = \frac{mR^2}{J+mR^2}\left(\frac{v}{R}\right)$，逆时针

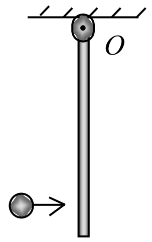
13、如图所示，一水平刚性轻杆，质量不计，杆长 l= 20cm，其上穿有两个小球，初始时，两个小球相对杆中心 O 对称放置，与 O 的距离 d=5cm，二者之间用细线拉紧，现在让细杆绕通过中心 O 的竖直固定轴作匀角速的转动，角速度为 ω_0，烧断细线让两球向杆的两端滑动，不考虑转轴和空气的摩擦，当两球都滑至杆端时，杆的角速度为 [　　]

（A）ω_0　　（B）$2\omega_0$

（C）$\frac{1}{2}\omega_0$　　（D）$\frac{1}{4}\omega_0$



14、如图所示，一匀质细杆可绕通过上端与杆垂直的水平光滑固定轴 O 旋转，初始状态为静止悬挂。现有一个小球自左方水平打击细杆，设小球与细杆之间为非弹性碰撞，则在碰撞过程中对细杆与小球这一系统 [　　]



（A）只有机械能守恒

（B）只有动量守恒

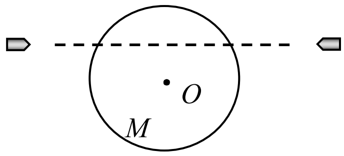
（C）只有对转轴 O 的角动量守恒

（D）机械能、动量和角动量均守恒。

15、一圆盘正绕垂直于盘面的水平光滑固定轴 O 转动，如图射来两个质量相同，速度大小相同，方向相反并在一条直线上的子弹，子弹射入圆盘并且留在盘内， 则子弹射入后的瞬间，圆盘的角速度[　　]

（A）增大　　（B）不变

（C）减小　　（D）不能确定



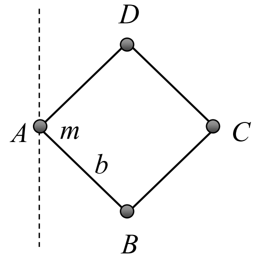
二、填空题：

1、若飞轮的运动方程为$\theta=-\pi t^2+12\pi t$，则该飞轮t时刻的角速度$\omega=$________，角加速度$\beta=$_________。

2、一可绕定轴转动的飞轮，在$20N\cdot m$的总力矩作用下，在$10s$内角速度由零均匀地增加到$8rad/s$，飞轮的转动惯量$J=$________。

3、对给定刚体的定轴转动，作用于刚体上的合外力大，则刚体的角速度_________大；作用于刚体上的合外力矩大，则刚体的角加速度__________大。（填“一定”或“不一定”）

4、在边长为b的正方形的顶点上，分别有质量为m的四个质点，求此系统绕下列情况下的转动惯量：

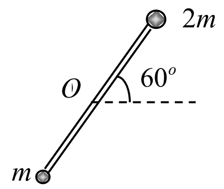


（1）如图所示，通过其中一质点A，平行于BD对角线的转轴的转动惯量______________；

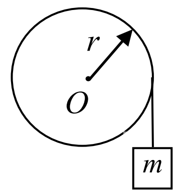
（2）通过A垂直于质点所在平面的转轴的转动惯量______________。

5、对一可视为刚体的匀质细杆，则其绕通过一端垂直于杆的轴转动的转动惯量________通过中点垂直于杆的轴转动的转动惯量。（填“小于”、“大于”或“等于”）

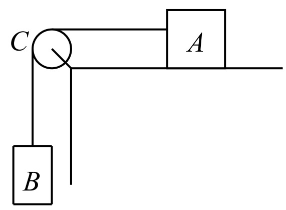
6、一长为L的轻质细杆，两端分别固定质量为m和$2m$的小球，此系统在竖直平面内可绕过中点O且与杆垂直的水平光滑固定轴转动．开始时杆与水平成60^o角，处于静止状态．无初转速地释放以后，杆球这一刚体系统绕O轴转动．系统绕O轴的转动惯量$J=$____________．释放后，当杆转到水平位置时，刚体受到的合外力矩$M=$________；角加速度$\beta=$□________。



7、如图所示，一轻绳绕于半径为r的飞轮边缘，并以质量为m的物体挂在绳端，飞轮对过轮心且与轮面垂直的水平固定轴的转动惯量为J，若不计摩擦，物体的加速度$a=$_____________，绳中张力$T=$_____________。



