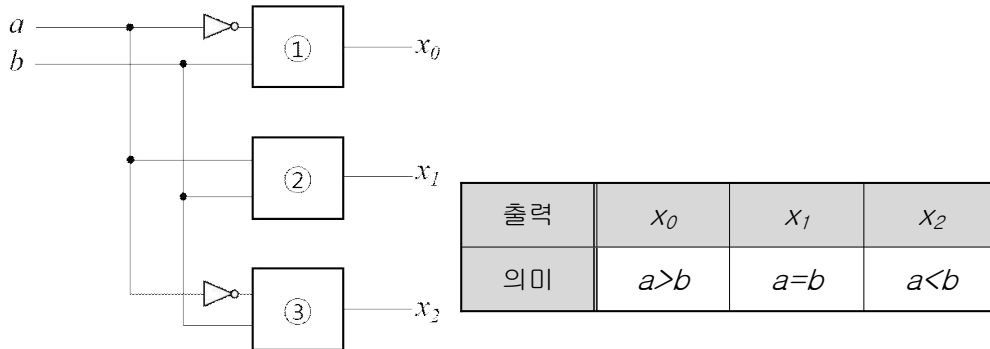


| | | | | | | | |
|----|--|----|--|---|--|----|--|
| 학과 | | 학번 | | 반 | | 이름 | |
|----|--|----|--|---|--|----|--|

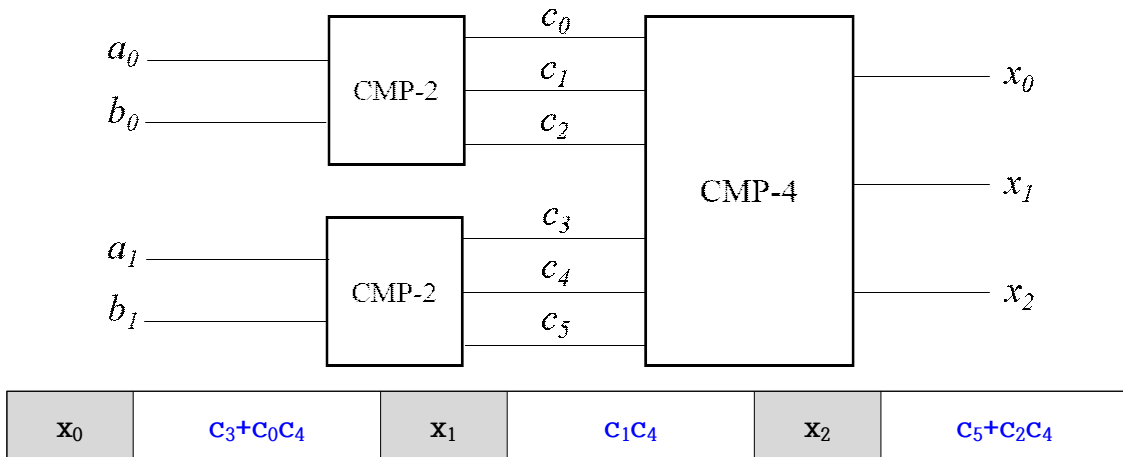
1. 2개의 input(a, b)에 대하여 다음과 같은 세 개의 output(x_0, x_1, x_2)를 출력하는 combinational circuit CMP-2를 설계하였을 때, 아래 물음에 답하시오.



- (1) ①, ②, ③에 들어갈 gate명을 쓰시오. [각2점]

| | | | | | |
|---|-----|---|------|---|-----|
| ① | NOR | ② | XNOR | ③ | AND |
|---|-----|---|------|---|-----|

- (2) (1)번에서 설계된 두 개의 CMP-2를 이용하여, 2-bit 크기의 두 수 $A(a_1a_0)$, $B(b_1b_0)$ 를 비교한 뒤 $x_0(A > B)$, $x_1(A = B)$, $x_2(A < B)$ 를 출력하는 CMP-4를 아래 그림과 같이 설계하였을 때, x_0, x_1, x_2 를 $c_0 \sim c_5$ 로 표현하시오. [각2점]



- (3) 위 회로와 같은 방식으로, 32-bit 크기의 두 수 $A(a_{31}...a_0)$, $B(b_{31}...b_0)$ 를 비교한 뒤 세 개의 output $x_0(A > B)$, $x_1(A = B)$, $x_2(A < B)$ 를 출력하는 회로를 설계하였을 때, 필요한 CMP-2와 CMP-4의 개수를 써라. [각2점]

| | | | |
|-------|----|-------|----|
| CMP-2 | 32 | CMP-4 | 31 |
|-------|----|-------|----|

2. 아래 물음에 답하시오. [각2점]

