昆明理工大学 **2013** 级高等数学 A(2)A 卷参考答案及评分细则

一、

1. $1$; 2. $\dfrac{xdx + ydy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$; 3. $x - 2y + 3z - 14 = 0$; 4. $\dfrac{\pi}{3}$;

5. $\displaystyle\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 f(r)rdr$; 6. $\displaystyle\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\varphi d\varphi \int_0^1 f(r)r^2dr$;

7. $\displaystyle\int_0^1 dy \int_0^y e^{y^2} dx$; 8. $\pi$; 9. $(C_1\cos x + C_2\sin x)e^x$; 10. $(Ax^2 + Bx + C)e^x$.

二、11. 设 $F(x, y, z) = e^z + xyz - 2$,

$$F_x = yz, F_y = xz, F_z = e^z + xy \neq 0 \qquad\qquad 3\text{分}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F_x}{F_z} = \frac{-yz}{e^z + xy}, \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F_y}{F_z} = \frac{-xz}{e^z + xy}. \qquad 7\text{分}$$

12. 解方程组

$$\begin{cases} f_x = 3x^2 - 8x + 2y = 0, \\ f_y = 2x - 2y = 0, \end{cases}$$

即得驻点 $(0,0), (2,2)$.

$$f_{xx} = 6x - 8, f_{xy} = 2, f_{yy} = -2. \qquad\qquad 3\text{分}$$

点 $(0,0)$ 处, $A = -8, B = 2, C = -2, AC - B^2 > 0$, $(0,0)$ 为极大值点, 极大值

$f(0,0) = 0$.

点 $(2,2)$ 处, $A = 4, B = 2, C = -2, AC - B^2 < 0$, $(2,2)$ 不是极大值点. 7 分

13.

$$\int_{(0,0)}^{(6,8)} xdx + ydy = \frac{1}{2} \int_{(0,0)}^{(6,8)} dx^2 + dy^2 \qquad\qquad 4\text{分}$$

$$= \frac{1}{2}(x^2 + y^2)\Big|_{(0,0)}^{(6,8)} = 50. \qquad\qquad 7\text{分}$$

三、14.

$$L = L_1 + L_2 + L_3.$$

$L_1$ 的方程为 $y = 0 (0 \leq x \leq 1)$,

$$\int_{L_1} = \int_0^1 x\,dx = \frac{1}{2} \; ;$$

2 分

$L_2$ 的方程为 $x = 0\,(0 \le y \le 1)$ ,

$$\int_{L_2} = \int_0^1 y\,dy = \frac{1}{2} \; ;$$

4 分

$L_3$ 的方程为 $x + y = 1$ ,

$$\int_{L_3} = \int_{L_3} ds = \sqrt{2} \; .$$

6 分

$$\oint_L = 1 + \sqrt{2} \; .$$

7 分

15.

$$\frac{dx}{dy} - \frac{1}{y}x = y \; ,$$

4 分

即线性方程，其通解为

$$x = cy - y^2 \; .$$

7 分

16.

$y' = p, y'' = \dfrac{dp}{dx}$ 代入方程，可得

$$\frac{dp}{1 + p^2} = dx \; ,$$

$$y' = p = \tan(x + c_1) \; ,$$

$$y'(0) = 0 \Rightarrow c_1 = 0 \; ,$$

$$y' = \tan x \; ,$$

5 分

$$y = -\ln|\cos x| + c_2 \; ,$$

$$y(0) = 0 \Rightarrow c_2 = 0 \; ,$$

$$y = -\ln|\cos x| \; .$$

7 分

四、17.

$$原式 = \iint_D (1 - x)d\sigma$$

3 分

$$= \iint_D d\sigma = \pi \; .$$

6 分

18. 补充 $\sum_1: z = 0 \left( x^2 + y^2 \leq 1 \right)$，并取下侧，则有

$$\iint\limits_{\Sigma} = \oiint\limits_{\Sigma + \Sigma_1} - \iint\limits_{\Sigma_1}, \qquad 3 \text{ 分}$$

$$\oiint\limits_{\Sigma + \Sigma_1} = \iiint\limits_{\Omega} 3 dv = 2\pi, \quad \iint\limits_{\Sigma_1} = 0,$$

$$\iint\limits_{\Sigma} = 2\pi - 0 = 2\pi. \qquad 6 \text{ 分}$$

19.所求体积

$$V = \iiint\limits_{\Omega} dv = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 r dr \int_r^{1+\sqrt{1-r^2}} dz \qquad 3 \text{ 分}$$

$$= 2\pi \int_0^1 \left( 1 + \sqrt{1-r^2} - r \right) r dr = \pi. \qquad 6 \text{ 分}$$