

第三章 功和能

一. 选择题

1. 一个质点同时在几个力作用下的位移为: $\Delta \vec{r} = 4\vec{i} - 5\vec{j} + 6\vec{k}(\text{SI})$, 其中一个力为恒力

$\vec{F} = -3\vec{i} - 5\vec{j} + 9\vec{k}(\text{SI})$, 则此力在该位移过程中所作的功为[]

- (A) 67J. (B) 91J. (C) 17J. (D) -67J.

2. 将一重物匀速地推上一个斜坡, 因其动能不变, 所以 []

- (A) 推力不做功. (B) 推力功与摩擦力的功等值反号.
(C) 推力功与重力功等值反号. (D) 此重物所受的外力的功之和为零.

3. 有一倔强系数为 k 的轻弹簧, 原长为 l_0 , 将它吊在天花板上. 当它下端挂一托盘平衡时, 其长度变为 l_1 . 然后在托盘中放一重物, 弹簧长度变为 l_2 , 则由 l_1 伸长至 l_2 的过程中, 弹性力所作的功为[]

- (A) $-\int_{l_1}^{l_2} kx dx$. (B) $\int_{l_1}^{l_2} kx dx$. (C) $-\int_{l_1-l_0}^{l_2-l_0} kx dx$. (D) $\int_{l_1-l_0}^{l_2-l_0} kx dx$.

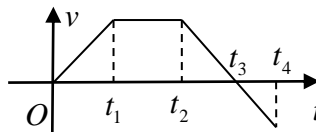
4. 质量为 $m=0.5\text{kg}$ 的质点, 在 XOY 坐标平面内运动, 其运动方程为 $x=5t$, $y=0.5t^2(\text{SI})$, 从 $t=2\text{s}$ 到 $t=4\text{s}$ 这段时间内, 外力对质点作的功为[]

- (A) 1.5J. (B) 3 J. (C) 4.5 J. (D) -1.5 J.

5. 一个作直线运动的物体, 其速度 v 与时间的关系曲线如图所示. 设时刻 t_1 至 t_2 间外力做功为 W_1 ; 时刻 t_2 至 t_3 间外力做功为 W_2 ; 时刻 t_3 至 t_4 间外力做功为 W_3 , 则 []

- (A) $W_1 > 0$, $W_2 < 0$, $W_3 < 0$ (B) $W_1 > 0$, $W_2 < 0$, $W_3 > 0$

- (C) $W_1 = 0$, $W_2 < 0$, $W_3 > 0$ (D) $W_1 = 0$, $W_2 < 0$, $W_3 < 0$



6. 质量为 m 的质点在外力作用下, 其运动方程为 $\vec{r} = A\cos\omega t\vec{i} + B\sin\omega t\vec{j}$, 式中 A 、 B 、

ω 都是正的常数, 则力在 $t_1=0$ 到 $t_2=\frac{\pi}{2\omega}$ 这段时间内所作的功为 []

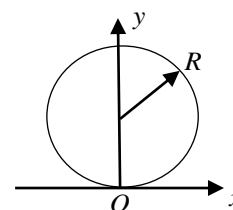
- (A) $\frac{1}{2}m\omega^2(A^2 + B^2)$. (B) $m\omega^2(A^2 + B^2)$.
(C) $\frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - B^2)$. (D) $\frac{1}{2}m\omega^2(B^2 - A^2)$.

7. 一质点在如图所示的坐标平面内作圆周运动，有一力

$\vec{F} = F_0(x\vec{i} + y\vec{j})$ 作用在质点上。在该质点从坐标原点运动到

$(0, 2R)$ 位置过程中，力 \vec{F} 对质点所作的功为[]

- (A) $F_0 R^2$. (B) $2F_0 R^2$. (C) $3F_0 R^2$. (D) $4F_0 R^2$.



8. 对功的概念有以下几种说法：[]

- (1) 保守力作正功时，系统内相应的势能增加
 (2) 质点运动经一闭合路径，保守力对质点做的功为零
 (3) 作用力和反作用力大小相等、方向相反，所以两者所做的功的代数和必为零。

在上述说法中：

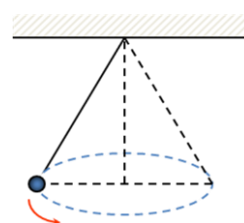
- (A) (1)、(2) 是正确的 (B) (2)(3) 是正确的
 (C) 只有 (2) 是正确的 (D) 只有 (3) 是正确的

9. 对于一个物体来说，在下列的哪种情况下系统的机械能守恒？[]

- (A) 合外力为零. (B) 合外力不做功.
 (C) 外力和非保守内力都不做功. (D) 外力和保守内力都不做功.

