Logische Grundlagen der Quantenphysik

Thomas Käfer

Februar 2025, aktualisiert März 2025

1 Vorwort

Dieser Text befasst sich mit den streng logischen Grundlagen der Quantenphysik.

Streng - bedeutet, dass er hauptsächlich nach dem Buch von Walther Brüning mit dem Titel Grundlagen der Strengen Logik folgt und damit Paradoxien und Antinomien ausgeschlossen sein sollen.

Das Buch bildet die Grundlage und daher ergibt es sich, dass dieser Text lediglich eine umfassendere Darstellung der Theorie ist, die bei einer konsequenten Weiterführung in den *Grundlagen der Quantenphysik* mündet.

Die Axiome der Quantenphysik fallen in drei Begriffe: Eine physikalische Welt, deren mathematisch beschreibbare Zeitentwicklung in eine neue physikalische Welt übergeht. Hier soll es zunächst nur um drei Sachverhalte handeln.

Es wird sich ergeben, dass 61 *Elementarteilchen* eine Beschreibung der Realität zulassen. Diese Beschreibung ist aber nicht die letzte Wahrheit, sondern soll nur einen Beitrag leisten, sich mit den Grundlagen auseinanderzusetzen, um sich in Zukunft von einem festen Ausgangspunkt weiterentwickeln zu können.

2 Einführung - Abriss der Strengen Logik

2.1 Allgemeines zur Strengen Logik

Die Strenge Logik wurde von Walther Brüning 1996 in seinem Buch Grundlagen der Strengen Logik begründet. Dem Vorwort ist zu entnehmen, wie sie aufzufassen ist. Sie benötigt für ihren Aufbau lediglich das Prinzip der Identität und das Prinzip der Limitation, sowie die Bejahung (A) und die Verneinung (N).

Das *Prinzip der Identität* formuliert er (positiv) so: 'Jedes in der Logik Festgesetzte ist mit sich selbst und nur mit sich selbst identisch.'

Das Prinzip der Limitation formuliert er (positiv) so: 'Jedes Festgesetzte ist

- 1. von den anderen
- 2. aber auch nur von den anderen

limitativ unterschieden.'

Für eine genauere Erläuterung der Prinzipien, siehe das Buch (Seite 58f).

'Verletzt eine Logik die Prinzipien, so heißt sie transgressiv.' (Seite 50).

'Beim Rückgang zum Anfang des logischen Denkens' geht Brüning von der dyadischen Stufe (zwei Sachverhalte betreffend) zur henadischen Stufe (einen Sachverhalt betreffend) zurück. Hier soll zunächst die henadische Stufe erklärt werden (Seite 52f):

Henadisch bedeutet genau ein Sachverhalt wird betrachtet. Durch die logischen Prinzipien wird ein Grundbereich aufgespalten in zwei Teilbereiche (für eine genauere Erläuterung, siehe das Buch). Es entsteht ein Sachverhaltsbereich (Bereichsbezeichnung: B) und ein Komplement von B (Bereichsbezeichnung: $\sim B$). Aufgrund der logischen Prinzipien können diese Teilbereiche kombinatorisch vier Möglichkeiten annehmen:

| | B | $\sim B$ |
|---|---|----------|
| 1 | A | A |
| 2 | N | N |
| 3 | A | N |
| 4 | N | A |

Tabelle 1: Henadische Stufe

Dies sind jeweils synthetische Festsetzungen. Zu beachten ist, dass es formallogisch keinen Vorrang affirmativer vor negativer Geltung gibt.

'Die vier vollständigen henadischen Formeln stehen miteinander im Widerspruch. An mindestens einer Stelle treffen je zwei Formeln A und N aufeinander:

Lässt man unvollständige Formeln zu (Au, uA, Nu, uN), so kann man hier schon eine Vorform logischer Ableitung aufzeigen. Logische Ableitung im strengen Sinn heißt ja, aus einer vorgegebenen Information einen Teil herauslösen.

Z. B. ist AN vorgegeben, so folgt daraus logisch Au:

$$AN \to Au$$

 $[\ldots]$.

Analog kann man bei weiteren Formeln vorgehen. Das sind Beispiele für $unmittelbare\ Schlüsse.$ Weiters:

'Aus der Annahme

Es gibt keine Nicht-Menschen (uN)

folgt nicht:

Es qibt Menschen (Au)

[...].

Nun kann man die Festsetzung der ersten Teilung des Grundbereichs (die zur henadischen Stufe führte) erweitern.

'Bei einer ersten Erweiterung werden vier Affirmationen bzw. Negationen gleichzeitig verwendet. Dadurch wird der Grundbereich noch einmal geteilt und entsprechend ein neuer Sachverhalt samt Komplement $(C, \sim C)$ eingeführt. Es ergibt sich die dyadische Stufe.

Zwischen der ersten Sachverhaltsebene $(B, \sim B)$ und der zweiten $(C, \sim C)$ bestehen vier Überschneidungsmöglichkeiten (die ihren Ausdruck in den entsprechenden Geltungswertstellen finden) [...].

Analog zur monadischen Stufe ergeben sich 16 mögliche vollständige Sachverhaltsverbindungen:

| | В | $\sim B$ | В | $\sim B$ | |
|------------------|---|----------|----------|----------|-----------------------|
| | C | C | $\sim C$ | $\sim C$ | |
| $B \cup C$ | A | A | A | A | Universalpräsenz |
| $B \sqcup C$ | A | A | A | N | Adjunktion |
| $B \subset C$ | A | N | A | A | Rejunktion |
| $B \sqsubset C$ | A | N | A | N | Präjunktion |
| $B\supset C$ | A | A | N | A | Subjunktion |
| $B \sqsupset C$ | A | A | N | N | Postjunktion |
| $B \cap C$ | A | N | N | A | Äquijunktion |
| $B\sqcap C$ | A | N | N | N | Konjunktion |
| $B\sqcap' C$ | N | A | A | A | Disjunktion |
| $B \cap' C$ | N | A | A | N | Kontrajunktion |
| $B \sqsupset' C$ | N | N | A | A | Negative Postjunktion |
| $B\supset' C$ | N | N | A | N | Negative Subjunktion |
| $B \sqsubset' C$ | N | A | N | N | Negative Präjunktion |
| $B \subset C$ | N | A | N | N | Negative Rejunktion |
| $B \sqcup' C$ | N | N | N | A | Abjunktion |
| $B \cup' C$ | N | N | N | N | Universalabsenz |

Tabelle 2: Vollständige Verbindungen zwischen zwei Sachverhalten

'Analoge Erweiterungen können dann beliebig angefügt werden
[.] $[\dots]$

Es ist bei all dem Gesagten darauf zu achten, daß es sich hier im Bereich der Reinen Logik immer um Sachverhalte allgemeiner Natur handelt. Individuelle Sachverhalte werden erst in der Angewandten Logik berücksichtigt.'

Es kann zwischen Stufen oder innerhalb von Stufen geschlossen werden. Zum Schließen auf derselben Stufe ist Folgendes zu sagen (siehe das Buch, Seite 21ff): Der Übergang zu mittelbaren Schlüssen erfordert die Einführung eines dritten Begriffs. Dazu: 'Die Geltungswertformeln sind entsprechend zu verlängern[.]' Es entstehen Gleichstellen die im Weiteren mit Kleinbuchstaben belegt werden. Weiters (siehe das Buch, Seite 23): 'Wie für das unmittelbare Schließen gilt auch für das mittelbare:

Eine logische Folgerung im strengen Sinne ist das Herauslösen eines Teilaspekts (Konklusion) aus einer vorgegebenen Information (Prämissen). Was dazu gebraucht wird, ist nur die Vorgabe der Information und das Prinzip der Identität.'

