昆明理工大学2014级《高等数学》A（1）期末试卷参考解答及评分细则

（A卷） (考试时间2015年01月08 日)

一、1.C ；2.B ；3.A ；4.C； 5.B ；6.C;

二、7. $\begin{cases}4x+5y=32,\\ z=0\end{cases}$ ；8. $\lambda=4$；9. $f^{(n)}(x)=e^x(x+n)$ ；10. $d(\sec x+c)$；11.发散；

12. $f'(x)=e^{x^6}3x^2-e^{x^4}2x$；

三、 13. $\vec{S}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 1 & -1\\ 1 & 0 & 0\end{vmatrix}=(0,-1,-1)$ 2分

故过点 $(1,-1,1)$ 与 L 垂直的平面方程为 $y+z=0$，

联立方程组 $\begin{cases}y+z=0\\ y-z=-1\\ x=0\end{cases}$ 得此平面与 L 的交点为 $(0,-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$， 4分

从而垂线的方向向量为 $(1,-\frac{1}{2},\frac{1}{2})//(2,-1,1)$，

故垂线方程为 $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1}$ ； 6分

14. 由 $x\to0$ 时，$1-\cos x\sim\frac{1}{2}x^2$，$\ln(1+x^2)\sim x^2$， 2分

$$\lim_{x\to0}\left[\frac{1}{\ln(1+x^2)}-\frac{\sin x}{\tan x\ln(1+x^2)}\right]=\lim_{x\to0}\frac{\tan x(1-\cos x)}{\tan x\ln(1+x^2)}$$ **4分**

$$=\lim_{x\to0}\frac{\tan x(1-\cos x)}{\tan x\ln(1+x^2)}=\lim_{x\to0}\frac{\frac{x^2}{2}}{x^2}=\frac{1}{2};$$ 6分

四、 $y=e^{\cot x\ln x}$ 2分

$y'=e^{\cot x\ln x}(-\csc^2 x\ln x+\frac{1}{x}\cot x)$

$y'=x^{\cot x}(-\csc^2 x\ln x+\frac{1}{x}\cot x)$ 6分

15. 等式两端对 x 求导得：

$y'=e^y+xe^yy'$， $y'=\frac{e^y}{1-xe^y}$， 3分

将 $y'=e^y+xe^yy'$ 两端再对 x 求导并将 $y'=\frac{e^y}{1-xe^y}$ 代入得：

$y''=2e^y y'+(y')^2xe^y+xe^y y''$ ， $y''(x)=\dfrac{e^{2y}(2-xe^y)}{(1-xe^y)^3}$； 6 分

17. $\int e^x\sin xdx=\int\sin xde^x=e^x\sin x-\int\cos xde^x$ 3 分

$=e^x(\sin x-\cos x)-\int e^x\sin xdx$

$\int e^x\sin xdx=\dfrac{1}{2}e^x(\sin x-\cos x)+C$； 6 分

18. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\cos x-\cos^3 x}\,dx=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^{\frac{1}{2}}x\sin xdx=-2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^{\frac{1}{2}}xd\cos x$ 4 分

$=-\dfrac{4}{3}\cos^{\frac{3}{2}}x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\dfrac{4}{3}$； 6 分

19. 由 $e^x=\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{x^n}{n!}$ $x\in(-\infty,+\infty)$， 3 分

$a^x=e^{x\ln a}=\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{(x\ln a)^n}{n!}$、 $x\in(-\infty,+\infty)$； 6 分

20. 证 $\int_{-a}^{a}f(x)dx=\int_{-a}^{0}f(x)dx+\int_0^a f(x)dx$

对于 $\int_{-a}^{0}f(x)dx$ 令 $x=-t$，则 $\int_{-a}^{0}f(x)dx=-\int_a^0 f(-t)dt=\int_0^a f(-x)dx$

故 $\int_{-a}^{a}f(x)dx=\int_0^a(f(-x)+f(x))dx$； 3 分

$\int_{-1}^{1}\dfrac{x^3\sin^2 x+1}{1+x^2}dx=\int_0^1\dfrac{2}{1+x^2}dx=2\arctan x\big|_0^1=\dfrac{\pi}{2}$ ； 5 分

21. 设 $f(x)=\ln x-kx$，令 $f'(x)=\dfrac{1}{x}-k=\dfrac{1-kx}{x}=0$ 得，

$x=\dfrac{1}{k}$，易知当 $x\in(0,\dfrac{1}{k})$ 时，$f(x)$ 单调增加；

当 $x\in(\dfrac{1}{k},+\infty)$ 时，$f(x)$ 单调减少， 2 分

因此，当 $f(\dfrac{1}{k})=-\ln k-1>0$ 时，即 $0<k<\dfrac{1}{e}$ 时，有两个实根；

当 $f(\dfrac{1}{k})=-\ln k-1=0$ 时，即 $k=\dfrac{1}{e}$ 时，有一个实根；

当 $f(\dfrac{1}{k})=-\ln k-1<0$ 时，即 $k>\dfrac{1}{e}$ 时，无实根. 5 分