# 代码模板

zdq

SCUT

May 21, 2021

# Contents

开始														3
宏	定义..........		 	 	 		 	 						 3
快	读		 	 	 		 	 						 3
对	拍		 	 	 		 	 		 •				 3
数学														4
	乘模幂		 	 	 		 	 						 -
GC														
CF	RT													
线	性筛		 	 	 		 	 						 5
Φ.	单点欧拉函数		 	 	 		 	 						 6
M	iller-Rabin 素性测试 .													6
Po	llard-Rho 分解质因数		 	 	 		 	 						 6
	合数													7
	exLucas		 	 	 		 	 						 7
类	欢几里得算法		 	 	 		 	 						 8
	期操作													8
	用于跳转的常量													8
	辅助函数													9
	日期和整数的一一对应													9
高	次同余方程 .....													9
13	BSGS													9
				 	 		 				-	 •		
二维计	<b>片算几何</b>													10
点	向量基本运算		 	 	 		 	 						 10
位	置关系........		 	 	 		 	 						 10
多	边形		 	 	 		 	 		 •				 11
	求多边形面积		 	 	 		 	 						 11
	判断点是否在多边形内	勺	 	 	 		 	 						 11
Д,	包		 	 	 		 	 						 11
Д,	包直径·平面最远点对 .		 	 	 		 	 						 12
平	面最近点对		 	 	 		 	 						 12
员			 	 	 		 	 						 13
	三点垂心		 	 	 		 	 						 13
	最小覆盖圆		 	 	 		 	 					•	 13
F=+ \ A														
图论														14
	图													
最	短路													
	Dijkstra													
	SA													14
连.	通性													
	有向图强联通分量 .		 	 	 		 	 	 •			 •		 15
数据组	±kπ													16
	179 式线段树													
<b>上</b> 出,	レソンズナスツリ ・・・・・・		 	 	 	 •	 	 	 •	 •	•	 •		 ΤO

小根堆																						 	,	1
Treap																						 		18

# 开始

### 宏定义

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
3 typedef long long LL;
4 typedef __int128 LLL;
   typedef unsigned u32;
6 typedef unsigned long long u64;
  typedef long double LD;
   typedef pair<int,int> pii;
  #define ff first
10 #define ss second
11 #define il inline
  #define pln putchar('\n')
12
  #define For(i,a,b) for(int i=(a),(i\#\#i)=(b);i<=(i\#\#i);++i)
13
  #define Rep(i,n) for(int i=0,(i##i)=(n);i<(i##i);++i)
#define Fodn(i,a,b) for(int i=(a),(i##i)=(b);i>=(i##i);--i)
  const int M=10000000007,INF=0x3f3f3f3f3f;
  const long long INFLL=0x3f3f3f3f3f3f3f3f3f1LL;
17
   const int N=1000007;
   快读
   ios::sync_with_stdio(0);cin.tie(0);cout.tie(0);
   template <typename T>
   inline bool read(T &x) {
       x = 0; char c = getchar(); int f = 1;
3
       while (!isdigit(c) && (c != '-') && (c != EOF)) c = getchar();
4
       if (c == EOF) return 0;
       if (c == '-') f = -1, c = getchar();
6
       while (isdigit(c)) { x = x * 10 + (c \& 15); c = getchar();}
       x *= f; return 1;
8
   }
9
10
   template <typename T, typename... Args>
11
   inline bool read(T &x, Args &...args) {
12
       bool res = 1;
13
       res &= read(x);
14
       res &= read(args...);
15
       return res;
16
   }
17
   对拍
1 //in.txt
   //AC.exe std.txt
  //MY.exe my.txt
   void init(){
6
       FILE*F=fopen("int.txt","w");
       //srand(time(0));
       //int a=(long long)rand()*rand()%1001;
```

```
//fscanf(F, "%d", &a); fprintf(F, "%d\n", a);
10
11
       fclose(F);
12
   }
13
14
   int main(){
15
       init();
16
       while(1){
17
            system("AC.exe < in.txt > std.txt");
18
19
            system("MY.exe < in.txt > my.txt");
20
21
            if(system("fc std.txt my.txt")){
22
                puts("WA");
23
                return 0;
24
            }else puts("AC\n\n");
25
26
27
            init();
       }
28
   }
29
   数学
   模乘模幂
       ● longlong 范围用 fpl
   inline LL mul(LL a, LL b, LL p) {
       LL res = a * b - ((LL)((LD)a * b / p) * p);
       return res < 0 ? res + p : (res < p ? res : res - p);</pre>
3
   }
   inline LL fp(LL a, LL b, LL Mod) {
       LL res = (Mod != 1);
7
       for (; b; b >>= 1, a = a * a % Mod)
            if (b & 1)
                res = res * a % Mod;
10
       return res;
11
12
   }
13
   inline LL fpl(LL a, LL b, LL Mod) {
14
       LL res = (Mod != 1);
15
       for (; b; b >>= 1, a = mul(a, a, Mod))
16
            if (b & 1)
17
                res = mul(res, a, Mod);
18
       return res;
19
   }
20
   GCD
   template <typename T>
2
   inline T gcd(T a, T b) {
       while (b){
3
```

T t = b; b = a % b;

