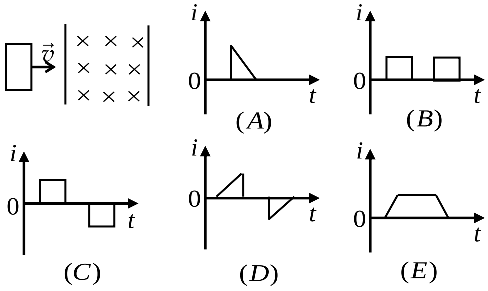
第九章 电磁感应

一、选择题：

1、如图所示，一矩形线框（其长边与磁场边界平行）以匀速v自左侧无场区进入均匀磁场又穿出，进入右侧无场区。试问图（A）--(E)中哪一图像能最合适地表示线框中电流i随时间t的变化关系？（不计线框自感）[　　　]



2、半径为a的圆线圈置于磁感强度为$\vec{B}$的均匀磁场中，线圈平面与磁场方向垂直，线圈电阻为R；当把线圈转动使其法向与$\vec{B}$的夹角$\alpha = 60^0$时，线圈中已通过的电量与线圈面积及转动的时间的关系是：[　　　]

（A）与线圈面积成正比，与时间无关　　（B）与线圈面积成正比，与时间成正比

（C）与线圈面积成反比，与时间成正比　（D）与线圈面积成反比，与时间无关

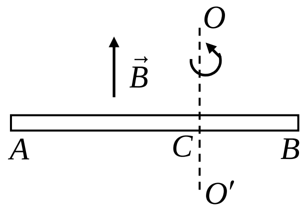
3、如图所示，导体棒AB在均匀磁场$\vec{B}$中绕通过C点的垂直于棒长且沿磁场方向的轴OO'转动（角速度$\vec{\omega}$与$\vec{B}$同方向），BC的长度为棒长的$1/3$，则：[　　　]

（A）A点比B点电势高

（B）A点与B点电势相等

（C）A点比B点电势低

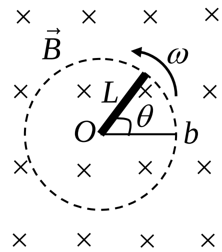
（D）有稳恒电流从A点流向B点



4、如图所示，一根长为L的铜棒，在均匀磁场$\vec{B}$中以匀角速度ω旋转着，$\vec{B}$的方向垂直铜棒转动的平面。设$t = 0$时，铜棒与Ob成θ角，则在任一时刻t这根铜棒两端之间的感应电动势为：[　　　]

（A）$\omega L^2 B\cos(\omega t + \theta)$　　（B）$\frac{1}{2}\omega L^2 B\cos\omega t$

（C）$2\omega L^2 B\cos(\omega t + \theta)$　　（D）$\omega L^2 B$　　（E）$\frac{1}{2}\omega L^2 B$



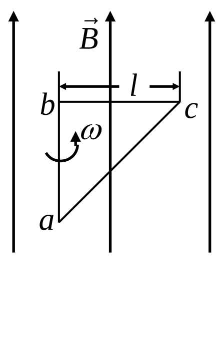
5、如图所示，直角三角形金属框abc放在均匀磁场中，磁场$\vec{B}$平行于ab，bc的长度为l，当金属框架绕ab边以匀角速度ω转动时，abc回路中的感应电动势ε和a、c两点间的电势差$U_a - U_c$为：[　　　]

（A）$\varepsilon = 0$，$U_a - U_c = \frac{1}{2}B\omega l^2$

（B）$\varepsilon = 0$，$U_a - U_c = -\frac{1}{2}B\omega l^2$

（C）$\varepsilon = B\omega l^2$，$U_a - U_c = \frac{1}{2}B\omega l^2$

（D）$\varepsilon = B\omega l^2$，$U_a - U_c = -\frac{1}{2}B\omega l^2$



6、自感为 0.25H 的线圈中，当电流在$(1/16)s$内由 2A 均匀减小到零时，线圈中自感电动势的大小为：[　　　]

（A）7.8×10^{-3} V　　（B）2.0 V　　（C）8.0 V　　（D）3.1×10^{-2} V

7、对于单匝线圈取自感系数的定义式为$L=\Phi_m/I$，当线圈的几何形状、大小及周围磁介质分布不变，且无铁磁性物质时，若线圈中的电流强度变小，则线圈的自感系数L：[　　　]

