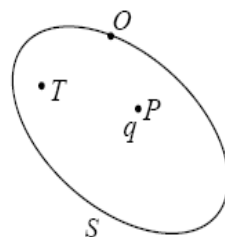


第六章 静电场

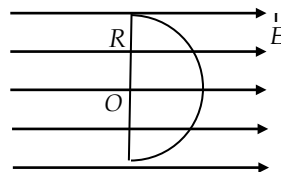
一、选择题

1. 一带电体可作为点电荷处理的条件是: []
- (A) 电荷必须呈球形分布; (B) 带电体的线度很小;
- (C) 带电体的线度与其它有关长度相比可忽略不计; (D) 电量很小。
2. 在没有其它电荷存在的情况下, 一个点电荷 q_1 受另一点电荷 q_2 的作用力为 f_{12} , 当放入第三个电荷 Q 后, 以下说法正确的是: []
- (A) f_{12} 的大小不变, 但方向改变, q_1 所受的总电场力不变;
- (B) f_{12} 的大小改变了, 但方向没变, q_1 受的总电场力不变;
- (C) f_{12} 的大小和方向都不会改变, 但 q_1 受的总电场力发生了变化;
- (D) f_{12} 的大小、方向均发生改变, q_1 受的总电场力也发生了变化。
3. 下列几个说法中哪一个是正确的? []
- (A) 电场中某点场强的方向, 就是将点电荷放在该点所受电场力的方向;
- (B) 在以点电荷为中心的球面上, 由该点电荷所产生的场强处处相同;
- (C) 场强方向可由 $\vec{E} = \vec{F}/q$ 定出, 其中 q 为试验电荷的电量, q 可正、可负, \vec{F} 为试验电荷所受的电场力;
- (D) 以上说法都不正确。
4. 如图所示, 任一闭合曲面 S 内有一点电荷 q , O 为 S 面上任一点, 若将 q 由闭合曲面内的 P 点移到 T 点, 且 $OP=OT$, 那么 []
- (A) 穿过 S 面的电通量改变, O 点的场强大小不变;
- (B) 穿过 S 面的电通量改变, O 点的场强大小改变;
- (C) 穿过 S 面的电通量不变, O 点的场强大小改变;
- (D) 穿过 S 面的电通量不变, O 点的场强大小不变。
5. 已知一高斯面所包围的体积内电量代数和 $\sum q_i = 0$, 则可肯定 []
- (A) 高斯面上各点场强均为零;
- (B) 穿过高斯面上每一面元的电通量均为零;
- (C) 穿过整个高斯面的电通量为零;
- (D) 以上说法都不对。

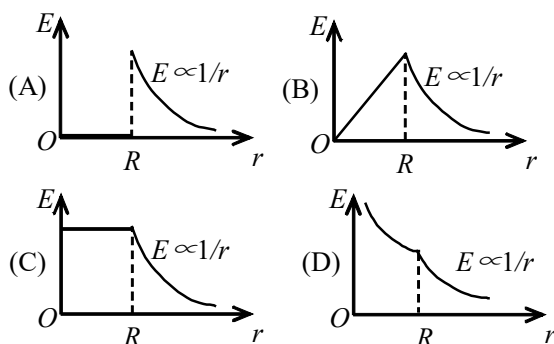


6. 若匀强电场的场强为 \vec{E} ，其方向平行于半径为 R 的半球面的轴，如图所示，则通过此半球面的电通量 Φ_e 为 []

- (A) $\pi R^2 E$ (B) $2\pi R^2 E$ (C) $\frac{1}{2}\pi R^2 E$
 (D) $\sqrt{2}\pi R^2$ (E) $\pi R^2 E / \sqrt{2}$



7. 半径为 R 的“无限长”均匀带电圆柱体的静电场中各点的电场强度的大小 E 与距轴线的距离 r 的关系曲线为: []



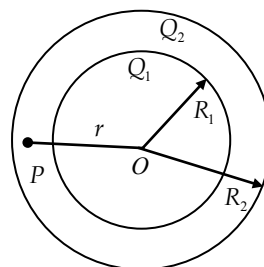
8. 下面列出的真空中静电场的电场强度公式，试判断哪种表述是正确的 []