```
a = t;
       }
       return a;
8
   }
10
   template <typename T>
11
   inline T lcm(T a, T b) { return a / gcd(a, b) * b; }
12
13
   template <typename T>
14
   T exgcd(T a, T b, T &x, T &y) {
15
       if (!b) {
16
17
           x = 1;
           y = 0;
18
           return a;
19
20
21
       T res = exgcd(b, a \% b, x, y);
       T t = x;
22
       x = y;
23
       y = t - a / b * y;
24
       return res;
25
   }
26
   CRT
      ● 需要 GCD 64 位模乘
      • 用来合并同余方程
      ● 返回最小正数解或最小非负解无解返回-1
   inline LL Crt(LL a1, LL a2, LL mod1, LL mod2) {
       LL u, v;
       LL g = exgcd(mod1, mod2, u, v);
3
       if ((a2 - a1) % g) return -1;
       LL m12 = abs(lcm(mod1, mod2));
       LL res = (mul(mod1, mul(u, ((a2 - a1) / g), m12), m12) + a1) \% m12;
       return res <= 0 ? res + m12 : res; /* 求最小正数解还是非负解 */
   }
   线性筛
   struct primenumberlist{
   #define MAXN (100000000)
2
       int cnt, pri[10000000];
3
       bool np[MAXN + 10];
4
       primenumberlist(){
           np[1] = 1; cnt = 0;
           for (int i = 2; i <= MAXN; ++i) {</pre>
               if (!np[i]) pri[++cnt] = i;
8
9
               for (int j = 1; j <= cnt; ++j) {
                   LL t = pri[j] * i;
10
                    if (t > MAXN) break;
11
                    np[t] = 1;
12
                    if (!(i % pri[j])) break;
13
14
               }
           }
15
       }
```

```
17 } prime;
```

### φ单点欧拉函数

```
template <typename T>
inline T phi(T x) {
    T res = x;
    for (T i = 2; i * i <= x; ++i)
        if ((x % i) == 0) {
            res = res / i * (i - 1);
            while ((x % i) == 0) x /= i;
        }
    if (x > 1) res = res / x * (x - 1);
    return res;
}
```

### Miller-Rabin 素性测试

- $n <= 10^{18}$
- 需要 64 位模乘 64 位模幂

```
inline bool MR(LL x, LL n, int t) {
       LL las = x;
2
       for (int i = 1; i <= t; ++i) {
3
            x = mul(x, x, n);
            if (x == 1 && las != 1 && las != (n - 1)) return 0;
            las = x;
       }
       return x == 1;
8
   }
9
10
   inline bool isPrime(LL n) {
11
       if (n == 46856248255981ll || n < 2) return 0;</pre>
12
       if (n == 2 || n == 3 || n == 7 || n == 61 || n == 24251) return 1;
13
       LL d = n - 1;
       int t = 0;
15
       while ((d & 1) == 0) d >>= 1, ++t;
16
       return MR(fpl(2, d, n), n, t) && MR(fpl(61, d, n), n, t);
17
   }
```

### Pollard-Rho 分解质因数

- 需要 64 位模乘 gcd
- $\forall n$  的一个大于 1 的因子可能返回 n 本身
- 调用 PR() 前务必判断 n 的素性检查 n > 1

```
x = mul(x, abs(s - t), n);
7
                 if ((stp & 127) == 0) {
8
                     LL d = gcd(x, n);
9
                     if (d > 1) return d;
                 }
11
            }
12
            LL d = gcd(x, n);
13
            if (d > 1) return d;
        }
15
   }
16
```

### 组合数

- 数较小模数为较大质数求逆元
- - 如果模数固定可以 O(n) 预处理阶乘的逆元
- 数较大模数为较小质数用 *Lucas* 定理
- -

$$C_n^m \equiv C_{\lfloor \frac{n}{p} \rfloor}^{\lfloor \frac{m}{p} \rfloor} * C_{n \bmod p}^{m \bmod p} (mod \, p)$$

• 数较大模数较小用 exLucas 定理求  $C_n^m mod P$ 

#### exLucas

- 需要模乘 CRT
- O(P log P)
- 不要求 P 为质数