（A）变大，与电流成反比关系　　　　（B）变小

（C）变大，但与电流不成反比关系　　（D）不变

8、两个相距不太远的平面圆线圈，怎样放置可使其互感系数近似为零？设其中一线圈的轴线恰通过另一线圈的圆心。[　　　]

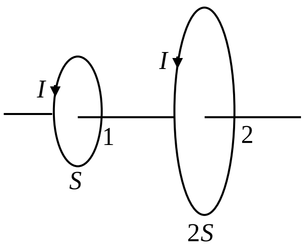
（A）两线圈的轴线互相平行　　（B）两线圈的轴线成45^0角

（C）两线圈的轴线互相垂直　　（D）两线圈的轴线成30^0角

9、面积为S和$2S$的两线圈 1、2 如图放置，通有相同的电流I，线圈 1 的电流所产生的通过线圈 2 的磁通用ϕ_{21}表示，线圈 2 的电流所产生的通过线圈 1 的磁通用ϕ_{12}表示，则ϕ_{21}和ϕ_{12}的大小关系为：[　　　]

（A）$\phi_{21}=2\phi_{12}$　　（B）$\phi_{21}=\frac{1}{2}\phi_{12}$

（C）$\phi_{21}=\phi_{12}$　　（D）$\phi_{21}>\phi_{12}$

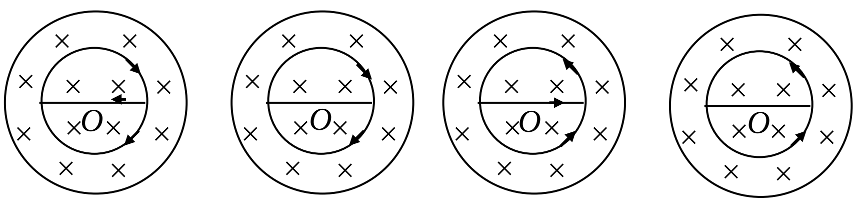


10、用线圈的自感系数L来表示载流线圈磁场能量的公式$W_m=\frac{1}{2}LI^2$ [　　　]

（A）只适用于无限长密绕螺线管　　　　（B）只适用于单匝线圈

（C）只适用于匝数很多，且密绕的螺线管　　（D）适用于自感系数L一定的任意线圈

11、用导线围成如图所示的回路（以O点为圆心的圆，加一直径），放在轴线通过O点垂直于图面的圆柱形均匀磁场中，如磁场方向垂直图面向里，其大小随时间减小，则感应电流的流向为：[　　　]



（A）　　　　（B）　　　　（C）　　　　（D）

12、有两个线圈，线圈 1 对线圈 2 的互感系数为M_{21}，而线圈 2 对线圈 1 的互感系数为M_{12}。若它们分别流过i_1和i_2的变化电流且$\left|\frac{di_1}{dt}\right|>\left|\frac{di_2}{dt}\right|$，并设由$i_2$变化在线圈 1 中产生的互感电动势为$\varepsilon_{12}$，由$i_1$变化在线圈 2 中产生的互感电动势为$\varepsilon_{21}$，下述哪个论断正确：[　　　]

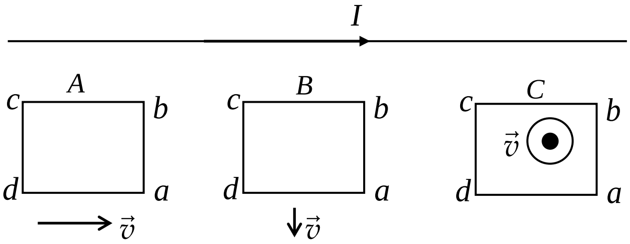
（A）$M_{12}=M_{21}$，$\varepsilon_{21}=\varepsilon_{12}$　　（B）$M_{12}\neq M_{21}$，$\varepsilon_{21}\neq\varepsilon_{12}$

（C）$M_{12}=M_{21}$，$\varepsilon_{21}>\varepsilon_{12}$　　（D）$M_{12}=M_{21}$，$\varepsilon_{21}<\varepsilon_{12}$