Der Schluss soll aus einer vorgegebenen Information den Teil herauslösen, der für die Konklusion relevant ist. Weiters dazu: 'Dabei werden die Gleichstellen der erwarteten Konklusion [...] im Hinblick auf mögliche Information aus den Prämissen durchgesehen, und so wird schrittweise die Formel der Konklusion aufgebaut[.]'

'Das [...] Schlußverfahren kann auf die folgenden beiden Regeln zurückgeführt werden:

- 1. Ist von zwei a-Gleichstellen der Prämissen eine blockiert (durch ein n der anderen Prämisse), so muß das a der anderen Gleichstelle in die Konklusion eingehen (Die entsprechenden Gleichstellen der Konklusion sind also a).
- 2. Sind zwei Gleichstellen der Konklusion von den Prämissen her durch mindestens ein n blockiert, so müssen sie auch in der Konklusion beide n sein.

Die leitende Grundfrage bei dem Verfahren ist einfach: Welche Information der Prämissen ist für die Konklusion relevant.' (siehe das Buch, Seite 26f)

Wenn beide Regeln gleichzeitig (bei bestimmten Gleichstellen der Konklusion) angewandt werden müssten, ständen die Prämissen im Widerspruch zueinander (siehe dazu das Buch, Seite 88).

2.2 Ganzformeln

Auf Seite 91 führt Brüning dazu aus: 'Statt direkt aus zwei Prämissen auf die Konklusion zu schließen, kann die Information der Prämissen auch erst in einer Ganzformel zusammengefaßt werden. Für das Schließen kann dann diese Ganzformel zum Ausgang genommen werden. z.B.'

| | B | $\sim B$ |
|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | C | C | $\sim C$ | $\sim C$ | C | C | $\sim C$ | $\sim C$ |
| | D | D | D | D | $\sim D$ | $\sim D$ | $\sim D$ | $\sim D$ |
| $C\supset D$ | a | a | a | <u>a</u> | n | n | a | <u>a</u> |
| $B\supset C$ | <u>a</u> | <u>a</u> | n | a | a | a | n | a |

Weiters heißt es dort: 'Als Regel für den Aufbau von Ganzformeln aus Teilformeln ergibt sich damit: Alle n der Teilformeln gehen in die Ganzformel ein. Von den a der Teilformeln werden allein die übernommen, welche sich nur an einer Gleichstelle durchsetzen können.

Die entsprechende Ganzformel ist also:

Er schreibt weiter, dass manchmal ein Aufbau aus Teilformeln zu unbestimmten Stellen in den Ganzformeln führen kann. Dabei liegt in den Ganzformeln eine zusätzliche Information vor, die nicht aus der dyadischen Ebene stammt, sondern rein triadischen Ursprungs ist.

Bei einer vierten unbestimmten Stelle, schreibt man die Zeichenformel z. B. so:

$$B\sqcap' C,C\cup D,B\supset D,4N$$

3 Vollständige Analyse

3.1 Einführung

Die drei Dimensionen des Raumes sollten den Möglichkeitsraum dreier eindeutig bestimmten Sachverhaltsverbindungen der Strengen Logik wiederspiegeln.

3.2 Mittelbares Schließen - Vollständige Analyse der dyadisch verlängerten Stufe mit zwei gegebenen vollständigen Teilformeln

Zunächst ein Beispiel. Die zwei Ableitungsregeln aus der Einführung kommen zur Geltung und die resultierende Konklusion wird Schritt für Schritt nach relevanten Informationen untersucht. Die unterstrichenen Informationen gehen in die Konklusion ein. (In diesem Beispiel stehen die Prämissen nicht in Widerspruch zueinander):

| | B | $\sim B$ | B | $\sim B$ | B | $\sim B$ | B | $\sim B$ |
|--------------|----------|----------|----------|----------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| | C | C | $\sim C$ | $\sim C$ | C | C | $\sim C$ | $\sim C$ |
| | D | D | D | D | $\sim D$ | $\sim D$ | $\sim D$ | $\sim D$ |
| $B\supset C$ | <u>a</u> | <u>a</u> | n | a | a | a | \underline{n} | a |
| $C\supset D$ | a | a | a | <u>a</u> | \underline{n} | n | a | <u>a</u> |
| $B\supset D$ | a | a | a | a | n | a | n | a |

Nun ist es möglich alle dyadischen vollständigen Formeln auf eine mögliche Konklusion (eine dritte dyadisch verlängerte Formel) zu untersuchen.

Es ergeben sich dabei vier Gruppen von Zusammenhängen:

- 1. Die Prämissen können in einem Widerspruch zueinander stehen (An mindestens einer Stelle kann eine a-Information aus einer der Prämissen ihre Information nicht weitergeben, weil sie durch ein n der anderen Prämisse blockiert wird.)
- 2. Die Konklusion enthält keine relevanten Informationen (Sie enthalten nur unbestimmte Stellen).
- 3. Die Konklusion enthält a-Stellen und mindestens eine unbestimmte Stelle (Sie enthält i-, o-, $\tilde{\text{o}}$ bzw. $\ddot{\text{i}}$ -Aspekte.)
 - 4. Die Konklusion ist eine vollständige dyadische Formel.
- Ad 1: In folgender Tabelle wird in die Zelle des untersuchten Prämissenpaares bei einem Widerspruch nur die Anzahl widersprüchlicher Stellen geschrieben.
 - Ad 2: Abkürzend wird für "leere" Konklusionen ü"geschrieben.
 - Ad 3: Folgende Teilaspekte können resultieren. Auch Kombinationen sind möglich:

| | B | $\sim B$ | B | $\sim B$ |
|-------------------|---|----------|----------|----------|
| | D | D | $\sim D$ | $\sim D$ |
| BiD | A | u | u | u |
| BoD | u | u | A | u |
| $B\tilde{o}D$ | u | A | u | u |
| $B\ddot{\imath}D$ | u | u | u | A |

Tabelle 3: Teilaspekte geschrieben als Geltungswertformeln

Es ergeben sich bei 16 dyadischen vollständigen Formeln 256 unterschiedliche Prämissenpaare. Als Normalform wird festgelegt:

$$\frac{B \bullet C}{C \bullet D}$$
$$\frac{B \bullet D}{B \bullet D}$$

| | | | | | | | | | B | C | | | | | | | |
|--|-------------------------|------|-----------|-----------|----|------------|------|-----------|------|-----------|-----------|------------|------|------------|------|------------|---------|
| $ \begin{array}{c} B \bullet C \\ \underline{C \bullet D} \\ B \bullet D \end{array} $ | | U | Ш | C | |) | | n | П | ⊓′ | ∩′ | □′ | ⊃′ | ⊏′ | ⊂′ | ⊔′ | ∪′ |
| | U | u | io | io | | õï | 4 | U | 4 | õï | U | 4 | 4 | | 4 | 4 | 8 |
| | Ш | iõ | i | Ш | | õ | 2 | Ш | 2 | \supset | \supset | 4 | 4 | ⊏′ | 2 | 4 | 6 |
| | \supset | iõ | Ш | i | | \cap | 4 | \supset | 4 | õ | Ш | 2 | 2 | ⊏′ | 4 | 2 | 6 |
| | | | | | П | | 2 | | 2 | | | 2 | 2 | \subset' | 2 | 2 | 4 |
| | | oï | 0 | \subset | | \ddot{i} | 2 | \subset | 2 | □′ | □′ | 4 | 4 | \Box' | 2 | 4 | 6 |
| | | 4 | 2 | 4 | 2 | 2 | u | 2 | | 4 | 2 | 8 | 6 | 2 | □′ | 6 | 4 |
| | \cap | U | Ш | \subset | | \supset | 2 | \cap | 2 | □′ | ∩′ | 2 | 2 | ⊏′ | 2 | 2 | 4 |
| $C \bullet D$ | П | 4 | 2 | 4 | 2 | 2 | | 2 | П | 4 | 2 | 6 | 4 | 2 | _ C′ | 4 | 2 |
| | □′ | oï | \subset | 0 | | □′ | 4 | □′ | 4 | ï | \subset | 2 | 2 | ∟⊏′ | 4 | 2 | 6 |
| | \cap' | U | \subset | Ш | | _ □′ | 2 | ∩′ | 2 | \supset | \cap | 2 | 2 | ∟ ⊏′ | 2 | 2 | 4 |
| | □ □ ′ | 4 | 4 | 2 | 2 | 4 | 8 | 2 | 6 | 2 | 2 | u | | 2 | 6 | ∟ ′ | 4 |
| | ⊂′ | 4 | 4 | 2 | 2 | 4 | 6 | 2 | 4 | 2 | 2 | | П | 2 | 4 | \subset' | 2 |
| | □" | _ ⊐′ | □′ | □′ | ⊃′ | ′_ | 2 | □" | 2 | _⊐′_ | □′ | 2 | 2 | _ ⊔′ | 2 | 2 | 4 |
| | ⊃′ | 4 | 2 | 4 | 2 | 2 | _⊐′_ | 2 | _⊃′_ | 4 | 2 | 6 | 4 | 2 | _ ⊔′ | 4 | 2 |
| | ⊔′ | 4 | 4 | 2 | 2 | 4 | 6 | 2 | 4 | 2 | 2 | <u></u> □′ | _⊃′_ | 2 | 4 | ∟⊔′ | 2 |
| | $\mid \; \cup' \; \mid$ | 8 | 6 | 6 | 4 | 6 | 4 | 4 | 2 | 6 | 4 | 4 | 2 | 4 | 2 | 2 | \cup' |

Tabelle 4: Vollständige Analyse der 256 möglichen Prämissenpaare auf dyadisch verlängerter Stufe

3.3 Ganzformeln - Vollständige Analyse der dyadisch verlängerten Stufe mit drei gegebenen vollständigen Teilformeln

Betrachten wir noch einmal das Beispiel zu den Ganzformeln aus der Einführung. Wie wir im vorherigen Abschnitt gesehen haben, ergibt sich aus $B \supset C$ und $C \supset D$, $B \supset D$:

$$B \supset C$$

$$C \supset D$$

$$B \supset D$$

Das heißt, dass bei der Zusammenfassung aller drei verlängerten Teilformeln, die Teilformel $B \supset D$ redundant, also ohne zusätzliche Information, ist. Das ist auch im folgenden zu sehen:

| | B | $\sim B$ |
|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | C | C | $\sim C$ | $\sim C$ | C | C | $\sim C$ | $\sim C$ |
| | D | D | D | D | $\sim D$ | $\sim D$ | $\sim D$ | $\sim D$ |
| $B\supset C$ | <u>a</u> | <u>a</u> | n | a | a | a | n | a |
| $C\supset D$ | a | a | a | <u>a</u> | n | n | a | <u>a</u> |
| $B\supset D$ | <u>a</u> | a | a | a | n | a | n | <u>a</u> |
| Ganz formel | A | A | N | A | N | N | N | A |

Es ergibt sich also die gleiche Ganzformel.

Welche Formeln auf triadischer Stufe, sind von der dyadisch verlängerten Stufe ableitbar? Dies zeigt folgende Analyse.

Wenn man alle möglichen Kombinationen der Prämissentripletts (4.096) auf mögliche Ganzformeln untersucht, ergeben sich zunächst 233 - bei Streichung der doppelt gezählten Formeln (12 Formeln) - 221 Ganzformeln, von denen aber manchmal nicht alle Stellen der jeweiligen Ganzformel eindeutig bestimmt sind (Es kommen also auf triadischer Stufe neue Informationen dazu).

Folgende Tabelle fasst die Ergebnisse zusammen. Dabei werden allen möglichen Kombinationen einer Liste von triadischen vollständigen Formeln jeweilige Ganzformeln aus der dyadisch verlängerten Stufe zugeordnet.

Vollständige Ganzformeln, die sich schon aus den ersten beiden Sachverhaltsverbindungen $(B \bullet C, C \bullet D)$ ergeben, sind mit einem x markiert. Ganzformeln, deren ersten beiden Teilformeln nur eine Teilformel aus unbestimmten Geltungswertstellen ergeben, sind mit einem u markiert und Ganzformeln, bei denen die ersten beiden Teilformeln Teilsapekte ergeben, sind abgekürzt mit dem jeweiligen Teilsaspekt oder den jeweiligen Teilaspekten markiert.

Ganzformeln, die gar nicht ableitbar sind, werden nach ihrer fortlaufenden Nummerierung benannt:

| | | $\parallel B$ | $\sim B$ | B | $\sim B$ | $\mid B \mid$ | $\sim B$ | B | $ \sim B $ |
|--------------|--|---------------|----------|----------|----------|--------------------|----------|----------|--------------|
| | | C | C | $\sim C$ | $\sim C$ | $C_{\underline{}}$ | | $\sim C$ | $ \sim C $ |
| | | D | D | D | D | $\sim D$ | $\sim D$ | $\sim D$ | $\sim D$ |
| | $B \bullet C \bullet D \ 1$ | A | A | A | A | A | A | A | A |
| | $B \bullet C \bullet D \ 2$ | A | A | A | A | A | A | A | N |
| | $B \bullet C \bullet D \ 3$ | A | A | A | N | A | A | A | A |
| io | $B \sqcup C, C \cup D, B \cup D, 1A, 5A$ | A | A | A | N | A | A | A | N |
| | $B \bullet C \bullet D \ 5$ | A | A | A | A | A | N | A | A |
| u | $B \cup C, C \cup D, B \sqcup D, 1A, 3A$ | A | A | A | A | A | N | A | N |
| | $B \bullet C \bullet D 7$ | A | A | A | N | A | N | A | A |
| io | $B \sqcup C, C \cup D, B \sqcup D, 1A$ | A | A | A | N | A | N | A | N |
| | $B \bullet C \bullet D 9$ | A | N | A | A | A | A | A | A |
| | $B \bullet C \bullet D \ 10$ | A | N | A | A | A | A | A | N |
| u | $B \cup C, C \cup D, B \subset D, 5A, 7A$ | A | N | A | N | A | A | A | A |
| io | $B \sqcup C, C \cup D, B \subset D, 5A$ | A | N | A | N | A | A | A | N |
| io | $B \subset C, C \cup D, B \cup D, 3A, 7A$ | A | N | A | A | A | N | A | A |
| io | $B \subset C, C \cup D, B \sqcup D, 3A$ | A | N | A | A | A | N | A | N |
| io | $B \subset C, C \cup D, B \subset D, 7A$ | A | N | A | N | A | N | A | A |
| x | $B \sqsubset C, C \cup D, B \sqsubset D$ | A | N | A | N | A | N | A | N |
| | <i>B</i> • <i>C</i> • <i>D</i> 17 | A | A | A | A | A | A | N | A |
| $i\tilde{o}$ | $B \cup C$, $C \sqcup D$, $B \cup D$, $1A$, $2A$ | A | A | A | A | A | A | N | N |
| | $B \bullet C \bullet D \ 19$ | A | A | A | N | A | A | N | A |
| i | $B \sqcup C, C \sqcup D, B \cup D, 1A$ | A | A | A | N | A | A | N | N |
| | $B \bullet C \bullet D \ 21$ | A | A | A | A | A | N | N | A |
| iõ | $B \cup C$, $C \sqcup D$, $B \sqcup D$, $1A$ | A | A | A | A | A | N | N | N |
| | $B \bullet C \bullet D \ 23$ | A | A | A | N | A | N | N | A |
| i | $B \sqcup C, C \sqcup D, B \sqcup D, 1A$ | A | A | A | N | A | N | N | N |
| | $B \bullet C \bullet D \ 25$ | A | N | A | A | A | A | N | A |
| iõ | $B \cup C, C \sqcup D, B \cup D, 1A, 2N$ | A | N | A | A | A | A | N | N |
| u | $B \cup C, C \cup D, B \subset D, 5A, 7N$ | A | N | A | N | A | A | N | A |
| i | $B \sqcup C, C \sqcup D, B \subset D$ | A | N | A | N | A | A | N | N |
| io | $B \subset C, C \cup D, B \cup D, 3A, 7N$ | A | N | A | A | A | N | N | A |
| x | $B \subset C, C \sqcup D, B \sqcup D$ | A | N | A | A | A | N | N | N |
| io | $B \subset C, C \cup D, B \subset D, 7N$ | A | N | A | N | A | N | N | A |
| X | $B \sqsubset C, C \sqcup D, B \sqsubset D$ | A | N | A | N | A | N | N | N |