```
namespace EXLUCAS {
       inline LL idxp(LL n, LL p) {
2
            LL nn = n;
3
            while (n > 0) nn -= (n % p), n /= p;
            return nn / (p - 1);
5
       }
6
       LL facp(LL n, LL p, LL pk) {
            if (n == 0) return 1;
            LL res = 1;
10
            if (n >= pk) {
11
                LL t = n / pk, k = 1, els = n - t * pk;
12
                for (LL i = 1; i <= els; ++i) if (i % p) k = k * i % pk;</pre>
13
                res = k;
14
                for (LL i = els + 1; i < pk; ++i) if (i % p) k = k * i % pk;</pre>
15
                res = res * fp(k, n / pk, pk) % pk;
16
17
            else for (LL i = 1; i <= n; ++i) if (i % p) res = res * i % pk;
18
            return res * facp(n / p, p, pk) % pk;
19
       }
20
21
       inline LL exlucas(LL n, LL m, LL p, LL pk, LL k) {
22
            LL a = facp(n, p, pk) * fp(facp(n - m, p, pk) * facp(m, p, pk) % pk, pk / p * (p - 1)
23
            → - 1, pk) % pk;
```

```
LL b = idxp(n, p) - idxp(m, p) - idxp(n - m, p);
24
            if (b >= k) return 0;
25
            while (b--) a *= p;
26
            return a % pk;
27
       }
28
29
       /* 接口 */ inline LL exlucas(LL n, LL m, LL p) {
30
            LL a = 0, b = 1;
31
            for (LL i = 2; i * i <= p; ++i) {
32
                if (p % i) continue;
33
                LL t = 0, pk = 1;
34
                while (p % i == 0) ++t, p /= i, pk *= i;
35
                a = Crt(a, exlucas(n, m, i, pk, t), b, pk);
                b \star = pk;
37
38
39
            return (p > 1)? Crt(a, exlucas(n, m, p, p, 1), b, p) : a;
40
   }
41
```

### 类欧几里得算法

- 计算直线下整点数
- $f=\Sigma[(ai+b)/c]g=\Sigma i[(ai+b)/c]h=\Sigma[(ai+b)/c]^2i=0..n$  a,b,n\text{NN} c\text{NN}\*
- 复杂度 log(MAX{a,c})

```
struct dat{LL f, g, h;};
   const LL i2 = 499122177, i3 = 332748118, M = 998244353; //预处理出模 M 意义下 2 和 3 的逆元
   dat f(LL a, LL b, LL c, LL n){
3
       LL ac = a / c, bc = b / c;
       LL n2 = (n * (n + 1) % M) * i2 % M, n3 = n2 * (2ll * n + 1) % M * i3 % M;
5
       dat res = {
           (n2 * ac % M + (n + 1) * bc % M) % M,
           (ac * n3 % M + bc * n2 % M) % M,
           (ac * ac % M * n3 % M +
               bc * bc % M * (n + 1) % M + ac * bc % M * n2 % M * 2ll) % M};
10
       a %= c; b %= c; if (a == 0)return res;
11
12
       LL m = (a * n + b) / c;
       dat p = f(c, c - b - 1, a, m - 1);
13
       LL fc = (n * m % M - p.f + M) % M, gc = (n2 * m % M - i2 * (p.f + p.h) % M + M) % M;
14
       return{(res.f + fc) % M,
                                   (res.g + gc) % M,
15
       (res.h + 2ll * (bc * fc % M + ac * gc % M) % M +
16
           n * m % M * m % M - 2ll * p.g - p.f + 3ll * M) % M};}
17
```

### 日期操作

#### 用于跳转的常量

```
const LL year_1[2]={365, 366};
const LL year_400=1460097;
const LL m_day[13]={(LL)0x3f3f3f, 31, 28, 31, 30, 31, 30, 31, 30, 31, 30, 31};
```

#### 辅助函数