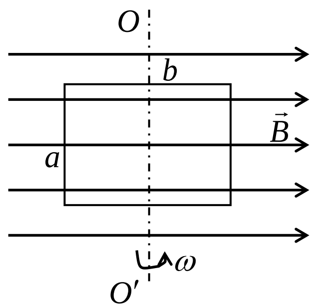
13、在无限长的载流直导线附近放置一矩形闭合线圈，开始时线圈与导线在同一平面内，且线圈中两条边与导线平行，当线圈以相同的速率作如图所示的三种不同方向的平动时，线圈中的感应电流：[　　　]

（A）以情况 A 中为最大　　（B）以情况 B 中为最大

（C）以情况 C 中为最大　　（D）在情况 A 和 B 中相同



14、一矩形线框长为a宽为b，置于均匀磁场中，线框绕OO'轴以匀角速度ω旋转，如图所示，设$t=0$时，线框平面处于纸面内，则任一时刻感应电动势的大小为：[　　　]



（A）$2abB|\cos\omega t|$

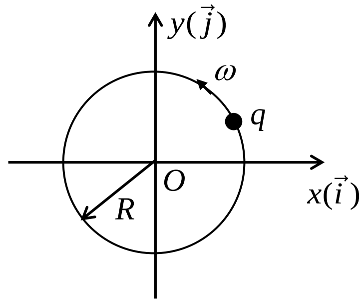
（B）$\omega abB|\cos\omega t|$

（C）$\frac{1}{2}\omega abB|\cos\omega t|$

（D）$\omega abB|\sin\omega t|$

（E）ωabB

15、如图所示，一电量为q的点电荷，以匀角速度ω作圆周运动，圆周的半径为R，设$t=0$时q所在点的坐标为$x_0=R$，$y_0=0$，以$\vec{i}$、$\vec{j}$分别表示x轴和y轴上的单位矢量，则圆心处O点的位移电流密度为：[　　　]

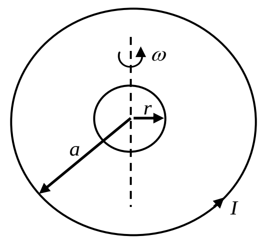


（A）$\frac{q\omega}{4\pi R^2}\sin\omega t\vec{i}$　　（B）$\frac{q\omega}{4\pi R^2}\cos\omega t\vec{j}$

（C）$\frac{q\omega}{4\pi R^2}\vec{k}$　　（D）$\frac{q\omega}{4\pi R^2}(\sin\omega t\vec{i}-\cos\omega t\vec{j})$

二、**填空题**：

1、如图所示，一半径为r的很小的金属圆环，在初始时刻与一半径为$a(a>>r)$的大金属圆环共面且同心。在大圆环中通以恒定的电流I，方向如图。如果小圆环以匀角速度ω绕其任一方向的直径转动，并设小圆环的电阻为R，则任一时刻t通过小圆环的磁通量



$\varphi_m=$________________________，

小圆环中的感应电流$i=$________________________。

2、一段直导线在垂直于均匀磁场的平面内运动。已知导线绕其一端以角速度ω转动时的电动势与导线以垂直于导线方向的速度v作平动时的电动势相同，那么，导线的长度为________________。

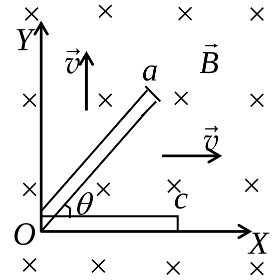
3、把一个面积为S，总电阻为R的圆形金属环平放在水平面上，磁感应强度为B的匀强磁场竖直向下，当把环翻转$180°$的过程中，流过环某一横截面的电量为__________________。

4、一自感线圈中，电流强度在$0.002s$内均匀地由$10A$增加到$12A$，此过程中线圈内自感电动势为$400V$，则线圈的自感系数为$L=$____________。

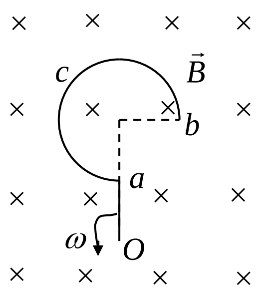
5、无限长密绕螺线管通以电流I，内部充满各向同性均匀磁介质，磁导率为μ，管上单位长度绕有n匝导线，则管内部的磁场强度为：_______，管内部的磁感强度为：_________，内部的磁能密度为：___________。

