

第 14 课次习题

练习1. 用留数方法计算积分:

$$(1). I(a) = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1 - 2a \cos \theta + a^2}, \quad \text{其中 } |a| < 1, a \in \mathbb{R};$$

$$(2). I(b) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\theta}{b + \sin \frac{\theta}{2}}, \quad \text{其中 } b > 1;$$

$$(3). I_n = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^n}, \quad n \in \mathbb{Z}^+;$$

$$(4). I(p, q) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos x dx}{x^2 + px + q}, \quad \text{其中 } \Delta = p^2 - 4q < 0.$$

练习2. 构造有理函数 $R(z) = \frac{P_n(z)}{Q_m(z)}$, 其中 $P_n(z)$, $Q_m(z)$ 分别为 n , m 次多项式, 使得

(1). $\text{Res}[R(z)e^{iz}, \infty] = 0$, (2). $m - n = 1$ 同时成立。