几何光学

1. 几何光学实验定律

1. 折射率：

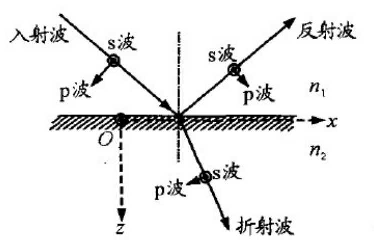
$n = \frac{c}{v}$

2. 折射定律与反射定律:

1. 反射的特性：

$$\begin{cases} \text{光路可逆} \\ \text{反射角} = \text{入射角} \end{cases}$$

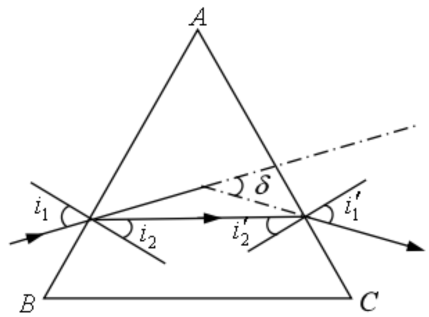
2. 折射的特性：$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$



3. 全反射现象

1. 产生条件：$\begin{cases} \text{光密介质到光疏介质} \\ \text{入射角} \geq \text{反射角} \end{cases}$
2. 光从光密介质到光出介质时，如果折射角已等于90度，如再增大入射角则折射光线消失，光线会全部被反射，这就是全反射现象
3. 临界角i_c:$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \Rightarrow n' \sin 90^\circ = n \sin i_c \Rightarrow i_c = \sin^{-1} \frac{n'}{n}$
4. 光导纤维：
    1. 光线发生全反射
5. 折射定律的级联形式：$n_1 \sin \beta_1 = n_2 \sin \beta_2 = \cdots = n_x \sin \beta_x (\beta_x \text{某层介质内的折射角或入射角})$
    1. 注意介质表面的入射角、折射角的确定
    2. 利用斜率和折射角求解
    3. 常用积分与求导

6. 棱镜折射率的测定（最小偏射角方法）
   1. 原理：折射定律：$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$
   2. $\delta = (i_1 + i_1') - a$
      当$i_1 = i\prime_1$时，$\delta_m in = 2i_1 - a$



7. 液体折射率的测定——半荫视场法：

$$\begin{cases} n_i \sin i_c = n \sin 90^\circ \\ \sin\varphi = n_1 \sin\theta \qquad \Rightarrow \sin A\sqrt{n_1^2 - \sin^2\varphi} - \cos A \sin\varphi \\ A = i_c + \theta \end{cases}$$

又：直角棱镜$A = 90^\circ$,故：$n = \sqrt{n_1^2 - \sin^2\varphi}$(即测出$\varphi$，就能测出液体折射率$n$)

2. 几何光学基本原理

1. 光的独立传播定律:

光在传播过程中与其他光束相遇时,各光束都各自独立传播,不改变其传播方向

2. 光的可逆原理:

光线在介质中沿某一路径传播当光线反向时光线必经同一路径逆向传播。

3. 费马原理

1. 光程:

$$\begin{cases} \text{均匀介质}: L = nr = \frac{c}{v}r = c\Delta t(\text{光程等于相同时间内光在真空中传播的几何路径}) \\ \text{不均匀介质：} L = n_1r_1 + n_2r_2 + n_3r_3 + \cdots \quad \text{或者说} L = \int_A^B n\mathrm{d}s \end{cases}$$

2. 费马原理:

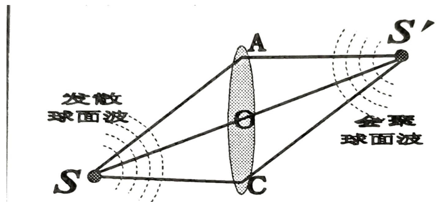
光在空间内两并点 A, B 间传播时，实际光程为一特定的极值(空间中两点间的实际光线路径,与其他相邻的可能路径相比较,其光程取极值)

$\int_A^B n ds =$ 极值(极小值 或 极大值 或 恒定值)