6、有两个长度相同、匝数相同、截面积不同的长直螺线管，通以相同大小的电流。现将小螺线管完全放入大螺线管里（两者轴线重合），且使两者产生的磁场方向一致，则小螺线管的磁能密度是原来的__________倍；若使两螺线管产生的磁场方向相反，则小螺线管内的磁能密度为____________（忽略边缘效应）。

7、如图所示，aoc为一折成$\angle$形的金属导线$ao=oc=L$，位于 XY 平面中；磁场感应强度为$\vec{B}$的匀强磁场垂直于 XY 平面，当aoc以速度$\vec{v}$沿 X 轴正向运动时，导线上a、c两点间电势差$U_{ac}=$__________________；当aoc以速度$\vec{v}$沿 Y 轴正向运动时，a、c两点中是_____点电势高。

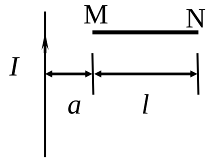


8、一导线被弯成如图形状，acb为半径为R的四分之三圆弧，直线段Oa长为R。若此导线放在匀强磁场$\vec{B}$中，$\vec{B}$的方向垂直图面向内，导线以角速度ω在图面内绕O点匀速转动，则此导线中的动生电动势为



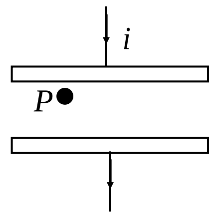
$\varepsilon_i =$______________，电势最高的点是______________。

9、 如图所示，一段长度为l的直导线MN，水平放置在载有电流I的竖直长导线旁与竖直导线共面，直导线MN由静止自由下落，t秒末导线两端的电势差$U_M - U_N =$______________。



10、平行板电容器的电容C为$20.0\mu F$，两板上的电压变化率为$dU/dt = 1.50\times10^5$ V/s，则该平行板电容器中的位移电流为____________ 。

11、如图所示，圆形平行板电容器，从$q=0$开始充电，试画出充电过程中，极板间某点P处电场强度的方向和磁场强度的方向。



12、在没有自由电荷与传导电流的变化电磁场中：

$$\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\text{；}\quad \oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\text{。}$$

13、反映电磁场基本性质和规律的积分形式的麦克斯韦方程组为

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum_{i=1}^{n} q_i \qquad ① \qquad\qquad \oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = -d\Phi_m/dt \qquad ②$$

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0 \qquad ③ \qquad\qquad \oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \sum_{i=1}^{n} I_i + d\Phi_e/dt \quad ④$$

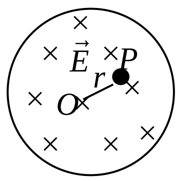
试判断下列结论是包含于或等效于哪一个麦克斯韦方程式的，将你确定的方程式用代号填在相应结论后的空白处。

（1）变化的磁场一定伴随有电场：_______。（2）磁感应线是无头无尾的：_______。

（3）电荷总伴随有电场：________。

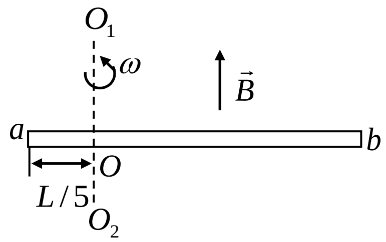
14、充了电的由半径为r的两块圆板组成的平行板电容器，在放电时两板间的电场强度的大小为$E = E_0 e^{-t/RC}$，式中E_0、R、C均匀为常数，则两板间的位移电流的大小为___________________，其方向与电场方向________________。

15、如图所示，一圆柱体横截面，圆柱体内有一均匀电场$\vec{E}$，其方向垂直纸面向内，$\vec{E}$ 的大小随时间t线性增加，P为柱体内与轴线相距为r的一点，则：（1）P点的位移电流密度的方向为_______；（2）P点的感生磁场的方向为_____________。