- (A) 点电荷 q 周围空间的电场强度为 $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ (r 为点电荷到场点的距离)
 (B) 电荷线密度为 λ 的无限长均匀带电直线周围空间的电场强度为 $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$ (\vec{e}_r 为带电直线到场点并且垂直于带电直线的单位矢量)
 (C) 电荷面密度为 σ 的无限大均匀带电平面周围空间的电场强度为 $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$
 (D) 电荷面密度为 σ 半径为 R 的均匀带电球面外的电场强度为 $\vec{E} = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$ (\vec{e}_r 为球心到场点的单位矢量)

球心到场点的单位矢量)

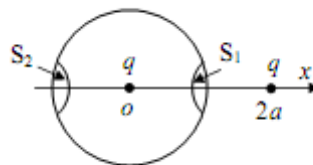
9. 如图所示, 两个同心的均匀带电球面, 内球面半径为 R_1 、带电量 Q_1 , 外球面半径为 R_2 、带电量 Q_2 , 则在距离球心为 r ($R_1 < r < R_2$) 处的 P 点的场强大小 E 为: []

- (A) $\frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$. (B) $\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}$.
 (C) $\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}$. (D) 0



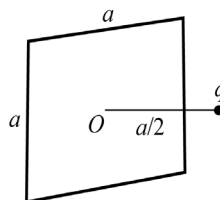
10. 有两个点电荷电量都是 $+q$, 相距为 $2a$, 今以左边的点电荷所在处为球心, 以 a 为半径作一球形高斯面, 在球面上取两块相等的小面积 S_1 和 S_2 , 其位置如图所示, 设通过 S_1 和 S_2 的电场强度通量分别为 Φ_1 和 Φ_2 , 通过整个球面的电场强度通量为 Φ_s , 则 []

- (A) $\Phi_1 > \Phi_2, \Phi_s = q/\epsilon_0$.
 (B) $\Phi_1 < \Phi_2, \Phi_s = 2q/\epsilon_0$.
 (C) $\Phi_1 = \Phi_2, \Phi_s = q/\epsilon_0$.
 (D) $\Phi_1 < \Phi_2, \Phi_s = q/\epsilon_0$.



11. 有一边长为 a 的正方形平面, 在其中垂线上距中心 O 点 $\frac{1}{2}a$ 处, 有一电量为 q 的正点电荷, 如图所示, 则通过该平面的电场强度通量为 []

- (A) $\frac{4}{6}\pi q$. (B) $\frac{q}{4\pi\epsilon_0}$.
 (C) $\frac{q}{3\pi\epsilon_0}$. (D) $\frac{q}{6\epsilon_0}$.



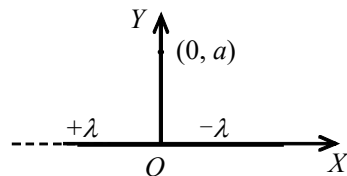
12. 一均匀带电球面, 电荷面密度为 σ , 球面内电场强度处处为零, 球面上面元 ds 的一个带电量为 σds 的电荷元在球面内各点产生的电场强度: []

- (A) 处处为零; (B) 不一定都为零; (C) 处处不为零; (D) 无法判定。

13. 图中所示为一沿 X 轴放置的“无限长”分段均匀带电直线，电荷线密度分别为

$+\lambda(x < 0)$ 和 $-\lambda(x > 0)$ ，则 OXY 坐标平面上点 $(0, a)$ 处的场强 \vec{E} 为 []

- (A) 0 (B) $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a} \vec{i}$
 (C) $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \vec{i}$ (D) $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\vec{i} + \vec{j})$

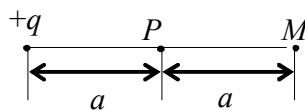


14. 静电场中某点电势的数值等于： []

- (A) 试验电荷 q_0 置于该点时具有的电势能；
 (B) 单位试验电荷置于该点时具有的电势能；
 (C) 单位正电荷置于该点时具有的电势能；
 (D) 把单位正电荷从该点移到电势零点外力所作的功。

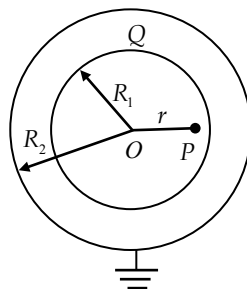
15. 在点电荷 $+q$ 的电场中，若取图中 P 点处为电势零点，则 M 点的电势为 []

