昆明理工大学2015级高等数学A(1)A卷参考答案及评分细则

一、

1. 1；2. e^{-2}；3. 1；4. $2x\cos x^2+2x2^{x^2}\ln 2$；5. $e^{\sin x}(1+x\cos x)$；6. 0；7. $y=2$；

8. Ax^2+Bx+C；9. $y=e^x(C_1+C_2x)$；10. $\frac{-1}{4}$.

二、

11. 由已知条件有 $\lim_{x\to 3}(x^2-2x+k)=0$， 3分

即 $3+k=0$，$k=-3$. 6分

12. $\lim_{x\to 0}\frac{\int_1^{\cos x}e^{t^2}dt}{x^2}=-\lim_{x\to 0}\frac{e^{\cos^2 x}\sin x}{2x}$ 3分

$=-\frac{1}{2}e$. 6分

13. $\frac{dy}{dx}=\frac{-1}{t}$, 3分

$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{d(\frac{-1}{t})}{dx}=\frac{\frac{1}{t^2}}{t}=\frac{1}{t^3}$. 6分

三、

14. $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\frac{2+\sin x}{\sqrt{1-x^2}}dx=\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}dx+0$ 3分

$=4\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx=4\arcsin x\Big|_0^{\frac{1}{2}}=\frac{2\pi}{3}$. 6分

15. 令 $\sqrt{2x+1}=t$，$x=\frac{1}{2}(t^2-1)$，$dx=tdt$，$t\in[1,3]$，

$\int_0^4\frac{x+2}{\sqrt{2x+1}}dx=\frac{1}{2}\int_1^3(t^2+3)dt$ 3分

$=\frac{1}{2}(\frac{1}{3}t^3+3t)\Big|_1^3=\frac{22}{3}$. 6分

16. $P(x)=\frac{-2}{x+1}, Q(x)=(x+1)^{\frac{5}{2}}$,

$y=e^{\int -P(x)dx}[\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx+C]=e^{\int\frac{2}{x+1}dx}[\int(x+1)^{\frac{5}{2}}e^{\int\frac{-2}{x+1}dx}dx+C]$ 3分

$=(x+1)^2(\int(x+1)^{\frac{5}{2}}(x+1)^{-2}dx+C)=C(x+1)^2+\frac{2}{3}(x+1)^{\frac{7}{2}}$. 6分

17.由.特征方程为$r^2-r-2=0$,得$r_1=-1,r_2=2$;故其对应的齐次方程的通解为

$Y=C_1e^{-x}+C_2e^{2x}$; 3分

因$\lambda=1,m=0,P_0=1$;$\lambda\neq r_1,r_2$,

故设 $Q(x)=Q_0(x)=A$,$Q'(x)=0$,$Q''(x)=0$,将其代入

$Q''+(2\lambda+P)Q'+(\lambda^2+P\lambda+q)Q=1$得

$-2A=1$,即$A=\frac{-1}{2}$,所以特解$y^*=\frac{-1}{2}e^x$,

通解$y=C_1e^{-x}+C_2e^{2x}-\frac{1}{2}e^x$. 6分

四、

18. 由$\lim\limits_{n\to\infty}|\frac{a_{n+1}}{a_n}|=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n+2}{n+1}=1$,故收敛半径$R=1$,

当$x=1$时,则原级数为$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(n+1)$发散,

当$x=-1$时,则原级数为$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n(n+1)$发散,故收敛域为$-1<x<1$, 3分

设$s(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}(n+1)x^n=\sum\limits_{n=1}^{\infty}(x^{n+1})'=(\frac{x^2}{1-x})'=\frac{2x-x^2}{(1-x)^2}$

$-1<x<1$. 6分

19. $V=\pi\int_0^{+\infty}(e^{-x})^2dx$, 3分

$=\frac{-\pi}{2}e^{-2x}\Big|_0^{+\infty}=\frac{\pi}{2}$. 6分

20. $f'(0)=\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim\limits_{x\to0}\frac{g(x)\cos\frac{1}{x}}{x}=\lim\limits_{x\to0}\frac{g(x)-g(0)}{x-0}\cos\frac{1}{x}$ 3分

由$\lim\limits_{x\to0}\frac{g(x)-g(0)}{x-0}=g'(0)=0$,$|\cos\frac{1}{x}|\leq1$,故$f'(0)=0$. 6分