学院______ 专业班级______ 姓名______ 学号______ 任课教师姓名______ 课序号______ 考试座位号______

密 封 线 内 不 得 答 题

昆明理工大学 2011 级 试卷 （A 卷）

考试科目：线性代数 考试日期：2012 年 6 月 20 日 命题教师：命题小组

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
评分									
阅卷人									

一、判断题(正确填“√”，错误填“×”)：(每小题 2 分，共 10 分)

1. 若可逆矩阵 A 是对称矩阵，则 A^{-1} 也是对称矩阵. （ ）

2. 若 $A^2=A$，且 $A\neq E$，则 A 可逆. （ ）

3. 线性无关的向量组中的任一部分向量组皆线性无关. （ ）

4. 方阵 A 的不同特征值所对应的特征向量必线性相关. （ ）

5. 若矩阵 $A_{m\times n}$ 满足 $r(A)=m$，则方程组 $A\vec{x}=\vec{0}$ 只有零解. （ ）

二、选择题：(每小题 3 分，共 21 分)

1. 设 A、B 均为 n 阶方阵，则必有 （ ）

   A. $|A+B|=|A|+|B|$ B. $|AB|=|BA^T|$ C. $(AB)^T=A^TB^T$

   D. $(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$

2. 设 A、B 均为 n 阶方阵，且 $AB=O$，则必有 （ ）

   A. $A=O$ 或 $B=O$ B. $BA=O$ C. $|A|=0$ 或 $|B|=0$ D. $|A|+|B|=0$

3. 设 A、B 均为 n 阶方阵，则以下正确的是 （ ）

   A. $(AB)^T=A^TB^T$ B. $AA^T=A^TA$

   C. 若 $A^T=A$，则 $(A^2)^T=A^2$ D. 若 $A^T=A$，$B^T=B$ 则 $(AB)^T=AB$

4. 设 A,B 可逆，则 $\begin{pmatrix} O & A \\ B & O \end{pmatrix}^{-1}=$ （ ）

A. $\begin{pmatrix} O & B^{-1} \\ A^{-1} & O \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} O & A^{-1} \\ B^{-1} & O \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} A^{-1} & O \\ O & B^{-1} \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} B^{-1} & O \\ O & A^{-1} \end{pmatrix}$

5. 若向量组$\vec{\alpha},\vec{\beta},\vec{\gamma}$线性无关，$\vec{\alpha},\vec{\beta},\vec{\delta}$线性相关，则 （　　）

A. $\vec{\alpha}$必可由$\vec{\beta},\vec{\gamma},\vec{\delta}$线性表示　　B. $\vec{\beta}$必可由$\vec{\alpha},\vec{\gamma},\vec{\delta}$线性表示

C. $\vec{\delta}$必不可由$\vec{\alpha},\vec{\beta},\vec{\gamma}$线性表示　　D. $\vec{\delta}$必可由$\vec{\alpha},\vec{\beta},\vec{\gamma}$线性表示

6. 设A为$m\times n$矩阵，则方程组$A\vec{x}=\vec{0}$只有零解的充分必要条件是 （　　）

A. A的列向量组线性无关　　B. A的列向量组线性相关

C. A的行向量组线性无关　　D. A的行向量组线性相关

7. 设n阶方阵A与对角矩阵相似，则下列正确的是 （　　）

A. A必为可逆矩阵　　B. A有n个不同的特征值

C. A必为实对称矩阵　　D. A必有n个线性无关的特征向量

三、填空题：(每小题 3 分，共 24 分)

1. $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$ ______________ .

2. n阶方阵A可逆，且$A^6=E$，则A^{10}可用A^{-1}表示为 ____________ .

3. $A=\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$，则$\left|(A^T-2E)(A-2E)^2\right|=$ ___________ .

4. 若向量$\vec{\alpha}_1,\vec{\alpha}_2,\vec{\alpha}_3$线性无关，则$\vec{\alpha}_1,\vec{\alpha}_1+\vec{\alpha}_2,\vec{\alpha}_1+\vec{\alpha}_2+\vec{\alpha}_3$线性 ______ 关.

5. 设三元非齐次线性方程组$A\vec{x}=\vec{b}$的系数矩阵A的秩为 2，且该方程的三个解向量$\vec{\beta}_1,\vec{\beta}_2,\vec{\beta}_3$满足$\vec{\beta}_1+\vec{\beta}_2=(4,2,-2)^T,\vec{\beta}_1+\vec{\beta}_3=(4,0,6)^T$，则该线性方程组的通解为 _______________ .

6. 仅含一个方程的齐次线性方程组$a_1x_1+a_2x_2+\cdots+a_nx_n=0$满足$a_1,a_2,\cdots,a_n$

不全为零，则其基础解系中一定含有 ____ 个线性无关的解向量

7. $\vec{\alpha}=(1,-1,2)^T$，$\vec{\beta}=(2,1,1)^T$，则当$k=$ ______ 时，$\vec{\alpha}$ 与 $k\vec{\alpha}+\vec{\beta}$ 正交.

8. 设$\lambda=2$是可逆矩阵A的一个特征值，则矩阵$\left(\frac{1}{3}A^2\right)^{-1}$的一个特征值为 __________ .

四、计算$\begin{vmatrix}1 & -1 & 1 & 1\\1 & -1 & 3 & -1\\1 & 1 & 1 & -1\\3 & -1 & 1 & -1\end{vmatrix}$。（8 分）

五、已知A,B为二阶方阵，且$2A^{-1}B=B-4E$。（1）证明矩阵$A-2E$可逆；（2）

若$B=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 0 & 3\end{pmatrix}$，求$A$。（9 分）

六、求向量组$\vec{\alpha}_1=(1,1,1,k)^T,\vec{\alpha}_2=(1,1,k,1)^T,\vec{\alpha}_1=(1,2,1,1)^T$的秩和一个极大线性无关组。（8 分）

七、求线性方程组$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=1 \\ 3x_1+2x_2+2x_3+4x_4=2 \end{cases}$的通解。（8 分）

八、设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$，试求一正交矩阵 P，使 $P^{-1}AP$ 为对角阵。（12 分）