8、如图所示，滑块 A，重物 B 和滑轮 C 的质量分别为 m_A、m_B、和 m_C，滑轮的半径为 R，滑轮对轴的转动惯量 $J=\dfrac{1}{2}m_C R^2$，滑块 A 与桌面间，滑轮与轴承之间均无摩擦，绳的质量不计，绳与滑轮之间无相对滑动，滑块 A 的加速度 a =__________________。

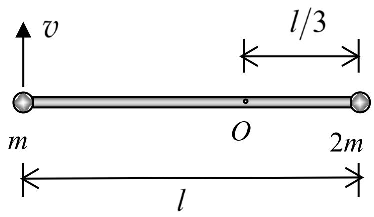


9、蒸汽机的圆盘形飞轮质量为 200*kg*，半径为 1.00*m*，当飞轮转速为 120*r/min* 时关闭蒸汽阀门，若飞轮在 5.00*min* 内停下来，则在此期间飞轮轴上的平均摩擦力矩为__________，此力矩所做的功为__________。

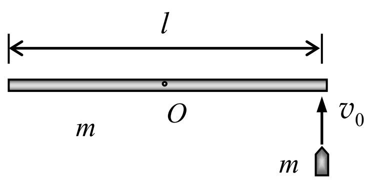
10、一根均匀米尺，用钉子在 60*cm* 刻度处被钉到墙上，使它可以在竖直平面内自由转动。先用手使米尺保持水平，然后释放。则刚释放时米尺的角加速度为___________，米尺到竖直位置时的角速度为__________。

11、两个半径相同的轮子，质量相同。第一个轮子的质量聚集在边缘附近，第二个轮子的质量分布均匀。（1）如果它们的角动量相同，则______ 轮子转的快；（2）如果它们的角速度相同，则______ 轮子的角动量大。

12、质量分别为 m 和 $2m$ 的两物体（都可视为质点），用一长为 l 的轻质刚性细杆相连，系统绕通过杆且与杆垂直的竖直固定轴 O 转动，已知 O 轴离质量为 $2m$ 的质点的距离为 $l/3$，质量为 m 的质点的线速度为 v 且与杆垂直，则该系统对转轴的角动量（动量矩）大小为______________________。



13、质量为 m 长为 l 的棒、可绕通过棒中心且与其垂直的竖直光滑固定轴 O 在水平面内自由转动（转动惯量 $J=ml^2/12$）。开始时棒静止，现有一质量也是 m 的子弹，以速度 $\vec{v}_0$ 垂直射入棒端并嵌在其中，则子弹和棒碰后的角速度 ω =___________ 。



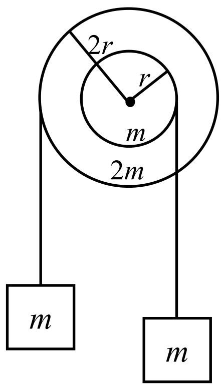
14、一水平的匀质圆盘，可绕通过盘心的竖直光滑固定轴自由转动。圆盘质量为 M，半径为 R，当圆盘以角速度 ω_0 转动时，有一质量为 m 的子弹沿盘的直径方向射入并嵌入在盘的边缘上。子弹射入后，圆盘的角速度 ω =_________________。

15、一飞轮以角速度 ω_0 绕光滑固定轴转动，飞轮对轴的转动惯量为 J；另一静止飞轮突然和上述转动的飞轮啮合，然后绕同一转轴转动，则啮合前后系统的__________守恒。若该静止飞轮对轴的转动惯量为前者的 2 倍，则啮合后整个系统的角速度 $\omega=$_________ 。

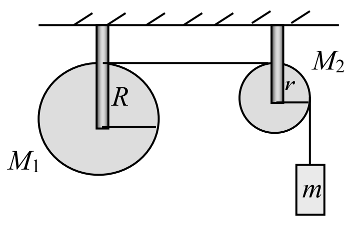
16、有一半径为 R 的水平圆转台，可绕通过其中心的竖直固定光滑轴转动，转动惯量为 J，开始时转台以匀角速度 ω_0 转动，此时有一质量为 m 的人站在转台中心。随后人沿半径向外跑去，当人到达转台边缘时，转台的角速度为______________。