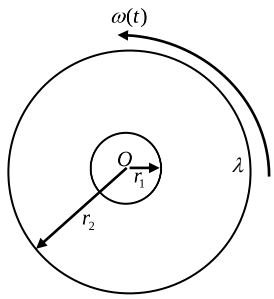


三、**计算题**：

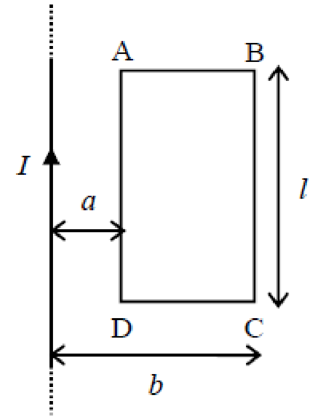
1、如图所示，一根长为L的金属细杆ab绕竖直轴O_1O_2以角速度ω在水平面内旋转，O_1O_2在离细杆a端$L/5$处。若已知地磁场在竖直方向的分量为B，求ab两端的电势差$U_a - U_b$。



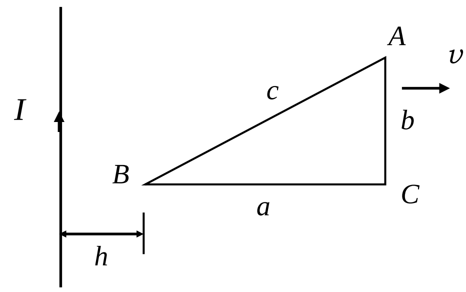
2、如图所示，一半径为r_2，电荷线密度为λ的均匀带电圆环，里边有一半径为r_1，总电阻为R的导体环。两环共面同心（$r_2 >> r_1$），当大环以变角速度$\omega = \omega(t)$绕垂直于环面的中心轴旋转时，求小环中的感应电流。其方向如何？



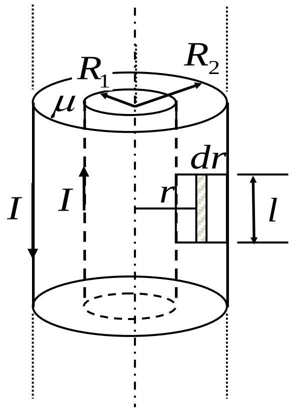
3、如图所示，一长直导线载有交流电流$I = I_0 \sin \omega t$，旁边有一矩形线圈*ABCD*，长为*l*，宽为*b*-*a*，线圈和导线在同一平面内，长边与导线平行，求：(1) 穿过回路*ABCD* 的磁通量 Φ ；（2）回路*ABCD*中的感应电动势ε_i。



4、无限长载流直导线通以电流I，有一与之共面的直角三角形线圈 *ABC*，已知 *AC* 边长为 *b*，且与长直导线平行，*BC* 边长为 *a* ，若线圈以垂直于导线方向的速度 *υ* 向右平移，当 *B* 点与长直导线的距离为 *h* 时，求线圈 *ABC* 内的感应电动势的大小和方向。



5、如图所示，同轴电缆为两同轴导体圆柱面，半径分别为R_1和R_2，两圆柱面间介质磁导率为μ，当电缆中均匀通有等值反向电流I时，求（1）长为l的一段电缆内的磁场能量；（2）单位长度的自感。



6、给电容为C的平板电容器充电，充电电流$i = 0.2e^{-t}\,(\mathrm{SI})$，$t = 0$时电容器极板上无电荷，求：（1）电容器极板间电压$U$随时间变化的关系；

（2）t时刻极板间的位移电流i_d（忽略边缘效应）。

第九章 电磁感应（习题参考答案）

一、选择题：

1.C 2.A 3.A 4.E 5.B 6.C 7.D 8.C 9.C 10.D 11.B 12.C

13.B 14.B 15.D

二、填空题：

1. $\dfrac{\mu_0 I}{2a}\pi r^2\cos\omega t$，$-\dfrac{\mu_0 I\omega}{2aR}\pi r^2\sin\omega t$

2. $\dfrac{2v}{\omega}$

3. $\dfrac{2BS}{R}$

4. 0.4H

5. nI， μnI， $\dfrac{\mu n^2 I^2}{2}$

6. 4，0

7. $BvL\sin\theta$， a 点电势高

8. $\dfrac{5B\omega R^2}{2}$，O

9. $-\dfrac{\mu_0 Igt}{2\pi}\ln\dfrac{a+l}{a}$

10. 3A

11. 电场方向向下，磁场方向向里

12. $\int_s \dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$，$-\int_s \dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$