```
inline bool isLeap(LL t){return (t % 400 == 0) ||((t % 4 == 0) && (t % 100));}
  inline bool pick(LL a, LL b){return ((isLeap(a) && b <= 2) | | (isLeap(a + 1) && b > 2));}
  inline LL dayThisMonth(LL y, LL m){return m_day[m] + isLeap(y) * (m == 2);}
   日期和整数的一一对应
      ● LL 可以改成 int
   struct MY_DATE{
       LL year, month, day;
2
       MY_DATE(LL y = 2021, LL m = 1, LL d = 1) : year(y), month(m), day(d){};
3
4
       LL p(MY_DATE op = \{0, 0, 0\}) \{//日期转换为整数
           LL y = year - op.year, m = month - op.month, d = day - op.day;
5
           if (m <= 2){ y--; m += 12;}
           return 365 * y + y / 4 - y / 100 + y / 400 + (153 * (m - 3) + 2) / 5 + d - 307;
7
       MY_DATE run(LL k){//当前日期过 k 天
           k += p();
10
           LL x = k + 1789995, n = 4 * x / 146097, i, j, d;
11
12
           x = (146097 * n + 3) / 4;
           i = (4000 * (x + 1)) / 1461001;
13
           x = 1461 * i / 4 - 31;
14
           j = 80 * x / 2447;
15
           d = x - 2447 * j / 80;
16
           x = j / 11;
17
           return MY_DATE(100 * (n - 49) + i + x, j + 2 - 12 * x, d);
18
19
       }
```

### 高次同余方程

#### **BSGS**

20 };

- 求最小非负整数 x 满足 a^x=b(mod p) 要求 (a,p)=1 p 不必是质数
- 需要 fp 和 map/unorded\_map
- 复杂度 O(sqrt(p))
- 如果哈希被卡
- \_ 直接改用 map 不过复杂度会多一个 log
- 手动实现整数哈希 unordered\_map<int,int,custom\_hash>h;

```
inline int bsgs(int a, int b, int p){
unordered_map<int, int> h;
b %= p;
int t = (int)sqrt(p) + 1;
for (int j = 0, v = b; j < t; ++j, v = (LL)v * a % p) h[v] = j;
a = fp(a, t, p);
if (a == 0) return b == 0 ? 1 : -1;
for (int i = 0, v = 1; i <= t; ++i, v = (LL)v * a % p){
if (h.find(v) == h.end()) continue;
int j = i * t - h[v];</pre>
```

```
if (j >= 0) return j;
}
return -1;
}
```

# 二维计算几何

- Point 直接支持整型和浮点型
- 部分函数可以对整型改写
- 多边形 (凸包) 按逆时针存在下标 1..n

### 点向量基本运算

11

```
template <typename T>
   struct Point {
2
       T x, y;
3
       Point() {}
       Point(T u, T v) : x(u), y(v) {}
5
       Point operator+(const Point &a) const { return Point(x + a.x, y + a.y); }
       Point operator-(const Point &a) const { return Point(x - a.x, y - a.y); }
       Point operator*(const T &a) const { return Point(x * a, y * a); }
       T operator*(const Point &a) const { return x * a.x + y * a.y; }
       T operator%(const Point &a) const { return x * a.y - y * a.x; }
10
       double len() const { return hypot(x, y); }
11
       double operator^(const Point &a) const { return (a - (*this)).len(); }
12
       double angle() const { return atan2(y, x); }
13
       bool id() const { return y < 0 || (y == 0 && x < 0); }
14
       bool operator<(const Point &a) const { return id() == a.id() ? (*this) % a > 0 : id() <</pre>
       \rightarrow a.id(); }
16
   };
   typedef Point<double> point;
17
18
   #define sqr(x) ((x) * (x))
19
   const point O(0, 0);
20
   const double PI(acos(-1.0)), EPS(1e-8);
21
   inline bool dcmp(const double &x, const double &y) { return fabs(x - y) < EPS; }
   inline int sgn(const double &x) \{ return fabs(x) < EPS ? 0 : ((x < 0) ? -1 : 1); \}
   inline double mul(point p1, point p2, point p0) { return (p1 - p0) % (p2 - p0); }
   位置关系
   inline bool in_same_seg(point p, point a, point b) {
       if (fabs(mul(p, a, b)) < EPS) {
2
           if (a.x > b.x) swap(a, b);
           4
           \Rightarrow >= b.y)));
       } else return 0;
5
   }
6
   inline bool is_right(point st, point ed, point a) {
       return ((ed - st) % (a - st)) < 0;
9
   }
10
```

