姓名 学号 班级 专业 学院

题 答 得 不 内 线 封 密

昆明理工大学2004级《线性代数》A试卷

(A卷)（2005年6月24日）

一	二	三	四	五	六	总分

一．填空题（每题3分，共30分）

（1）设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&-1&0\\1&2&-2\\0&2&-1\end{pmatrix}$，则行列式 $|AA^T|$ ________。

（2）设 A 为四阶方阵, 且 $|A|=2$，则行列式 $|(-2A)^T|$ = ________。

（3）已知 $A=\begin{pmatrix}1&a&0\\0&0&1\\1&b&0\end{pmatrix}$，则当 a,b 满足________时，A 可为逆阵。

（4）设 n 阶方阵 A 与 B 可逆且满足 $AB=A+E$（E 为与 A 同阶的单位方阵），则 $A^{-1}=$ ____________。

（5）向量 $\vec{a}_1=(1,\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2})^T$， $\vec{a}_2=(0,-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2})^T$ 是否正交____。

（6）设 $\vec{\alpha}_1=(1,\ 0,\ 5,\ 2)^T$，$\vec{\alpha}_2=(3,\ -2,\ 3,\ -4)^T$，

$\vec{\alpha}_3=(-1,\ 1,\ a,\ 3)^T$ 线性相关，则 $a=$ ________。

（7）设 A 是秩为 2 的 3×4 矩阵，则齐次线性方程组 $A\vec{x}=\vec{o}$ 的任意一个基础解系中所含的解向量个数均为 ________,

（8）若三阶方阵 B 与矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\0&2&0\\0&0&3\end{pmatrix}$ 相似，则 $|B|=$ ________。

（9）若三阶方阵 A 有一个特征值为 λ，则矩阵 $3A^2+2A+E$ 必有一个特征值为________________。

（10）若 $f=x_1^2+x_2^2+2x_3^2+2kx_2x_3$ 是正定二次型，则参数 k 的取值范围为____________________________。

二． (8分)计算行列式

$$D=\begin{vmatrix}1&a_1&a_2&a_3&a_4\\1&a_1+b_1&a_2&a_3&a_4\\1&a_1&a_2+b_2&a_3&a_4\\1&a_1&a_2&a_3+b_3&a_4\\1&a_1&a_2&a_3&a_4+b_4\end{vmatrix}$$

三． (12 分)设 $A=\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$，求解矩阵方程：$AX = A + X$ 。

四．(18 分) 非齐次线性方程组

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 = -2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = \lambda \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = \lambda^2 \end{cases}$$

当 λ 为何值时有解？并求它的解。

五．(12 分)设有向量组

$$\vec{\alpha}_1=(1,\quad 3,\quad 2,\quad 0)^T,\ \vec{\boldsymbol{\alpha}}_{\mathbf{2}}=(\mathbf{7},\quad \mathbf{0},\quad \mathbf{14},\quad \mathbf{3})^{\boldsymbol{T}},$$

$$\vec{\boldsymbol{\alpha}}_{\mathbf{3}}=(\mathbf{2},\quad \mathbf{-1},\quad \mathbf{0},\quad \mathbf{1})^{\boldsymbol{T}},\ \vec{\alpha}_4=(5,\quad 1,\quad 6,\quad 2)^T;$$

（1）求向量组的秩；（2）判别向量组的线性相关性；（3）求向量组的一个最大无关组。

六．(20 分)　已知二次型 $f=2x_1^2+3x_2^2+3x_3^2+4x_2x_3$

(1)求二次型 f 的矩阵 A；(2)求 A 的特征值和特征向量；（3）求一个正交变换，使化二次型 f 成标准形；(4)试问 f 是否是正定二次型。