

第十五章 狭义相对论基础

一. 选择题

1. (1) 对某观察者来说, 发生在某惯性系中同一地点、同一时刻的两个事件, 对于相对于该惯性系作匀速直线运动的其它惯性系中的观察者来说, 它们是否同时发生? (2) 在某惯性系中发生于同一时刻、不同地点的两个事件, 它们在其它惯性系中是否同时发生?

关于上述两个问题的正确答案是 []

- (A) (1) 同时, (2) 不同时 (B) (1) 不同时, (2) 同时
(C) (1) 同时, (2) 同时 (D) (1) 不同时, (2) 不同时

2. 一火箭的固有长度为 L , 相对于地面作匀速直线运动的速度为 v_1 , 火箭上有一个人从火箭的后端向火箭前端上的靶子发射一颗相对于火箭的速度为 v_2 的子弹, 在火箭上测得子弹从射出到击中靶的时间间隔是 []

- (A) $\frac{L}{v_1 + v_2}$ (B) $\frac{L}{v_2}$ (C) $\frac{L}{v_1 - v_2}$ (D) $L/v_1 \sqrt{1 - (v_1/c)^2}$

3. 宇宙飞船相对于地面以速度 v 作匀速直线运动, 某一时刻飞船头部的宇航员向飞船尾部发出一个光讯号, 经过 Δt (飞船上的钟) 时间后, 被尾部的接收器收到, 则由此可知飞船的固有长度为 []

- (A) $c \cdot \Delta t$ (B) $v \cdot \Delta t$ (C) $c \cdot \Delta t \cdot \sqrt{1 - (v/c)^2}$ (D) $c \cdot \Delta t / \sqrt{1 - (v/c)^2}$

4. 边长为 a 的正方形薄板静止于惯性系 K 的 xoy 平面内, 且两边分别与 x 、 y 轴平行, 今有惯性系 K' 以 $0.8c$ (c 为真空中光速) 的速度相对于 K 系沿 x 轴作匀速直线运动, 则从 K' 系测得薄板的面积为 []

- (A) a^2 (B) $0.6a^2$ (C) $0.8a^2$ (D) $a^2 / 0.6$

5. 一宇航员要到离地球为 5 光年的星球去旅行, 如果宇航员希望把这路程缩短为 3 光年, 则他所乘的火箭相对于地球的速度大小应是 []

- (A) $c/2$ (B) $3c/5$ (C) $4c/5$ (D) $9c/10$

6. 两个惯性系 S 和 S' , 沿 x (x') 轴方向作相对运动, 相对运动速度为 u , 设在 S' 系中某点先后发生了两个事件, 用固定于该系的钟测出两事件的时间间隔为 τ_0 , 而用固定在 S 系中的钟测出这两个事件的时间间隔为 τ ; 又在 S' 系 x' 轴上放置一固有长度为 l_0 的细杆, 从 S 系测得此杆的长度为 l , 则 []

- (A) $\tau < \tau_0, l < l_0$. (B) $\tau < \tau_0, l > l_0$
(C) $\tau > \tau_0, l > l_0$ (D) $\tau > \tau_0, l < l_0$

7. 在某地发生两件事, 静止位于该地的甲测得时间间隔为 4s, 若相对于甲作匀速直线运动的乙测得时间间隔为 5s, 则乙相对于甲的运动速度是 (c 表示真空中的光速) []

- (A) $4c/5$ (B) $3c/5$ (C) $c/5$ (D) $2c/5$

8. 在狭义相对论中, 下列说法中哪些是正确的 []

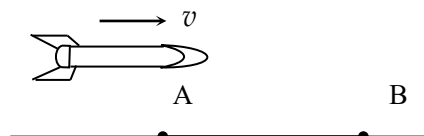
- (1) 一切运动物体相对于观察者的速度都不能大于真空中的光速.
 (2) 质量、长度、时间的测量结果都是随物体与观察者的相对运动状态而改变的.
 (3) 在一惯性系中发生于同一时刻、不同地点的两个事件在其它一切惯性系中也是同时发生的.
 (4) 惯性系中的观察者观察一个与他作匀速相对运动的时钟时, 会看到这时钟比与他相对静止的相同的时钟走的慢些.

