昆明理工大学2016级高等数学A(2)A卷参考答案及评分细则

一、

1. $\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}(-1,0,1)$ ； 2. $\lambda=2\mu$ ； 3. 4 ； 4. 0 ； 5. $2x+4y-z-8=0$ ；

6. $\int_0^1 dy\int_{y^2}^{y} f(x,y)dx$ ； 7. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta\int_0^{\tan\theta\sec\theta} f(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta)\rho d\rho$ ； 8. $\sqrt{2}$ ； 9. 2π ；

10. 6 ；

二、11．过直线 L 的平面束方程为 $x+2z-4+\lambda(2y-z+8)=0$， 2分

$\vec{n}=(1,2\lambda,2-\lambda)\perp\vec{s}=(1,1,1)$ ，故 $1+2\lambda+2-\lambda=0$，$\lambda=-3$； 6分

所求平面方程为 $x-6y+5z-28=0$； 7分

12. 方程两边微分得 $dz=(2xdx+2ydy)e^y+(x^2+y^{2)}e^y dy$； 6分

即 $dz=2xe^y dx+(x^2+y^2+2y)e^y dy$； 7分

13. $F_x=F_u,F_y=F_v,F_z=-aF_u-bF_v$， 4分

$\dfrac{\partial z}{\partial x}=\dfrac{F_u}{aF_u+bF_v},\dfrac{\partial z}{\partial y}=\dfrac{F_v}{aF_u+bF_v}$， 6分

$\therefore a\dfrac{\partial z}{\partial x}+b\dfrac{\partial z}{\partial y}=1$； 7分

14.设 (x,y,z) 是曲线上任一点，则它到原点的距离平方为

$d^2=x^2+y^2+z^2$， 2分

作拉格朗日函数 $L(x,y,z,\lambda,\mu)=x^2+y^2+z^2+\lambda(x^2+y^2-z)+\mu(x+y+z-4)$，

$$\begin{cases}L_x=2x+2\lambda x+\mu=0,\\ L_y=2y+2\lambda y+\mu=0,\\ L_z=2z-\lambda+\mu,\\ L_\lambda=x^2+y^2-z=0,\\ L_\mu=x+y+z-4=0.\end{cases}$$

解方程组得两驻点 $p_1(1,1,2,),p_2(-2,-2,8)$， 6分

经验证 $p_1(1,1,2)$ 为所求的最小值点，最短距离为 $\sqrt{6}$ ； $p_2(-2,-2,8)$ 为所求的最大值点，最长距离为 $6\sqrt{2}$ ； 7 分

15. $\iint\limits_D e^{-y^2}d\sigma = \int_0^1 dy\int_0^y e^{-y^2}dx$ 4 分

$= \int_0^1 ye^{-y^2}dy = \frac{-1}{2}e^{-y^2}\Big|_0^1 = \frac{1}{2}(1-e^{-1}) = \frac{e-1}{2e}$ ； 7 分

16. $\int_{(1,1)}^{(2,3)}(2x+y)dx+(x-2y)dy = \int_1^2(2x+1)dx+\int_1^3(2-2y)dy$ 4 分

$= (x^2+x)\Big|_1^2 + (2y-y^2)\Big|_1^3 = 0$ ； 7 分

17.补有向线段 $OA: y=0, x\in[0,4a]$；

且 $\int_{OA}(e^x\sin y-my)dx+(e^x\cos y-m)\ dy=0$， 2 分

由 $P(x,y)=e^x\sin y-my$，$Q(x,y)=e^x\cos y-m$ 则

$\frac{\partial P}{\partial y}=e^x\cos y-m, \frac{\partial Q}{\partial x}=e^x\cos y,$ 4 分

记 $L+OA$ 围成的闭区域为 D，由 Green 公式得

$\int\limits_L = \oint_{L+OA} - \int\limits_{OA} = \iint\limits_D mdxdy - 0 = 2m\pi a^2$; 6 分

18.由 Gauss 公式得

$\oiint\limits_\Sigma = \iiint\limits_\Omega (1-4x+8x-4x)dv$ 4 分

$= \int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1\rho d\rho\int_{\rho^2}^1 dz = \frac{\pi}{2}$ ； 6 分

19. $V = \iiint\limits_\Omega dv = \int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\frac{\pi}{4}}d\varphi\int_0^{2a\cos\varphi}\rho^2\sin\varphi d\rho$ 4 分

$= \pi a^3$. 6 分