昆明理工大学2015级高等数学A(2)A卷参考答案及评分细则

一、

1. 6 ； 2. $x=y^2+z^2$ ； 3. 2 ； 4. $4(1+2x)$ ； 5. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{0}$ ；

6. $\int_0^1 dy\int_{2-y}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$；7. 2；8. 0；9. $2\pi a^7$；10. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$；

二、11．所给直线的方向向量为 $\vec{S}=(1,1,-1)\times(2,-1,1)=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 1 & -1\\ 2 & -1 & 1\end{vmatrix}$ 3分

$=(0,-3,-3)$ ； 5分

过点 P 且与所给直线垂直的平面方程为 $-3(y+1)-3(z-2)=0$ ，

即 $y+z-1=0$ ； 7分

12.证：$\dfrac{\partial w}{\partial x}=f_1$；$\dfrac{\partial w}{\partial y}=-f_1+f_2$；$\dfrac{\partial w}{\partial z}=-f_2-f_3$；$\dfrac{\partial w}{\partial t}=f_3$ 6分

故 $\dfrac{\partial w}{\partial x}+\dfrac{\partial w}{\partial y}+\dfrac{\partial w}{\partial z}+\dfrac{\partial w}{\partial t}=0$； 7分

13. 方程两边微分得

$d\left(\dfrac{x}{z}\right)=d(\ln|z|)-d(\ln|y|)$, $\dfrac{zdx-xdz}{z^2}=\dfrac{1}{z}dz-\dfrac{1}{y}dy$, 4分

即 $dz=\dfrac{yzdx+z^2dy}{y(x+z)}$ ； 7分

14. 解方程组 $\begin{cases} f_x=2y-2x=0, \\ f_y=3y^2-8y+2x=0. \end{cases}$

得驻点 $(0,0)$;$(2,2)$ ； 4分

$f_{xx}=-2, f_{xy}=2, f_{yy}=6y-8.$

在点 $(0,0)$ 处，$A=-2, B=2, C=-8, AC-B^2=12>0$ ，$A<0$,故 $(0,0)$ 是极大值点.，

$f_{极大}(0,0)=0$ ； 6分

在点 $(2,2)$ 处，$A=-2, B=2, C=4, AC-B^2=-12<0$，

故$(2,2)$不是极值点. 7分

15.设(x,y)是椭圆上任一点，则它到直线的距离平方为

$$d^2=\frac{(2x+3y-6)^2}{13},$$ 2分

作拉格朗日函数$L(x,y,\lambda)=(2x+3y-6)^2+\lambda(x^2+4y^2-4)$， 4分

$$\begin{cases} L_x=4(2x+3y-6)+2\lambda x=0, \\ L_y=62x+3y-6)+8\lambda y=0, \\ L_\lambda=x^2+4y^2-4=0. \end{cases}$$

解方程组得两驻点$p_1(\frac{8}{5},\frac{3}{5}),p_2(-\frac{8}{5},-\frac{3}{5})$， 6分

经验证$p_1(\frac{8}{5},\frac{3}{5})$为所求的最小值点，最短距离为$\frac{1}{\sqrt{13}}$； 7分

16. $D=D_1\cup D_2$， $D_1:x^2+y^2\le 4;D_2:4\le x^2+y^2\le 9$

$$\iint_D|x^2+y^2-4|d\sigma=\iint_{D_1}(4-x^2-y^2)d\sigma+\iint_{D_2}(x^2+y^2-4)d\sigma$$ 2分

$$=\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^2(4-\rho^2)\rho d\rho+\int_0^{2\pi}d\theta\int_2^3(\rho^2-4)\rho d\rho$$ 6分

$$=\frac{41}{2}\pi;$$ 7分

17.由$P(x,y)=2x-y+4,Q(x,y)=5y+3x-6$,则$\frac{\partial P}{\partial y}=-1,\frac{\partial Q}{\partial x}=3$ ， 2分

记L 围成的区域为D，由Green公式得

$$\oint_L(2x-y+4)dx+(5y+3x-6)dy=\iint_D 4\,dx\,dy=12.$$ 6分

18.补平面$\Sigma_1:z=0(x^2+y^2\le a^2)$，取下侧， 2分

记Σ和Σ_1围成的区域为Ω，由Gauss公式得

$$\oiint_{\Sigma+\Sigma_1}=3\iiint_\Omega(x^2+y^2+z^2)dv=3\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\varphi d\varphi\int_0^a\rho^4d\rho=\frac{6\pi a^5}{5}$$