- (A) $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 a}$ (B) $\frac{q}{8\pi\epsilon_0 a}$
 (C) $\frac{-q}{4\pi\epsilon_0 a}$ (D) $\frac{-q}{8\pi\epsilon_0 a}$



16. 如图所示，两个同心球壳，内球壳半径为 R_1 ，均匀带有电量 Q ；外球壳半径为 R_2 ，壳的厚度忽略，原先不带电，但与地相连接。设地为电势零点，则在内球壳里面，距离球心为 r 处的 p 点的场强大小及电势分别为： []

- (A) $E = 0, U = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_1}$.
 (B) $E = 0, U = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} (\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})$.
 (C) $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, U = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$.
 (D) $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, U = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$.



17. 两个同心均匀带电球面, 半径分别为 R_a 和 R_b ($R_a < R_b$), 所带电荷分别为 q_a 和 q_b . 设某点与球心相距 r , 当 $R_a < r < R_b$ 及 $r > R_b$ 时, 取无限远处为电势零点, 电势分别为 []

(A) $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_a + q_b}{r}$ $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{q_a}{R_a} + \frac{q_b}{R_b} \right)$

(B) $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_a - q_b}{r}$ $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{q_a}{r} + \frac{q_b}{R_b} \right)$

(C) $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{q_a}{r} + \frac{q_b}{R_b} \right)$ $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_a + q_b}{r}$

(D) $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{q_a}{R_a} + \frac{q_b}{R_b} \right)$ $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_a - q_b}{r}$

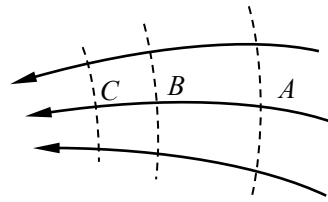
18. 图中实线为某电场中的电场线, 虚线表示等势面, 由图可看出: []

(A) $E_A > E_B > E_C$, $U_A > U_B > U_C$

(B) $E_A < E_B < E_C$, $U_A < U_B < U_C$

(C) $E_A > E_B > E_C$, $U_A < U_B < U_C$

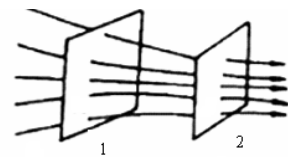
(D) $E_A < E_B < E_C$, $U_A > U_B > U_C$



19. 同一束电场线穿过大小不等的两个平面, 如图所示, 则两个平面的 \vec{E} 通量和场强关系是: []

(A) $\Phi_1 > \Phi_2$ $E_1 = E_2$; (B) $\Phi_1 < \Phi_2$ $E_1 = E_2$;

(C) $\Phi_1 = \Phi_2$ $E_1 > E_2$; (D) $\Phi_1 = \Phi_2$ $E_1 < E_2$ 。



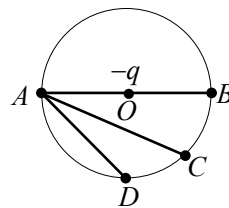
20. 一电量为 $-q$ 的点电荷位于圆心 O 处, A 、 B 、 C 、 D 为同一圆周上的四点, 如图所示, 现将一试验电荷从 A 点分别移动到 B 、 C 、 D 各点, 则 []

(A) 从 A 到 B , 电场力做功最大;

(B) 从 A 到 C , 电场力做功最大;

(C) 从 A 到 D , 电场力做功最大;

(D) 从 A 到各点, 电场力做功相等。



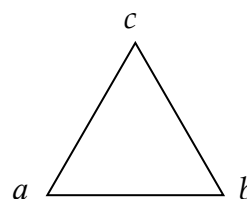
21. 边长为 0.3m 的正三角形 abc , 在顶点 a 处有一电量 $10^{-8}C$ 的正点电荷, 顶点 b 处有一电量为 $10^{-8}C$ 的负点电荷, 则顶点 c 处的电场强度的大小 E 和电势 U 为: []

(A) $E=0, U=0$

(B) $E=1000V/m, U=0$

(C) $E=1000V/m, U=600V$

(D) $E=2000V/m, U=600V$



22. 当带电球面上总的带电量不变, 而电荷的分布作任意改变时, 这些电荷在球心处产生的电场强度 \vec{E} 和电势 U 将 []

(A) \vec{E} 不变, U 不变;

