昆明理工大学 2010 级 试卷 （A 卷）

考试科目：线性代数 考试日期：2011 年 6 月 20 日 命题教师：命题小组

题 号	一	二	三	四	五	六	七	总分
评 分								
阅卷人								

一、判断题(正确填“√”，错误填“×”)：（每小题 2 分，共 20 分）

1. 对 n 阶方阵 A,B，等式 $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ 成立. （ ）

2. 若 n 阶方阵 A,B 满足 $|AB| = 0$，则 A 与 B 均不可逆. （ ）

3. 若 n 阶方阵 A 的秩 $R(A) \le n$，则 $|A| = 0$. （ ）

4. 若 A 为 m 行 n 列矩阵，则 $R(A) \ge \min\{m,n\}$. （ ）

5. 零向量可由任意同维向量组线性表示. （ ）

6. 若同维向量组 $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \cdots, \vec{a}_m$ 线性无关，则每个 $\vec{a}_i$ 均不能由向量组中其余 $m-1$ 个向量线性表示. $(1 \le i \le m)$ （ ）

7. 齐次线性方程组 $A\vec{x} = \vec{0}$ 若存在基础解系，则基础解系是唯一的. （ ）

8. 若 n 阶方阵 A 为正交矩阵，则 A^{-1} 存在且也是正交矩阵. （ ）

9. 若 n 阶方阵 A 与 B 相似，则 $|A| = |B|$. （ ）

10. 任一 n 阶方阵 A 的属于不同特征值的特征向量必正交. （ ）

二、填空题：（每小题 3 分，共 30 分）

1. $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 4 \end{vmatrix} =$ ___________ .

2. 设 A 为 2 阶方阵，B 为 3 阶方阵，且 $|A| = 2$，$|B| = -2$，则 $\left|-|A|B\right| =$ ____ .

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$，且 $(2A - X) + 2(B - X) = 0$，则 $|X| =$ _____ .

4. 设 $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$，则 $(A + 3E)^{-1}(A^2 - 9E) =$ ______ .

5. 设 $\vec{\alpha}_1 = (6, a+1, 3)^T, \vec{\alpha}_2 = (a, 2, -2)^T$，则当 $a =$ _____ 时，$\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2$ 线性相关.

6. 设 $\vec{\eta}_1, \vec{\eta}_2, \cdots, \vec{\eta}_s$ 是非齐次线性方程组 $A\vec{x} = \vec{b}$ 的 s 个解向量，若 $c_1\vec{\eta}_1 + c_2\vec{\eta}_2 + \cdots + c_s\vec{\eta}_s$ 也是该方程组的解，则 $c_1 + c_2 + \cdots + c_s =$ ________ .

7. 设四元线性方程组 $A\vec{x} = \vec{b}$ 中，$R(A) = 3$，且其三个解向量为 $\vec{\eta}_1 = (1, 0, -1, 2)^T, \vec{\eta}_2 = (2, 1, 0, 1)^T, \vec{\eta}_3 = (4, 3, 1, -4)^T$，则该方程组的通解为

$\vec{x} =$ ______________________ .

8. 设正交矩阵 A 满足 $|A| < 0$，则 $|A| =$ __________ .

9. 若三阶方阵 A 与对角阵 $\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ 相似，则 $|A| =$ ___________ .

10. 若二次型 $f = x_1^2 + ax_3^2 + 2x_1x_2 - 2ax_2x_3$ 的秩为 2，则 $a =$ _________ .

学院________专业班级________姓名________学号________任课教师姓名________课序号________考试座位号________

密 封 线 内 不 得 答 题

三、设 $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\0 & 1\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 3\\0 & 1\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{bmatrix}$，求解矩阵方程 $2AX=BX+C$.（**12 分**）

四、求向量组 $\vec{\alpha}_1=(1,2,1,3)^T, \vec{\alpha}_1=(4,-1,-5,-6)^T, \vec{\alpha}_1=(1,-3,-4,-7)^T$ 的秩和一个极大无关组.（**10 分**）

五、求线性方程组$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \end{cases}$的通解. **（12 分）**

学院______ 专业班级______ 姓名______ 学号______ 任课教师姓名______ 课序号______ 考试座位号______

密　封　线　内　不　得　答　题

六、试求一正交变换 $\vec{x} = P\vec{y}$，化二次型 $f = x_1^2 + x_2^2 + 4x_1x_2$ 为标准型.（**12 分**）

七、设 A,B 为 n 阶方阵，且 $A^2=A, B^2=B, (A+B)^2=A+B$，试证明：

$AB=BA=O$．（**4 分**）