三、计算题

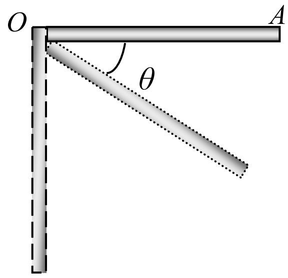
1、质量分别为 m 和 $2m$ 、半径分别为 r 和 $2r$ 的两个均匀圆盘，同轴地粘在一起，可以绕通过盘心且垂直盘面的水平光滑固定轴转动，对转轴的转动惯量为 $\frac{9}{2}mr^2$，大小圆盘边缘都绕有绳子，绳子下端都挂一质量为 m 的重物，如图所示，求盘的角加速度的大小。



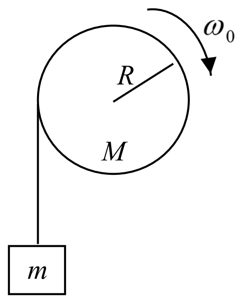
2、质量为 $M_1=24kg$ 的鼓形轮，可绕水平光滑固定的轴转动，一轻绳缠绕于轮上，另一端通过质量为 $M_2=5kg$ 的圆盘形定滑轮悬有 $m=10kg$ 的物体。求当重物由静止开始下降了 $h=0.5m$ 时，（1）物体的速度；（2）绳中张力（设绳与定滑轮之间无相对滑动，鼓轮、定滑轮绕通过轮心且垂直于横截面的水平光滑轴的转动惯量分别为 $J_1=\frac{1}{2}M_1R^2$， $J_2=\frac{1}{2}M_2r^2$）



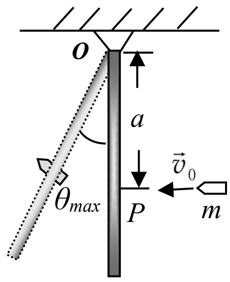
3、一长 l，质量为 m 的匀质刚性细杆 OA，可绕过其一端点 O 的水平轴在铅垂面内自由摆动（摩擦力可不计）。现将细杆从水平位置静止释放，求：（1）当细杆摆至图中 θ 角位置时，细杆所受力矩 M 为多少？以及此时细杆角加速度 β 的大小？（2）当细杆运动到 $\theta=\pi/2$ 时，细杆角速度 ω 为多少？（细杆对过 O 转轴的转动惯量为 $\frac{1}{3}ml^2$）



4、一轴承光滑的定滑轮，质量 $M=2.00kg$，半径 $R=0.10m$，一根不能伸长的轻绳，一端固定在定滑轮上，另端系质量 $m=5.00kg$ 的物体，已知定滑轮的转动惯量 $J=\frac{1}{2}MR^2$，其初角速度 $\omega_0=10.00rad/s$，方向如图。求：（1）定滑轮的角加速度；（2）定滑轮的角速度变化到 $\omega=0$ 时，物体上升的高度。



5、一长l，质量为M的匀质刚性细杆，可绕过其一端点O的水平轴在铅垂面内自由摆动（摩擦力不计）。开始时细杆铅直悬挂，现有一质量为m的子弹，以速度$\vec{v}_0$垂直入射并嵌入到细杆中P点（到水平轴的距离为a），而后一起转动，求：（1）碰撞前子弹对转轴O的角动量L_0；（2）碰撞刚完成时细杆的角速度ω；（3）细杆与子弹一起上摆可以到达的最大转角θ_{max}。（细杆对过O转轴的转动惯量$J = Ml^2/3$）



6、一定滑轮半径$r = 0.1m$，相对中心轴的转动惯量$J = 1\times10^{-3}kg\cdot m^2$，一变力$F = 0.5t\ \ (SI)$沿切线方向作用在滑轮的边缘上，如果滑轮最初处于静止状态，忽略轴承的摩擦，试求它在$1s$末的角速度。