13. ②③①

14. $\pi r^2\dfrac{\varepsilon E_0}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}$，相反

15. 向内， 纸面内垂直半径向下

三、计算题：

1、解：取 $d\vec{r}$ 的方向为 b 指向 a，O 为坐标原点，则

$$U_a - U_b = \int_{-\frac{L}{5}}^{0} \left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot d\vec{r} + \int_{0}^{\frac{4L}{5}} \left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot d\vec{r}$$

$$= \int_{-\frac{L}{5}}^{0} \omega Br dr - \int_{0}^{\frac{4L}{5}} \omega Br dr$$

$$= \frac{1}{50} B\omega L^2 - \frac{16}{50} B\omega L^2$$

$$= -\frac{15}{50} B\omega L^2$$

2、解：大圆环内的等效电流 $I = r_2 \lambda\omega(t)$　　圆心处的 $B = \frac{\mu_0 I}{2r_2} = \frac{\mu_0}{2}\lambda\omega(t)$，

由于 $r_2 >> r_1$，所以小圆环内的磁场可看作均匀，

$$\Phi_m = \vec{B}\cdot\vec{S} = \frac{\mu_0}{2}\lambda\omega(t)\cdot\pi r_1^2 \text{，} \quad \varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{1}{2}\mu_0\lambda\pi r_1^2 \frac{d\omega(t)}{dt}\text{，}$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = -\frac{1}{2R}\mu_0\lambda\pi r_1^2 \frac{d\omega(t)}{dt}\text{，}$$

若 $\frac{d\omega(t)}{dt} > 0$，　顺时针方向；

若 $\frac{d\omega(t)}{dt} < 0$，　逆时针方向

3、解：长直载流直导线周围的磁感强度为：$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$，

t 时刻通过面积元的磁通量为：　$d\Phi = Bds = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} l dr$，

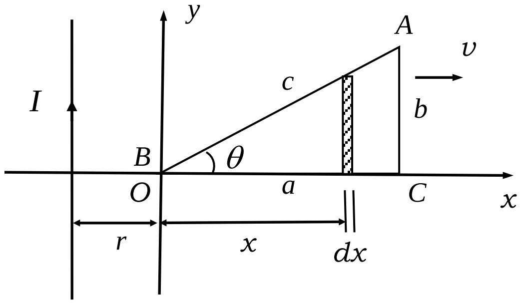
通过线框的磁通量为：$\Phi = \int_a^b Bds = \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi r} l dr = \frac{\mu_0 I l}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$，

线框中的感应电动势为：$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu_0 l}{2\pi}(\ln\frac{b}{a})\frac{dI}{dt} = -\frac{\mu_0 l I_0 \omega}{2\pi}(\ln\frac{b}{a})\cos\omega t$。

4、解：解法一：当 B 点距离直导线为 r 时，建立坐标系如图。回路绕行正方向 $ACBA$。

x 位置处取面元 $dS = ydx = (x\tan\theta)dx$，$(\tan\theta = \dfrac{b}{a})$，通过面元 dS 的磁通量

$$d\Phi_m = BdS = \frac{\mu_0 I}{2\pi(r+x)}\cdot(x\tan\theta)dx$$



通过面 ABC 的磁通量

$$\Phi_m = \int_S d\Phi_m = \frac{\mu_0 I}{2\pi}(\tan\theta)\int_0^a \frac{x}{r+x}dx$$
$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi}(\tan\theta)(a - r\ln\frac{a+r}{r})$$
$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi}(b - r\frac{b}{a}\ln\frac{a+r}{r})$$

当 ABC 以速度 v 运动时：$v = \dfrac{dr}{dt}$

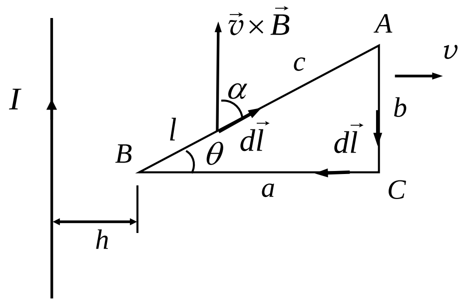
$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t} = \frac{\mu_0 Ib}{2\pi a}(\ln\frac{a+r}{r} - \frac{a}{a+r})\cdot\frac{dr}{dt},$$