```
inline point intersection(point s1, point t1, point s2, point t2) {
                   return s1 + (t1 - s1) * (((s1 - s2) % (t2 - s2)) / ((t2 - s2) % (t1 - s1)));
13
         }
14
15
        inline bool parallel(point a, point b, point c, point d) {
16
                   return dcmp((b - a) % (d - c), 0);
17
         }
18
19
         inline double point2line(point p, point s, point t) {
20
                   return fabs(mul(p, s, t) / (t - s).len());
21
         }
22
23
         inline double point2seg(point p, point s, point t) {
24
                   return sgn((t - s) * (p - s)) * sgn((s - t) * (p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s, t) : min((p - t)) > 0 ? point2line(p, s
25
                     \rightarrow ^ s), (p ^ t));
        }
26
         多边形
         求多边形面积
         inline double area(int n, point s[]) {
                   double res = 0;
 2
                   s[n + 1] = s[1];
 3
                   for (int i = 1; i <= n; ++i)</pre>
                              res += s[i] % s[i + 1];
 5
                   return fabs(res / 2);
        }
        判断点是否在多边形内
                  • 特判边上的点
                 ● 使用了 a[1]...a[n+1] 的数组
         inline bool in_the_area(point p, int n, point area[]) {
 2
                   bool ans = 0; double x;
                   area[n + 1] = area[1];
 3
                   for (int i = 1; i <= n; ++i) {</pre>
 4
                               point p1 = area[i], p2 = area[i + 1];
 5
                              if (in_same_seg(p, p1, p2)) return 1; //特判边上的点
                              if (p1.y == p2.y) continue;
                              if (p.y < min(p1.y, p2.y)) continue;</pre>
                              if (p.y >= max(p1.y, p2.y)) continue;
                              ans ^{=} (((p.y - p1.y) * (p2.x - p1.x) / (p2.y - p1.y) + p1.x) > p.x);
10
                   }
11
                   return ans;
12
        }
13
```

### 凸包

12

- Andrew 算法
- O(n log n)
- 可以应对凸包退化成直线/单点的情况但后续旋转卡壳时应注意特判

● 注意是否应该统计凸包边上的点

```
inline bool pcmp1(const point &a, const point &b) { return a.x == b.x ? a.y < b.y : a.x < b.x;</pre>
   inline int Andrew(int n, point p[], point ans[]) { //ans[] 逆时针存凸包
3
       sort(p + 1, p + 1 + n, pcmp1);
4
       int m = 0;
5
       for (int i = 1; i <= n; ++i) {
6
           while (m > 1 && mul(ans[m - 1], ans[m], p[i]) < 0) --m; //特判凸包边上的点
7
           ans[++m] = p[i];
       int k = m;
10
       for (int i = n - 1; i >= 1; --i) {
11
           while (m > k && mul(ans[m - 1], ans[m], p[i]) < 0) --m; //特判凸包边上的点
12
           ans[++m] = p[i];
13
14
       return m - (n > 1); //返回凸包有多少个点
15
   }
```

### 凸包直径·平面最远点对

- 旋转卡壳算法
- O(n)
- 凸包的边上只能有端点, 否则不满足严格单峰
- 凸包不能退化成直线,调用前务必检查 n>=3
- 使用了 a[1]...a[n+1] 的数组

### 平面最近点对

- 分治 + 归并
- O(n log n)

```
void find(int l, int r) {
10
            if (l == r) return;
11
            if (l + 1 == r) {
                if (a[l] > a[r]) swap(a[l], a[r]);
13
                upd(a[l], a[r]); return;
14
            }
15
            int mid = (l + r) >> 1;
            double mx = (a[mid + 1].x + a[mid].x) / 2;
17
            find(l, mid); find(mid + 1, r);
18
            int i = l, j = mid + 1;
19
           for (int k = 1; k <= r; ++k) b[k] = a[((j > r) || (i <= mid && a[j] > a[i])) ? (i++) :
20
               (j++)];
            for (int k = l; k <= r; ++k) a[k] = b[k];</pre>
21
            int tot = 0;
22
            for (int k = l; k <= r; ++k) if (fabs(a[k].x - mx) <= ans) {</pre>
23
                for (int j = tot; j >= 1 && (a[k].y - b[j].y <= ans); --j) upd(a[k], b[j]);
24
                b[++tot] = a[k];
           }
       }
27
28
       //接口
29
       inline double solve(int n, point ipt[]){
30
            ans = 0x3f3f3f3f3f3f3f3f3f1l; //max distance
31
            for (int i = 1; i <= n; ++i) a[i] = ipt[i];</pre>
32
            sort(a + 1, a + 1 + n, cmp1);
33
            find(1, n);
            return ans;
35
       }
36
   }
37
   员
   三点垂心
   inline point geto(point p1, point p2, point p3) {
2
       double a = p2.x - p1.x;
       double b = p2.y - p1.y;
3
       double c = p3.x - p2.x;
       double d = p3.y - p2.y;
5
       double e = sqr(p2.x) + sqr(p2.y) - sqr(p1.x) - sqr(p1.y);
6
       double f = sqr(p3.x) + sqr(p3.y) - sqr(p2.x) - sqr(p2.y);
       return \{(f * b - e * d) / (c * b - a * d) / 2, (a * f - e * c) / (a * d - b * c) / 2\};
   }
   最小覆盖圆
       ● 随机增量 O(n)
   inline void min_circlefill(point &o, double &r, int n, point a[]) {
       mt19937 myrand(20011224); shuffle(a + 1, a + 1 + n, myrand); //越随机越难 hack
       o = a[1];
3
       r = 0;
       for (int i = 1; i <= n; ++i) if ((a[i] ^ o) > r + EPS) {
5
            o = a[i];
            r = 0;
```