10. 如图所示，圆锥摆的小球在水平面内作匀速率圆周运动，判断下列说法中正确的是

- (A) 重力和绳子的张力对小球都不做功。
 (B) 重力和绳子的张力对小球都做功。
 (C) 重力对小球做功，绳子张力对小球不做功。
 (D) 重力对小球不做功，绳子张力对小球做功。



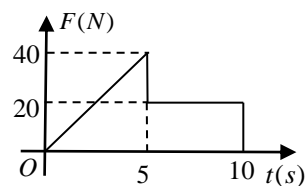
二. 填空题

1. 已知地球质量为 M ，半径为 R ，一质量为 m 的火箭从地面上升到距地面高度为 $2R$ 处。在此过程中，地球引力对火箭作的功为_____。

2. 质量为 100kg 的货物，平放在卡车底板上。卡车以 4m/s^2 的加速度启动，货物与卡车底板无相对滑动。则在开始的 4 秒钟内摩擦力对该货物作的功 $W=$ _____。

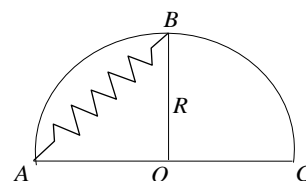
3. 质量 $m=1\text{kg}$ 的物体，在坐标原点处从静止出发在水平面内沿 x 轴运动，其所受合力方向与运动方向相同，合力大小为 $F=3+2x$ (SI)，那么，物体在开始运动的 3m 内，合力所作功 $W=$ _____；且 $x=3\text{m}$ 时，其速率 $v=$ _____。

4. 有一质量为 $m=5\text{kg}$ 的物体，在 0 至 10 秒内，受到如图所示的变力 F 的作用，由静止开始沿 x 轴正向运动，而力的方向始终为 x 轴的正方向，则 10 秒内变力 F 所做的功为_____。



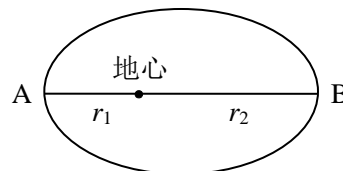
5. 一质量为 m 的质点在指向圆心的平方反比力 $F = -\frac{k}{r^2}$ 的作用下，作半径为 r 的圆周运动，此质点的速率 $v =$ _____。若取距圆心无穷远处为势能零点，它的机械能 $E =$ _____。

6. 一弹簧原长 $l_0=0.1\text{m}$ ，倔强系数 $k=50\text{N/m}$ ，其一端固定在半径为 $R=0.1\text{m}$ 的半圆环的端点 A，另一端与一套在半圆环上的小环相连。在把小环由半圆环中点 B 移到另一端 C 的过程中，弹簧的拉力对小环所作的功为_____J。



7. 某质点在力 $\vec{F} = (4+5x)\vec{i}$ (SI) 的作用下沿 x 轴作直线运动，在从 $x=0$ 移动到 $x=10\text{m}$ 的过程中，力 \vec{F} 所做的功为_____ (SI)，该质点动能的增量 $\Delta E_K =$ _____ (SI)。

8. 一人造地球卫星绕地球作椭圆运动，近地点为 A，远地点为 B。若 A、B 两点距地心分别为 r_1 ， r_2 。设卫星的质量为 m ，地球的质量为 M ，万有引力常数为 G ，则卫星在 A、B 两点处的万有引力势能之差



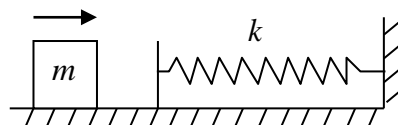
$E_{PB} - E_{PA} =$ _____，卫星在 A、B 两点处的动能之差

$E_{KB} - E_{KA} =$ _____。

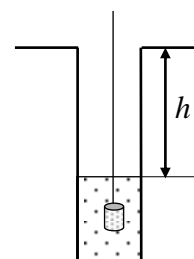
三. 计算题

1. 设作用在质量 $m=2\text{kg}$ 物体上的力 $F=6t$ (SI)，力的方向与物体运动方向相同。如果物体由静止出发沿直线运动，求头 2 秒内该力所作的功？

2. 如图所示，质量 m 为 0.1kg 的木块，在一个水平面上和一个倔强系数 k 为 20N/m 的轻弹簧碰撞，木块将弹簧由原长压缩了 0.4m ，假设木块与水平面间的滑动摩擦系数 $\mu = 0.25$ ，问在将要发生碰撞时木块的速率 v 为多少？

