

昆明理工大学 06 级 线性代数 课程试卷(A 卷)

(2006/2007 年第 2 学期)

考试时间 2007-6-23

得分	一	二	三	四	五	六	七	总分
阅卷人								

一、填空题(每小题 4 分, 共 40 分)

1.
$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & 0 \\ a_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_4 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 设 A 是 $m \times m$ 矩阵, 且 $|A| = 3$, B 是 $n \times n$ 矩阵, 且 $|B| = 3$, 则

$$\begin{vmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

3. $(E - A)^{-1} - (E - A)^{-1}A = \underline{\hspace{2cm}}$ (E 是 A 的同阶单位方阵).

4. 已知 $x_1 = (1, 0, 2)^T$, $x_2 = (3, 4, 5)^T$ 是 3 元非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的两个解向量, 则对应齐次线性方程组 $Ax = 0$ 有一个非零解 $\xi = \underline{\hspace{2cm}}$

5. 当 $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$, 或 $\mu = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 线性方程组
$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + \mu x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2\mu x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$
 有非零解.

6. 设向量组 $\alpha = (1, -2, a)^T$, $\beta = (-2, 4, a)^T$ 线性相关, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性无关, 则向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s, \beta$ 线性

相关的充分必要条件是_____.

8. 设初等矩阵 P 满足: $P \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$, 则 $P = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$.

9. 设 λ_0 是 n 阶可逆阵 A 的一个特征值, 则逆矩阵 A^{-1} 必有一个特征值_____.

10. 设 4 元二次型 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = X^T A X$ 的秩为 4, 正惯性指数为 3, 则其规范形为_____.

二、(10 分) 计算 n 阶行列式 $D_n = \begin{vmatrix} a_1 - b & a_2 & \cdots & a_n \\ a_1 & a_2 - b & \cdots & a_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_1 & a_2 & \cdots & a_n - b \end{vmatrix}$

三. (10 分) 解矩阵方程

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

四、(10 分) 求向量组

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \alpha_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

的秩和一个极大无关组.

五、(12 分) a 为何值时, 方程组

$$\begin{cases} (1+a)x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + (1+a)x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + (1+a)x_3 = a \end{cases}$$

(1) 有唯一解? (2) 无解? (3) 有无穷多个解? 并求其通解.

学号: _____

姓名: _____

班级: _____

专业: _____

院(系): _____

订

线

超

过

装

案

不

得

答

六、(12 分) 求一个正交变换把下列二次型化为标准形

$$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+3x_2^2+x_3^2-2x_1x_3$$

七、(6 分) 设 A 为方阵, 且 $A^2 - 3A + 2E = 0$, 证明 $A + 2E$ 可逆, 并求其逆阵.