- (A) (1), (3), (4) (B) (1), (2), (4)
 (C) (1), (2), (3) (D) (2), (3), (4)

9. 有两只对准的钟, 一只留在地面上, 另一只带到以速率 v 作匀速直线飞行的飞船上, 则下列说法正确的是 []

- (A) 飞船上人看到自己的钟比地面上的钟慢.
 (B) 地面上人看到自己的钟比飞船上的钟慢.
 (C) 飞船上人觉得自己的钟比原来慢了.
 (D) 地面上人看到自己的钟比飞船上的钟快.

10. 如图所示, 地面上的观察者认为同时发生的两个事件 A 和 B, 在火箭上的观察者看来应 []



- (A) A 早于 B.
 (B) B 早于 A.
 (C) A、B 同时.
 (D) 条件不够, 不足以判断哪个事件发生在先.

11. 对于两个存在相对运动的惯性系, 若在其中一个惯性系看来两个事件同时发生在垂直于惯性系相对运动方向上的不同两点, 则在另一个惯性系看来, 两个事件的同时性 []

- (A) 可能不保持 (B) 必定不保持 (C) 必定保持 (D) 无法判断

12. 一匀质矩形薄板, 在它静止时测得其长为 a , 宽为 b , 质量为 m_0 , 由此可推算出其面积密度为 m_0/ab , 假定该薄板沿长度方向以接近光速的速度 v 作匀速直线运动, 此时再测算该矩形薄板的面积密度为 []

- (A) $\frac{m_0 \sqrt{1-(v/c)^2}}{ab}$ (B) $\frac{m_0}{ab \sqrt{1-(v/c)^2}}$
 (C) $\frac{m_0}{ab[1-(v/c)^2]}$ (D) $\frac{m_0}{ab[1-(v/c)^2]^{3/2}}$

13. 有一直尺固定在 K' 系中, 它与 ox' 轴的夹角 $\theta' = 45^\circ$, 如果 K' 系以速度 u 沿 ox 方向相对于 K 系运动, K 系中观察者测得该尺与 ox 轴的夹角 []

(A) 大于 45° (B) 小于 45° (C) 等于 45°

(D) 当 K' 系沿 ox 轴正方向运动时大于 45° , 而当 K' 系沿 ox 轴负方向运动时小于 45° .

14. 一个电子运动速度 $v = 0.99c$, 它的动能是 (电子的静止能量为 0.51MeV) []

(A) 3.5MeV (B) 4.0MeV (C) 3.1MeV (D) 2.5MeV

15. 某核电站年发电量为 100 亿度, 它等于 $36 \times 10^{15} \text{ J}$ 的能量, 如果这是由核材料的全部静止能转化产生的, 则需要消耗的核材料的质量为 []

(A) 0.4kg (B) 0.8kg (C) $12 \times 10^7 \text{ kg}$ (D) $(1/12) \times 10^7 \text{ kg}$

16. 把一个静止质量为 m_0 的粒子, 由静止加速到 $v = 0.6c$ 需作的功等于 []

(A) $0.18m_0c^2$ (B) $0.25m_0c^2$ (C) $0.36m_0c^2$ (D) $1.25m_0c^2$

17. 在参照系 S 中, 有两个静止质量都是 m_0 的粒子 A 和 B , 分别以速度 v 沿同一直线相向运动, 相碰后合在一起成为一个粒子, 则其静止质量 M_0 的值为 []

(A) $2m_0$ (B) $2m_0\sqrt{1-(v/c)^2}$ (C) $\frac{m_0}{2}\sqrt{1-(v/c)^2}$ (D) $\frac{2m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$

18. 设某微观粒子的总能量是它的静止能量的 K 倍, 则其运动速度的大小为 []

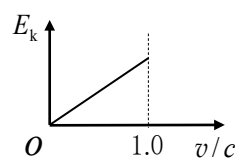
(A) $\frac{c}{K-1}$ (B) $\frac{c}{K}\sqrt{1-K^2}$ (C) $\frac{c}{K}\sqrt{K^2-1}$ (D) $\frac{c}{K+1}\sqrt{K(K+2)}$

19. 已知一静止质量为 m_0 的粒子, 其固有寿命为实验室测量的 $\frac{1}{n}$, 则粒子的实验室能量相当于静止能量的 []

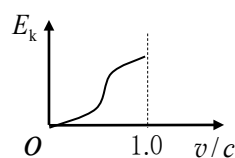
(A) 1 倍 (B) $\frac{1}{n}$ 倍 (C) n 倍 (D) $n-1$ 倍

20. 令电子的速度为 v , 则电子的动能 E_k 对于比值 v/c 的图线可用下列图中哪一个图表示?

