

## 第 10 周(次)作业

---

书上习题9: 13, 19, 21.

补充题:

**练习1.** 设  $\sigma \in L(V)$ , 其中  $\dim V = 3$ , 设  $\sigma$  在  $V$  一组基  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  下的阵表示为  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ , 试求出  $\sigma$  的所有 2 维不变子空间。

**练习2.** 求  $A$  的 *Jordan* 标准形  $J$ , 并求可逆阵  $P$ , 使得  $P^{-1}AP = J$ .

$$(1) A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad (2) A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 0 & 2 \\ -4 & 5 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

\*注: 练习1及练习2(2)是2012年春季考试的试题。

**练习3.** (1). 求 *Jordan* 块  $J(\mu, t)$  ( $t \geq 2, \mu \in \mathbb{C}$ ) 的伴随矩阵  $J^*(\mu, t)$  的 *Jordan* 标准形 (不计 *Jordan* 块排列次序)。

(2) 求 *Jordan* 块  $J(\mu, t)$  ( $t \geq 2, \mu \in \mathbb{C}$ ) 的二次幂  $[J(\mu, t)]^2$  的 *Jordan* 标准形 (不计 *Jordan* 块排列次序)。

(3). 如(1)若  $\mu \neq 0$ , 则  $J(\mu, t)$  的逆阵  $J^{-1}(\mu, t)$  的 *Jordan* 标准形是什么?

(思考: 如果已知矩阵  $A$  的 *Jordan* 标准形, (i) 如何得到  $A^2$  的 *Jordan* 标准形? (ii) 若  $A$  可逆, 如何得到其逆阵  $A^{-1}$  的 *Jordan* 标准形? )