

昆明理工大学试卷(A)

勤奋求学 诚信考试

考试科目: 线性代数 考试日期: 2019年6月20日 命题教师: 命题小组

题号	一	二	三	四	总分
评分					
阅卷人					

一、填空题(每题4分,共40分):

1. 若 $D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$, $D_2 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ \lambda - 3 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ 且 $D_1 = D_2$, 则 $\lambda =$ _____ ;

2. 若 $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$, 则 $4A_{12} + 3A_{22} + 2A_{32} + A_{42} =$ _____ ;

3. 设三阶可逆矩阵 A 满足 $|A| = 2$, 则 $|3A^{-1}A^*| =$ _____ ;

4. 设 n 阶方阵 A 满足 $A^2 + A - 3E = 0$, 则 $(A - 2E)^{-1} =$ _____ ;

5. 设 A, B 均为 n 阶可逆方阵, 则 $\begin{vmatrix} A^T & 0 \\ 0 & B^{-1} \end{vmatrix} =$ _____ ;

6. 方程 $x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0$ 的基础解系中必含有 _____ 个线性无关的解向量;

7. 若 n 阶方阵 A 可逆, 则 A 的列向量组 _____ (线性相关、线性无关);

8. 若三阶方阵 A 与方阵 $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$ 相似, 则 A 的三个特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$

满足 $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 =$ _____ ;

9. 若 2 是 n 阶方阵 A 的一个特征值, 则方阵 $A^2 - 2A + E$ 一定有一个特征值为 _____ ;

10. 若二次型 $f = x_1^2 + 2x_2^2 + ax_3^2 - 2x_2x_3$ 正定, 则 a 的取值范围是 _____ .

二、计算题 (20 分):

11. 解方程
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2-x^2 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 5 & 9-x^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (10 \text{ 分})$$

12. 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, 求解矩阵方程 $A^{-1}XA = 6A + XA$. (10 分)

三、解答题 (22 分):

13. 求向量组 $\alpha_1 = (1, 2, 3, 4)^T$, $\alpha_2 = (2, 3, 4, 5)^T$, $\alpha_3 = (3, 4, 5, 6)^T$, $\alpha_4 = (4, 5, 6, 7)^T$ 的秩及一个最大无关组, 并将其余列向量用该最大无关组线性表示。(10 分)

14. 当 λ 取何值时, 方程组
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = \lambda - 1 \\ 3x_2 - x_3 = \lambda - 2 \\ \lambda x_2 - x_3 = (\lambda - 3)(\lambda + 4) + \lambda - 2 \end{cases}$$
 有无穷多解, 并求此时的通解。(12 分)

四、综合应用题 (18 分):

15. 已知二次型 $f = (1-a)x_1^2 + (1-a)x_2^2 + 2(1+a)x_1x_2$ 的秩为 1。(1) 求 a ; (2) 求正交变换 $x = Py$ 把 f 化为标准形。(12 分)

16. 设 n 维列向量 x 满足 $x^T x = 1$, 令 $H = E - 2xx^T$, 证明 H 是对称的正交矩阵。
(6 分)