| | | $\mid B \mid$ | $\sim B$ | $\mid B \mid$ | $\sim B$ | $\mid B$ | $\sim B$ | B | $ \sim B $ |
|------------|---|---------------|----------|---------------|----------|----------|----------|----------|--------------|
| | | C | C | $\sim C$ | $\sim C$ | C | C | $\sim C$ | $\sim C$ |
| | | D | D | D | D | $\sim D$ | $\sim D$ | $\sim D$ | $\sim D$ |
| | $B \bullet C \bullet D \ 33$ | A | A | N | A | A | A | A | A |
| | $B \bullet C \bullet D \ 34$ | A | A | N | A | A | A | A | N |
| oï | $B \cup C, C \subset D, B \cup D, 5A, 6A$ | A | A | N | N | A | A | A | A |
| О | $B \sqcup C, C \subset D, B \cup D, 5A$ | A | A | N | N | A | A | A | N |
| | $B \bullet C \bullet D \ 37$ | A | A | N | A | A | N | A | A |
| u | $B \cup C, C \cup D, B \sqcup D, 1A, 3N$ | A | A | N | A | A | N | A | N |
| oï | $B \cup C, C \subset D, B \cup D, 5A, 6N$ | A | A | N | N | A | N | A | A |
| o | $B \sqcup C, C \subset D, B \sqcup D$ | A | A | N | N | A | N | A | N |
| | $B \bullet C \bullet D \ 41$ | A | N | N | A | A | A | A | A |
| | $B \bullet C \bullet D \ 42$ | A | N | N | A | A | A | A | N |
| oï | $B \cup C, C \subset D, B \subset D, 5A$ | A | N | N | N | A | A | A | A |
| О | $B \sqcup C, C \subset D, B \subset D, 5A$ | A | N | N | N | A | A | A | N |
| io | $B \subset C, C \cup D, B \cup D, 3N, 7A$ | A | N | N | A | A | N | A | A |
| io | $B \subset C, C \cup D, B \sqcup D, 3N$ | A | N | N | A | A | N | A | N |
| X | $B \subset C, C \subset D, B \subset D$ | A | N | N | N | A | N | A | A |
| x | $B \sqsubset C, C \subset D, B \sqsubset D$ | A | N | N | N | A | N | A | N |
| õï | $B\supset C,\ C\cup D,\ B\cup D,\ 2A,\ 6A$ | A | A | N | A | A | A | N | A |
| õ | $B\supset C,C\sqcup D,B\cup D,2A$ | A | A | N | A | A | A | N | N |
| \ddot{i} | $B\supset C, C\subset D, B\cup D, 6A$ | A | A | N | N | A | A | N | A |
| u | $B \sqsupset C, C \sqsubset D, B \cup D$ | A | A | N | N | A | A | N | N |
| õï | $B\supset C,\ C\cup D,\ B\cup D,\ 2A,\ 6N$ | A | A | N | A | A | N | N | A |
| õ | $B\supset C,C\sqcup D,B\sqcup D$ | A | A | N | A | A | N | N | N |
| \ddot{i} | $B\supset C, C\subset D, B\cup D, 6N$ | A | A | N | N | A | N | N | A |
| u | $B \sqsupset C, C \sqsubset D, B \sqcup D$ | A | A | N | N | A | N | N | N |
| õï | $B\supset C,\ C\cup D,\ B\cup D,\ 2N,\ 6A$ | A | N | N | A | A | A | N | A |
| õ | $B\supset C,C\sqcup D,B\cup D,2N$ | A | N | N | A | A | A | N | N |
| \ddot{i} | $B\supset C,C\subset D,B\subset D$ | A | N | N | N | A | A | N | A |
| u | $B \supset C, C \sqsubset D, B \subset D$ | A | N | N | N | A | A | N | N |
| X | $B \cap C, C \cup D, B \cup D$ | A | N | N | A | A | N | N | A |
| Х | $B \cap C, C \sqcup D, B \sqcup D$ | A | N | N | A | A | N | N | N |
| x | $B \cap C, C \subset D, B \subset D$ | A | N | N | N | A | N | N | A |
| X | $B\sqcap C, C\sqsubset D, B\sqsubset D$ | A | N | N | N | A | N | N | N |