(B) \vec{E} 不变, U 改变;

(C) \vec{E} 改变, U 不变;

(D) \vec{E} 改变, U 也改变。

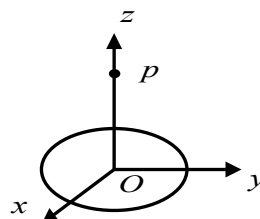
23. 有 N 个电量均为 q 的点电荷, 以两种方式分布在相同半径的圆周上: 一种是无规则地分布, 另一种是均匀分布。比较这两种情况下在过圆心 O 并垂直于圆平面的 Z 轴上任一点 p 的场强与电势, 则有 []

(A) 场强相等, 电势相等;

(B) 场强不等, 电势不等;

(C) 场强分量 E_z 相等, 电势相等;

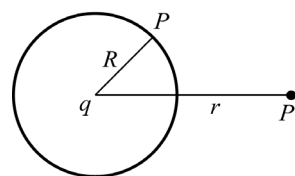
(D) 场强分量 E_z 相等, 电势不等。



24. 在点电荷 q 的电场中, 选取以 q 为中心、 R 为半径的球面上一点 P 处为电势零点, 则与点电荷 q 距离为 r 的 P' 点的电势为 []

(A) $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$. (B) $\frac{q}{4\pi\epsilon_0}(\frac{1}{r} - \frac{1}{R})$.

(C) $\frac{q}{4\pi\epsilon_0(r-R)}$. (D) $\frac{q}{4\pi\epsilon_0}(\frac{1}{R} - \frac{1}{r})$.



25. 关于电场强度与电势之间的关系, 下列说法中, 哪一种是正确的? []

(A) 在电场中, 场强为零的点, 电势必为零;

(B) 在电场中, 电势为零的点, 电场强度必为零;

(C) 在电势不变的空间, 场强处处为零;

(D) 在场强不变的空间, 电势处处为零。

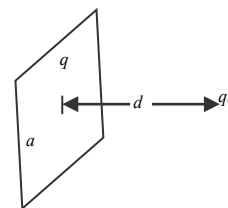
二. 填空题

1. 半径为 R 的不均匀带电球体, 电荷体密度分布为 $\rho = Ar$, 式中 r 为离球心的距离 ($r \leq R$), A 为一常数, 则球体上的总电量 $Q =$ _____。

2. 真空中, 一边长为 a 的正方形平板上均匀分布着电荷, 总电量为 q ; 在其中垂线上距离平板 d 处放一电量为 q_0 的点电荷。

在 _____ 条件下, q_0 所受的电场力可写成

$q_0 q / (4\pi\epsilon_0 d^2)$ 。

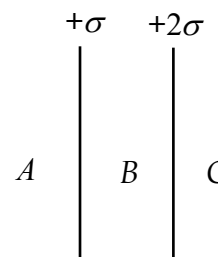


3. 两个平行的“无限大”均匀带电平面, 其电荷面密度分别为 $+\sigma$ 和 $+2\sigma$, 如图所示, 则 A 、 B 、 C 三个区域的电场强度分别为:

$E_A =$ _____

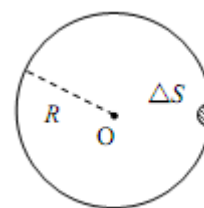
$E_B =$ _____

$E_C =$ _____ (设方向向右为正)。



4. 如图所示, 真空中一半径为 R 的均匀带电球面, 总电量为 Q ($Q > 0$)。

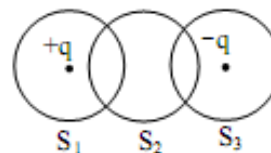
今在球面上挖去非常小块的面积 ΔS (连同电荷), 且假设不影响原来的电荷分布, 则挖去 ΔS 后球心处电场强度的大小 $E =$ _____, 其方向为 _____。



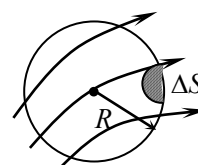
5. 一闭合面包围着一个电偶极子, 则通过此闭合面的电场强度通量 $\Phi_e =$ _____。

6. 如图所示, 在点电荷 $+q$ 和 $-q$ 的静电场中, 做出如图所示的三个闭合面 S_1 、 S_2 、 S_3 , 则通过这些闭合面的电场强度通量分别是:

$\Phi_1 =$ _____, $\Phi_2 =$ _____, $\Phi_3 =$ _____。



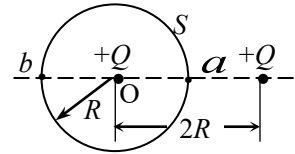
7. 空间有一非均匀电场, 其电场线如图所示, 若在电场中取一半径为 R 的球面, 已知通过球面上 ΔS 面的电通量为 $\Delta\Phi_e$, 则通过其余部分球面的电通量 $\Phi_e =$ _____。



8. 如图所示, 真空中两个正点电荷, 带电量都为 Q , 相距 $2R$, 若以其中一点电荷所在处 O 点为中心, 以 R 为半径作高斯球面 S , 则通过该球面的电场强度

通量 $\Phi =$ _____; 若以 \vec{r}_0 表示高斯面外法线方向的单

位矢量, 则高斯面上 a 、 b 两点的电场强度的矢量式分别为:



$\vec{E}_a =$ _____, $\vec{E}_b =$ _____。

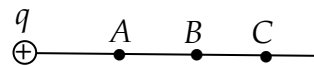
9. 把一个均匀带电量 $+Q$ 的球形肥皂泡由半径 r_1 吹胀到 r_2 , 则半径为 R ($r_1 < R < r_2$) 的高斯球面上任一点场强大小 E 由 _____ 变为 _____; 电势 U 由 _____ 变为 _____ (选无穷远处为电势零点)。

10. 在真空中, 有一半径为 R 的均匀带电细圆环, 电荷线密度为 λ , 设无穷远处为电势零点, 则圆环中心 O 点的电势 $U_o =$ _____, 电场强度 $E_o =$ _____。

11. 一点电荷带电量 $q = 10^{-9} C$, A 、 B 、 C 三点分别距离点

电荷 10cm、20cm、30cm。若选 B 点的电势为零,

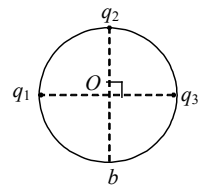
则 A 点的电势为 _____, C 点的电势为 _____。



12. 电量分别为 q_1 、 q_2 、 q_3 的三个点电荷分别位于同一圆周的三个点

上, 如图所示。设无穷远处为电势零点, 圆半径为 R , 则 b 点处的电势

$U =$ _____。

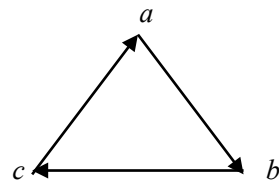


13. 如图所示, 在静电场中, 一电荷 q_0 沿正三角形的一边从 a 点

移动到 b 点, 电场力做功为 A_0 , 则当该电荷 q_0 沿正三角形的另

二条边从 b 点经 c 点到 a 点的过程中, 电场力做功

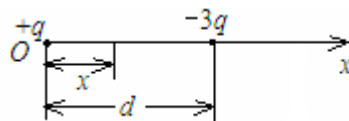
$W =$ _____。



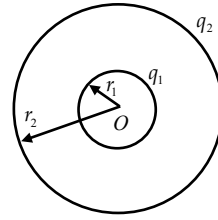
14. 如图所示, 两个点电荷 $+q$ 和 $-3q$, 相距为 d , 若选

无穷远处电势为零。则两点电荷之间电势 $U = 0$ 的点与

点电荷 $+q$ 之间的距离: _____。

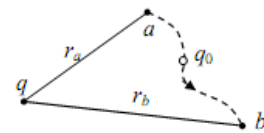


15. 两同心带电球面，内球面半径为 $r_1=5\text{cm}$ ，带电量 $q_1=3\times 10^{-8}\text{C}$ ；外球面半径为 $r_2=20\text{cm}$ ，带电量 $q_2=-6\times 10^{-8}\text{C}$ ，设无穷远处电势为零，则空间另一电势为零的球面半径

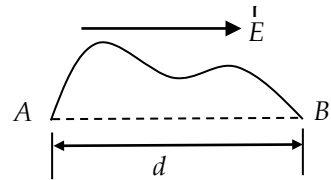


$r =$ _____。

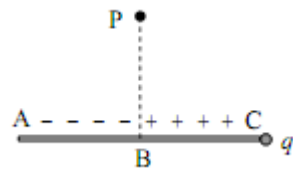
16. 如图所示，在带电量为 q 的点电荷的静电场中，将一带电量为 q_0 的试验电荷从 a 点经任意路径移动到 b 点，电场力所做的功 $W =$ _____。



