

昆明理工大学 2013 级 试卷 (A 卷)

考试科目:《线性代数》 考试日期 2014-6-20 命题教师: 命题小组

题号	一	二	三	四	五	六	总分
评分							
阅卷人							

一. 填空题 (每小题 4 分, 共 40 分)

1. 设 A, B 均为 3 阶方阵, 且 $|A| = 2, |B| = -3$, 则 $|AB| = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 设 A 为 3 阶方阵, 且 $|A| = \frac{1}{2}$, 则 $|-4A^*| = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 设四齐次线性方程组 $A\vec{x} = \vec{0}$ 的系数矩阵 A 的秩为 $R(A) = 2$, 则其基础解系所含线性无关的解向量的个数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

4. 若 n 阶方阵 A 与 B 相似, 且 $|A| = a$, 则 $|AB| = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 若 n 阶方阵 A 的秩小于 n , 则此方阵的行列式 $|A| = \underline{\hspace{2cm}}$.

6. A 是 n 阶矩阵, 满足 $A^T A = E, |A| < 0$, 则 $|A + E| = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 若向量组 $\vec{\alpha}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{\alpha}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ t \\ 6 \end{pmatrix}, \vec{\alpha}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ 线性相关, 则 $t = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 设矩阵 A 与矩阵 $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ 相似, 则 A 的特征值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. 设 λ_1 和 λ_2 是三阶实对称矩阵 A 的两个不同的特征值,

$\vec{\xi}_1 = (1, 1, 3)^T, \vec{\xi}_2 = (4, 5, a)^T$ 依次是 A 的属于特征值 λ_1, λ_2 的特征向量, 则实常数 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.



10. 若3阶方阵 A 有一个特征值为2, 则矩阵 $4A^2 + 2A + E$ 必有一个特征值为 _____.

二 (10分), 计算 n 阶行列式: $D_n = \begin{vmatrix} x & a & \cdots & a \\ a & x & \cdots & a \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a & a & \cdots & x \end{vmatrix}$.

三 (12分), 设 $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, 求解矩阵方程 $AX = A + 2X$.



四 (12分). 设向量组 $\vec{\alpha}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\vec{\alpha}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$, $\vec{\alpha}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\vec{\alpha}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$; 求(1) 向量组 $\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \vec{\alpha}_3, \vec{\alpha}_4$ 的秩; (2) 求它的一个最大无关组.

五 (12分). a 取何值时, 方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + ax_3 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3ax_3 = 3. \end{cases}$ (1) 无解?
(2) 有无穷多解? 并在有无穷多解时求其解.



六 (14 分). 已知二次型 $f = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_3$: (1) 写出二次型 f 的矩阵 A , 并求出 A 的特征值与特征向量; (2) 求一个正交变

换 $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$, 把二次型 f 化为标准型.