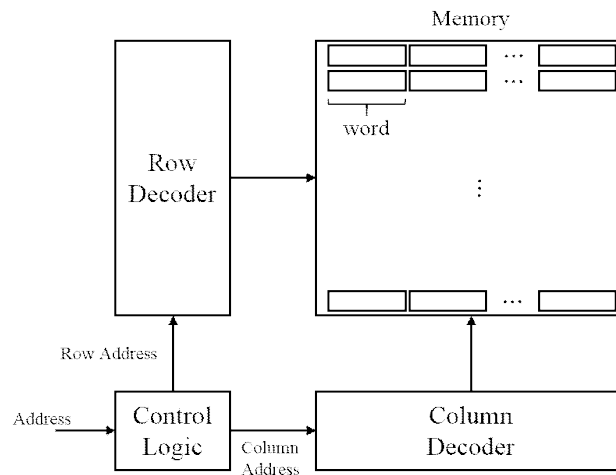
(1) 64K-word RAM(65536x16)을 위한 주소는 최소 몇 비트가 필요한가?

16-bit

(2) 위 RAM에 access하기 위한 회로를 4x16 decoder만으로 만들기 위해서는 총 몇 개의 4x16 decoder가 필요한가?

$$2^0 + 2^4 + 2^8 + 2^{12} = 4369$$

(3) 아래 그림과 같이 특정 word의 주소가 (x,y)의 형태를 지니는 2차원 addressing 구조로 위 RAM을 설계하고자 한다. Row Decoder와 Column Decoder를 4x16 decoder만으로 구성할 경우, 총 몇 개의 decoder가 필요한가?



$$2^0 + 2^4 + 2^0 + 2^4 = 34$$

3. 현대의 컴퓨터에서 정수를 표현하는 방법에는 ㉠:Signed Magnitude ㉡:1의 보수 (1's Complement) ㉢:2의 보수 (2's Complement)와 같이 세 가지 방법이 있다.

(1) n개 비트로 이루어진 정수를 위 세 가지 방법으로 표현하였을 때, 각 방법으로 표현할 수 있는 수의 범위를 써라. [각1점]

| | | | | | |
|---|-------------------------------|---|-------------------------------|---|---------------------------|
| ㉠ | $-(2^{n-1}-1) \sim 2^{n-1}-1$ | ㉡ | $-(2^{n-1}-1) \sim 2^{n-1}-1$ | ㉢ | $-2^{n-1} \sim 2^{n-1}-1$ |
|---|-------------------------------|---|-------------------------------|---|---------------------------|

(2) n을 4로 가정하여, 7 빼기 2의 연산과정을 각 방법으로 보여라 [각2점]

| | | | | | |
|---|----------------------|---|---|---|---|
| ㉠ | $0111 - 0010 = 0101$ | ㉡ | $0111 - 0010$ $= 0111 + 1101$ $= 0100 + 0001$ (carry를 다시 더함) $= 0101$ | ㉢ | $0111 - 0010$ $= 0111 + 1110$ $= 0101$ (carry 버림) |
|---|----------------------|---|---|---|---|

(3) ㉔의 방법이 ㉑ ㉒ 방법보다 더 좋은 점을 세 가지 기술하라. [각1점]

| |
|--|
| 0의 표현이 단 하나만 존재 (+0, -0이 없음) |
| 표현되는 수의 범위가 1 더 넓음 |
| 덧셈 회로와 보수를 취하는 회로만으로 뺄셈 가능 (그 외, Carry가 발생하더라도 추가적인 덧셈 연산이 필요하지 않음) |

4. 부동소수점(Floating point) 표현법은 사인부(Sign field), 지수부(Exponent Field), 유효숫자부(Mantissa Field) 세 개의 부분으로 이루어진다.

