

昆明理工大学2013级试卷 A 卷

考试科目: 高等数学 A(1) 考试日期: 2014-01-08 命题教师: 命题小组

题号	一	二	三	四	总分
评分					
阅卷人					

一、单项选择题 (每小题 4 分, 共 24 分)

1. 已知向量 $\vec{a} = (1, 1, -4)$, $\vec{b} = (1, -2, 2)$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = (\quad)$.

(A) $(-6, -6, -3)$ (B) -9 (C) $(-6, 6, -3)$ (D) -8

2. 数列的通项 $x_n = (-1)^n \left(\frac{99}{100}\right)^n$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = (\quad)$.

(A) -1 (B) 1 (C) 0 (D) ∞

3. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \ln(1+x), & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ \cos x, & x < 0 \end{cases}$, 则 $x = 0$ 是 $f(x)$ 的 (\quad) .

(A) 可去间断点

(B) 跳跃间断点

(C) 无穷间断点

(D) 振荡间断点

4. 设 $y = ax$ 为曲线 $y = \ln x$ 的切线, 则 $a = (\quad)$.

(A) $a = -1$

(B) $a = 1$

(C) $a = e$

(D) $a = e^{-1}$

5. 设函数 $f(u)$ 可导, $y = f(x \sin x)$, 则 $dy = (\quad)$.

(A) $f'(x \sin x) dx$

(B) $f'(x \sin x)(\sin x + x \cos x) dx$

(C) $f'(x \sin x)(\sin x + x \cos x)$

(D) $f'(x \sin x)(1 + x \cos x) dx$

6. 下列级数中绝对收敛的是 (\quad) .

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$

(C) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n^3}}$

(D) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n}$

二、填空题(每小题 4 分, 共 24 分)

7. xoy 面上曲线 $x^2 + 4y^2 = 1$ 绕 x 轴旋转一周所成的旋转曲面方程是

8. 函数 $f(x) = a \sin x + \frac{1}{3} \sin 3x$ 在 $x = \frac{\pi}{3}$ 处取得极值, 则 $a =$ _____.

9. 函数 $\begin{cases} x = \arctan t, \\ y = \ln(1+t^2) \end{cases}$, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____.

10. $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx = d(\quad)$.

11. 反常积分 $\int \frac{dx}{x^4}$ 的敛散性为 _____ (填收敛或发散).

12. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (x^2 \sin x + \cos x) dx =$ _____.

三、计算题(每小题 6 分, 共 42 分).

13. 已知一平面通过 $2x + y - 4 = 0$ 与 $y + 2z = 0$ 的交线且垂直于平面

$3x + 2y + 3z - 6 = 0$, 求此平面方程.

14. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^3} - 1}{\sin^3 x}$.

15. 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $e^y + (x-1)y = e$ 确定, 求 $y''(1)$.

16. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_{\cos x}^1 e^{-t^2} dt}{x^2}$.

17. 求不定积分 $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} (a > 0)$.

18. 求定积分 $\int_0^\pi x \sqrt{1 - \sin^2 x} dx$.

19. 求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (n+1)x^n$ 的收敛域及和函数.

四. 综合题与证明题 (每小题 5 分, 共 10 分)

20. 证明: 当 $x > 0$ 时, $\frac{x}{1+x} < \ln(1+x) < x$.

21. 函数 $f(x) = xe^{-x}$, (1) 讨论函数 $f(x)$ 是否存在最大、最小值? 若存在最值, 并求出该最值; (2) 求函数 $f(x)$ 的拐点.