第五章 刚体的转动参考答案

一、选择题

1、C； 2、D ； 3、C； 4、C ； 5、C； 6、C； 7、A ； 8、C；
9、B； 10、C； 11、D； 12、A； 13、D； 14、C ； 15、C

二、填空题

1、$\omega=-2\pi t+12\pi(SI)$；$\beta=-2\pi(SI)$

2、$25\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$

3、不一定；一定

4、（1）$3mb^2$;（2）$4mb^2$

5、大于

6、$\dfrac{3mL^2}{4}$、$\dfrac{1}{2}mgL$、$\dfrac{2g}{3L}$

7、$a=\dfrac{mr^2}{mr^2+J}g$，$T=\dfrac{J}{mr^2+J}mg$

8、 $a=m_Bg/(m_A+m_B+\dfrac{1}{2}m_C)$

9、$4.2N\cdot m$; -7.9×10^3J

10、$10.5rad/s^2$;$4.58rad/s$

11、（1）第二个;（2）第一个

12、mvl

13、$3v_0/2l$

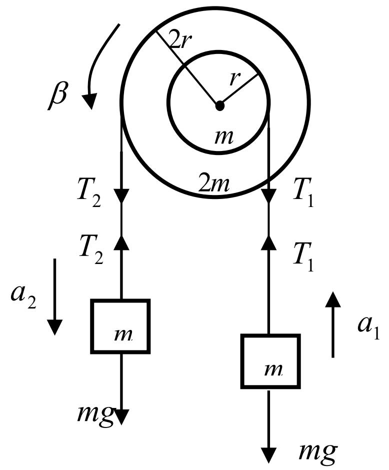
14、$\dfrac{M\omega_0}{M+2m}$

15、角动量; $\dfrac{\omega_0}{3}$

16、 $\dfrac{J\omega_0}{J+mR^2}$

三、计算题

1、受力分析如图.

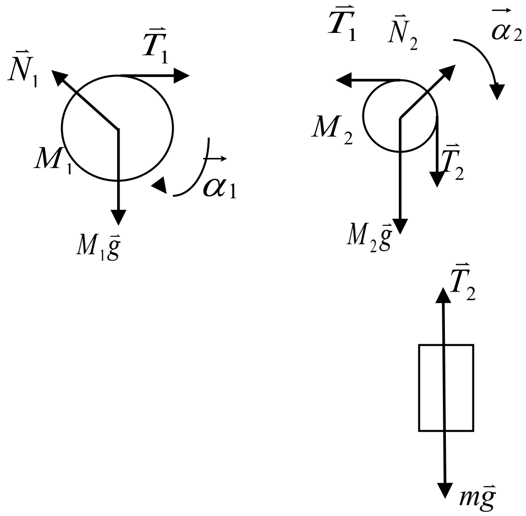


$$mg-T_2=ma_2$$
$$T_1-mg=ma_1$$
$$T_2(2r)-T_1r=\frac{9}{2}mr^2\beta$$
$$2r\beta=a_2$$
$$r\beta=a_1$$

解上述5个联立方程，得：

$$\beta=\frac{2g}{19r}$$

2、解：受力分析如图示，由转动定律、牛顿第二定律及运动学方程，可列以下联立方程：



$$T_2r-T_1r=J_2\alpha_2=\frac{1}{2}M_2r^2\alpha_2$$

$$T_1R=J_1\alpha_1=\frac{1}{2}M_1R^2\alpha_1$$

$$mg-T_2=ma$$

$$a=R\alpha_1=r\alpha_2$$

$$v^2=2ah$$

求解联立方程，可得：

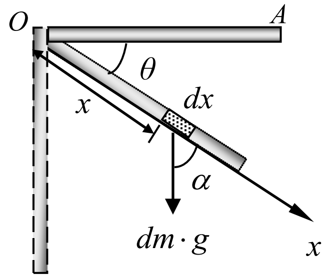
$$a=\frac{\mathrm{mg}}{\frac{1}{2}(M_1+M_2)+m}=4m/s^2$$

$$v=\sqrt{2ah}=2m/s$$

$$T_2=m(g-a)=58N$$

$$T_1=\frac{1}{2}M_1a=48N$$

3、解：（1）（力矩：$\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}$ ，大小$M=Fr\sin\alpha$）



任意x位置取线元dx，质量为$dm=\dfrac{m}{l}dx$

此线元对O点力矩大小

$$dM=(dm\cdot g)x\sin\alpha$$

$$=(\frac{m}{l}dx\cdot g)x\sin(\frac{\pi}{2}-\theta)=(\frac{m}{l}dx\cdot g)x\cos\theta$$

（方向垂直向里）

细杆所受力矩大小为：

$$M=\int_l dM=\int_0^l(\frac{m}{l}dx\cdot g)x\cos\theta=mg\frac{l}{2}\cos\theta$$

由转动定理$M=J\beta$

∴角加速度 $\beta=\dfrac{M}{J}=\dfrac{3g}{2l}\cos\theta$

（2）$\beta=\dfrac{d\omega}{dt}=\dfrac{d\omega}{d\theta}\dfrac{d\theta}{dt}=\omega\dfrac{d\omega}{d\theta}$，分离变量积分：$\int_0^{\omega_\theta}\omega d\omega=\int_0^\theta\beta d\theta=\int_0^\theta\dfrac{3g}{2l}\cos\theta d\theta$