| | | $\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix}$ | $\begin{vmatrix} \sim B \\ C \end{vmatrix}$ | $\begin{vmatrix} B \\ \sim C \end{vmatrix}$ | $\begin{vmatrix} \sim B \\ \sim C \end{vmatrix}$ | $\begin{vmatrix} B \\ C \end{vmatrix}$ | $\begin{vmatrix} \sim B \\ C \end{vmatrix}$ | $\begin{vmatrix} B \\ \sim C \end{vmatrix}$ | $\begin{vmatrix} \sim B \\ \sim C \end{vmatrix}$ |
|--------------|---|--|---|---|--|--|---|---|--|
| | | D | D | D | D | $\sim D$ | $\sim D$ | $\sim D$ | $\sim D$ |
| | $B \bullet C \bullet D \ 65$ | A | A | A | A | N | A | A | A |
| | $B \bullet C \bullet D \ 66$ | A | A | A | A | N | A | A | N |
| | $B \bullet C \bullet D 67$ | A | A | A | N | N | A | A | A |
| io | $B \sqcup C, C \cup D, B \cup D, 1A, 5N$ | A | A | A | N | N | A | A | N |
| $i	ilde{o}$ | $B \cup C, C \supset D, B \cup D, 3A, 4A$ | A | A | A | A | N | N | A | A |
| $i	ilde{o}$ | $B \cup C, C \supset D, B \sqcup D, 3A$ | A | A | A | A | N | N | A | N |
| $i\tilde{o}$ | $B \cup C, C \supset D, B \cup D, 3A, 4N$ | A | A | A | N | N | N | A | A |
| X | $B \sqcup C, C \supset D, B \sqcup D$ | A | A | A | N | N | N | A | N |
| | $B \bullet C \bullet D 73$ | A | N | A | A | N | A | A | A |
| | $B \bullet C \bullet D 74$ | A | N | A | A | N | A | A | N |
| u | $B \cup C, C \cup D, B \subset D, 5N, 7A$ | A | N | A | N | N | A | A | A |
| io | $B \sqcup C, C \cup D, B \subset D, 5N$ | A | N | A | N | N | A | A | N |
| i | $B \subset C, C \supset D, B \cup D, 3A$ | A | N | A | A | N | N | A | A |
| i | $B \subset C, C \supset D, B \sqcup D, 3A$ | A | N | A | A | N | N | A | N |
| i | $B \subset C, C \supset D, B \subset D$ | A | N | A | N | N | N | A | A |
| X | $B \sqsubset C, C \supset D, B \sqsubset D$ | A | N | A | N | N | N | A | N |
| u | $B \cup C$, $C \cup D$, $B \supset D$, $2A$, $4A$ | A | A | A | A | N | A | N | A |
| $i\tilde{o}$ | $B \cup C, C \sqcup D, B \supset D, 2A$ | A | A | A | A | N | A | N | N |
| u | $B \cup C, C \cup D, B \supset D, 2A, 4N$ | A | A | A | N | N | A | N | A |
| i | $B \sqcup C, C \sqcup D, B \supset D$ | A | A | A | N | N | A | N | N |
| $i\tilde{o}$ | $B \cup C, C \supset D, B \supset D, 4A$ | A | A | A | A | N | N | N | A |
| X | $B \cup C, C \supset D, B \supset D$ | A | A | A | A | N | N | N | N |
| $i\tilde{o}$ | $B \cup C, C \supset D, B \supset D, 4N$ | A | A | A | N | N | N | N | A |
| X | $B \sqcup C, C \sqsupset D, B \sqsupset D$ | A | A | A | N | N | N | N | N |
| u | $B \cup C, C \cup D, B \supset D, 2N, 4A$ | A | N | A | A | N | A | N | A |
| $i\tilde{o}$ | $B \cup C, C \sqcup D, B \supset D, 2N$ | A | N | A | A | N | A | N | N |
| u | $B \cup C, C \cup D, B \cap D$ | A | N | A | N | N | A | N | A |
| i | $B \sqcup C, C \sqcup D, B \cap D$ | A | N | A | N | N | A | N | N |
| i | $B \subset C, C \supset D, B \supset D$ | A | N | A | A | N | N | N | A |
| X | $B \subset C, C \supset D, B \supset D$ | A | N | A | A | N | N | N | N |
| i | $B \subset C, C \supset D, B \cap D$ | A | N | A | N | N | N | N | A |
| X | $B \sqsubset C, C \sqsupset D, B \sqcap D$ | A | N | A | N | N | N | N | N |

| 1 | ı | D | D | l D | D | D | l D | l D | D |
|------------------------------|--|--|---|---|--|---|--|---|--|
| | | $\begin{vmatrix} B \\ C \end{vmatrix}$ | $\begin{vmatrix} \sim B \\ C \end{vmatrix}$ | $\begin{vmatrix} B \\ \sim C \end{vmatrix}$ | $\begin{vmatrix} \sim B \\ \sim C \end{vmatrix}$ | $\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix}$ | $\begin{array}{c} \sim B \\ C \end{array}$ | $\begin{vmatrix} B \\ \sim C \end{vmatrix}$ | $ \sim B $ |
| | | D | D | $\bigcap^{\sim C}$ | $\left \begin{array}{c} \sim C \\ D \end{array} \right $ | $\begin{vmatrix} C \\ \sim D \end{vmatrix}$ | $\sim D$ | $\sim C$ $\sim D$ | $\begin{vmatrix} \sim C \\ \sim D \end{vmatrix}$ |
| | D C D 07 | | | | | | | | |
| | $B \bullet C \bullet D 97$ | A | A | N | A | N | A | A | A |
| | B•C•D 98 | A | A | N | A | N | <i>A</i> | A | N |
| oï | $B \cup C, C \subset D, B \cup D, 5N, 6A$ | A | A | $N \over N$ | $N \ N$ | N | <i>A</i> | A | A |
| 0 | $B \sqcup C, C \subset D, B \cup D, 5N$ | A | A | | | $N \over N$ | $A \over N$ | A | N |
| iõ | $B \cup C, C \supset D, B \cup D, 3N, 4A$ | A | A | N | A | | | A | A |
| iõ | $B \cup C, C \supset D, B \sqcup D, 3N$ | A | A | N | A | N | N | A | N |
| X | $B \cup C, C \cap D, B \cup D$ | A | A | N | N | N | N | A | A |
| X | $B \sqcup C, C \cap D, B \sqcup D$ | A | A | N | N | N | N | A | N |
| | B•C•D 105 | A | N | N | A 1 | N | A | A | A |
| | B•C•D 106 | A | $N \over N$ | N | $\begin{array}{ c c c }\hline A & \\\hline N & \\\hline \end{array}$ | N | A | A | N |
| oï | $B \cup C, C \subset D, B \subset D, 5N$ | A | | N | | N | A | A | A |
| 0 | $B \sqcup C, C \subset D, B \subset D, 5N$ | A | N | N | N | N | A | A | N |
| $\frac{i}{i}$ | $B \subset C, C \supset D, B \cup D, 3N$ | A | N = N | N | A | $N \over N$ | N | A | A A |
| | $B \subset C, C \supset D, B \sqcup D, 3N$ | A | N N | N | $A \over N$ | $\frac{N}{N}$ | N | A | N |
| X | $B \subset C, C \cap D, B \subset D$ | A | N N | N | | | N | A | A N |
| X ~·· | $B \sqsubset C, C \cap D, B \sqsubset D$ | A | | N | N | N | N | A | N |
| õï | $B\supset C, C\cup D, B\supset D, 2A$ | A | A | N | A | N = N | A | $N \over N$ | $\frac{A}{N}$ |
| $\frac{\tilde{o}}{\ddot{i}}$ | $B \supset C, C \sqcup D, B \supset D, 2A$ $B \supset C, C \subset D, B \supset D$ | A | A A | $N \over N$ | A N | $\frac{N}{N}$ | $A \over A$ | N N | A |
| | $B \supset C, C \subset D, B \supset D$ $B \supset C, C \subset D, B \supset D$ | A | A | $\frac{N}{N}$ | N | $\frac{N}{N}$ | A | N | N |
| u | $B \supset C, C \subseteq D, B \supset D$ $B \supset C, C \supset D, B \supset D$ | A | A | N | A | N | $\frac{A}{N}$ | N | A |
| X | $B \supset C, C \supset D, B \supset D$ $B \supset C, C \supset D, B \supset D$ | A | A | N | A | $\frac{N}{N}$ | $\frac{N}{N}$ | N | N |
| X | $B \supset C, C \supset D, B \supset D$ $B \supset C, C \cap D, B \supset D$ | A | A | $\frac{N}{N}$ | N | $\frac{N}{N}$ | N | N | A |
| X | $B \supset C, C \sqcap D, B \supset D$ $B \supset C, C \sqcap D, B \supset D$ | A | A | N | N | N | N | N | N |
| õï | $B \supset C, C \cup D, B \supset D, 2N$ | A | N | N | A | N | A | N | A |
| \tilde{o} | $B \supset C, C \cup D, B \supset D, 2N$ $B \supset C, C \cup D, B \supset D, 2N$ | A | N | N | A | N | A | N | N |
| \ddot{i} | $B \supset C, C \subset D, B \cap D$ | $\frac{A}{A}$ | N | $\frac{N}{N}$ | N | N | A | N | A |
| u | $B \supset C, C \subseteq D, B \cap D$ | A | N | N | N | N | A | N | N |
| X | $B \cap C, C \supset D, B \supset D$ | $\frac{A}{A}$ | N | $\frac{N}{N}$ | A | N | $\frac{N}{N}$ | N | A |
| X | $B \cap C, C \supset D, B \supset D$ | $\frac{1}{A}$ | N | $\frac{N}{N}$ | A | $\frac{1}{N}$ | N | N | $\frac{N}{N}$ |
| X | $B \cap C, C \cap D, B \cap D$ | A | N | $\frac{N}{N}$ | N | $\frac{1}{N}$ | $\frac{N}{N}$ | N | A |
| X | $B\sqcap C, C\sqcap D, B\sqcap D$ | A | N | $\frac{1}{N}$ | N | N | $\frac{N}{N}$ | N | $\frac{N}{N}$ |
| Α | $D \cap C$, $C \cap D$, $D \cap D$ | 11 | T | 4.1 | ¥ | 1 1 | ٠,٢ | 4 Y | 4 T |