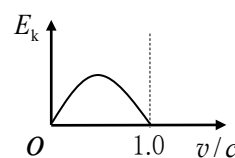
(c 表示真空中的光速) []



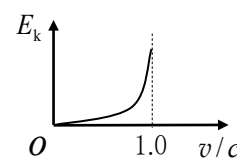
(A)



(B)



(C)



(D)

二. 填空题

1. 牛顿的绝对时空概念的直接反映是_____坐标变换; 爱因斯坦的相对时空概念的直接反映是_____坐标变换。

2. 迈克尔逊-莫雷实验否定了_____的存在。

3. 狭义相对论确认, 时间和空间的测量值都是_____, 它与观察者的_____密切相关。

4. 爱因斯坦的两条基本假设是_____和_____。
5. 已知惯性系 S' 相对于惯性系 S 以 $0.5c$ 的匀速度沿 x 轴的负方向运动, 若从 S' 系的坐标原点 O' 沿 x 轴正方向发出一光波, 则 S 系中测得此光波的波速为_____。
6. 有一速度为 u 的宇宙飞船沿 x 轴正方向飞行, 飞船头尾各有一个脉冲光源在工作, 处于船尾的观察者测得船头光源发出的光脉冲的传播速度大小为_____, 处于船头的观察者测得船尾光源发出的光脉冲的传播速度大小为_____。
7. 一列高速火车以速度 u 驶过车站时, 固定在站台上的两只机械手在车厢上同时划出两个痕迹, 静止在站台上的观察者同时测出两痕迹之间的距离为 1m , 则车厢上观察者应测出这两个痕迹之间的距离为_____。
8. 静止时边长为 50cm 的立方体, 当它沿着与它的一个棱边平行的方向相对于地面以匀速度 $2.4 \times 10^8 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ 运动时, 在地面上测得它的体积是_____。
9. 飞船以 $\sqrt{21}c/5$ 的速率飞越地球, 这时地球上和飞船中的工作人员各自将相同的闹钟调到 6.0 小时后鸣叫, 在地球上的人看来, 飞船上闹钟指示_____时间以后鸣叫。
10. 在 S 系中的 x 轴上相隔为 Δx 处有两只同步的钟 A 和 B, 读数相同。在 S' 系的 x' 轴上也有一只同样的钟 A', 若 S' 系相对于 S 系的运动速度为 u , 沿 x 轴方向, 且当 A' 与 A 相遇时刚好两钟的读数均为零。那么当 A' 钟与 B 钟相遇时, 在 S 系中 B 钟的读数是_____; 此时在 S' 系中 A' 钟的读数是_____。
11. 观察者甲以 $0.8c$ 的速度相对于静止的观察者乙运动, 若甲携带一质量为 1kg 的物体, 则 (1) 甲测得此物体的总能量为_____; (2) 乙测得此物体的总能量为_____。
12. 观察者甲以 $4c/5$ 的速度相对于静止的观察者乙运动, 若甲携带一长度为 l 、截面积为 S 、质量为 m 的棒, 这根棒安放在运动方向上, 则
(1) 甲测得此棒的密度为_____; (2) 乙测得此棒的密度为_____。
13. 观察测得一沿长度方向匀速运动着的米尺的长度为 0.5m , 则此米尺以 $v=_____$ 的速度接近观察者。
14. π^+ 介子是不稳定的粒子, 在它自己的参照系中测得平均寿命是 $2.6 \times 10^{-8} \text{s}$, 如果它相对实验室以 $0.8c$ 的速度运动, 那么实验室坐标系中测得的 π^+ 介子的寿命是_____s, 该介子在实验室参考系中飞行距离是_____。
15. (1) 在速度 $v = _____$ 情况下粒子的动量等于非相对论动量的两倍。
(2) 在速度 $v = _____$ 情况下粒子的动能等于它的静止能量。
16. 某加速器将电子加速到能量 $E = 2.00 \times 10^6 \text{eV}$ 时, 该电子的动能为_____eV。
17. 已知一粒子的静质量为 m_0 , 其固有寿命是实验室测得寿命的 $1/n$, 则此粒子的动能为_____。

三. 计算题

1. 一电子以 $v=0.99c$ (c 为真空中光速) 的速率运动, 试求:

(1) 电子的总能量是多少?