```
for (int j = 1; j < i; ++j) if ((o ^ a[j]) > r + EPS) {
                o = (a[i] + a[j]) * 0.5;
                r = (a[i] ^ a[j]) * 0.5;
10
                for (int k = 1; k < j; ++k) if ((o ^ a[k]) > r + EPS) {
11
                     o = geto(a[i], a[j], a[k]);
12
                     r = (o \land a[i]);
13
                }
14
            }
       }
16
   }
17
```

# 图论

### 存图

- 前向星
- 注意边数开够

### 最短路

#### Dijkstra

• 非负权图

```
namespace DIJK{//适用非负权图 满足当前 dist 最小的点一定不会再被松弛
      typedef pair<long long,int> pii;
2
       long long dist[N];//存最短路长度
      bool vis[N];//记录每个点是否被从队列中取出 每个点只需第一次取出时扩展
4
      priority_queue<pii,vector<pii>,greater<pii> >pq;//维护当前 dist[] 最小值及对应下标 小根堆
      inline void dijk(int s,int n){//s 是源点 n 是点数
          while(pq.size())pq.pop();for(int i=1;i<=n;++i)dist[i]=INFLL,vis[i]=0;//所有变量初始化</pre>
          dist[s]=0;pq.push(make_pair(0,s));
          while(pq.size()){
10
              int now=pq.top().second;pq.pop();
11
              if(vis[now])continue;vis[now]=1;
12
              go(i,now,to){
13
                  const long long relx(dist[now]+Ew[i]);
14
                  if(dist[to]>relx){dist[to]=relx;pq.push(make_pair(dist[to],to));}//松弛
15
16
              }
17
          }
18
  }
19
```

### **LCA**

- 倍增求 lca
- 数组开够

```
namespace LCA_Log{
       int fa[N][22],dep[N];
       int t,now;
3
       void dfs(int x){
            dep[x]=dep[fa[x][0]]+1;
            go(i,x,to){
                if(dep[to])continue;
                fa[to][0]=x;for(int j=1;j<=t;++j)fa[to][j]=fa[fa[to][j-1]][j-1];
                dfs(to);
            }
10
       }
11
12
       //初始化接口
13
       inline void lcainit(int n,int rt){//记得初始化全部变量
14
            now=1; t=0; while(now<n)++t, now<<=1;
15
            for(int i=1;i<=n;++i)dep[i]=0,fa[i][0]=0;</pre>
16
            for(int i=1;i<=t;++i)fa[rt][i]=0;</pre>
            dfs(rt);
18
       }
19
20
       //求 lca 接口
21
       inline int lca(int u,int v){
22
            if(dep[u]>dep[v])swap(u,v);
23
            for(int i=t;~i;--i)if(dep[fa[v][i]]>=dep[u])v=fa[v][i];
24
            if(u==v)return u;
25
            for(int i=t;~i;--i)if(fa[u][i]!=fa[v][i])u=fa[u][i],v=fa[v][i];
26
            return fa[u][0];
       }
28
   }
29
   连通性
   有向图强联通分量
```

• tarjan O(n)

```
namespace SCC{
       int dfn[N],clk,low[N];
2
       bool ins[N]; int sta[N], tot; //栈 存正在构建的强连通块
3
       vector<int>scc[N];int c[N],cnt;//cnt 为强联通块数 <math>scc[i] 存放每个块内点 c[i] 为原图每个结点属于的块
       void dfs(int x){
           dfn[x]=low[x]=(++clk);//low[] 在这里初始化
           ins[x]=1;sta[++tot]=x;
           go(i,x,to){
               if(!dfn[to]){dfs(to);low[x]=min(low[x],low[to]);}//走树边
               else if(ins[to])low[x]=min(low[x],dfn[to]);//走返祖边
10
11
           if(dfn[x]==low[x]){//该结点为块的代表元
               ++cnt; int u;
13
               do{u=sta[tot--];ins[u]=0;c[u]=cnt;scc[cnt].push_back(u);}while(x!=u);
14
           }
15
16
       inline void tarjan(int n){//n 是点数
17
           for(int i=1;i<=cnt;++i)scc[i].clear();//清除上次的 scc 防止被卡 MLE
18
           for(int i=1;i<=n;++i)dfn[i]=ins[i]=0;tot=clk=cnt=0;//全部变量初始化
19
           for(int i=1;i<=n;++i)if(!dfn[i])dfs(i);</pre>
20
```

