

# 代码模板

zdq

SCUT

August 16, 2021

# Contents

<b>开始</b>	<b>2</b>
宏定义	2
快读	2
对拍	2
<b>数学</b>	<b>3</b>
模乘模幂	3
GCD	3
CRT	3
高次同余方程	4
BSGS	4
EXBSGS	4
二次剩余	5
线性筛	6
$\phi$ 单点欧拉函数	6
Miller-Rabin 素性测试	6
Pollard-Rho 分解质因数	7
组合数	7
exLucas	7
类欧几里得算法	8
日期操作	8
用于跳转的常量	8
辅助函数	8
日期和整数的一一对应	8
<b>二维计算几何</b>	<b>9</b>
点向量基本运算	9
位置关系	9
多边形	10
求多边形面积	10
判断点是否在多边形内	10
凸包	10
凸包直径·平面最远点对	10
平面最近点对	11
圆	11
三点垂心	11
最小覆盖圆	12
<b>图论</b>	<b>12</b>
存图	12
最短路	12
Dijkstra	12
LCA	12
连通性	13
有向图强联通分量	13
<b>数据结构</b>	<b>13</b>
手写整数哈希	13
堆式线段树	14
小根堆	15
Treap	15

## 开始

### 宏定义

```
1  #include<bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  typedef long long LL;
4  typedef __int128 LLL;
5  typedef unsigned u32;
6  typedef unsigned long long u64;
7  typedef long double LD;
8  typedef pair<int,int> pii;
9  #define ff first
10 #define ss second
11 #define il inline
12 #define pln putchar('\n')
13 #define For(i,a,b) for(int i=(a),(i##i)=(b);i<=(i##i);++i)
14 #define Rep(i,n) for(int i=0,(i##i)=(n);i<(i##i);++i)
15 #define Fodn(i,a,b) for(int i=(a),(i##i)=(b);i>=(i##i);--i)
16 const int M=1000000007,INF=0x3f3f3f3f;
17 const long long INFLL=0x3f3f3f3f3f3f3fLL;
18 const int N=1000007;
```

### 快读

```
1  ios::sync_with_stdio(0);cin.tie(0);cout.tie(0);

1  template <typename T>
2  inline bool read(T &x) {
3      x = 0; char c = getchar(); int f = 1;
4      while (!isdigit(c) && (c != '-') && (c != EOF)) c = getchar();
5      if (c == EOF) return 0;
6      if (c == '-') f = -1, c = getchar();
7      while (isdigit(c)) { x = x * 10 + (c & 15); c = getchar();}
8      x *= f; return 1;
9  }

10
11 template <typename T, typename... Args>
12 inline bool read(T &x, Args &...args) {
13     bool res = 1;
14     res &= read(x);
15     res &= read(args...);
16     return res;
17 }
```

### 对拍

```
1  //in.txt
2  //AC.exe std.txt
3  //MY.exe my.txt
4
5  void init(){
6      FILE*F=fopen("int.txt","w");
7
8      //srand(time(0));
9      //int a=(long long)rand()*rand()%1001;
10     //fscanf(F,"%d",&a);fprintf(F,"%d\n",a);
11
12     fclose(F);
13 }
14
15 int main(){
16     init();
17     while(1){
18         system("AC.exe < in.txt > std.txt");
19
20         system("MY.exe < in.txt > my.txt");
21
22         if(system("fc std.txt my.txt")){
23             puts("WA");
24         }
```

```

24         return 0;
25     }else puts("AC\n\n");
26
27     init();
28 }
29 }

```

## 数学

### 模乘模幂

- longlong 范围用 fpl

```

1  inline LL mul(LL a, LL b, LL p) {
2      LL res = a * b - ((LL)((LD)a * b / p) * p);
3      return res < 0 ? res + p : (res < p ? res : res - p);
4  }
5
6  inline LL fp(LL a, LL b, LL Mod) {
7      LL res = (Mod != 1);
8      for (; b; b >>= 1, a = a * a % Mod)
9          if (b & 1)
10             res = res * a % Mod;
11     return res;
12 }
13
14 inline LL fpl(LL a, LL b, LL Mod) {
15     LL res = (Mod != 1);
16     for (; b; b >>= 1, a = mul(a, a, Mod))
17         if (b & 1)
18             res = mul(res, a, Mod);
19     return res;
20 }

```

### GCD

```

1  template <typename T>
2  inline T gcd(T a, T b) {
3      while (b){
4          T t = b;
5          b = a % b;
6          a = t;
7      }
8      return a;
9  }
10
11 template <typename T>
12 inline T lcm(T a, T b) { return a / gcd(a, b) * b; }
13
14 template<typename T>
15 inline T exgcd(T a,T b,T&x,T&y){
16     x=1,y=0;T m=0,n=1;
17     while(b){
18         const T q=a/b;
19         tie(x,m)=make_tuple(m,x-q*m);
20         tie(y,n)=make_tuple(n,y-q*n);
21         tie(a,b)=make_tuple(b,a-q*b);
22     }
23     return a;
24 }

```

### CRT

- 需要 GCD 64 位模乘
- 用来合并同余方程
- 返回最小正数解或最小非负解无解返回-1

```

1 inline LL Crt(LL a1, LL a2, LL mod1, LL mod2) {
2     LL u, v;
3     LL g = exgcd(mod1, mod2, u, v);
4     if ((a2 - a1) % g) return -1;
5     LL m12 = abs(lcm(mod1, mod2));
6     LL res = (mul(mod1, mul(u, ((a2 - a1) / g), m12), m12) + a1) % m12;
7     return res <= 0 ? res + m12 : res; /* 求最小正数解还是非负解 */
8 }