(2) 电子的经典力学的动能与相对论动能之比是多少? (电子静止质量 $m_e=9.11\times 10^{-31}\text{kg}$)

2. 一体积为 V_0 、质量为 m_0 的立方体沿其一棱的方向相对于观察者 A 以速度 v 运动, 求:

观察者 A 测得其密度是多少?

3. 要使电子的速度从 $v_1=1.2\times 10^8\text{m/s}$ 增加到 $v_2=2.4\times 10^8\text{m/s}$, 必须对它作多少功? (电子静止质量 $m_e=9.11\times 10^{-31}\text{kg}$)

4. 观测者甲和乙分别静止于两个惯性参照系 K 和 K' 中, 甲测得在同一地点发生的两个事件的时间间隔为 $4s$, 而乙测得这两个事件的时间间隔为 $5s$, 求:

- (1) K' 相对于 K 的运动速度。
- (2) 乙测得这两个事件发生地点的距离。

5. 设快速运动的介子的能量约为 $E=3000\text{ MeV}$, 而这种介子在静止时的能量为 $E_0=100\text{ MeV}$, 若这种介子的固有寿命是 $\tau_0 = 2 \times 10^{-6} s$, 求它运动的距离 (真空中光速 $c=2.9979 \times 10^8 \text{ m/s}$)。

6. 已知 μ 子的静止能量为 105.7 MeV , 平均寿命为 $2.2 \times 10^{-8} s$, 试求动能为 150 MeV 的 μ 子的速度 v 是多少? 平均寿命 τ 多少?

7. 有一个静止质量为 m_0 ，带电量为 q 的粒子其初速度为零，在均匀电场 \vec{E} 中加速，在时刻 t 它所获得的速度为多少？如果不考虑相对论效应，它的速度又是多少？

8. 在北京正负电子对撞机中，电子可以被加速到动能为 $E_k = 2.8 \times 10^9 \text{ eV}$ 。

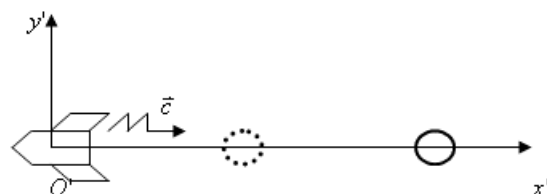
- (1) 这种电子的速率和光速相差多少？
- (2) 这样的电子动量多大？
- (3) 这种电子在周长为 240 m 的储存环内绕行时，它受的向心力多大？需要多大的偏转磁场？

9. 一中性 π 介子相对于观察者以速度 $v = kc$ 运动，后衰变为两个光子，两光子的运动轨迹与 π 介子原来方向成相等的角度 θ 。证明：（1）两光子有相等的能量；（2） $\cos\theta = k$ 。

10. 一只装有无线电发射和接收装置的飞船，正以 $u = 0.8c$ 的速度飞离地球。当宇航员发射一无线电信号后，信号经地球反射，60s 后宇航员才收到返回信号。

（1）在地球反射信号的时刻，从飞船上测得的地球离飞船多远？

（2）当飞船接收到反射信号时，地球上测得的飞船离地球多远？



第十五章 狭义相对论基础参考答案

一、选择题

1. A 2. B 3. A 4. B 5. C 6. D 7. B 8. B 9. D 10. B 11. C
12. C 13. A 14. C 15. A 16. B 17. D 18. C 19. C 20. D

二、填空题

1. 伽利略；洛伦兹

2. 以太

3. 相对的，运动

4. 相对性原理，光速不变原理

5. c

6. c, c

7. $1/\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$ m

8. 0.075 m^3

9. 15 小时

10. $\Delta x/u, \frac{\Delta x}{u} \sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$