(1) 사인부의 값을 s , 지수부의 값을 e , 유효숫자부의 값을 M 으로 가정하였을 때의 부동소수점 수를 위 세 변수(s , e , M)로 표현하라. 단 지수부의 베이스는 2로 한다. [2점]

$$(-1)^s \times M \times 2^e$$

(2) 각 부분이 크기가 늘어나는 경우, 발생하는 효과를 기술하라. [각2점]

| | |
|-------|----------------------|
| 지수부 | 더 넓은 범위의 수를 나타낼 수 있음 |
| 유효숫자부 | 실수 표현의 정확도가 높아짐 |

(3) 지수부(Exponent Field)의 크기를 3 비트, 유효숫자부 (Mantissa Field)의 크기를 4비트로 가정하고, 지수부의 베이스를 2로 하였을 때, 0(Zero)은 어떻게 정의하는가? (지수부는 2의 보수 표현을 사용하며, 유효숫자부는 반드시 정규화(normalization)된 상태이어야 함) [2점]

$$e=111, M=1000$$

(4) (3)번의 경우로 가정하고, 0.75 더하기 0.55의 연산을 이진수로 수행하는 것을 보여라. [3점]

$$\begin{aligned}
 &0.75 + 0.55 \\
 &\approx 0.1100_{(2)} \times 2^0 + 0.1000_{(2)} \times 2^0 \\
 &= 1.0100_{(2)} \times 2^0 \\
 &= 0.1010_{(2)} \times 2^1 \text{ (normalization)} \\
 &\Rightarrow 0 \ 001 \ 1010
 \end{aligned}$$

5. 현대의 컴퓨터에서 명령어를 정의할 때, Mode, OPCODE, Operand 세 가지 부분이 명령어로 구성된다.

(1) 각 부분의 크기를 차례로 1, 3, 12 비트라고 가정하였을 때, 다음의 경우 Address Space를 표현하라. [각2점]

| | |
|---------------------|----------|
| Direct Addressing | 2^{12} |
| Indirect Addressing | 2^{16} |

(2) Vertical Instruction type으로 OPCODE부분을 정의하는 경우 수용할 수 있는 명령의 가짓수는 얼마인가? [1점]

| |
|-----|
| 8가지 |
|-----|

6. 불 대수(Boolean algebra)를 이용하여 아래 물음에 답하시오. [각2점]

(1) 아래 표현식을 간소화(simplify)하시오.

| |
|---|
| ① $A'BC+AC$ |
| $A'BC+AC = C(A'B+A) = C(A'+A)(B+A) = (A+B)C$ |
| ② $(AB'+A'B+A'C)(A'B'+AB'+AC)$ |
| $(AB'+A'B+A'C)(A'B'+AB'+AC) = AB'+AB'C+A'B'C = AB'(1+C)+A'B'C$ $= AB'+A'B'C = B'(A+A')(A+C) = B'(A+C)$ |

(2) 아래 표현식이 참임을 증명하시오.

| | |
|---|--|
| ① $A+A'B = A+B$ | |
| $A+A'B = (A+A')(A+B) = 1 \cdot (A+B) = A+B$ | |
| ② If $A+B=A+C$ and $A'+B=A'+C$, then $B=C$ | |
| <p>임의의 불대수식 X,Y에 대하여, $X=Y \Leftrightarrow X'Y+XY'=0 \dots (a)$ 이 성립한다. 따라서 $A+B=A+C$ and $A'+B=A'+C$ 가 참이면, $(A+B)(A+C)' + (A+B)'(A+C) = 0 \dots (b)$ $(A'+B)(A'+C) + (A'+B)'(A'+C) = 0 \dots (c)$ (b), (c) 두 식은 모두 참이다. (b), (c)를 전개하면 각각 $A'(B'C+BC') = 0, A(B'C+BC') = 0$ 이 된다.</p> | <p>여기서, $B'C+BC' = X$ 라고 두면, 위 식은 $A'X = 0$ and $AX = 0$ 이 된다. 즉, 위 식이 참이라면, A가 0이든 1이든 관계없이 X는 반드시 0이어야만 한다. $X = B'C+BC' = 0$ 이므로, (a)에 의하여 $B=C$ 가 성립한다. $\therefore A+B=A+C$ and $A'+B=A'+C \Rightarrow B=C$</p> |

7. 8421 이진수 형태로 인코딩된 D,C,B,A (MSB는 D) 네 개의 입력을 가지는 회로가 있다. 입력은 항상 $0000_{(2)} = 0$ 에서 $1011_{(2)} = 11$ 의 범위를 가지며, 12에서 15의 입력은 허용되지 않는다. 각 입력은 1월(0)부터 12월(11)까지의 열두 달을 나타낸다. 출력은 S_1, S_0 이며 $00_{(2)}$ 은 봄(3~5월), $01_{(2)}$ 은 여름(6~8월), $10_{(2)}$ 은 가을(9~11월), $11_{(2)}$ 은 겨울(12~2월)을 나타낸다. 이때 아래 물음에 답하시오.