| | | $\parallel B$ | $\sim B$ | B | $\sim B$ | $\mid B$ | $\sim B$ | B | $ \sim B $ |
|--------------|---|---------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--------------|
| | | C | C | $\sim C$ | $\sim C$ | C | C | $\sim C$ | $\sim C$ |
| | | D | D | D | D | $\sim D$ | $\sim D$ | $\sim D$ | $\sim D$ |
| | $B \bullet C \bullet D \ 129$ | N | A | A | A | A | A | A | A |
| | $B \bullet C \bullet D \ 130$ | N | A | A | A | A | A | A | N |
| | $B \bullet C \bullet D \ 131$ | N | A | A | N | A | A | A | A |
| io | $B \sqcup C, C \cup D, B \cup D, 1N, 5A$ | N | A | A | N | A | A | A | N |
| | $B \bullet C \bullet D \ 133$ | N | A | A | A | A | N | A | A |
| u | $B \cup C, C \cup D, B \sqcup D, 1N, 3A$ | N | A | A | A | A | N | A | N |
| | $B \bullet C \bullet D \ 135$ | N | A | A | N | A | N | A | A |
| io | $B \sqcup C, C \cup D, B \sqcup D, 1N$ | N | A | A | N | A | N | A | N |
| oï | $B \cup C$, $C \sqcap' D$, $B \cup D$, $7A$, $8A$ | N | N | A | A | A | A | A | A |
| oï | $B \cup C, C \sqcap' D, B \cup D, 7A, 8N$ | N | N | A | A | A | A | A | N |
| oï | $B \cup C, C \sqcap' D, B \subset D, 7A$ | N | N | A | N | A | A | A | A |
| X | $B \sqcup C, C \sqcap' D, B \subset D$ | N | N | A | N | A | A | A | N |
| 0 | $B \subset C, C \sqcap' D, B \cup D, 7A$ | N | N | A | A | A | A | A | A |
| 0 | $B \subset C, C \sqcap' D, B \sqcup D$ | N | N | A | A | A | N | A | N |
| 0 | $B \subset C, C \sqcap' D, B \subset D, 7A$ | N | N | A | N | A | N | A | A |
| X | $B \sqsubset C, C \sqcap' D, B \sqsubset D$ | N | N | A | N | A | N | A | N |
| | $B \bullet C \bullet D \ 145$ | N | A | A | A | A | A | N | A |
| $i\tilde{o}$ | $B \cup C, C \sqcup D, B \cup D, 1N, 2A$ | N | A | A | A | A | A | N | N |
| | $B \bullet C \bullet D 147$ | N | A | A | N | A | A | N | A |
| i | $B \sqcup C, C \sqcup D, B \cup D, 1N$ | N | A | A | N | A | A | N | N |
| | $B \bullet C \bullet D 149$ | N | A | A | A | A | N | N | A |
| $i\tilde{o}$ | $B \cup C$, $C \sqcup D$, $B \sqcup D$, $1N$ | N | A | A | A | A | N | N | N |
| | $B \bullet C \bullet D \ 151$ | N | A | A | N | A | N | N | A |
| i | $B \sqcup C, C \sqcup D, B \sqcup D, 1N$ | N | A | A | N | A | N | N | N |
| oï | $B \cup C$, $C \sqcap' D$, $B \cup D$, $7N$, $8A$ | N | N | A | A | A | A | N | A |
| X | $B \cup C, C \cap' D, B \cup D$ | N | N | A | A | A | A | N | N |
| oï | $B \cup C$, $C \sqcap' D$, $B \subset D$, $7N$ | N | N | A | N | A | A | N | A |
| X | $B \sqcup C, C \cap' D, B \subset D$ | N | N | A | N | A | A | N | N |
| О | $B \subset C, \ C \sqcap' D, \ B \cup D, \ 7N$ | N | N | A | A | A | N | N | A |
| X | $B \subset C, C \cap' D, B \sqcup D$ | N | N | A | A | A | N | N | N |
| О | $B \subset C, C \sqcap' D, B \subset D, 7N$ | N | N | A | N | A | N | N | A |
| X | $B \sqsubset C, C \cap' D, B \sqsubset D$ | N | N | A | N | A | N | N | N |