11. (1) $9 \times 10^{16} \text{ J}$ (2) $1.5 \times 10^{17} \text{ J}$

12. (1) $\frac{m}{Sl}$ (2) $\frac{25}{9} \frac{m}{Sl}$

13. $\frac{\sqrt{3}}{2}c$

14. $4.33 \times 10^{-8} \text{ s}, 10.4 \text{ m}$

15. (1) $\frac{\sqrt{3}}{2}c$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{2}c$

16. $1.49 \times 10^6 \text{ eV}$

17. $E_K = (n-1)m_0c^2$

三、计算题

1. 解: (1) $E = mc^2 = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = 5.81 \times 10^{-13} \text{ J}$

$$(2) E_{k0} = \frac{1}{2} m_e v^2 = 0.49 m_e c^2$$

$$E_k = mc^2 - m_e c^2 = 6 m_e c^2$$

$$\therefore \frac{E_{k0}}{E_k} = 0.08$$

2. 解: $V = xyz = V_0 \sqrt{1 - (v/c)^2}$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_0}{V_0 (1 - \frac{v^2}{c^2})}$$

3. 解: 由动能定理 $W = \Delta E_k = m_2 c^2 - m_1 c^2 = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}} - \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} = 4.72 \times 10^{-14} \text{ J}$

4. 解: (1) 由时间膨胀公式有 $\Delta t' = \gamma \Delta t$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{5}{4}$$

解得 $u = \frac{3}{5} c$

(2) 由洛伦兹变换 $x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$ 有

$$\Delta x' = x_2' - x_1' = \frac{(x_2 - x_1) - (ut_2 - ut_1)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = -\frac{ut_2 - ut_1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = -9 \times 10^8 \text{ m}$$

5. 解: 由 $E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = \gamma E_0$ 有

$$\gamma = \frac{E}{E_0} = 30 \quad v = 2.996 \times 10^8 \text{ m/s}$$

介子运动时的寿命 $\tau = \gamma\tau_0 = 30\tau_0$

介子运动时的距离 $s = v\tau = v \cdot 30\tau_0 = 1.798 \times 10^4 \text{ m}$

6. 解: $E_k = mc^2 - m_0c^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) m_0c^2$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} - 1 = \frac{E_k}{m_0c^2} = 1.419$$

解得: $v = 0.91c$

$$\text{平均寿命为 } \tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = 5.31 \times 10^{-8} \text{ s}$$

7. 解: 由相对论基本动力学方程得

$$F = qE = \frac{dP}{dt} = m_0 \frac{d}{dt} \left(\frac{v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right)$$

两边积分

$$\int_0^v d \left(\frac{v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right) = \frac{qE}{m_0} \int_0^t dt$$

所以

$$v = \frac{qEct}{\sqrt{m_0^2c^2 + q^2E^2t^2}}$$

当不考虑相对论效应时

$$F = qE = m_0a = m_0 \frac{dv}{dt}$$

所以得

$$v_0 = \frac{qE}{m_0} t$$

8.解: (1) 由 $E_k = \left(\frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - m_0 \right) c^2$ 可得

$$c^2 - v^2 = \left(\frac{m_0c^3}{E_k + m_0c^2} \right)^2$$

由于 $c \approx v$ 所以 $c^2 - v^2 = (c+v)(c-v) \approx 2c(c-v)$, 从而由上式可得

$$c-v = \frac{1}{2c} \left(\frac{m_0 c^3}{E_k + m_0 c^2} \right)^2$$

又由于 $E_k = 2.8 \times 10^9 \text{ eV} \gg m_0 c^2 = 0.511 \times 10^6 \text{ eV}$ ，所以又有

$$c-v = \frac{m_0^2 c^5}{2E_k^2} = \frac{(0.911 \times 10^{-30})^2 \times (3 \times 10^8)^5}{2 \times (2.8 \times 10^9 \times 1.6 \times 10^{-19})^2} = 5.02 \text{ m/s}$$

