

第11(周)次作业

书上习题10: 1, 2, 4, 7, 8. (度量矩阵即Gram阵)

补充题:

练习1. 设 V 是 n ($n \geq 2$)维Euclid空间, α, β 是 V 中两个长度相等的向量, 求证: 存在镜面反射 $\sigma \in L(V)$, 使得 $\sigma\alpha = \beta$.

注: 镜面反射的定义参考上面的第7题, 并思考其中向量 η , 空间 $\eta^\perp \triangleq \{\xi \in V : (\eta, \xi) = 0\}$ 及镜面反射的几何意义所在。

练习2. 设 V 是 n 维Euclid空间, 下设 $m: 1 \leq m \leq n$,

(1). 设 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 是 V 上 m 个线性无关的向量, 求证其Gram阵 G 是实对称正定矩阵;

(2). 反过来, 设 G 是一个 m 阶实对称正定矩阵, 求证存在 V 上 m 个线性无关的向量, 使得其Gram阵就是 G .