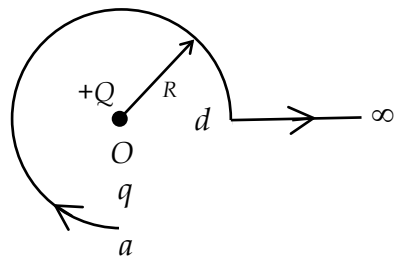
17. 在场强为 \vec{E} 的均匀电场中， A 、 B 两点间距离为 d ， AB 连线方向与 \vec{E} 方向一致。从 A 点经任意路径到 B 点的场强线积分 $\int_{AB} \vec{E} \cdot d\vec{l} =$ _____。



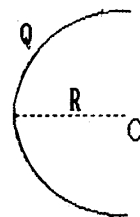
18. AC 为一根长 $2l$ 的带电细棒，左半部均匀带有负电荷，右半部均匀带有正电荷，若电荷线密度分别为 $-\lambda$ 和 $+\lambda$ ，则棒的垂直平分线上距离棒 l 处 P 点的电势 $U_1 =$ _____；若现再在 C 点处增加一个点电荷 q ，则 P 点处的电势变为 $U_2 =$ _____。



19. 如图所示，电量为 q 的试验电荷，在电量为 $+Q$ 的点电荷产生的电场中，沿半径为 R 的整个圆弧的 $3/4$ 圆弧轨道由 a 点移到 d 点的整个过程，电场力做功为 _____；从 d 点移到无穷远处的过程中，电场力做功为 _____。

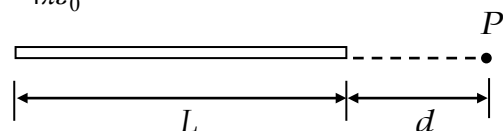


20. 空中有一半径为 R 的半圆细环，均匀带电 Q ，如图所示。设无穷远处为电势零点，则圆心 O 点处的电势 $U_0 =$ _____，若将一带电量为 q 的点电荷从无穷远处移到圆心 O 点，则电场力做功 $W =$ _____。

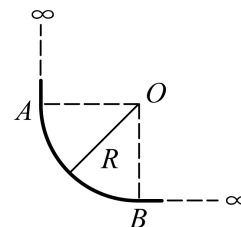


三、计算题

1. 如图所示，一长 $L = 10 \text{ cm}$ 的均匀带正电细杆，其带电量 $q = 1.5 \times 10^{-8} \text{ C}$ 。试求在杆的延长线上距杆的端点 $d = 5 \text{ cm}$ 处的 P 点的电场强度。 $(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2)$



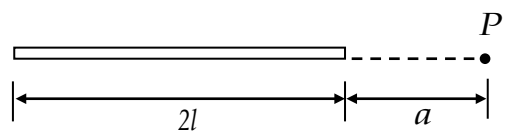
2. 将一“无限长”带电细线弯成图示形状，设电荷均匀分布，电荷线密度为 λ ，四分之一圆弧 AB 半径为 R ，试求圆心 O 点的场强。



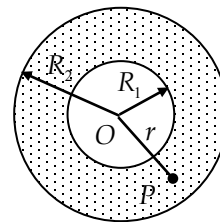
3. 半径为 R_1 和 R_2 ($R_1 < R_2$) 的两无限长同轴圆柱面, 单位长度分别带有电量 λ 和 $-\lambda$,

试求: (1) $r < R_1$; (2) $R_1 < r < R_2$; (3) $r > R_2$ 处各点的场强。

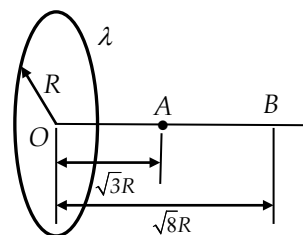
4. 电量 q 均匀分布在长为 $2l$ 的细杆上, 求在杆外延长线上与杆端距离为 a 的 P 点的电势 (设无穷远处为电势零点)。



5. 图示为一个均匀带电的球层，其电荷体密度为 ρ ，球层内表面半径为 R_1 ，外表面半径为 R_2 ，设无穷远处为电势零点，求球层中半径为 r 处 P 点的电势。