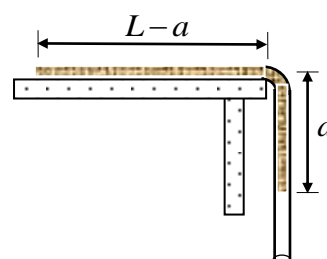


3. 有人用水桶提水，井中水面离地面高 $h = 10\text{m}$ ，桶盛满水总质量 $M_0 = 10\text{kg}$ ，由于桶底漏水，漏水量为 $\frac{\Delta m}{\Delta y} = -0.2(\text{kg/m})$ ，则人匀速提水到地面所作的功 $W = ?$



4. 一匀质链条总长为 L ，质量为 m ，放在水平桌面上，并使其一端自由下垂在一竖直光滑管，如图所示，下垂一端的长度为 a ，设链条与桌面之间的滑动摩擦系数为 μ ，链条由静止开始运动，则：

- (1) 到链条离开桌面的过程中，摩擦力对链条作了多少功？
(2) 链条离开桌面时的速率是多少？



第三章 功和能

一. 选择题

1. A 2. D 3. C 4. B 5. C 6. C 7. B 8. C 9. C 10. A

二. 填空题

1. $G M n (\frac{1}{3R} - \frac{1}{R})$ 或 $-\frac{2G M n}{3R}$
2. 12800J
3. 18J, 6m/s
4. 4000J
5. $\sqrt{k/(mr)}$, $-k/(2r)$
6. -0.207
7. 290, 290
8. $GmM(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})$, $GmM(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1})$

三. 计算题

1. 解: 这是变力做功的问题。

$$W = \int_0^{x_P} \vec{F} \cdot d\vec{x} = \int_0^{x_P} 6t dx$$

现需把 dx 换成 t 的函数才能积分。

$$\because a = F/m = 3t, \therefore dv/dt = 3t$$

$$\int_0^v dv = \int_0^t 3t dt \Rightarrow v = \frac{3}{2}t^2, \frac{dx}{dt} = \frac{3}{2}t^2 \Rightarrow dx = \frac{3}{2}t^2 dt$$

$$\therefore W = \int_0^2 6t \cdot \frac{3}{2}t^2 dt = \left(\frac{9}{4}t^4 \right)_0^2 = 36J$$

2. 解: 根据功能原理, 木块在水平面上运动时, 摩擦力所作的功等于系统 (木块和弹簧) 机械能的增量, 由题意有

$$-f_r x = \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}mv^2, \quad \text{而 } f_r = \mu mg$$

由此得木块开始碰撞弹簧时的速率为

$$v = \sqrt{2\mu gx + \frac{kx^2}{m}} = 5.83m/s$$

另解: 根据动能定理, 摩擦力和弹性力对木块所作的功, 等于木块动能的增量, 有

$$-\mu mgx - \int_0^x kx dx = 0 - \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{其中} \quad \int_0^x kx dx = \frac{1}{2}kx^2$$

3. 解：取坐标如图：

水桶在任意位置 y 时受的重力为：

$$P = -(M_0 - 0.2y)g$$

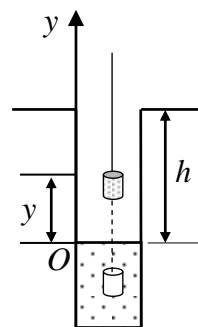
人的拉力 $F = -P = (M_0 - 0.2y)g$

人把水桶提高 dy 距离所作的元功为：

$$dW = Fdy = (M_0 - 0.2y)g dy$$

人把水桶由水面提到地面所作的总功为：

$$\begin{aligned} W &= \int dW = \int_0^h (M_0 - 0.2y)g \cdot dy = M_0gh - \frac{0.2}{2}h^2g \\ &= (M_0 - 0.1h)hg = 0.1 \times 10 \times 9.8 = 882J \end{aligned}$$



4.解：(1) 链条下滑长度 x 时，摩擦力 $f = -\mu N = -\mu(L-x)mg/L$

$$\begin{aligned} \text{摩擦力的功: } W_f &= \int f dx = \int_a^L -\mu(L-x)mg dx / L \\ &= -\mu mg (L-a)^2 / 2L \end{aligned}$$

(2). 求出下落过程中重力的功：

$$W_p = \int mg dx = \int_a^L mxg dx / L = mg(L^2 - a^2) / 2L$$

由动能定理： $W_f + W_p = mv^2/2 - mv_0^2/2$,

$$v_0 = 0$$

$$\therefore \frac{mg(L^2 - a^2)}{2L} - \frac{\mu mg(L-a)^2}{2L} = \frac{mv^2}{2}$$

$$\therefore v = (g/L)^{1/2} [(L^2 - a^2) - \mu(L-a)^2]^{1/2}$$

