学院________ 专业班级________ 姓名________ 学号________ 任课教师姓名________ 课序号________ 考试座位号________

密 封 线 内 不 得 答 题

勤奋求学　诚信考试

昆 明 理 工 大 学 试 卷(A)

考试科目：高等数学A（2）考试日期：2018-06-20　命题教师：命题小组

题号	一	二	三	四	总分
评分					
阅卷人					

一、　填空题（每题 4 分，共 40 分）：

1. $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 均为非零向量，且 $\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{b}=-\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$，　则

$|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|+|\boldsymbol{c}|=$______________________.

2. 已知向量 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$，则垂直于 $\boldsymbol{a}$ 且垂直于 x 轴的单位向量是

______________.

3. 函数 $z=\ln(x^2+y^2-1)$，则 $\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right|_{(1,1)}=$____________.

4. 曲面 $z=e^{yz}+x\cdot\sin(x+y)$ 在点 $(\dfrac{\pi}{2},0,1+\dfrac{\pi}{2})$ 处的切 平面方程为:

________________.

5. 若函数 $z=2x^2+2y^2+3xy+ax+by+c$ 在点 $(-2,3)$ 处取得极小值 -3，则 $a\cdot b\cdot c=$ ________.

6. 设 $f(x,y)$ 连续，改变二次积分的积分次序：

$\int_0^1 dy\int_{y^2}^{y} f(x,y)dx=$______________________;

7. 设 $f(x,y)$ 连续，化积分 $\int_0^1 dx\int_x^1 f(x,y)dy$ 为极坐标下的二次积分，

则 $\int_0^1 dx\int_x^1 f(x,y)dy=$__________________________;

8. 计算对弧长的曲线积分 $\int_L (y-x)ds$，其中 L 为连接点 $(-3,0)$ 到点 $(0,3)$ 的直线段.则 $\int_L (y-x)ds=$______________________________;

9. 计算对坐标的曲线积分 $\oint_L xy^2dy-x^2ydx$，其中 L 为圆周 $x^2+y^2=a^2\ (a>0)$ 按逆时针方向.则 $\oint_L xy^2dy-x^2ydx=$______________;

10. 计算对面积的曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma}(3x+2y+2z-2)dS$，其中 Σ 为平面 $x+y+z=1$ 在第一卦限中的部分.则 $\iint\limits_{\Sigma}(3x+2y+2z-2)dS=$____________;

二、　计算题（每题 10 分，共 20 分）：

11. 过 已知点 $M_0(-1,2,-3)$ 作一直线，并满足：(1) 与向量 $\boldsymbol{a}=(6,-2,-3)$ 垂直；(2) 与直线 $L_1:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{-5}$ 相交，求此直线方程.

12. 设 $z=z(x,y)$ 由方程 $F(cx-az,cy-bz)=0$ 确定，其中 a,b,c 为常数，F 具有连续偏导数，且 $aF_u+bF_v\neq 0$.证明：$a\dfrac{\partial z}{\partial x}+b\dfrac{\partial z}{\partial y}=c$；

三、 计算题（每题 10 分，共 20 分）：

13.、已知空间上三点 $A(x_1,y_1,z_1),B(x_2,y_2,z_2),C(x_3,y_3,z_3)$，在此空间上求一点 M，使其到点 A、B、C 的距离平方和为最小.

14. 计算 $I=\iint\limits_D[\cos(x-1)^2+e^{y^2}]dxdy$，其中区域 D 是由 $x=0,y=x,y=1$ 所围成的闭区域.

四、计算题（每题 10 分，共 20 分）：

15. 验证 $(3x^2y+8xy^2)dx+(x^3+8x^2y+12e^y)dy$ 是某函数 $u(x,y)$ 的全微分，并求 $u(x,y)$.

16. $\oiint\limits_\Sigma 2xzdydz+yzdzdx-z^2dxdy$，其中 Σ 由曲面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 与曲面 $z=\sqrt{2-x^2-y^2}$ 所围立体 Ω（$\sqrt{x^2+y^2}\le z\le\sqrt{2-x^2-y^2}$）的边界曲面的外侧.