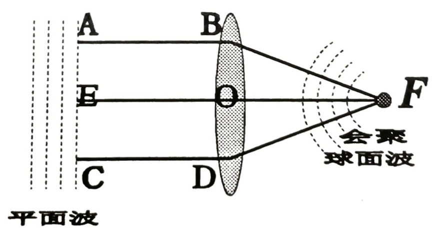
* 赛马原理是几何光学的基本原理用以描绘光在两点间的传播规律;
* 背马原理可以推证反射定律/折射定律等实验定律,也可推求理想成像公式;
* 一般情况下，实际光程取极小值.

1. 物像等光程性

- 透镜成像时,物像之间各光线光程相等(费马原理);
- 平行光经透镜汇聚于焦点时，波面与焦点之间的光程相等。



$\Delta\varphi=0,\delta=0$
即各路等光程：$L_{SAS'}=L_{SOS'}=L_{SCS'}$



$\Delta\varphi=0,\delta=0$
即各路等光程：$L_{ABF}=L_{EOF}=L_{CDF}$

3. 几何光学成像

1. 成像的基本概念

1. 单心光束：

> 单心光束：各光线或其延长线相交于一点(光心)的光束。

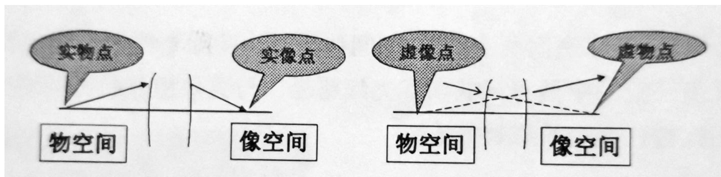
2. 理想光学系统：

> 理想光学系统：能将一单心光束变化为另一单心光束且其心是唯一的一一对应的光学系统

在近轴光线,近轴物的条件下,实际光学系统可近似视为理想光学系统

3. 像空间与物空间

光学系统将空间分为两部分 $\begin{cases}\text{物空间：入射光线所在的空间}\\ \text{像空间：出射光线所在的空间}\end{cases}$



4. 物与像

1. 实物：（相对于光学系统）入射的发散光束的光心（实物在物空间）
2. 虚物：（相对于光学系统）入射的会聚光束延长线的交点（虚物在像间）
3. 实像：（相对于光学系统）出射的会聚光束的光心（实像在像空间）
4. 虚像：（相对于光学系统）出射的发散光束反向延长线的交点（虚像在物空间）**在像空间未会聚**

5. 物象之间的共轭性(位置可以互换):

$$\begin{pmatrix}\text{点}\\ \text{直线}\\ \text{平面}\end{pmatrix}_{\text{物空间}} \overset{\text{物象共轭(光路可逆)}}{\Longleftrightarrow} \begin{pmatrix}\text{点}\\ \text{直线}\\ \text{平面}\end{pmatrix}_{\text{像空间}}$$

说明：物象共轭是光路可逆原理的必然结果。

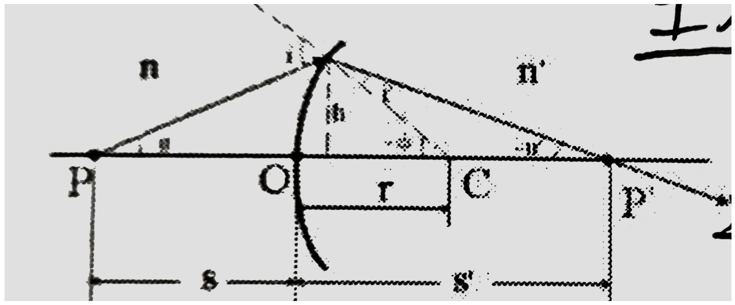
2. 球面折射成像(近轴光线)