```
for(int i=1;i<=n;++i)c[i]+=n;//此行 (可以省略) 便于原图上加点建新图 加新点前要初始化 Head[]=0 }
22 }
```

## 数据结构

### 堆式线段树

- 区间求和区间修改
- 空间估算
- 所有数组务必初始化

```
struct SegmentTree_Heap{
       #define TreeLen (N<<2)
                                         //N
2
       #define lc(x)
                        ((x) << 1)
3
       #define rc(x)
                         ((x) << 1 | 1)
       #define sum(x) (tr[x].sum)
                                         //
5
       #define t(x)
                         (t[x])
       struct dat{
            LL sum;
            /* 这里写区间加法 */
10
            dat operator+(const dat&brother){
11
                dat result;
12
                result.sum=sum+brother.sum;
13
                return result;
14
15
       }tr[TreeLen];
16
       LL t[TreeLen]; //lazy tag
17
18
       /* 单区间修改 */
19
       inline void change(const int&x,const int&l,const int&r,const LL&d){
20
            tr[x].sum=tr[x].sum+d*(r-l+1);
            t[x]=t[x]+d;
22
23
       }
24
       inline void pushup(int x){tr[x]=tr[lc(x)]+tr[rc(x)];}
25
26
       inline void pushdown(int x,const int&l,const int&r,const int&mid){
27
            if(t(x)){//注意区间修改细节
28
                change(lc(x),l,mid,t(x));
29
                change(rc(x),mid+1,r,t(x));
30
                t(x)=0;
31
            }
32
       }
33
34
       void build(int x,int l,int r){
35
                      // 记得初始化!!!
            t(x)=0;
            if(l==r){
37
                sum(x)=0;
                return;
39
            }
            int mid=(l+r)>>1;
41
            build(lc(x),l,mid);
42
            build(rc(x),mid+1,r);
43
```

```
pushup(x);
44
        }
45
46
        void add(int x,int l,int r,const int&L,const int&R,const LL&d){
47
            if(L<=l&&r<=R){
48
                 change(x,l,r,d);
49
                 return;
50
            }
51
            int mid=(l+r)>>1;pushdown(x,l,r,mid);
52
            if(L<=mid)add(lc(x),l,mid,L,R,d);</pre>
            if(R>mid)add(rc(x),mid+1,r,L,R,d);
54
55
            pushup(x);
        }
56
57
        LL ask(int x,int l,int r,const int&L,const int&R){
58
            if(L<=l&&r<=R)return sum(x);</pre>
59
            int mid=(l+r)>>1;pushdown(x,l,r,mid);
            LL res=0;
61
            if(L<=mid)res=(res+ask(lc(x),l,mid,L,R));</pre>
62
            if(mid<R)res=(res+ask(rc(x),mid+1,r,L,R));</pre>
63
            return res;
        }
65
   };
   小根堆
   namespace MyPQ{
        typedef int pqdat;
                                ////
2
        pqdat q[N];
3
        int tot;
        void up(int x){
5
            while(x>1)
6
            if(q[x] < q[x/2]){
                 swap(q[x],q[x/2]);
                 x/=2;
            }else return;
10
11
        void down(int x){
12
            int ls=x*2;
13
            while(ls<=tot){</pre>
14
                 if(ls<tot&&q[ls+1]<q[ls])++ls;
                 if(q[ls]<q[x]){
16
                     swap(q[x],q[ls]);x=ls;ls=x*2;
                 }else return;
18
            }
19
        }
20
        void push(pqdat x){q[++tot]=x;up(tot);}
21
        pqdat top(){return q[1];}
22
        void pop(){if(!tot)return;q[1]=q[tot--];down(1);}
23
        void pop(int k){if(!tot)return;q[k]=q[tot--];up(k);down(k);}
24
   }
25
```

### **Treap**