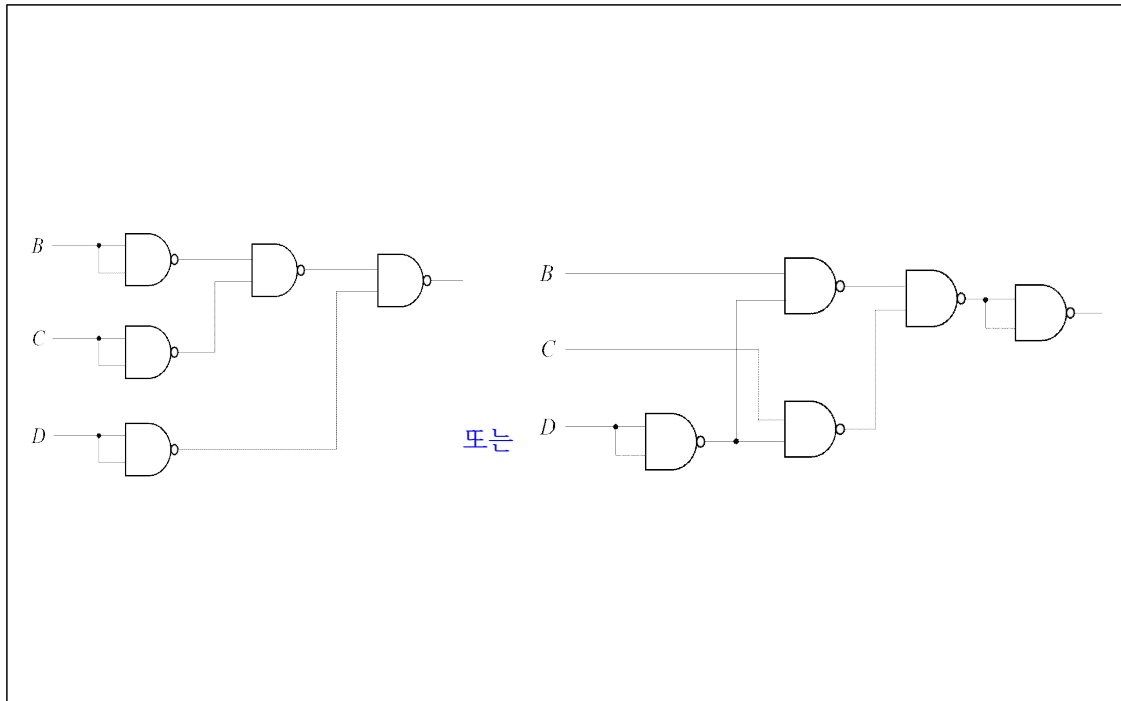
(1) 위 회로의 설계를 위한 S_0 와 S_1 의 K-map을 작성하시오. [각1점]

| S_0 | | | | | S_1 | | | | |
|---------|----|----|----|----|---------|----|----|----|----|
| DC \ BA | 00 | 01 | 11 | 10 | DC \ BA | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 1 | 1 | 0 | 0 | 00 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 01 | 0 | 1 | 1 | 1 | 01 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | X | X | X | X | 11 | X | X | X | X |
| 10 | 0 | 0 | 1 | 0 | 10 | 1 | 1 | 1 | 1 |

(2) (1)에서 작성된 K-map을 이용하여 S_0 와 S_1 에 대한 간소화된 식을 쓰시오. [각2점]

| | | | |
|-------|--------------------|-------|----------|
| S_0 | $AC+BC+B'C'D'+ABD$ | S_1 | $B'C'+D$ |
|-------|--------------------|-------|----------|

(3) NAND gate만을 사용하여 (2)의 S_1 회로를 그리시오. [3점]



8. 다음은 아래의 불 대수 식(드모르간의 법칙)이 참임을 증명하는 과정의 일부이다.

$$(a \cdot b)' = a' + b' \quad - (a)$$

임의의 두 boolean expression X, Y에 대하여 $X=Y$ 임을 증명하기 위해서는

① =0 and ② =1 임을 보이면 된다.