```

## 高次同余方程

- 以下  $p$  均为正整数

### BSGS

- 求最小非负整数  $x$  满足  $a^x \equiv b \pmod{p}$
- 要求  $(a, p) = 1$   $p$  不必是质数无解返回  $-1$
- 需要 `fp` 和 `map/unorded_map` 如果  $p$  超过  $1e9$  用 LL 版本
- 期望复杂度  $O(\sqrt{p})$
- 自带哈希可以被卡 TLE (luogu P4192)
- 用 `map` 复杂度多个  $\log$  慢
- 手写整数哈希 `unordered_map<int, int, custom_hash>h;`
- 若多组询问  $a, p$  不变且始终满足  $(b, p) = 1$  可以复用 `h` 降低复杂度

```

1 inline int log_p(int a, int b, int p){
2     if ((b - 1) % p == 0) return 0;
3     if ((b - a) % p == 0) return 1;
4     //在%p 前特判 此后满足 p>1 且 result>1
5     a %= p; (a < 0) && (a += p);
6     b %= p; (b < 0) && (b += p);
7     //assert(abs(gcd(a,p))==1);//调用时保证 a&p 则此行可省
8     unordered_map<int, int> h; //仔细判断出题人卡不卡
9     int t = (int)sqrt(p) + 1;
10    for (int j = 0; j < t; ++j, b = (LL)b * a % p) h[b] = j;
11    int at = (a = fp(a, t, p));
12    for (int i = 1, j = t; i <= t; ++i, a = (LL)a * at % p, j += t){
13        auto bat = h.find(a);
14        if (bat != h.end()) return j - (*bat).second;
15    } return -1;
16 }

```

### EXBSGS

- 求最小非负整数  $x$  满足  $a^x \equiv b \pmod{p}$
- 不要求正整数  $a, p$  互质无解返回  $-1$
- 注意乘法溢出

```

1 inline int getinv(int a, int p){
2     int m = 0, n = 1, x = 1, y = 0, b = p;
3     while (b){
4         int q = a / b;
5         tie(x, m) = make_tuple(m, x - q * m);
6         tie(y, n) = make_tuple(n, y - q * n);
7         tie(a, b) = make_tuple(b, a - q * b);
8     }
9     x %= p; (x < 0) && (x += p);
10    return x;
11 }
12
13 inline int log(int a, int b, int p){
14     if ((b - 1) % p == 0) return 0;
15     if ((b - a) % p == 0) return 1;

```

```

16 a %= p; (a < 0) && (a += p);
17 b %= p; (b < 0) && (b += p);
18 int _a = a, _b = b, _p = p;
19 int d = gcd(a, p), ax = 1, t = 0;
20 while (d > 1){
21     if (b % d != 0)break; //若 b 不能再提出 d 说明 result<=t
22     b /= d; p /= d; ax = (LL)ax * (a / d) % p;
23     ++t;
24     d = gcd(a, p);
25 }
26 for (int i = 2, at = (LL)_a * _a % _p; i <= t; ++i, at = (LL)at * _a % _p)
27     if (at == _b) return i;
28 if (d > 1) return -1;
29 int res = log_p(a, (LL)b * getinv(ax, p) % p, p);
30 return res < 0 ? -1 : res + t;
31 }

```

## 二次剩余

### 判定定理

- $p$  是奇素数且  $n$  和  $p$  互质
- $$n^{\frac{p-1}{2}} \bmod p = \begin{cases} 1 & n \\ -1 & n \end{cases}$$

### Cipolla 算法

- 寻找非负整数  $x$  满足  $x^2 \equiv n \pmod{p}$  其中  $p$  为质数
- 期望复杂度  $O(\log p)$
- 需要用到快速幂  $\text{fp}()$  若  $p$  大于  $1e9$  要换  $\text{mul}()$  和  $\text{fpl}()$
- 注意乘法溢出
- 先找到  $a$  使  $a^2 - n$  是非二次剩余
- 定义  $w = i^2 = a^2 - n$  则  $x = (a + i)^{\frac{p+1}{2}}$
- 无解返回  $-1$

```

1 namespace Cipolla{
2     LL w,p,d;
3
4     struct dat{
5         LL x,y;//复数 x+yi
6         dat operator*(const dat&a)const{
7             return (dat){(x*a.x+y*a.y%p*w)%p,(x*a.y+y*a.x)%p};
8         }
9     };
10
11     inline LL ask(LL n,LL P){//n 为非二次剩余返回-1
12         p=P;n%=p;if(n==0||p==2)return n;
13         d=(p-1)/2;
14         if(fp(n,d,p)!=1)return -1;//检验是否有解
15         LL a;
16         while(1){
17             a=(LL)rand()*rand()%p;
18             w=(a*a-n)%p;(w<0)&&(w+=p);
19             if(fp(w,d,p)==(p-1))break;//找到了非二次剩余 w
20         }
21         dat res={1,0};++d;
22         for(dat u={a,1};d>=1,u=u*u;if(d&1)res=res*u;
23         return res.x;
24     }
25 }
26
27 signed main(){//luogu P5491
28     int t;scanf("%d",&t);

```

```

29     while(t--){
30         LL n,p;scanf("%lld%lld",&n,&p);
31         LL ans=Cipolla::ask(n,p);
32         if(ans==1)puts("HoLa!");
33         else if(ans==0)puts("0");
34         else printf("%lld %lld\n",min(ans,p-ans),max(ans,p-ans));
35     }
36     return 0;
37 }

```

## 线性筛

```

1  struct primenumberlist{
2      #define MAXN (100000000)
3      int cnt, pri[100000000];
4      bool np[MAXN + 10];
5      primenumberlist(){
6          np[1] = 1; cnt = 0;
7          for (int i = 2; i <= MAXN; ++i) {
8              if (!np[i]) pri[++cnt] = i;
9              for (int j = 1; j <= cnt; ++j) {
10                 LL t = pri[j] * i;
11                 if (t > MAXN) break;
12                 np[t] = 1;
13                 if (!(i % pri[j])) break;
14             }
15         }
16     }
17 } prime;