当 $r = h$ 时，$\varepsilon = \dfrac{\mu_0 Ib}{2\pi a}\left(\ln\dfrac{a+h}{h} - \dfrac{a}{a+h}\right)v$

方向：$ACBA$（即顺时针方向）

解法二：根据 $\varepsilon = \int_l (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$ 计算。

$$\varepsilon_{BA} = \int_B^A (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} = \int_B^A Bv\cos\alpha dl$$
$$= \int_0^c \frac{\mu_0 Iv\sin\theta}{2\pi(h+l\cos\theta)}dl$$
$$= \frac{\mu_0 Iv\sin\theta}{2\pi\cos\theta}\int_0^c \frac{d(h+l\cos\theta)}{h+l\cos\theta}$$
$$= \frac{\mu_0 Iv}{2\pi}(\tan\theta)\ln(\frac{h+c\cos\theta}{h})$$
$$= \frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\frac{b}{a}\ln(\frac{h+a}{h})$$



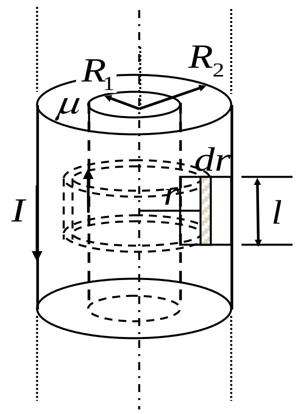
$$\varepsilon_{AC} = \int_A^C (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} = \int_0^b -Bvdl$$
$$= -\int_0^b \frac{\mu_0 Iv}{2\pi(a+h)}dl = -\frac{\mu_0 Iv}{2\pi(a+h)}b$$

$$\varepsilon_{CB} = \int_C^B (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} = 0$$

所以：$\varepsilon = \varepsilon_{BA} + \varepsilon_{AC} + \varepsilon_{CB} = \dfrac{\mu_0 Ivb}{2\pi a}(\ln\dfrac{a+h}{h} - \dfrac{a}{a+h})$

方向：$ACBA$（即顺时针方向）

5、解：磁场只分布在两圆柱面间 $B=\dfrac{\mu I}{2\pi r}(R_1<r<R_2)$



磁能密度 $w_m=\dfrac{1}{2}\dfrac{B^2}{\mu}=\dfrac{\mu I^2}{8\pi^2 r^2}$

（1）取如图虚线所示体积元 $dV=2\pi rldr$，

l 的一段电缆内的磁场能量

$$W_m=\int_V w_m dV=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mu I^2}{8\pi^2 r^2}\cdot 2\pi rldr$$

$$=\frac{\mu I^2 l}{4\pi}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r}=\frac{\mu I^2 l}{4\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

（2）$\because W_m=\dfrac{1}{2}LI^2 \qquad \therefore L_l=\dfrac{2W_m}{I^2}=\dfrac{\mu l}{2\pi}\ln\dfrac{R_2}{R_1}$

单位长度的自感为 $L=\dfrac{L_l}{l}=\dfrac{\mu}{2\pi}\ln\dfrac{R_2}{R_1}$

或：通过长为 l 的小面元 $dS=ldr$ 的磁通 $d\Phi=BdS=\dfrac{\mu I}{2\pi r}ldr$

通过长为 l 的整个截面的磁通量 $\Phi=\int_S d\Phi=\int_{R_1}^{R_2}\dfrac{\mu Il}{2\pi}\dfrac{dr}{r}=\dfrac{\mu Il}{2\pi}\ln\dfrac{R_2}{R_1}$

l 长度上的自感 $L_l=\dfrac{\Phi}{I}=\dfrac{\mu l}{2\pi}\ln\dfrac{R_2}{R_1}$

单位长度的自感 $L=\dfrac{L_l}{l}=\dfrac{\mu}{2\pi}\ln\dfrac{R_2}{R_1}$

6、解：（1）$U=\dfrac{q}{C}=\dfrac{1}{C}\int_0^t idt=\dfrac{0.2}{C}\left(1-e^{-t}\right)$

（2）$i_D=i=0.2e^{-t}$