| | | $\mid \mid B$ | $\sim B$ | $\mid B \mid$ | $\sim B$ | $\mid B$ | $\sim B$ | B | $ \sim B $ |
|------------|--|---------------|----------|---------------|----------|----------|----------|----------|--------------|
| | | C | C | $\sim C$ | $\sim C$ | C | C | $\sim C$ | $\sim C$ |
| | | D | D | D | D | $\sim D$ | $\sim D$ | $\sim D$ | $\sim D$ |
| u | $B \cup C$, $C \cup D$, $B \sqcap' D$, $6A$, $8A \mid$ | N | A | N | A | A | A | A | A |
| u | $B \cup C$, $C \cup D$, $B \sqcap' D$, $6A$, $8N$ | N | A | N | A | A | A | A | N |
| oï | $B \cup C, C \subset D, B \sqcap' D, 6A$ | N | A | N | N | A | A | A | A |
| 0 | $B \sqcup C, C \subset D, B \sqcap' D$ | N | A | N | N | A | A | A | N |
| u | $B \cup C$, $C \cup D$, $B \sqcap' D$, $6N$, $8A$ | N | A | N | A | A | N | A | A |
| u | $B \cup C, C \cup D, B \cap' D$ | N | A | N | A | A | N | A | N |
| oï | $B \cup C, C \subset D, B \sqcap' D, 6N$ | N | A | N | N | A | N | A | A |
| 0 | $B \sqcup C, C \subset D, B \cap' D$ | N | A | N | N | A | N | A | N |
| oï | $B \cup C$, $C \sqcap' D$, $B \sqcap' D$, $8A$ | N | N | N | A | A | A | A | A |
| oï | $B \cup C$, $C \sqcap' D$, $B \sqcap' D$, $8N$ | N | N | N | A | A | A | A | N |
| X | $B \cup C, C \sqsupset' D, B \sqsupset' D$ | N | N | N | N | A | A | A | A |
| X | $B \sqcup C, C \sqsupset' D, B \sqsupset' D$ | N | N | N | N | A | A | A | N |
| 0 | $B \subset C, C \sqcap' D, B \sqcap' D$ | N | N | N | A | A | N | A | A |
| 0 | $B \subset C, C \sqcap' D, B \cap' D$ | N | N | N | A | A | N | A | N |
| X | $B \subset C, C \sqsupset' D, B \sqsupset' D$ | N | N | N | N | A | N | A | A |
| x | $B \sqsubset C, C \sqsupset' D, B \supset' D$ | N | N | N | N | A | N | A | N |
| õï | $B\supset C,C\cup D,B\sqcap' D,6A$ | N | A | N | A | A | A | N | A |
| õ | $B\supset C,C\sqcup D,B\sqcap' D$ | N | A | N | A | A | A | N | N |
| \ddot{i} | $B\supset C, C\subset D, B\sqcap' D, 6A$ | N | A | N | N | A | A | N | A |
| u | $B \sqsupset C, C \sqsubset D, B \sqcap' D$ | N | A | N | N | A | A | N | N |
| õï | $B\supset C,\ C\cup D,\ B\sqcap' D,\ 6N$ | N | A | N | A | A | N | N | A |
| õ | $B\supset C,C\sqcup D,B\cap' D$ | N | A | N | A | A | N | N | N |
| \ddot{i} | $B\supset C, C\subset D, B\sqcap' D, 6N$ | N | A | N | N | A | N | N | A |
| u | $B \sqsupset C, C \sqsubset D, B \cap' D$ | N | A | N | N | A | N | N | N |
| X | $B\supset C,C\sqcap' D,B\sqcap' D$ | N | N | N | A | A | A | N | A |
| X | $B\supset C,C\cap' D,B\sqcap' D$ | N | N | N | A | A | A | N | N |
| X | $B\supset C,\ C\sqsupset' D,\ B\sqsupset' D$ | N | N | N | N | A | A | N | A |
| X | $B \sqsupset C, C \supset' D, B \sqsupset' D$ | N | N | N | N | A | A | N | N |
| X | $B\cap C, C\sqcap' D, B\sqcap' D$ | N | N | N | A | A | N | N | A |
| X | $B \cap C$, $C \cap' D$, $B \cap' D$ | N | N | N | A | A | N | N | N |
| X | $B \cap C, C \sqsupset' D, B \sqsupset' D$ | N | N | N | N | A | N | N | A |
| X | $B\sqcap C,C\supset' D,B\supset' D$ | N | N | N | N | A | N | N | N |

| | | $\mid B$ | $\sim B$ | $\mid B \mid$ | $\sim B$ | $\mid B \mid$ | $\sim B$ | B | $ \sim B $ |
|------------|---|----------|----------|---------------|----------|---------------|--------------------|----------|--------------|
| | | C | C | $\sim C$ | $\sim C$ | | $C_{\underline{}}$ | $\sim C$ | $\sim C$ |
| | | D | D | D | D | $\sim D$ | $\sim D$ | $\sim D$ | $\sim D$ |
| õï | $B\sqcap' C, C\cup D, B\cup D, 4A, 8A$ | N | A | A | A | N | A | A | A |
| õï | $B\sqcap' C, C\cup D, B\cup D, 4A, 8N$ | N | A | A | A | N | A | A | N |
| õï | $B\sqcap' C, C\cup D, B\cup D, 4N, 8A$ | N | A | A | N | N | A | A | A |
| X | $B \cap' C, C \cup D, B \cup D$ | N | A | A | N | N | A | A | N |
| õ | $B\sqcap' C, C\supset D, B\cup D, 4A$ | N | A | A | A | N | N | A | A |
| õ | $B\sqcap' C, C\supset D, B\sqcup D$ | N | A | A | A | N | N | A | N |
| õ | $B\sqcap' C, C\supset D, B\cup D, 4N$ | N | A | A | N | N | N | A | A |
| X | $B \cap' C, C \supset D, B \sqcup D$ | N | A | A | N | N | N | A | N |
| \ddot{i} | $B\sqcap' C, C\sqcap' D, B\cup D, 8A$ | N | N | A | A | N | A | A | A |
| \ddot{i} | $B\sqcap' C, C\sqcap' D, B\cup D, 8N$ | N | N | A | A | N | A | A | N |
| \ddot{i} | $B\sqcap' C,C\sqcap' D,B\subset D$ | N | N | A | N | N | A | A | A |
| X | $B \cap' C, C \sqcap' D, B \subset D$ | N | N | A | N | N | A | A | N |
| u | $B \sqsupset' C, C \sqsubset' D, B \cup D$ | N | N | A | A | N | N | A | A |
| u | $B \sqsupset' C, C \sqsubset' D, B \sqcup D$ | N | N | A | A | N | N | A | N |
| u | $B \sqsupset' C, C \sqsubset' D, B \subset D$ | N | N | A | N | N | N | A | A |
| X | $B\supset' C, C\sqsubset' D, B\sqsubset D$ | N | N | A | N | N | N | A | N |
| õï | $B\sqcap' C, C\cup D, B\supset D, 4A$ | N | A | A | A | N | A | N | A |
| X | $B\sqcap' C, C\sqcup D, B\supset D$ | N | A | A | A | N | A | N | N |
| õï | $B\sqcap' C, C\cup D, B\supset D, 4N$ | N | A | A | N | N | A | N | A |
| X | $B \cap' C, C \sqcup D, B \supset D$ | N | A | A | N | N | A | N | N |
| õ | $B\sqcap' C, C\supset D, B\supset D, 4A$ | N | A | A | A | N | N | N | A |
| X | $B\sqcap' C, C\sqsupset D, B\sqsupset D$ | N | A | A | A | N | N | N | N |
| õ | $B\sqcap' C, C\supset D, B\supset D, 4N$ | N | A | A | N | N | N | N | A |
| X | $B \cap' C, C \supset D, B \supset D$ | N | A | A | N | N | N | N | N |
| \ddot{i} | $B\sqcap' C, C\sqcap' D, B\supset D$ | N | N | A | A | N | A | N | A |
| X | $B\sqcap' C, C\cap' D, B\supset D$ | N | N | A | A | N | A | N | N |
| \ddot{i} | $B\sqcap' C, C\sqcap' D, B\cap D$ | N | N | A | N | N | A | N | A |
| X | $B \cap' C, C \cap' D, B \cap D$ | N | N | A | N | N | A | N | N |
| u | $B \sqsupset' C, C \sqsubset' D, B \supset D$ | N | N | A | A | N | N | N | A |
| X | $B \sqsupset' C, C \subset' D, B \sqsupset D$ | N | N | A | A | N | N | N | N |
| u | $B \sqsupset' C, C \sqsubset' D, B \cap D$ | N | N | A | N | N | N | N | A |
| X | $B\supset' C, C\subset' D, B\sqcap D$ | N | N | A | N | N | N | N | N |