```

## $\phi$ 单点欧拉函数

```

1  template <typename T>
2  inline T phi(T x) {
3      T res = x;
4      for (T i = 2; i * i <= x; ++i)
5          if ((x % i) == 0) {
6              res = res / i * (i - 1);
7              while ((x % i) == 0) x /= i;
8          }
9      if (x > 1) res = res / x * (x - 1);
10     return res;
11 }

```

## Miller-Rabin 素性测试

- $n \leq 10^{18}$
- 需要 64 位模乘 64 位模幂

```

1  inline bool MR(LL x, LL n, int t) {
2      LL las = x;
3      for (int i = 1; i <= t; ++i) {
4          x = mul(x, x, n);
5          if (x == 1 && las != 1 && las != (n - 1)) return 0;
6          las = x;
7      }
8      return x == 1;
9  }
10
11 inline bool isPrime(LL n) {
12     if (n == 4685624825598111 || n < 2) return 0;
13     if (n == 2 || n == 3 || n == 7 || n == 61 || n == 24251) return 1;
14     LL d = n - 1;
15     int t = 0;
16     while ((d & 1) == 0) d >>= 1, ++t;
17     return MR(fpl(2, d, n), n, t) && MR(fpl(61, d, n), n, t);
18 }

```

## Pollard-Rho 分解质因数

- 需要 64 位模乘 gcd
- 求  $n$  的一个大于 1 的因子可能返回  $n$  本身
- 调用 PR() 前务必判断  $n$  的素性检查  $n > 1$

```
1 mt19937 mt(time(0)); //随机化
2 inline LL PR(LL n) {
3     LL x = uniform_int_distribution<LL>(0, n - 1)(mt), s, t, c = uniform_int_distribution<LL>(1, n - 1)(mt); //随机化
4     for (int gol = 1; 1; gol <= 1, s = t, x = 1) {
5         for (int stp = 1; stp <= gol; ++stp) {
6             t = (mul(t, t, n) + c) % n;
7             x = mul(x, abs(s - t), n);
8             if ((stp & 127) == 0) {
9                 LL d = gcd(x, n);
10                if (d > 1) return d;
11            }
12        }
13        LL d = gcd(x, n);
14        if (d > 1) return d;
15    }
16 }
```

## 组合数

- 数较小模数为较大质数求逆元
- - 如果模数固定可以  $O(n)$  预处理阶乘的逆元
- 数较大模数为较小质数用 *Lucas* 定理
- -

$$C_n^m \equiv C_{\lfloor \frac{n}{p} \rfloor}^{\lfloor \frac{m}{p} \rfloor} * C_{n \bmod p}^{m \bmod p} (\bmod p)$$

- 数较大模数较小用 *exLucas* 定理求  $C_n^m \bmod P$

## exLucas

- 需要模乘 CRT
- $O(P \log P)$
- 不要求  $P$  为质数

```
1 namespace EXLUCAS {
2     inline LL idxp(LL n, LL p) {
3         LL nn = n;
4         while (n > 0) nn -= (n % p), n /= p;
5         return nn / (p - 1);
6     }
7
8     LL facp(LL n, LL p, LL pk) {
9         if (n == 0) return 1;
10        LL res = 1;
11        if (n >= pk) {
12            LL t = n / pk, k = 1, els = n - t * pk;
13            for (LL i = 1; i <= els; ++i) if (i % p) k = k * i % pk;
14            res = k;
15            for (LL i = els + 1; i < pk; ++i) if (i % p) k = k * i % pk;
16            res = res * fp(k, n / pk, pk) % pk;
17        }
18        else for (LL i = 1; i <= n; ++i) if (i % p) res = res * i % pk;
19        return res * facp(n / p, p, pk) % pk;
20    }
21
22    inline LL exlucas(LL n, LL m, LL p, LL pk, LL k) {
23        LL a = facp(n, p, pk) * fp(facp(n - m, p, pk) * facp(m, p, pk) % pk, pk / p * (p - 1) - 1, pk) % pk;
24        LL b = idxp(n, p) - idxp(m, p) - idxp(n - m, p);
```



```

25     if (b >= k) return 0;
26     while (b-- > 0) a *= p;
27     return a % pk;
28 }
29
30 /* 接口 */ inline LL exlucas(LL n, LL m, LL p) {
31     LL a = 0, b = 1;
32     for (LL i = 2; i * i <= p; ++i) {
33         if (p % i) continue;
34         LL t = 0, pk = 1;
35         while (p % i == 0) ++t, p /= i, pk *= i;
36         a = Crt(a, exlucas(n, m, i, pk, t), b, pk);
37         b *= pk;
38     }
39     return (p > 1) ? Crt(a, exlucas(n, m, p, p, 1), b, p) : a;
40 }
41 }

```

## 类欧几里得算法

- 计算直线下整点数
- $f = \sum [(ai+b)/c]$   $g = \sum i[(ai+b)/c]$   $h = \sum [(ai+b)/c]^2$   $i = 0..n$   $a, b, n \in \mathbb{N}$   $c \in \mathbb{N}^*$
- 复杂度  $\log(\max\{a, c\})$

```

1 struct dat{LL f, g, h};
2 const LL i2 = 499122177, i3 = 332748118, M = 998244353; //预处理出模 M 意义下 2 和 3 的逆元
3 dat f(LL a, LL b, LL c, LL n){
4     LL ac = a / c, bc = b / c;
5     LL n2 = (n * (n + 1) % M) * i2 % M, n3 = n2 * (2ll * n + 1) % M * i3 % M;
6     dat res = {
7         (n2 * ac % M + (n + 1) * bc % M) % M,
8         (ac * n3 % M + bc * n2 % M) % M,
9         (ac * ac % M * n3 % M +
10          bc * bc % M * (n + 1) % M + ac * bc % M * n2 % M * 2ll) % M};
11     a %= c; b %= c; if (a == 0) return res;
12     LL m = (a * n + b) / c;
13     dat p = f(c, c - b - 1, a, m - 1);
14     LL fc = (n * m % M - p.f + M) % M, gc = (n2 * m % M - i2 * (p.f + p.h) % M + M) % M;
15     return{(res.f + fc) % M, (res.g + gc) % M,
16            (res.h + 2ll * (bc * fc % M + ac * gc % M) % M +
17             n * m % M * m % M - 2ll * p.g - p.f + 3ll * M) % M};}