6. 如图所示，一半径为 R 的均匀带正电圆环，其电荷线密度为 λ ，在其轴线上有 A 、 B 两点，它们与环心的距离分别为 $\overline{OA} = \sqrt{3}R$, $\overline{OB} = \sqrt{8}R$ ，一质量为 m 、带电量为 q 的粒子从 A 点运动到 B 点，求在此过程中电场力所做的功。



第六章 静电场参考答案

一. 选择题

1. (C) 2. (C) 3. (C) 4. (D) 5. (C) 6. (A) 7. (B) 8. (D)
9. (C) 10. (D) 11. (D) 12. (C) 13. (B) 14. (C) 15. (D) 16. (B)
17. (C) 18. (D) 19. (D) 20. (D) 21. (B) 22. (C) 23. (C) 24. (B) 25. (C)

二、填空题

1. πAR^4

2. $d \gg a$

3. $-3\sigma/(2\varepsilon_0), -\sigma/(2\varepsilon_0), 3\sigma/(2\varepsilon_0)$

4. $Q\Delta S/(16\pi^2\varepsilon_0 R^4)$, 由圆心 O 点指向 ΔS

5. 0

6. $q/\varepsilon_0, 0, -q/\varepsilon_0$

7. $-\Delta\Phi_e$

8. $Q/\varepsilon_0; \bar{E}_a = 0, \bar{E}_b = \bar{r}_0 5Q/(18\pi\varepsilon_0 R^2)$

9. $Q/(4\pi\varepsilon_0 R^2), 0; Q/(4\pi\varepsilon_0 R), Q/(4\pi\varepsilon_0 r_2)$

10. $\lambda/(2\varepsilon_0), 0$

11. $45V, -15V$

12. $\frac{1}{8\pi\varepsilon_0 R}(\sqrt{2}q_1 + q_2 + \sqrt{2}q_3)$

13. $-A_0$

14. $\frac{d}{4}$

15. $10cm$

16. $\frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a})$

17. Ed

18. $0, \frac{q}{4\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 l}$

19. $0, qQ/(4\pi\varepsilon_0 R)$

20. $Q/(4\pi\varepsilon_0 R), -qQ/(4\pi\varepsilon_0 R)$

三、计算题

1.解：设 P 点在杆的右边，选取杆的左端为坐标原点 O ， X 轴沿杆的方向，如图，杆的长度为 L ， P 点离杆的端点距离为 d ，在 x 处取一电荷元 $dq=(q/L)dx$ ，它在 P 点产生场强

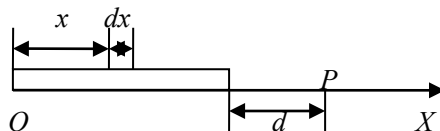
$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0(L+d-x)^2} = \frac{qdx}{4\pi\epsilon_0L(L+d-x)^2}$$

P 点处的总场强为

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0L} \int_0^L \frac{dx}{(L+d-x)^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0d(L+d)}$$

代入题目所给数据，得

$$E = 1.8 \times 10^4 \text{ N/C} \quad \vec{E} \text{ 的方向沿 } X \text{ 轴正向。}$$



2.解：在 O 点建立坐标系如图所示，

半无限长直线 $A\infty$ 在 O 点产生的场强：

$$\vec{E}_1 = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0R}(\vec{i} - \vec{j})$$

半无限长直 $B\infty$ 在 O 点产生的场强：

$$\vec{E}_2 = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0R}(-\vec{i} + \vec{j})$$

四分之一圆弧 AB 段在 O 点产生的场强：

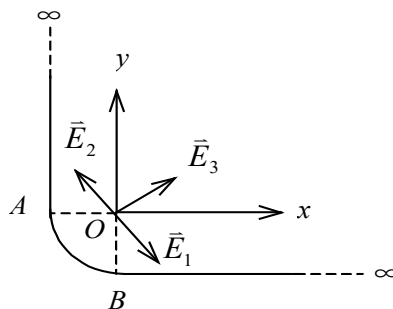
$$E_{ABx} = \int_0^{\pi/2} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0R} \cos\theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0R}(\sin\frac{\pi}{2} - \sin 0)$$

$$E_{ABy} = \int_0^{\pi/2} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0R} \sin\theta d\theta = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0R}(\cos\frac{\pi}{2} - \cos 0)$$

$$\vec{E}_3 = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0R}(\vec{i} + \vec{j})$$

$$\text{由场强叠原理，} O \text{ 点合场强为：} \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0R}(\vec{i} + \vec{j})$$

$$\text{或写成场强：} E = \sqrt{E_{Ox}^2 + E_{Oy}^2} = \frac{\sqrt{2}\lambda}{4\pi\epsilon_0R}, \text{ 方向 } 45^\circ.$$



$$3. \text{解：利用高斯定律：} \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i \in V} q_i$$