$\therefore X=Y \Leftrightarrow (X=0 \text{ and } Y=0) \text{ or } (X=1 \text{ and } Y=1)$

따라서 식(a)가 참임을 증명하기 위해 ③ =0 and ④ =1 임을 증명한다.

...

(1) ①,②는 X와 Y로, ③,④는 a와 b로 이루어진 식이다. 위 ①~④의 빈칸을 채우시오. [각1점]

| | | | |
|---|---------------|---|----------------|
| ① | $X'Y$ | ② | $X'+Y$ |
| ③ | $(ab)(a'+b')$ | ④ | $(ab)+(a'+b')$ |

(2) 위 증명의 나머지 부분을 완성하시오. [각2점]

| <input type="text"/> ③ <input type="text"/> =0임을 증명 | <input type="text"/> ④ <input type="text"/> =1임을 증명 |
|--|---|
| $(a \cdot b)(a' + b') = (a \cdot b) \cdot a' + (a \cdot b) \cdot b'$ $= (a \cdot a') \cdot b + a \cdot (b \cdot b')$ $= 0 \cdot b + a \cdot 0$ $= 0 + 0$ $= 0$ | $(a \cdot b) + (a' + b')$ $= (a + a' + b')(b + a' + b')$ $= (1 + b')(1 + a')$ $= 1 \cdot 1$ $= 1$ |

(3) 수학적 귀납법(mathematical induction)을 이용하여 n개의 변수에 대한 드모르간의 법칙을 증명하시오. [4점]

$\Rightarrow P(n): (x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n)' = x_1' + x_2' + \dots + x_n' \text{ for } n \geq 2$

□Base Step: P(2)

P(2): $(x_1 \cdot x_2)' = x_1' + x_2'$ by Problem (2)

□Inductive Step: P(k) \rightarrow P(k+1)

Assume P(k) is true, then under this assumption show that P(k+1) must also be true.

P(k): $(x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_k)' = x_1' + x_2' + \dots + x_k'$

P(k+1): $(x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_k \cdot x_{k+1})' = x_1' + x_2' + \dots + x_k' + x_{k+1}'$

$(x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_k \cdot x_{k+1})' = ((x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_k) \cdot x_{k+1})'$

$= (x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_k)' + (x_{k+1})'$

$= (x_1' + x_2' + \dots + x_k') + x_{k+1}'$

(under the assumption that P(k) is true)

$(x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_k \cdot x_{k+1})' = x_1' + x_2' + \dots + x_k' + x_{k+1}'$

9. 다수결 함수(majority function) $M(x,y,z)$ 는 3개의 인자 중에서 둘 이상이 1 일 때 1을 출력한다. 즉, $M(x,y,z) = xy+xz+yz = (x+y)(x+z)(y+z)$ 이다. 이때, 아래 물음에 답하시오.

(1) $M[a,b,M(c,d,e)] = M[M(a,b,c),d,M(a,b,e)]$ 임을 증명하기 위한 아래 표의 빈 칸을 채우시오. [각1점]

| a | b | $M[a,b,M(c,d,e)]$ | $M[M(a,b,c),d,M(a,b,e)]$ |
|---|---|------------------------------|--------------------------|
| 0 | 0 | 0 | $M[0,d,0] = 0$ |
| 0 | 1 | $M[0,1,M(c,d,e)] = M(c,d,e)$ | $M(c,d,e)$ |
| 1 | 0 | | |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

$$\therefore M[a,b,M(c,d,e)] = M[M(a,b,c),d,M(a,b,e)]$$

(2) $M(x,y,z)$ 와 NOT 연산, 그리고 상수 0을 이용해 NAND 연산을 수행할 수 있음을 보이시오. [2점]

$$M(A,B,0)' = (AB)' = A \text{ NAND } B$$

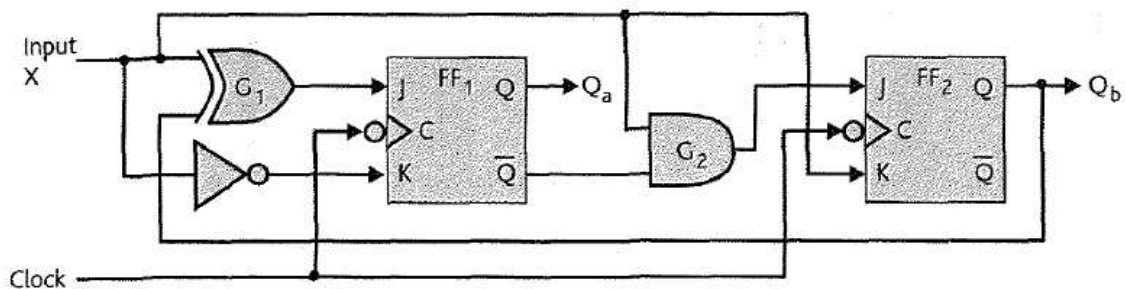
(3) 위 NAND 연산이 함수적 완전성(functional completeness)을 지님을 보이시오. [3점]