| $ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | | | $\mid B$ | $\sim B$ | B | $\sim B$ | $\mid B$ | $\sim B$ | B | $ \sim B $ |
|---|------------|---|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--------------|
| $ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$ | | | C | C | $\sim C$ | $\sim C$ | C | C | $\sim C$ | $\sim C$ |
| $ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | | | | | | | | | | |
| $\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | | | | | | | | | | |
| $ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | õï | | | | | | | | | |
| $ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | X | | | | | | | | | |
| $ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | | · · · · · · · · · · · · · · · · · · · | | l | | | 1 | | | |
| $\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | | | | | | | 1 | | | |
| $\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | õ | | | | | | | | | |
| $ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | X | | | | | | 1 | | | |
| $ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | | 1 | | | | N | | N | | N |
| $\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | | | | | | | | A | A | |
| $\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | \ddot{i} | | | | | | | | | N |
| $\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | X | | N | | N | | N | A | A | A |
| $\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | X | | | | | N | | | A | N |
| $\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | u | | | | N | A | | | A | |
| $\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | u | $B \sqsupset' C, C \sqsubset' D, B \cap' D$ | N | N | N | A | N | N | A | N |
| $\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | X | $B \sqsupset' C, C \sqcup' D, B \sqsupset' D$ | N | N | N | N | N | N | A | A |
| $\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | X | $B\supset' C, C\sqcup' D, B\supset' D$ | N | N | N | N | N | N | A | N |
| $\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | X | $B \sqsubset' C, C \cup D, B \sqsubset' D$ | N | A | N | A | N | A | N | A |
| $\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | X | $B \sqsubset' C, C \sqcup D, B \sqsubset' D$ | N | A | N | A | N | A | N | N |
| $\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | X | $B \sqsubset' C, C \subset D, B \sqsubset' D$ | N | A | N | N | N | A | N | A |
| $\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | X | $B \subset C, C \sqsubset D, B \sqsubset D$ | N | A | N | N | N | A | N | N |
| $\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | x | $B \sqsubset' C, C \supset D, B \sqsubset' D$ | N | A | N | A | N | N | N | A |
| $\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | x | $B \sqsubset' C, C \sqsupset D, B \subset' D$ | N | A | N | A | N | N | N | N |
| $\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | x | $B \sqsubset' C, C \cap D, B \sqsubset' D$ | N | A | N | N | N | N | N | A |
| $\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | X | $B \subset 'C, C \cap D, B \subset 'D$ | N | A | N | N | N | N | N | N |
| $\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | X | $B \sqsubset' C, C \sqcap' D, B \sqsubset' D$ | N | N | N | A | N | A | N | A |
| $\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | X | $B \sqsubset' C, C \cap' D, B \sqsubset' D$ | N | N | N | A | N | A | N | N |
| $ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | X | $B \sqsubset' C, C \sqsupset' D, B \sqcup' D$ | N | N | N | N | N | A | N | A |
| $\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | X | $B \subset C, C \supset D, B \sqcup D$ | N | N | N | N | N | A | N | N |
| $ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | X | $B \sqcup' C, C \sqsubset' D, B \sqsubset' D$ | N | N | N | A | N | N | N | A |
| $ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | X | | N | N | N | A | N | N | N | N |
| | X | | N | N | N | N | N | N | N | A |
| | X | | N | N | N | N | N | N | N | |

Tabelle 5: Vollständige Analyse der 256 möglichen Ganzformeln auf triadischer Stufe

4 Grundlagen der Quantenphysik - Welche triadischen Informationen lassen sich nicht aus dyadisch verlängerten Teilformeln ableiten?

4.1 Einleitung

Bis jetzt haben wir uns darauf konzentriert, welche Informationen von der dyadisch verlängerten Stufe ableitbar sind. Nun wollen wir uns darauf konzentrieren, welche Informationen nicht ableitbar sind!

4.2 Berechnung

Zuerst gibt es die triadischen Formeln, von denen nichts bekannt ist. Es ergeben sich 35 Formeln, die nach der fortlaufenden Nummerierung benannt sind.

Weiters gibt es triadische Formeln, bei denen Stellen unbestimmt sind. Ihre unbestimmten Stellen sind Informationen, die auf triadischer Stufe hinzukommen.

Diese fallen in zwei Gruppen. Zum einen ergeben sich 64 Formeln mit einer unbestimmten Stelle. Weiters ergeben sich 36 Formeln mit zwei unbestimmten Stellen. Das heißt, dass in diesen beiden Gruppen die Informationen teilweise ableitbar sind und teilweise nicht. Sie sind also mit einem Faktor zu gewichten.

4.3 Erklärung der Berechnungsfaktoren für unbestimmte Stellen

Die Faktoren ergeben sich schlicht aus folgender Überlegung: Auf henadischer Stufe (einen Sachverhalt betreffend, siehe Tabelle 1) gibt es 8 Möglichkeiten des unmittelbaren Schließens für vollständige Geltungswertformeln. In die andere Richtung sind diese Schlüsse nicht möglich, das heißt nicht ableitbar:

| 1 | $AA \leftarrow Au$ | 2 | $AA \leftarrow uA$ |
|---|------------------------|---|------------------------|
| 3 | $AN \not\leftarrow Au$ | 4 | $AN \not\leftarrow uN$ |
| 5 | $NA \not\leftarrow Nu$ | 6 | $NA \not\leftarrow uA$ |
| 7 | $NN \not\leftarrow Nu$ | 8 | $NN \not\leftarrow uN$ |

Tabelle 6: Unmögliche unmittelbare Schlüsse ausgehend von vollständigen Geltungswertformeln auf henadischer Stufe

Der Faktor für die unbestimmte Stelle der 64 Geltungswertformeln ist also die Wahrscheinlichkeit für die Unableitbarkeit der Stelle:

 $\frac{1}{2}$

Für unvollständige Geltungswertformeln auf henadischer Stufe, die nicht ableitbar sind, gilt, dass sie keine Normalform besitzen. Dadurch kann man sie parallel rechnen. Es ergibt sich folgendes Bild:

| 1 | $Au \not\leftarrow uu$ | 1 | $uA \not\leftarrow uu$ |
|---|------------------------|---|------------------------|
| 2 | $Nu \not\leftarrow uu$ | 2 | $uN \not\leftarrow uu$ |

Tabelle 7: Unmögliche unmittelbare Schlüsse ausgehend von unvollständigen Geltungswertformeln auf henadischer Stufe

Der Faktor für die zwei unbestimmten Stellen in den 36 Geltungswertformeln ist also die Wahrscheinlichkeit eine unvollständige Geltungswertformel auf henadischer Stufe nicht ableiten zu können:

 $\frac{1}{2}$

4.4 Zusammenfassung der Berechnung

Folgende Tabelle fasst die Ergebnisse zusammen:

| | Anzahl der | Anzahl unbestimmter | Faktor | Anteil an | |
|---------------------------|---------------------|---------------------|---------------|-----------------------|--|
| | Geltungswertformeln | Stellen | | unableitbaren Formeln | |
| Unableitbar: | 35 | 8 | 1 | 35 | |
| Teilweise unableitbar: | 36 | 2 | $\frac{1}{2}$ | 18 | |
| Teilweise unableitbar: 64 | | 1 | $\frac{1}{8}$ | 8 | |
| Una | ∑ 61 | | | | |
| Ab | 195 | | | | |
| | $\sum 256$ | | | | |

Tabelle 8: Schema der triadischen Stufe zurückgeführt von der dyadisch verlängerten triadischen Stufe

5 Abschluss

Die untersuchten unableitbaren Geltungswertformeln, sind gerade die, in denen zumindest ein Begriff in sich gespalten ist! Zusammen ergeben sich also 61 Elementarteilchen. Diese Elementarteilchen sind aber unterschiedlicher Struktur, also keine einheitlichen Gebilde. Das sei durch folgendes Zitat aus dem Buch Facts and Mysteries in Elementary Particle Physics von Martinus Veltman unterstrichen: 'I may perhaps terminate this section [Anm.: Discovering Quarks] with a little anecdote. When quarks were not immediately discovered after the introduction by Gell-Mann he took to calling them symbolic, saying they were indices. In the early seventies I met him at CERN and

he again said something in that spirit. I then jumped up, coming down with some impact that made the floor tremble, and I asked him: Do I look like a heap of indices? This visibly rattled him, and indeed after that he no more advocated this vision, at least not as far as I know.' (Seite 240)