```

## 日期操作

### 用于跳转的常量

```

1 const LL year_1[2]={365, 366};
2 const LL year_400=146097;
3 const LL m_day[13]={0,31,28,31,30,31,30,31,31,30,31,30,31};

```

### 辅助函数

```

1 inline bool isLeap(LL t){return (t % 400 == 0) || ((t % 4 == 0) && (t % 100 != 0));}
2 inline bool pick(LL a, LL b){return ((isLeap(a) && b <= 2) || (isLeap(a + 1) && b > 2));}
3 inline LL dayThisMonth(LL y, LL m){return m_day[m] + isLeap(y) * (m == 2);}

```

### 日期和整数的一一对应

- LL 可以改成 int

```

1 struct MY_DATE{
2     LL year, month, day;
3     MY_DATE(LL y = 2021, LL m = 1, LL d = 1) : year(y), month(m), day(d){};
4     LL p(MY_DATE op = {0, 0, 0}){//日期转换为整数
5         LL y = year - op.year, m = month - op.month, d = day - op.day;
6         if (m <= 2){ y--; m += 12;}
7         return 365 * y + y / 4 - y / 100 + y / 400 + (153 * (m - 3) + 2) / 5 + d - 307;
8     }

```

```

9 MY_DATE run(LL k){//当前日期过 k 天
10     k += p();
11     LL x = k + 1789995, n = 4 * x / 146097, i, j, d;
12     x -= (146097 * n + 3) / 4;
13     i = (4000 * (x + 1)) / 1461001;
14     x -= 1461 * i / 4 - 31;
15     j = 80 * x / 2447;
16     d = x - 2447 * j / 80;
17     x = j / 11;
18     return MY_DATE(100 * (n - 49) + i + x, j + 2 - 12 * x, d);
19 }
20 };

```

## 二维计算几何

- Point 直接支持整型和浮点型
- 部分函数可以对整型改写
- 多边形 (凸包) 按逆时针存在下标 1..n

## 点向量基本运算

```

1 template <typename T>
2 struct Point {
3     T x, y;
4     Point() {}
5     Point(T u, T v) : x(u), y(v) {}
6     Point operator+(const Point &a) const { return Point(x + a.x, y + a.y); }
7     Point operator-(const Point &a) const { return Point(x - a.x, y - a.y); }
8     Point operator*(const T &a) const { return Point(x * a, y * a); }
9     T operator*(const Point &a) const { return x * a.x + y * a.y; }
10    T operator%(const Point &a) const { return x * a.y - y * a.x; }
11    double len() const { return hypot(x, y); }
12    double operator^(const Point &a) const { return (a - (*this)).len(); }
13    double angle() const { return atan2(y, x); }
14    bool id() const { return y < 0 || (y == 0 && x < 0); }
15    bool operator<(const Point &a) const { return id() == a.id() ? (*this) % a > 0 : id() < a.id(); }
16 };
17 typedef Point<double> point;
18
19 #define sqr(x) ((x) * (x))
20 const point O(0, 0);
21 const double PI(acos(-1.0)), EPS(1e-8);
22 inline bool dcmp(const double &x, const double &y) { return fabs(x - y) < EPS; }
23 inline int sgn(const double &x) { return fabs(x) < EPS ? 0 : ((x < 0) ? -1 : 1); }
24 inline double mul(point p1, point p2, point p0) { return (p1 - p0) % (p2 - p0); }

```

## 位置关系

```

1 inline bool in_same_seg(point p, point a, point b) {
2     if (fabs(mul(p, a, b)) < EPS) {
3         if (a.x > b.x) swap(a, b);
4         return (a.x <= p.x && p.x <= b.x && ((a.y <= p.y && p.y <= b.y) || (a.y >= p.y && p.y >= b.y)));
5     } else return 0;
6 }
7
8 inline bool is_right(point st, point ed, point a) {
9     return ((ed - st) % (a - st)) < 0;
10 }
11
12 inline point intersection(point s1, point t1, point s2, point t2) {
13     return s1 + (t1 - s1) * (((s1 - s2) % (t2 - s2)) / ((t2 - s2) % (t1 - s1)));
14 }
15
16 inline bool parallel(point a, point b, point c, point d) {
17     return dcmp((b - a) % (d - c), 0);
18 }
19
20 inline double point2line(point p, point s, point t) {

```

```

21     return fabs(mul(p, s, t) / (t - s).len());
22 }
23
24 inline double point2seg(point p, point s, point t) {
25     return sgn((t - s) * (p - s)) * sgn((s - t) * (p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p ^ s), (p ^ t));
26 }

```

## 多边形

### 求多边形面积

```

1 inline double area(int n, point s[]) {
2     double res = 0;
3     s[n + 1] = s[1];
4     for (int i = 1; i <= n; ++i)
5         res += s[i] % s[i + 1];
6     return fabs(res / 2);
7 }