```
#include<bits/stdc++.h>
   using namespace std;
   const int N=2000007, INF=(111<<30)+7;</pre>
   //Treap 维护升序多重集
   //支持操作: 数 <-> 排名 查询某数前驱后继
   //操作数 x 可以不在集合中
   //x 的排名:集合中 < x 的数的个数 +1
   //排名 x 的数:集合中排名 <=x 的数中的最大数
   //x 的前驱 比 x 小的最大数
10
   struct treap{//所有点值不同 用副本数实现多重集
12
       int l,r;
13
       int v,w;//v 是数据 w 是维护堆的随机值
14
       int num, sz;//num 是该点副本数 sz 是该子树副本总数
15
   }tr[N];int tot,rt;//tr[0] 始终全 0 使用范围 tr[1..n]
16
   #define lc(x) tr[x].l
17
   #define rc(x) tr[x].r
18
   #define sz(x) tr[x].sz
19
   #define num(x) tr[x].num
   #define val(x) tr[x].v
21
   #define wt(x) tr[x].w
22
23
   inline int New(int x){
24
       val(++tot)=x; wt(tot)=rand();
25
26
       num(tot)=sz(tot)=1; return tot;
   }
27
28
   inline void upd(int p){sz(p)=sz(lc(p))+sz(rc(p))+num(p);}
29
30
   inline void build(){//初始化 INF 和-INF 两个点
31
32
       srand(time(0));
       rt=1;tot=2;
33
       rc(1)=2;val(1)=-INF;wt(1)=rand();num(1)=1;sz(1)=2;
34
       val(2)=INF;wt(2)=rand();num(2)=1;sz(2)=1;
35
   }
36
37
   //调用时记得减一 askrk(rt,x)-1
38
   int askrk(int p,int x){//当前子树中查询 x 的排名
39
       if(p==0) return 1; //说明某子树所有数均比 x 大
40
       if(x==val(p))return sz(lc(p))+1;
41
       return x<val(p)?askrk(lc(p),x):askrk(rc(p),x)+sz(lc(p))+num(p);</pre>
42
   }
43
44
   //调用时记得加一 kth(rt,++rank)
   int kth(int p,int rk){//当前子树中查询排名 rk 的数
46
       if(p==0)return INF;//说明集合大小 <rk
47
       if(sz(lc(p))>=rk)return kth(lc(p),rk);
48
       rk-=sz(lc(p))+num(p);
49
       return (rk>0)?kth(rc(p),rk):val(p);
50
   }
51
52
53
   inline void zig(int &p){//与左子节点交换位置
       int q=lc(p);lc(p)=rc(q);rc(q)=p;
54
       upd(p);p=q;upd(p);
55
```

```
}
56
   inline void zag(int &p){//与右子节点交换位置
58
       int q=rc(p);rc(p)=lc(q);lc(q)=p;
59
       upd(p);p=q;upd(p);
60
   }
61
62
   //insert(rt,x)
   void insert(int &p,int x){//当前子树中插入 x
64
       if(p==0){p=New(x);return;}//x 首次插入
65
       if(x==val(p)){++num(p);++sz(p);return;}
66
       if(x<val(p)){</pre>
67
           insert(lc(p),x);
68
           if(wt(p)<wt(lc(p)))zig(p);//维护大根堆
69
       }else{
70
           insert(rc(p),x);
71
           if(wt(p)<wt(rc(p)))zag(p);//维护大根堆
72
73
       upd(p);
74
   }
75
   //erase(rt,x)
77
   void erase(int &p,int x){//当前子树中删除一个 x
78
       if(p==0)return;//已经无需删除
79
       if(val(p)==x){//如果找到了 x 的位置
80
            if(num(p)>1){//无需删点
81
               --num(p); --sz(p); return; // 如果有多个 x 维护副本数即可
           }
83
           if(lc(p)||rc(p)){//该点不是叶子节点 则不断向下调整至叶子节点
84
               if(rc(p)==0||wt(lc(p))>wt(rc(p)))zig(p),erase(rc(p),x);//由于 rand() 的值域 & 大根堆
85
                → 的实现 故省略左子树为空的判断
               else zag(p),erase(lc(p),x);
               upd(p);
87
           }else p=0;//是叶子节点则直接删除
88
           return;
89
90
       x<val(p)?erase(lc(p),x):erase(rc(p),x);upd(p);</pre>
91
92
   }
93
   int askpre(int x){
94
       int id=1;//-INF 若没有前驱则返回-INF
95
       //尝试自顶向下寻找 x 则 x 的前驱有两种情况
       //1) 未找到 x 或 x 没有左子树 则前驱在搜索路径上
97
       //2) 前驱是 x 的左子树中最大值 即 x 的左子树一直向右走
       int p=rt;
99
       while(p){
100
           if(x==val(p)){//找到 x
101
               if(lc(p)){p=lc(p);while(rc(p))p=rc(p);id=p;}
102
               break;
103
104
           if(val(p)<x&&val(p)>val(id))id=p;//每经过一个点尝试更新前驱
105
           p=(val(p)>x?lc(p):rc(p));//找 x
106
107
       return val(id);
108
   }
109
110
```

```
int asknxt(int x){
111
         int id=2;//INF
112
         int p=rt;
113
         while(p){
114
             if(x==val(p)){
115
                  if(rc(p)){p=rc(p);while(lc(p))p=lc(p);id=p;}
                  break;
117
             }
118
             if(val(p)>x&&val(p)<val(id))id=p;</pre>
119
             p=(val(p)>x?lc(p):rc(p));
120
121
         return val(id);
122
    }
123
```