(2) 电子的动量为

$$p = \sqrt{\frac{E^2 - m_0^2 c^4}{c^2}} = \frac{\sqrt{E_k(E_k + 2m_0 c^2)}}{c}$$

由于 $E_k \gg m_0 c^2$ ，所以有

$$p \approx \frac{E_k}{c} = \frac{2.8 \times 10^9 \times 1.6 \times 10^{-19}}{3 \times 10^8} = 1.49 \times 10^{-18} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

(3) 电子绕行所需的向心力为

$$\begin{aligned} F &= \frac{mv^2}{R} \approx \frac{mc^2}{R} = \frac{E}{R} \approx \frac{E_k}{R} \\ &= \frac{2.8 \times 10^9 \times 1.6 \times 10^{-19}}{240/(2\pi)} = 1.2 \times 10^{-11} \text{ N} \end{aligned}$$

所需的偏转磁场是

$$B = \frac{F}{ev} \approx \frac{F}{ec} = \frac{1.2 \times 10^{-11}}{1.6 \times 10^{-19} \times 3 \times 10^8} = 0.25 \text{ T}$$

9.解：以观察者为 K 系，在图中取坐标 Oxy 。设中性 π 介子的能量为 E_π ，动量为 p_π ，两个光子的能量分别为 E_1 和 E_2 ，动量分别为 p_1 和 p_2 。

由 x 方向动量守恒：

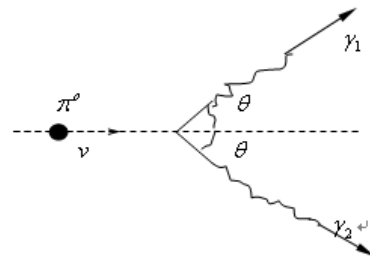
$$\begin{aligned} p_\pi &= p_{1x} + p_{2x} \\ &= p_1 \cos \theta + p_2 \cos \theta \end{aligned} \quad (1)$$

由 y 方向动量守恒：

$$0 = p_{1y} + p_{2y} = p_1 \sin \theta - p_2 \sin \theta \quad (2)$$

由能量守恒定律

$$E_\pi = E_1 + E_2 \quad (3)$$



相对论动量和能量关系为

$$E^2 = c^2 p^2 + m_0^2 c^4 \quad (4)$$

由（4）式，因光子的静止质量为零，得

$$p_1 = \frac{E_1}{c}, p_2 = \frac{E_2}{c} \quad (5)$$

将（5）式代入（2）式，得

$$E_1 = E_2 \quad \text{或} \quad p_1 = p_2 \quad (6)$$

即光子的能量相等，动量大小也相等。

由（3）式，可得

$$E_\pi = 2E_1$$

将（5）（6）（7）式代入（1）式，并考虑到

$$p_\pi = m_\pi v = \frac{m_{0\pi} v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, E_\pi = m_\pi c^2 = \frac{m_{0\pi} c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

可得 $\cos \theta = k$

10.解：（1）在飞船上测量，无线电信号到达地球又反射回来，一去一回光速相等，所用的时间也相等，都是30s。所以在地球反射信号时，地球离飞船的距离为

$$c \times 30 = 9 \times 10^9 \text{ m}$$

（2）在飞船上测量，在宇航员发射信号时，它离地球的距离是

$$l' = c \times 30 - 0.8c \times 30 = 6c$$

在地球上测量，在宇航员发射信号时，它离地球的距离是

$$l = (\Delta x' + u \Delta t) / \sqrt{1-u^2/c^2} = l' / \sqrt{1-u^2/c^2} = 10c = 3 \times 10^9 \text{ m}$$

航员从发射到接收无线信号时，他自己的钟经过了 $\Delta t' = 60 \text{ s}$ ，为固有时间。在地球上测量，这一段时间长为

$$\Delta t = \Delta t' / \sqrt{1-u^2/c^2} = 100 \text{ s}$$

在这段时间内，在原来离地球 $10c$ 的基础上，飞船又继续向前飞行了

$$l_1 = u \Delta t = 0.8c \times 100 = 80c$$

的距离。因此，在地球上测量，宇航员接收到反射信号时，飞船离地球的距离是

$$l_1 + l = 10c + 80c = 90c = 2.7 \times 10^{10} \text{ m}$$