```

### 判断点是否在多边形内

- 特判边上的点
- 使用了  $a[1] \dots a[n+1]$  的数组

```

1 inline bool in_the_area(point p, int n, point area[]) {
2     bool ans = 0; double x;
3     area[n + 1] = area[1];
4     for (int i = 1; i <= n; ++i) {
5         point p1 = area[i], p2 = area[i + 1];
6         if (in_same_seg(p, p1, p2)) return 1; //特判边上的点
7         if (p1.y == p2.y) continue;
8         if (p.y < min(p1.y, p2.y)) continue;
9         if (p.y >= max(p1.y, p2.y)) continue;
10        ans ^= ((p.y - p1.y) * (p2.x - p1.x) / (p2.y - p1.y) + p1.x > p.x);
11    }
12    return ans;
13 }

```

## 凸包

- *Andrew* 算法
- $O(n \log n)$
- 可以应对凸包退化成直线/单点的情况但后续旋转卡壳时应注意特判
- 注意是否应该统计凸包边上的点

```

1 inline bool pcmp1(const point &a, const point &b) { return a.x == b.x ? a.y < b.y : a.x < b.x; }
2
3 inline int Andrew(int n, point p[], point ans[]) { //ans[] 逆时针存凸包
4     sort(p + 1, p + 1 + n, pcmp1);
5     int m = 0;
6     for (int i = 1; i <= n; ++i) {
7         while (m > 1 && mul(ans[m - 1], ans[m], p[i]) < 0) --m; //特判凸包边上的点
8         ans[++m] = p[i];
9     }
10    int k = m;
11    for (int i = n - 1; i >= 1; --i) {
12        while (m > k && mul(ans[m - 1], ans[m], p[i]) < 0) --m; //特判凸包边上的点
13        ans[++m] = p[i];
14    }
15    return m - (n > 1); //返回凸包有多少个点
16 }

```

### 凸包直径·平面最远点对

- 旋转卡壳算法
- $O(n)$

- 凸包的边上只能有端点，否则不满足严格单峰
- 凸包不能退化成直线，调用前务必检查  $n \geq 3$
- 使用了  $a[1] \dots a[n+1]$  的数组

```

1 inline double Rotating_Caliper(int n, point a[]) {
2     a[n + 1] = a[1];
3     double ans = 0;
4     int j = 2;
5     for (int i = 1; i <= n; ++i) {
6         while (fabs(mul(a[i], a[i + 1], a[j])) < fabs(mul(a[i], a[i + 1], a[j + 1]))) j = (j % n + 1);
7         ans = max(ans, max((a[j] ^ a[i]), (a[j] ^ a[i + 1])));
8     }
9     return ans;
10 }

```

## 平面最近点对

- 分治 + 归并
- $O(n \log n)$

```

1 namespace find_the_closest_pair_of_points {
2     const int N = 200010; //maxn
3     inline bool cmp1(const point &a, const point &b) { return a.x < b.x || (a.x == b.x && a.y < b.y); }
4     inline bool operator>(const point &a, const point &b) { return a.y > b.y || (a.y == b.y && a.x > b.x); }
5
6     point a[N], b[N];
7     double ans;
8     inline void upd(const point &i, const point &j) { ans = min(ans, i ^ j); }
9
10    void find(int l, int r) {
11        if (l == r) return;
12        if (l + 1 == r) {
13            if (a[l] > a[r]) swap(a[l], a[r]);
14            upd(a[l], a[r]); return;
15        }
16        int mid = (l + r) >> 1;
17        double mx = (a[mid + 1].x + a[mid].x) / 2;
18        find(l, mid); find(mid + 1, r);
19        int i = l, j = mid + 1;
20        for (int k = l; k <= r; ++k) b[k] = a[(j > r) || (i <= mid && a[j] > a[i]) ? (i++) : (j++)];
21        for (int k = l; k <= r; ++k) a[k] = b[k];
22        int tot = 0;
23        for (int k = l; k <= r; ++k) if (fabs(a[k].x - mx) <= ans) {
24            for (int j = tot; j >= 1 && (a[k].y - b[j].y <= ans); --j) upd(a[k], b[j]);
25            b[++tot] = a[k];
26        }
27    }
28
29    //接口
30    inline double solve(int n, point ipt[]){
31        ans = 0x3f3f3f3f3f3f3f3f; //max distance
32        for (int i = 1; i <= n; ++i) a[i] = ipt[i];
33        sort(a + 1, a + 1 + n, cmp1);
34        find(1, n);
35        return ans;
36    }
37 }

```

## 圆

### 三点垂心

```

1 inline point geto(point p1, point p2, point p3) {
2     double a = p2.x - p1.x;
3     double b = p2.y - p1.y;
4     double c = p3.x - p2.x;
5     double d = p3.y - p2.y;
6     double e = sqr(p2.x) + sqr(p2.y) - sqr(p1.x) - sqr(p1.y);
7     double f = sqr(p3.x) + sqr(p3.y) - sqr(p2.x) - sqr(p2.y);

```

```

8     return {(f * b - e * d) / (c * b - a * d) / 2, (a * f - e * c) / (a * d - b * c) / 2};
9 }

```

## 最小覆盖圆

- 随机增量  $O(n)$

```

1 inline void min_circlefill(point &o, double &r, int n, point a[]) {
2     mt19937 myrand(20011224); shuffle(a + 1, a + 1 + n, myrand); //越随机越难 hack
3     o = a[1];
4     r = 0;
5     for (int i = 1; i <= n; ++i) if ((a[i] ^ o) > r + EPS) {
6         o = a[i];
7         r = 0;
8         for (int j = 1; j < i; ++j) if ((o ^ a[j]) > r + EPS) {
9             o = (a[i] + a[j]) * 0.5;
10            r = (a[i] ^ a[j]) * 0.5;
11            for (int k = 1; k < j; ++k) if ((o ^ a[k]) > r + EPS) {
12                o = geto(a[i], a[j], a[k]);
13                r = (o ^ a[i]);
14            }
15        }
16    }
17 }