$$A' = A \text{ NAND } A$$

$$A \cdot B = (A \text{ NAND } B)' = (A \text{ NAND } B) \text{ NAND } (A \text{ NAND } B)$$

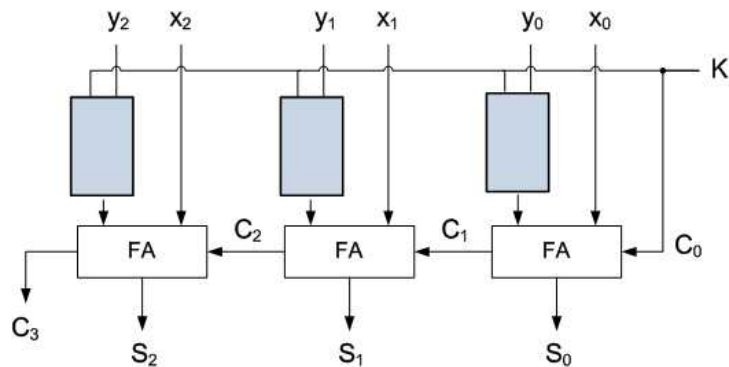
$$A+B = (A \text{ NAND } A) \text{ NAND } (B \text{ NAND } B)$$

10. 아래 회로의 동작을 조사하고자 한다. 회로의 input X에 차례대로 1,1,1,1 이 입력될 때, G_1, G_2, Q_a, Q_b 의 값을 구하시오. (최초 FF_1 과 FF_2 는 0을 출력한다) [4점]



| clock | 1 | 2 | 3 | 4 |
|-------|---|---|---|---|
| X | 1 | 1 | 1 | 1 |
| G_1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| G_2 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| Q_a | 0 | 1 | 1 | 1 |
| Q_b | 0 | 1 | 0 | 0 |

11. 아래 회로는 3 비트 크기인 두 2의 보수($x_2x_1x_0$, $y_2y_1y_0$)에 대한 덧셈과 뺄셈을 모두 가능하게 하는 회로이다.



(1) K 입력이 1이면 뺄셈, 0이면 덧셈이 되는 회로에서 빈칸에 들어갈 게이트의 종류는 무엇인가? [1점]

XOR

(2) D값을 줄이기 위하여, 왼쪽 비트들의 연산에 오른쪽 비트들의 연산에서 발생하는 carry 값을 사용하지 않아야한다. 세 번째 비트의 연산에 필요한 Carry(C_2)를 C_1 이 없는 식으로 표현하라. [3점]

| | |
|---------|--|
| $C_2 =$ | $C_2 = x_1y_1+C_1(x_1+y_1) = x_1y_1 + (x_1+y_1)(x_0y_0+y_0C_0+x_0C_0)$ $\text{or } C_2 = x_1y_1+C_1(x_1\oplus y_1) = x_1y_1 + (x_1\oplus y_1)(x_0y_0+y_0C_0+x_0C_0)$ |
|---------|--|

12. 16-bit 레지스터 8개를 연결하는 버스 시스템을 구성하려고 한다. 각 레지스터는 16비트 정보를 버스로 출력하거나 버스로부터 입력받을 수 있다. 한 번에 버스에 값을 출력하는 레지스터는 하나이며, 버스로부터 값을 입력받는 레지스터 또한 하나이다. 입력 및 출력 레지스터를 선택하기 위해 Decoder를 이용하고, 선택된 출력 레지스터의 값을 버스로 전달하기 위해 MUX를 이용할 경우, 어떤 MUX가 몇 개 필요한지, 어떤 Decoder가 몇 개 필요한지 답하시오. [각1점]

| | 종류 | 개수 |
|---------|-------------|----|
| MUX | 8×1 MUX | 16 |
| Decoder | 3×8 decoder | 1 |