有$\omega_\theta=\sqrt{\dfrac{3g\sin\theta}{l}}$（$\omega_\theta$为任意$\theta$角时的角速度），

当$\theta=\pi/2$时，$\omega=\sqrt{\dfrac{3g}{l}}$

另解一：由机械能守恒，以细杆在水平位置为重力势能零点，当细杆下摆至θ角时，有：

$$0=\frac{1}{2}J\omega_\theta^2-mg\frac{l}{2}\sin\theta=\frac{1}{2}(\frac{1}{3}ml^2)\omega_\theta^2-mg\frac{l}{2}\sin\theta$$

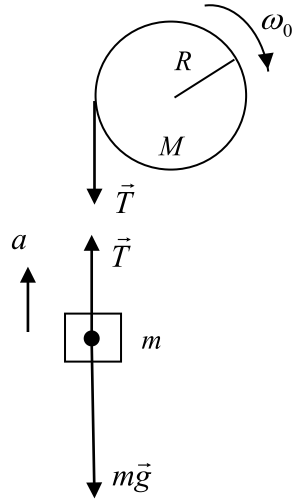
得$\omega_\theta=\sqrt{\dfrac{3g\sin\theta}{l}}$

另解二：由动能定理，重力矩做的功等于细杆转动动能的增量，有：

$W=mg\dfrac{l}{2}\sin\theta=\dfrac{1}{2}J\omega_\theta^2-0=\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{3}ml^2)\omega_\theta^2$，得$\omega_\theta=\sqrt{\dfrac{3g\sin\theta}{l}}$

4、解：

（1） 作示力图如图，以物体运动（刚体转动）方向为正方向，由牛顿第二定律和转动定律有：



$$T - mg = ma$$

$$-TR = J\beta$$

而$a = R\beta$

$$\therefore \quad \beta = -mgR(mR^2 + J) = -\frac{mgR}{mR^2 + MR^2/2}$$

$$= -\frac{2mg}{(2m+M)R} = -81.7 rad/s^2$$

（2）$\because \omega = \omega_0 + \beta t$

当$\omega = 0$时，$t = -\frac{\omega_0}{\beta} = 0.122s$，

t时间滑轮的角位移：

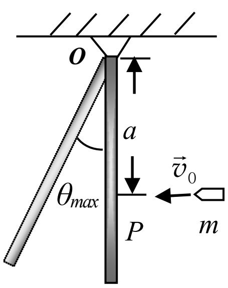
$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\beta t^2 = 0.612 rad$$

物体上升的高度 $h = R\theta = 6.12 \times 10^{-2} m$

或由机械能守恒，有：$mgh = \frac{1}{2}J\omega_0^2 + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}J\omega_0^2 + \frac{1}{2}m(R\omega_0)^2$

得：$h = 6.12 \times 10^{-2} m$

5、解：



（1）碰撞前，子弹的角动量：$L_0 = mv_0 a$

（2）碰撞过程，角动量守恒，有：

$$L_0 = (ma^2 + \frac{1}{3}Ml^2)\omega$$

$$\therefore \ \omega = mv_0 a / (ma^2 + \frac{1}{3}Ml^2)$$

（3）碰撞完成后上摆，机械能守恒：（以转轴为重力势能零点）

$$\frac{1}{2}(ma^2+\frac{1}{3}Ml^2)\omega^2-\frac{1}{2}Mgl-mga=0-\frac{1}{2}Mgl\cos\theta_{\max}-mga\cos\theta_{\max}$$

$$\therefore\quad \theta_{\max}=\arccos[1-(ma^2+\frac{1}{3}Ml^2)\omega^2/(Mgl+2mga)]$$

6、解：

方法一：转动定律

$M=J\beta=J\dfrac{d\omega}{dt}$　　分离变量：$d\omega=\dfrac{M}{J}dt=\dfrac{Fr}{J}d$

$\therefore d\omega=\dfrac{Fr}{J}dt=\dfrac{0.5t\times0.1}{1\times10^{-3}}dt=50tdt$，积分$\therefore\int_0^\omega d\omega=\int_0^1 50tdt$

$\therefore\omega=\int_0^1 50tdt=25rad/s$

方法二：角动量定理

$\int_0^t Mdt=J\omega-J\omega_o$，$\omega=\int_0^t Mdt\Big/J=\int_0^t Frdt\Big/J=\int_0^t 50tdt$

$\therefore\omega=\int_0^1 50tdt=25rad/s$