(1) $r < R_1$ 时，高斯面内不包括电荷，所以： $E_1 = 0$ ；

(2) $R_1 < r < R_2$ 时，利用高斯定律及对称性，有： $2\pi r l E_2 = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$ ，则： $E_2 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$ ；

(3) $r > R_2$ 时，利用高斯定律及对称性，有： $2\pi r l E_3 = 0$ ，则： $E_3 = 0$ ；

$$\text{即: } E = \begin{cases} \vec{E} = 0 & r < R_1 \\ \vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \vec{r}_0 & R_1 < r < R_2 \\ \vec{E} = 0 & r > R_2 \end{cases}$$

4. 解: 设坐标原点位于杆中心O点, X轴沿杆向右的方向, 如图所示, 细杆的电荷线度 $\lambda = q/(2l)$, 在x处取电荷元 $dq = \lambda dx = qdx/(2l)$, 它在P点产生的电势

$$dU_p = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0(l+a-x)} = \frac{qdx}{8\pi\epsilon_0 l(l+a-x)}$$

整个杆上电荷对P点产生的电势

$$\begin{aligned} U_p &= \frac{q}{8\pi\epsilon_0 l} \int_{-l}^l \frac{dx}{l+a-x} \\ &= \frac{-q}{8\pi\epsilon_0 l} \ln(l+a-x) \Big|_{-l}^l \\ &= \frac{q}{8\pi\epsilon_0 l} \ln\left(1 + \frac{2l}{a}\right) \end{aligned}$$



5. 解: r 处的电势等于以 r 为半径的球面以内的电荷在该处产生的电势 U_1 和球面以外的电荷产生的电势 U_2 之和, 即

$$U = U_1 + U_2$$

$$U_1 = qi/(4\pi\epsilon_0 r) = \frac{(4\pi/3)(r^3 - R_1^3)\rho}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \left(r^2 - \frac{R_1^3}{r}\right)$$

为计算以 r 为半径的球面外电荷产生的电势, 在球面外取 $r' \rightarrow r' + dr'$ 的薄层, 其电量为 $dq = \rho \cdot 4\pi r'^2 dr'$

它对该薄层内任一点产生的电势为 $dU_2 = dq/(4\pi\epsilon_0 r') = \rho r' dr' / \epsilon_0$ 则

$$U_2 = \int dU_2 = \frac{\rho}{\epsilon_0} \int_{r'}^R r' dr' = \frac{\rho}{2\epsilon_0} (R^2 - r^2)$$

于是全部电荷在半径为 r 处产生的电势为

$$\begin{aligned} U &= U_1 + U_2 = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \left(r^2 - \frac{R_1^3}{r}\right) + \frac{\rho}{2\epsilon_0} (R^2 - r^2) \\ &= \frac{\rho}{6\epsilon_0} \left(3R^2 - r^2 - \frac{2R_1^3}{r}\right) \end{aligned}$$

注: 也可根据电势定义直接计算。

6. 解: 设无穷远处为电势零点, 则A、B两点电势分别为

$$U_A = \frac{\lambda R}{2\epsilon_0 \sqrt{R^2 + 3R^2}} = \frac{\lambda}{4\epsilon_0} \quad U_B = \frac{\lambda R}{2\epsilon_0 \sqrt{R^2 + 8R^2}} = \frac{\lambda}{6\epsilon_0}$$

q 由A点运动到B点电场力做功为

$$W = q(U_A - U_B) = q\left(\frac{\lambda}{4\epsilon_0} - \frac{\lambda}{6\epsilon_0}\right) = \frac{q\lambda}{12\epsilon_0}$$

注: 也可以先求轴线上一点场强, 用场强线积分算。