符号法则

> 入物折像 实正虚负 凸正凹负 上正下负 顺正逆负

- 折射面是物方与像方的分界面,距离,长度以折射面为度量基准；
- 入射光线所在一侧为物方，折射光线所在一侧为像方；
- 折射球面的半径：$\begin{cases}\text{球心在物方（凹面），半径为负；}\\ \text{球心在像方（凸面），半径为正；}\end{cases}$
- 轴向距离（物距、像距、焦距等）都从折射面顶点 O 算起：
- $\begin{cases}\text{物在物方（实物），物距为正；物在像方（虚物）物距为负；}\\ \text{像在像方（实像），像距为正；像在物方（虚像），像为负；}\end{cases}$
- 物高、像高（垂轴距离，以主轴为基准）：主轴之上为正，下为负

- 角度：所有的角度是指光线（直线）与主光轴（法线）(**主光轴优先**)之间的夹角(**转的是主光轴或是法线**)($< \frac{\pi}{2}$)，以主光轴（法线）为基准：逆时针为正，顺时针为负；
- 图中标记均为绝对值，如$-u'$



球面折射成像公式(近轴光线)

- $\begin{cases} u \approx \frac{h}{s} \\ i = u + (-\phi) \\ i' = -\phi - (-u') \\ n\sin i = 1,2,\cdots,n'\sin i' \implies n\cdot i \approx n'\cdot i' \end{cases}$
  $\implies n[u+(-\phi)] \approx n'[-\phi-(-u')]$
  $\implies n(\frac{h}{s}+\frac{h}{r}) \approx n'(\frac{h}{r}-\frac{h}{s'})$
  $\implies n(\frac{1}{s}+\frac{1}{r}) \approx n'(\frac{1}{r}-\frac{1}{s'})$

$$\implies \frac{n'}{s}+\frac{n}{s}=\frac{n'-n}{s}\text{(阿贝尔公式)}$$

光焦度：$\Phi = \frac{n'-n}{r}$(可正可负)单位：m^{-1}(屈光度：D)

讨论：物距为零时的成像规律

$\begin{cases} \frac{n'}{s'}+\frac{n}{s}=\frac{n'-n}{r} \\ s \to 0^- \implies \frac{n}{s} \to +\infty \end{cases} \implies \frac{n'}{s'}+\frac{n}{s}=0 \implies s' \to 0^-$(虚像)

$\begin{cases} \frac{f}{s}+\frac{f'}{s'}=1 \implies s'=\frac{sf'}{s-f} \\ \beta = -\frac{s'n}{sn'} = -\frac{n}{n'}\frac{\frac{sf'}{s-f}}{s} = -\frac{n}{n'}\frac{f'}{s-f} \end{cases} \implies \beta \approx \frac{n}{n'}\frac{f'}{f}=\frac{n/f}{n'/f'}=\frac{\Phi}{\Phi}=+1$

结论：物距为零时在原处成等大正立虚像

球面折射成像横向放大率：

$$\beta \equiv \frac{y'}{y}\text{(像高与物高之比, 可正可负)}$$

$$\begin{cases} -y' \approx s' \cdot (-i') \\ y \approx s \cdot (-i) \\ n \cdot (-i) \approx n' \cdot (-i') \end{cases} \implies \beta = \frac{y'}{y} = \frac{s' \cdot i'}{s(-i)} = -\frac{s'n}{sn'} = -\frac{s'/n'}{s/n} \begin{cases} \beta > 0(\text{相对物})\text{正立像} \\ \beta < 0(\text{相对物})\text{倒立像} \end{cases}$$

- 实际上常用的是 $|\beta|$

焦点,焦距,焦平面

像方焦点 像方焦距

像方焦点F'：平行于主轴的入射光线($s = \infty$)折射后与主轴的交点
像方焦距f'：球面顶点 O到像方焦点的距离

$$\frac{n'}{s'} + \frac{n}{s} = \frac{n'-n}{r} \implies f' = s'|_{s=\infty} = \frac{n'r}{n'-n} = \frac{n'}{\frac{n'-n}{r}} \implies f' = \frac{n'}{\Phi}$$

