

第 13 课次习题

练习1. 计算下列函数在扩充复平面 $\overline{\mathbb{C}}$ 上所有孤立奇点处留数:

$$(1). \frac{e^z}{z^2 + 1}, \quad (2). z^2 \cos \frac{z}{z-1}.$$

练习2. 计算积分:

$$\begin{aligned} (1). & \oint_{|z|=2} \frac{z^{2n}}{z^n + 1} dz, \quad \text{其中 } n \text{ 为正整数;} \\ (2). & \oint_{|z|=3} \tan(\pi z) dz; \\ (3). & \oint_{|z|=R} \frac{z^2}{1 - e^{2\pi i z^3}} dz, \quad n < R^3 < n+1, \quad n \text{ 为正整数.} \end{aligned}$$

练习3. 设 $R(z) = \frac{P_n(z)}{Q_m(z)}$, 其中 $P_n(z)$, $Q_m(z)$ 分别为 n , m 次多项式, 求证:
当 $m - n \geq 2$ 时, $\text{Res}[R(z), \infty] = 0$.