```

## 图论

### 存图

- 前向星
- 注意边数开够

```

1 int Head[N], Ver[N*2], Next[N*2], Ew[N*2], Gtot=1;
2 inline void graphinit(int n) {Gtot=1; for(int i=1; i<=n; ++i) Head[i]=0;}
3 inline void edge(int u, int v, int w=1) {Ver[++Gtot]=v; Next[Gtot]=Head[u]; Ew[Gtot]=w; Head[u]=Gtot;}
4 #define go(i,st,to) for (int i=Head[st], to=Ver[i]; i; i=Next[i], to=Ver[i])

```

### 最短路

#### Dijkstra

- 非负权图

```

1 namespace DIJK{//适用非负权图 满足当前 dist 最小的点一定不会再被松弛
2     typedef pair<long long,int> pii;
3     long long dist[N];//存最短路长度
4     bool vis[N];//记录每个点是否被从队列中取出 每个点只需第一次取出时扩展
5     priority_queue<pii,vector<pii>,greater<pii> >pq;//维护当前 dist[] 最小值及对应下标 小根堆
6
7     inline void dijk(int s,int n){//s 是源点 n 是点数
8         while(pq.size())pq.pop();for(int i=1;i<=n;++i)dist[i]=INFL,vis[i]=0;//所有变量初始化
9         dist[s]=0;pq.push(make_pair(0,s));
10        while(pq.size()){
11            int now=pq.top().second;pq.pop();
12            if(vis[now])continue;vis[now]=1;
13            go(i,now,to){
14                const long long relx(dist[now]+Ew[i]);
15                if(dist[to]>relx){dist[to]=relx;pq.push(make_pair(dist[to],to));};//松弛
16            }
17        }
18    }
19 }

```

### LCA

- 倍增求 lca
- 数组开够

```

1 namespace LCA_Log{
2     int fa[N][22],dep[N];
3     int t,now;
4     void dfs(int x){
5         dep[x]=dep[fa[x][0]]+1;
6         go(i,x,to){
7             if(dep[to])continue;
8             fa[to][0]=x;for(int j=1;j<=t;++j)fa[to][j]=fa[fa[to][j-1]][j-1];
9             dfs(to);
10        }
11    }
12
13    //初始化接口
14    inline void lcainit(int n,int rt){//记得初始化全部变量
15        now=1;t=0;while(now<n)++t,now<=1;
16        for(int i=1;i<=n;++i)dep[i]=0,fa[i][0]=0;
17        for(int i=1;i<=t;++i)fa[rt][i]=0;
18        dfs(rt);
19    }
20
21    //求 lca 接口
22    inline int lca(int u,int v){
23        if(dep[u]>dep[v])swap(u,v);
24        for(int i=t;~i;--i)if(dep[fa[v][i]]>=dep[u])v=fa[v][i];
25        if(u==v)return u;
26        for(int i=t;~i;--i)if(fa[u][i]!=fa[v][i])u=fa[u][i],v=fa[v][i];
27        return fa[u][0];
28    }
29 }

```

## 连通性

### 有向图强联通分量

- tarjan  $O(n)$

```

1 namespace SCC{
2     int dfn[N],clk,low[N];
3     bool ins[N];int sta[N],tot; //栈 存正在构建的强连通块
4     vector<int>scc[N];int c[N],cnt;//cnt 为强联通块数 scc[i] 存放每个块内点 c[i] 为原图每个结点属于的块
5     void dfs(int x){
6         dfn[x]=low[x]=(++clk);//low[] 在这里初始化
7         ins[x]=1;sta[++tot]=x;
8         go(i,x,to){
9             if(!dfn[to]){dfs(to);low[x]=min(low[x],low[to]);} //走树边
10            else if(ins[to])low[x]=min(low[x],dfn[to]); //走返祖边
11        }
12        if(dfn[x]==low[x]){//该结点为块的代表元
13            ++cnt;int u;
14            do{u=sta[tot--];ins[u]=0;c[u]=cnt;scc[cnt].push_back(u);}while(x!=u);
15        }
16    }
17    inline void tarjan(int n){//n 是点数
18        for(int i=1;i<=cnt;++i)scc[i].clear();//清除上次的 scc 防止被卡 MLE
19        for(int i=1;i<=n;++i)dfn[i]=ins[i]=0;tot=clk=cnt=0;//全部变量初始化
20        for(int i=1;i<=n;++i)if(!dfn[i])dfs(i);
21        for(int i=1;i<=n;++i)c[i]+=n;//此行 (可以省略) 便于原图上加点建新图 加新点前要初始化 Head[]=0
22    }
23 }

```

## 数据结构

### 手写整数哈希

- 防止自带哈希被卡 T

```

1 struct custom_hash {
2     static uint64_t splitmix64(uint64_t x) {
3         x += 0x9e3779b97f4a7c15;

```

```

4         x = (x ^ (x >> 30)) * 0xbf58476d1ce4e5b9;
5         x = (x ^ (x >> 27)) * 0x94d049bb133111eb;
6         return x ^ (x >> 31);
7     }
8     size_t operator()(uint64_t x) const {
9         static const uint64_t FIXED_RANDOM = chrono::steady_clock::now().time_since_epoch().count();
10        return splitmix64(x + FIXED_RANDOM);
11    }
12 };

