昆明理工大学2008级 线性代数试卷A卷

(考试时间：2009年6月18日)

一、填空题（每小题3分，共40分）

1、四阶行列式中含有因子$a_{11}a_{23}$的项为__________.

2、$\begin{vmatrix} -ab & ac & ae \\ bd & -cd & de \\ bf & cf & -ef \end{vmatrix}=$____________________.

3、设$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$,则$3AB-2A=$__________.

4、设A为5阶方阵,且$|A|=3$,则$\left|\left(-\frac{1}{3}A\right)^{-1}\right|=$______.

5、向量组$\alpha_1=(1,a,2),\alpha_2=(2,4,b)$线性相关，则$a+b=$__________.

6、设初等矩阵P满足：$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}P=\begin{pmatrix} a_{12} & a_{11} & a_{13} \\ a_{22} & a_{21} & a_{23} \\ a_{32} & a_{31} & a_{33} \end{pmatrix}$，则$P=\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$.

7、若$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & x \end{pmatrix}$为正定矩阵，则$x$的取值范围是__________.

8、若$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$为$Ax=B$的解，$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$，则$B=$________.

9、设$A^2=E$，E为单位矩阵，则A的特征值是________.

10. 设λ_0是n阶可逆阵A的一个特征值，则矩阵$2A^{-1}+E$必有一个特征值______.

二（10分）、若$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ x & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}=1$,求$x$.

三、(10分）解方程$X\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

四、(12 分)非齐次线性方程组$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 = -2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = \lambda \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = \lambda^2 \end{cases}$，当$\lambda$取何值时有解？并求出它的解.

五、（10 分）设向量组

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

（1） 求向量组的秩；

（2） 该向量组是否线性相关；

（3） 求向量组的一个最大无关组.

六（12 分）、已知二次型

$$f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 + 2ax_2x_3 (a > 0)$$

通过正交变换化成标准形$f = y_1^2 + y_2^2 + y_3^2$，求参数$a$及所用的正交变换矩阵.

七（6 分）、设向量组$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$线性无关，$\beta_1 = \alpha_1 + \alpha_2, \beta_2 = \alpha_2 + \alpha_3, \beta_3 = \alpha_3 + \alpha_4$，

$\beta_4 = \alpha_4 + \alpha_1$证明向量组$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$线性相关.