物方焦点 物方焦距

物方焦点F：主轴上某一点发出的光线,经球面折射后成为平行光($s = \infty$),则称这点为物方焦点F
物方焦距f：球面顶点 O到像方焦点的距离

$$\frac{n'}{s'} + \frac{n}{s} = \frac{n'-n}{r} \implies f' = s'|_{s'=\infty} = \frac{nr}{n'-n} = \frac{n}{\frac{n'-n}{r}} \implies f = \frac{n}{\Phi}$$

$$\color{red}{\Phi = \frac{n}{f}}$$

$$\begin{cases} \text{像方焦距}: f' = \frac{n'}{\Phi} \\ f = \frac{n}{\Phi} \end{cases} \implies \frac{f'}{f} = \frac{n'}{n}$$

高斯公式(适用于任何理想光学系统)

$$\frac{n'}{s} + \frac{n}{s} = \frac{n'-n}{s} \implies \frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$$

焦平面：过交点的与主轴垂直的平面

3. 平面折射成像公式

近轴光线成像(垂直向下看):
$n' \sin\gamma = n \sin i$
$\implies n' \tan\gamma = n \tan i$(近轴光线)
$\implies n' \frac{x}{-s'} = n\frac{x}{s} \implies \frac{n'}{s'} + \frac{n}{s} = 0 \impliedby \frac{n'}{s'} + \frac{n}{s} = \frac{n'-n}{r}|_{r=\infty}$
平面折射成像公式:

$$\frac{n'}{s'} = -\frac{n}{s}$$

$$\begin{cases} s, s'\text{异号：} s' = -\frac{n'}{n}s, \text{物像同侧, 物像虚实性相反} \\ \beta = -\frac{s'n}{sn'} = 1 \\ \text{像上升(下降)的高度}: h = |s - |s'|| = \left|1 - \frac{n'}{n}\right| S \end{cases}$$

4. 球面反射成像公式(近轴光线)

> 球面折射成像公式$\xRightarrow{\text{置换像方参数,像方挪到物方}}$球面反射成像公式.

$$\frac{n'}{s'} + \frac{n}{s} = \frac{n'-n}{r} \xRightarrow{n' \to -n, s' \to -s'} \frac{-n}{-s'} + \frac{n}{s} = \frac{-n-n}{r}$$
$$\implies \frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = -\frac{2}{r} \quad (s' > 0: \text{实像, 在物方})$$

$$\begin{cases} \text{(相对入射光线)凹面镜半径为负, 凸面镜半径为正} \\ \text{实像像距为正, 在物方; 虚像距为负, 在像方(物距像距同号, 则物相虚实性相同)} \end{cases}$$

- 光焦度：$\Phi = \frac{-2n}{r}$
- 焦距:$f = f' = \frac{n}{\Phi} = -\frac{r}{2}$
- 球面反射成像的横向放大率:$\beta = -\frac{s'/n'}{s/n} = -\frac{s'}{s}$

5.平面反射成像

$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = -\frac{2}{r} \xRightarrow{r=\infty} s' = -s, \beta = -\frac{s'}{s} = 1$

6. 逐次成像法

> 让光线依次通过多个球面反射或折射,前一次成像的像作为后一次成像的物,从而得到最后的像的办法.

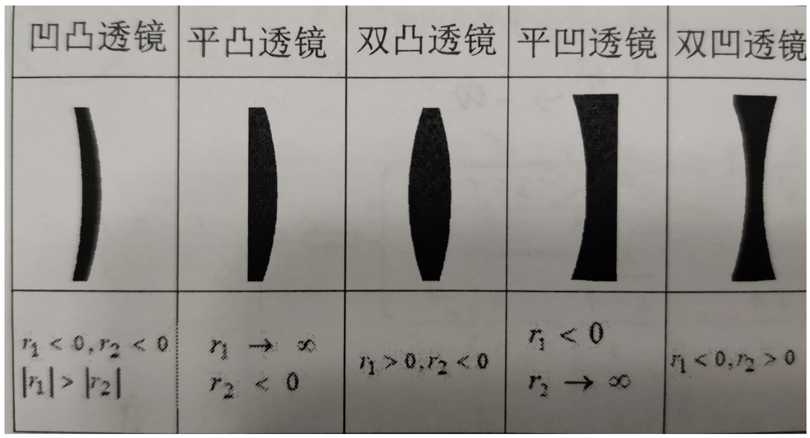
这两个球面镜之间的距离为 d ,则逐次成像法中像距与物距的递推关系:

$$\begin{cases}实像作为实物:\ s_2=d-s_1' \\ 虚像作为实物:\ s_2=d-s_1' \\ 实像作为虚物:\ s_2=d-s_1'\end{cases}$$