```

## 堆式线段树

- 区间求和区间修改
- 空间估算
- 所有数组务必初始化

```

1  struct SegmentTree_Heap{
2      #define TreeLen (N<<2)          //N
3      #define lc(x)    ((x)<<1)
4      #define rc(x)    ((x)<<1|1)
5      #define sum(x)   (tr[x].sum)    //
6      #define t(x)     (t[x])         //
7
8      struct dat{
9          LL sum;
10         /* 这里写区间加法 */
11         dat operator+(const dat&brother){
12             dat result;
13             result.sum=sum+brother.sum;
14             return result;
15         }
16     }tr[TreeLen];
17     LL t[TreeLen]; //lazy tag
18
19     /* 单区间修改 */
20     inline void change(const int&x,const int&l,const int&r,const LL&d){
21         tr[x].sum=tr[x].sum+d*(r-l+1);
22         t[x]=t[x]+d;
23     }
24
25     inline void pushup(int x){tr[x]=tr[lc(x)]+tr[rc(x)];}
26
27     inline void pushdown(int x,const int&l,const int&r,const int&mid){
28         if(t(x)){//注意区间修改细节
29             change(lc(x),l,mid,t(x));
30             change(rc(x),mid+1,r,t(x));
31             t(x)=0;
32         }
33     }
34
35     void build(int x,int l,int r){
36         t(x)=0; // 记得初始化!!!
37         if(l==r){
38             sum(x)=0;
39             return;
40         }
41         int mid=(l+r)>>1;
42         build(lc(x),l,mid);
43         build(rc(x),mid+1,r);
44         pushup(x);
45     }
46
47     void add(int x,int l,int r,const int&L,const int&R,const LL&d){
48         if(L<=l&&r<=R){
49             change(x,l,r,d);
50             return;
51         }
52         int mid=(l+r)>>1;pushdown(x,l,r,mid);
53         if(L<=mid)add(lc(x),l,mid,L,R,d);
54         if(R>mid)add(rc(x),mid+1,r,L,R,d);

```

```

55     pushup(x);
56 }
57
58 LL ask(int x,int l,int r,const int&L,const int&R){
59     if(L<=l&&r<=R)return sum(x);
60     int mid=(l+r)>>1;pushdown(x,l,r,mid);
61     LL res=0;
62     if(L<=mid)res=(res+ask(lc(x),l,mid,L,R));
63     if(mid<R)res=(res+ask(rc(x),mid+1,r,L,R));
64     return res;
65 }
66 };

```

## 小根堆

```

1  namespace MyPQ{
2      typedef int pqdat;      ///
3      pqdat q[N];
4      int tot;
5      void up(int x){
6          while(x>1)
7              if(q[x]<q[x/2]){
8                  swap(q[x],q[x/2]);
9                  x/=2;
10             }else return;
11     }
12     void down(int x){
13         int ls=x*2;
14         while(ls<=tot){
15             if(ls<tot&&q[ls+1]<q[ls])++ls;
16             if(q[ls]<q[x]){
17                 swap(q[x],q[ls]);x=ls;ls=x*2;
18             }else return;
19         }
20     }
21     void push(pqdat x){q[++tot]=x;up(tot);}
22     pqdat top(){return q[1];}
23     void pop(){if(!tot)return;q[1]=q[tot--];down(1);}
24     void pop(int k){if(!tot)return;q[k]=q[tot--];up(k);down(k);}
25 }

```

## Treap

```

1  #include<bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  const int N=2000007,INF=(1ll<<30)+7;
4
5  //Treap 维护升序多重集
6  //支持操作: 数 <-> 排名 查询某数前驱后继
7  //操作数 x 可以不在集合中
8  //x 的排名: 集合中 <x 的数的个数 +1
9  //排名 x 的数: 集合中排名 <=x 的数中的最大数
10 //x 的前驱 比 x 小的最大数
11
12 struct treap{//所有点值不同 用副本数实现多重集
13     int l,r;
14     int v,w;//v 是数据 w 是维护堆的随机值
15     int num,sz;//num 是该点副本数 sz 是该子树副本总数
16 }tr[N];int tot,rt;//tr[0] 始终全 0 使用范围 tr[1..n]
17 #define lc(x) tr[x].l
18 #define rc(x) tr[x].r
19 #define sz(x) tr[x].sz
20 #define num(x) tr[x].num
21 #define val(x) tr[x].v
22 #define wt(x) tr[x].w
23
24 inline int New(int x){
25     val(++tot)=x; wt(tot)=rand();
26     num(tot)=sz(tot)=1; return tot;
27 }

```



```

28
29 inline void upd(int p){sz(p)=sz(lc(p))+sz(rc(p))+num(p);}
30
31 inline void build(){//初始化 INF 和-INF 两个点
32     srand(time(0));
33     rt=1;tot=2;
34     rc(1)=2;val(1)=-INF;wt(1)=rand();num(1)=1;sz(1)=2;
35     val(2)=INF;wt(2)=rand();num(2)=1;sz(2)=1;
36 }
37
38 //调用时记得减一 askrk(rt,x)-1
39 int askrk(int p,int x){//当前子树中查询 x 的排名
40     if(p==0)return 1;//说明某子树所有数均比 x 大
41     if(x==val(p))return sz(lc(p))+1;
42     return x<val(p)?askrk(lc(p),x):askrk(rc(p),x)+sz(lc(p))+num(p);
43 }
44
45 //调用时记得加一 kth(rt,++rank)
46 int kth(int p,int rk){//当前子树中查询排名 rk 的数
47     if(p==0)return INF;//说明集合大小 <rk
48     if(sz(lc(p))>=rk)return kth(lc(p),rk);
49     rk-=sz(lc(p))+num(p);
50     return (rk>0)?kth(rc(p),rk):val(p);
51 }
52
53 inline void zig(int &p){//与左子节点交换位置
54     int q=lc(p);lc(p)=rc(q);rc(q)=p;
55     upd(p);p=q;upd(p);
56 }
57
58 inline void zag(int &p){//与右子节点交换位置
59     int q=rc(p);rc(p)=lc(q);lc(q)=p;
60     upd(p);p=q;upd(p);
61 }
62
63 //insert(rt,x)
64 void insert(int &p,int x){//当前子树中插入 x
65     if(p==0){p=New(x);return;}//x 首次插入
66     if(x==val(p)){++num(p);++sz(p);return;}
67     if(x<val(p)){
68         insert(lc(p),x);
69         if(wt(p)<wt(lc(p)))zig(p);//维护大根堆
70     }else{
71         insert(rc(p),x);
72         if(wt(p)<wt(rc(p)))zag(p);//维护大根堆
73     }
74     upd(p);
75 }
76
77 //erase(rt,x)
78 void erase(int &p,int x){//当前子树中删除一个 x
79     if(p==0)return;//已经无需删除
80     if(val(p)==x){//如果找到了 x 的位置
81         if(num(p)>1){//无需删点
82             --num(p);--sz(p);return;//如果有多个 x 维护副本数即可
83         }
84         if(lc(p)||rc(p)){//该点不是叶子节点 则不断向下调整至叶子节点
85             if(rc(p)==0||wt(lc(p))>wt(rc(p)))zig(p),erase(rc(p),x);//由于 rand() 的值域 & 大根堆的实现 故省略左子树为空的判断
86             else zag(p),erase(lc(p),x);
87             upd(p);
88         }else p=0;//是叶子节点则直接删除
89         return;
90     }
91     x<val(p)?erase(lc(p),x):erase(rc(p),x);upd(p);
92 }
93
94 int askpre(int x){
95     int id=1;//-INF 若没有前驱则返回-INF
96     //尝试自顶向下寻找 x 则 x 的前驱有两种情况
97     //1) 未找到 x 或 x 没有左子树 则前驱在搜索路径上
98     //2) 前驱是 x 的左子树中最大值 即 x 的左子树一直向右走

