学院______ 专业______ 班级______ 学号______ 姓名______

密 封 线 内 不 得 答 题

昆明理工大学 2004 级《线性代数》A 试卷

(B 卷)

一	二	三	四	五	六	总分

一．填空题（每题 3 分，共 30 分）

(1) 已知三阶方阵 A, 且 $|A| = 2$，则 $|-A|$=__________。

(2) 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$，则当 $a \neq$__________时，A 可为逆矩阵。

(3) 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix}$，则 A 的秩 $R(A) =$__________ 。

(4) $(E + A)^{-1} + (E + A)^{-1} A =$______（$E$ 为与 A 同阶的单位方阵）

(5) 向量组 $\vec{\alpha}_1 = (1, \quad 2, \quad 3)^T$，$\vec{\alpha}_2 = (3, \quad 2, \quad 1)^T$，

$\vec{\alpha}_3 = (1, \quad 3, \quad 1)^T$ 是线性_____关的。

(6) 如果线性方程组 $\begin{cases} ax_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + ax_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + ax_3 = 0 \end{cases}$ 有非零解, 那么

a= _________ .

(7) 设 $A = (2, \quad 1, \quad 3, \quad 2), B = (1, \quad 2, \quad -2 \quad 1)^T$，则

$AB =$ ________,

(8) 当 $a =$________时，$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 1 & a & 1 \end{pmatrix}$ 为对称矩阵。

(9) 设四阶方阵 A 有一个特征值为 λ，则矩阵 $2A^2 + 3A + E$ 必有一个特征值为__________________。

(10) 设三阶方阵 A 的特征值为 $1, 2, 3$，则 $|A| =$________ 。

二． (8 分)计算行列工

$$D = \begin{vmatrix} 1 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ 1 & a_1 + b_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ 1 & a_1 & a_2 + b_2 & a_3 & a_4 \\ 1 & a_1 & a_2 & a_3 + b_3 & a_4 \\ 1 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 + b_4 \end{vmatrix}$$

三．(12 分)解矩阵方程：$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & -5 & 2 \\ -2 & 5 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$。

四． (18 分) 解非齐次线性方程组：

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 3 \\ 3x_1 + 8x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - 9x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 7 \end{cases}$$

五．(12 分)已知向量组

$$\vec{\alpha}_1=(1,\quad 3,\quad 2,\quad 4,)^T,\ \vec{\alpha}_2=(0,\quad 1,\quad 5,\quad 1,)^T,$$

$$\vec{\alpha}_3=(2,\quad 0,\quad -1,\quad 2,)^T,\ \vec{\alpha}_4=(-1,\quad -1,\quad 0,\quad -2,)^T;$$

(1)求向量组的秩；（2）判别向量组的线性相关性；（3）求向量组的一个最大无关组。

六．(20 分)　已知二次型 $f=2x_1^2+3x_2^2+3x_3^2+4x_2x_3$

(1)求二次型 f 的矩阵 A；(2)求 A 的特征值和特征向量；（3）求一个正交变换，使化二次型 f 成标准形；(4)试问 f 是否是正定二次型。