递推关系:$s_2=d-s_1'$ (第2次的物距是d减去第1次像距)

7. 薄透镜成像公式

薄透镜是由两个折射球面组成的,两折射球面共轴,两顶点间距与球面半径比起来可忽略不计



1. 近轴条件下的薄透镜焦距公式

   经第一球面折射: $\frac{n_L}{s_1'}+\frac{n}{s}=\frac{n'-n_L}{r_1}$($r_1$可正可负)

   经第二全面折射:

$$\begin{cases}\frac{n'}{s'}+\frac{n_L}{s_2}=\frac{n'-n_L}{r_2} \\ s_2=d-s_1'\approx -s_1' \\ d\approx 0\end{cases} \Longrightarrow \frac{n'}{s'}-\frac{n_L}{s_1'}=\frac{n'-n_L}{r_2}$$

$$\Longrightarrow \frac{n'}{s'}+\frac{n}{s}=\overset{\Phi_1}{\frac{n_L-n}{r_1}}+\overset{\Phi_2}{\frac{n'-n_L}{r_1}}\ (r_1, r_2依据具体情况取正负号)$$

$$\begin{cases}\frac{n'}{s'}+\frac{n}{s}=\frac{n_L-n}{r_1}+\frac{n'-n_L}{r_1} \\ 物方焦距:\ f=\frac{n}{\frac{n_L-n}{r_1}+\frac{n'-n_L}{r_2}} \\ 像方焦距:\ f=\frac{n'}{\frac{n_L-n}{r_1}+\frac{n'-n_L}{r_2}}\end{cases} \Longrightarrow \begin{cases}\frac{f'}{s'}+\frac{f}{s}=1(高斯公式) \\ \frac{f'}{f}=\frac{n'}{n}\end{cases}$$

   - 在 n_L, n, n'一定时,凹透镜与凸透镜焦距符号相反
   - 当透镜两边介质相同时,$n=n'$,有:

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}(\frac{1}{u}+\frac{1}{\underline{v}}=\frac{1}{f}) \quad \beta=-\frac{s'}{s}$$

$$\text{其中：} f' = f = \frac{n}{(n_L - n)(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})} \text{(如凸透镜为正,则凹透镜为负)}$$

特别的：当透镜放于空气中及$n = n' = 1$时：

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = (n_L - 1)(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}) \qquad f' = f = \frac{1}{(n_L - 1)(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})}$$

- 薄透镜成像横向放大率：

$$\beta = (-\frac{s_1' n}{s_L}) \cdot (-\frac{s' n_L}{s_2 n'}) = -\frac{s' n}{s n'} = -\frac{s' f}{s f'} (s_2 = d - s_1' \approx -s_1')$$

2. 密接薄透镜组

$$\begin{cases} \frac{1}{s_A'} + \frac{1}{s_A} = \frac{1}{f_A} \\ \frac{1}{s_B'} + \frac{1}{s_B} = \frac{1}{f_B} \\ s_B = -s_A' \end{cases} \implies \frac{1}{s_A} + \frac{1}{s_B'} = \frac{1}{f_A} + \frac{1}{f_B} \implies \frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$\text{其中：} \frac{1}{f} = \frac{1}{f_A} + \frac{1}{f_B}$$

结论：对两个**密接**透镜可等效为一个透镜,等效焦距为：

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_A} + \frac{1}{f_B} \implies \Phi = \Phi_A + \Phi_B = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4$$

- f_A, f_B：凹透镜取负,凸透镜取正;
- 仅适用于薄透镜,而且密接组合
- 推广：密接薄光学系统的总光焦度等于各折射(反射)面的光焦度之和