密 封 线 内 不 得 答 题

一、

1. $1+\sqrt{2}$ ；2. $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}(0,1,-1)$；3. -4；4. $x-(1+\frac{\pi}{2})y+z-1-\pi=0$；

5. 30；6. $\int_0^1 dx\int_x^{\sqrt{x}} f(x,y)dy$；7. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta\int_0^{\csc\theta} f(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta)\rho d\rho$；

8. $9\sqrt{2}$；9. $\frac{\pi a^4}{2}$；10. $\frac{\sqrt{3}}{6}$；

二、11. 设所求直线与已知直线的交点为(x_0,y_0,z_0)，

则所求直线的方向向量$\bar{s}=(x_0+1,y_0-2,z_0+3)$，由已知条件（1）$\bar{s}\cdot\bar{a}=0$ 得

$6x_0-2y_0-3z_0+1=0$（1）， 4 分

又交点在直线 L_1 上，故$x_0=3t+1,y_0=2t-1,z_0=-5t+3$，

代入（1）式得$t=0$，交 点为$(1.-1,3)$，

$\bar{s}=(2,-3,6)$. 8 分

所求直线方程为$\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z+3}{6}$ 1 0分

12. $F_x=cF_u,F_y=cF_v,F_z=-aF_u-bF_v$， 4 分

1 1 2

$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{cF_u}{aF_u+bF_v},\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{cF_v}{aF_u+bF_v}$； 8 分

2 2

$\therefore a\frac{\partial z}{\partial x}+b\frac{\partial z}{\partial y}=c$； 2 10 分

三、13.设(x,y,z)是空间上任一点，则它到各点的距离平方和为

$$f=(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2+(x-x_2)^2+(y-y_2)^2+(z-z_2)^2+(x-x_3)^2+(y-y_3)^2+(z-z_3)^2$$ 2 分

$$\begin{cases} f_x=2(3x-x_1-x_2-x_3)=0,\\ f_y=2(3y-y_1-y_2-y_3)=0,\\ f_z=2(3z-z_1-z_2-z_3)=0\end{cases}$$ 8 分

解方程组得唯一驻点 $p(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\frac{y_1+y_2+y_3}{3},\frac{z_1+z_2+z_3}{3})$，

故 $M(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\frac{y_1+y_2+y_3}{3},\frac{z_1+z_2+z_3}{3})$ 为所求. 10分

14. $I=\iint\limits_D[\cos(x-1)^2+e^{y^2}]dxdy$

$=\iint\limits_D\cos(x-1)^2dxdy+\iint\limits_D e^{y^2}dxdy$ 2分

$=\int_0^1\cos(x-1)^2dx\int_x^1dy+\int_0^1e^{y^2}dy\int_0^y dx$

$=-\int_0^1(x-1)\cos(x-1)^2dx+\int_0^1ye^{y^2}dy$

$=-\frac{1}{2}\sin(x-1)^2\Big|_0^1+\frac{1}{2}e^{y^2}\Big|_0^1=\frac{1}{2}(e-1+\sin 1)$ 10分

四、 15. $P(x,y)=3x^2y+8xy^2\qquad Q(x,y)=x^3+8x^2y+12e^y$ 2分

$$\frac{\partial P}{\partial y}=3x^2+16xy=\frac{\partial Q}{\partial x}$$ 6

故 $(3x^2y+8xy^2)dx+(x^3+8x^2y+12e^y)dy$ 为 $u(x,y)$ 的全 微分 6分

$u(x,y)=\int_0^x 0dx+\int_0^y(x^3+8x^2y+12e^y)dy$

$=yx^3+4x^2y^2+12e^y$ 10 10分

16. $P=2xz,Q=yz,R=-z^2,P_x=2z,Q_y=z,R_z=-2z$， 4

由高斯公式得

$\oiint\limits_\Sigma 2xzdydz+yzdzdx-z^2dxdy=\iiint\limits_\Omega zdv$ 6分

Ω 在 xoy 面上的投影 $D:x^2+y^2\le 1$，

（1）球面坐标下：$\oiint\limits_\Sigma=\iiint\limits_\Omega zdv$

$$=\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\frac{\pi}{4}}d\varphi\int_0^{\sqrt{2}}\rho^3\cos\varphi\sin\varphi d\rho=\frac{\pi}{2}.$$ 10分

（2）柱面坐标下：$\oiint\limits_\Sigma=\iiint\limits_\Omega zdv$

$$=\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1\rho d\rho\int_\rho^{\sqrt{2-\rho^2}}zdz=\frac{\pi}{2}.$$ 10分