```

```

99     int p=rt;
100    while(p){
101        if(x==val(p)){//找到 x
102            if(lc(p)){p=lc(p);while(rc(p))p=rc(p);id=p;}
103            break;
104        }
105        if(val(p)<x&&val(p)>val(id))id=p;//每经过一个点尝试更新前驱
106        p=(val(p)>x?lc(p):rc(p));//找 x
107    }
108    return val(id);
109 }
110
111 int asknxt(int x){
112     int id=2;//INF
113     int p=rt;
114     while(p){
115         if(x==val(p)){
116             if(rc(p)){p=rc(p);while(lc(p))p=lc(p);id=p;}
117             break;
118         }
119         if(val(p)>x&&val(p)<val(id))id=p;
120         p=(val(p)>x?lc(p):rc(p));
121     }
122     return val(id);
123 }
124
125 #include <bits/stdc++.h>
126 using namespace std;
127
128 struct MY_IO{
129     #define DEBUG 1///本地调试
130     #define MAXSIZE (1 << 20)
131     inline bool isdigit(const char &x) { return x >= '0' && x <= '9'; }//字符集 看情况改
132     inline bool blank(const char &c) { return c == ' ' || c == '\n' || c == '\r' || c == '\t'; }
133     #if DEBUG //
134     #else //
135     char buf[MAXSIZE + 3], *p1, *p2, pbuf[MAXSIZE + 3], *pp;
136     MY_IO() : p1(buf), p2(buf), pp(pbuf) {}
137     ~MY_IO() { fwrite(pbuf, 1, pp - pbuf, stdout); }
138     #endif //
139
140     inline char gc(){
141     #if DEBUG //
142         return getchar(); //
143     #else //
144         if (p1 == p2)
145             p2 = (p1 = buf) + fread(buf, 1, MAXSIZE, stdin);
146         return p1 == p2 ? EOF : *p1++;
147     #endif //
148     }
149
150     inline void pc(const char &c){
151     #if DEBUG //
152         putchar(c); //
153     #else //
154         if (pp - pbuf == MAXSIZE)
155             fwrite(pbuf, 1, MAXSIZE, stdout), pp = pbuf;
156         *pp++ = c;
157     #endif //
158     }
159
160     template<typename T>inline bool read(T &x){
161         x = 0; char c = gc(); int f = 1;
162         while (!isdigit(c) && (c != '-' && (c != EOF))) c = gc();
163         if (c == EOF) return 0;
164         if (c == '-') f = -1, c = gc();
165         while (isdigit(c)) {x = x * 10 + (c & 15); c = gc();}
166         x *= f; return 1;
167     }
168
169     template<typename T, typename... Args>inline bool read(T &x, Args &...args){
170         bool res = 1; res &= read(x); res &= read(args...); return res;
171     }

```

```

47     }
48
49     inline int gets(char *s){
50         char c = gc(); while (blank(c) && c != EOF) c = gc();
51         if (c == EOF) return 0;
52         int len = 0;
53         while (!blank(c) && c != EOF) *s++ = c, c = gc(), ++len;
54         *s = 0; return len;
55     }
56
57     inline void getc(char &c){for (c = gc(); blank(c) && c != EOF; c = gc());}
58
59     /* 不能输出 (int)(-2^31) */ template<typename T> inline void write(T x){
60         if (x < 0) x = -x, pc('-');
61         static T sta[233];
62         int top = 0;
63         do{
64             sta[top++] = x % 10, x /= 10;
65         } while (x);
66         while (top) pc(sta[--top] + '0');
67     }
68
69     template <typename T> inline void write(T x, const char &Lastchar){write(x); pc(Lastchar);}
70
71     inline void puts(char *s){while ((*s) != 0)pc(*s++);}
72
73     inline int getline(char *s){
74         char c = gc();
75         int len = 0;
76         while (c != '\n' && c != EOF) *s++ = c, c = gc(), ++len;
77         *s = 0; return len;
78     }
79
80     inline void putline(char *s){while ((*s) != 0)pc(*s++); pc('\n');}
81 }IO;
82 #define read IO.read
83 #define write IO.write
84 #define gc IO.gc
85 #define pc IO.pc
86 #define gets IO.gets
87 #define getc IO.getc
88 #define puts IO.puts
89 #define getl IO.getline
90 #define putl IO.putline

```