

统计计算方法实验课题目

四川大学数学学院

(2008, 2010, 2014, 2015, 2016)

2016 年 3 月 · 成都

以下实验项目与统计计算方法课程（教材为高惠璇编写的《统计计算》，北京大学出版社）配套，实验顺序与上课内容一致。每个实验课 2 学时，要求逐个完成每个实验题规定的算法设计、计算机编程、上机运行、模拟过程的恰当展示、数值结果必要的统计分析。

1 随机数的产生（一）

1. 根据线性同余原理编写计算机程序，实现几个教材中给出的几个重要随机数发生器。
2. 对素数模乘同余发生器编写计算机程序。
3. 用上述随机数发生器产生随机数序列，并对其统计性质进行参数检验、独立性检验、组合规律检验。

2 随机数的产生（二）

1. 用变换抽样法编写程序产生常见分布（包括二项分布、多项分布、Poisson 分布、指数分布、正态分布等）的随机数序列。
2. 基于舍选抽样法，对教材中几个例子编写程序产生相应分布随机数。
3. 对第 149 页所给的 Marsaglia 和 Bray 复合舍选抽样法，编写程序实现正态分布随机数的产生。

3 随机数的产生（三）

1. 编写程序实现多维正态分布随机向量的产生过程。
2. 编写程序实现对给定 Markov 链的模拟。
3. 编写程序实现 Brown 运动的模拟。

4 期望的近似

1. 设计一个计算机程序模拟 Buffon 实验。

2. 用随机投点法给出数学期望的近似求解方法。

3. 对第 222 页上机实习题 2 和 3, 用平均值估计法、重要抽样法分别给出数学期望的近似求解方法, 并对这两个方法的计算精度进行比较。

5 随机服务系统

1. 对教材第四章第 5 节描述的集装箱专用码头装卸服务系统进行计算机模拟, 根据模拟计算结果对该系统的性能进行分析。

6 矩阵的三角分解算法

1. 理解教材中的 LR 分解, LDR 分解算法 (包括节省存储空间的算法), 编写出计算机程序, 并且用其计算第 296 页矩阵 A_1 的三角分解。

2. 利用上述矩阵的分解算法, 将回代方法 (包括前向和后向回代) 编成程序, 以此求解线性方程组的解、计算上 (或下) 三角矩阵的逆。

3. 理解教材中的 Cholesky 分解两种算法, 对两种算法编写计算机程序, 并且用其计算第 296 页矩阵 A_2 的 Cholesky 分解。

7 矩阵的 QR 分解算法

1. 将 Gram-Schmidt 算法及其修正算法对向量正交化过程分别编写程序, 验证课堂上所补充例子的计算结果, 分析两种算法的特点。

2. 将 Householder 和 Givens 变换实现矩阵 QR 分解的过程分别编写计算机程序 (要求能够处理可逆矩阵、满列秩矩阵以及一般的矩阵), 并且用其计算第 296 页矩阵 A_3 的正交 - 三角分解。

8 矩阵的谱分解与奇异值分解算法

1. 将对称矩阵谱分解的经典 Jacobi 算法以及变限循环 Jacobi 算法分别编成计算机程序, 比较两种算法的性能, 并且用其计算第 296 页矩阵 A_2 的谱分解。

2. 在矩阵谱分解的基础上，对一般矩阵的奇异值分解算法编写成程序，并且用其计算第 296 页矩阵 A_4 的奇异值分解。
3. 利用奇异值分解算法以及低秩逼近理论，对具体的灰度图像或彩色图像进行数据的有损压缩与恢复，分析这种压缩方法的性能。

9 矩阵的广义逆计算方法

1. 对矩阵广义逆的计算问题，将教材所提供的方法以及课堂上补充的方法（包括满秩分解方法、奇异值分解方法、正交-三角分解方法、Greville 阶级递推算法）分别编写为程序，并用其计算第 296 页矩阵 A_4 的广义逆。
2. 分析上述几种方法的存储量、计算量。

10 线性方程组的扰动分析

1. 对课堂上补充的 4 个例子，编写程序比较矩阵扰动前后矩阵逆的变化、线性方程组系数扰动情形下对解或最小二乘解的影响。
2. 编写矩阵产生任意阶的 Hilbert 矩阵，计算其条件数。
3. 通过几个数值实例计算最小二乘解，对直接用广义逆的算法以及基于正规方程的算法进行数值稳定性方面的比较。

11 矩阵的消去变换

1. 编写通用的函数，实现对矩阵 A 的 T_{ij} 消去变换。
2. 用消去变换的方法，编写通过选主元求解可逆矩阵之逆的程序，并用其计算第 296 页矩阵 A_1 的逆。
3. 对对称矩阵编写程序计算 $\{1\}$ 逆和 $\{1, 2\}$ 逆。

12 线性模型参数估计（一）

1. 利用前述 Cholesky 分解算法进一步编写程序计算最小二乘估计以及模型和参数的检验统计量。

2. 利用前述 Householder 变换算法进一步编写程序计算最小二乘估计以及模型和参数的检验统计量。

3. 针对增加观测数据情形，用前述 Givens 变换算法编写程序计算最小二乘估计以及模型和参数的检验统计量。

4. 利用上述程序求解第 345 页上机实习题 1, 2, 4。

13 线性模型参数估计（二）

1. 基于对称矩阵的谱分解，编写程序计算最小二乘估计以及模型和参数检验统计量的计算方法。

2. 在上述基础上编写程序实现岭估计中的参数估计过程，绘出各个回归系数的岭迹，从而对岭参数给出一个良好的估计。

3. 利用上述程序求解第 345-346 页上机实习题 5, 6, 7。

14 逐步回归

1. 对逐步回归方法描述计算机程序框图。

2. 基于消去变换，分别将添加和删除因变量过程编写成计算机程序，实现逐步回归的完整过程。

3. 利用上述程序对第 320 页例 5.1 给出详细求解过程，并与教材内容进行比较。

15 非线性回归

1. 基于最速下降法，对某具体优化问题编写迭代过程，并用其求解第 396 页上机实习题 3。

2. 基于 Gauss-Newton 法，对某具体最优化问题编写迭代过程，并用其求解第 396 页上机实习题 4 和 6。

3. 利用上述程序求解第 397 页上机实习题 8。

16 EM 算法

1. 理解 EM 算法的原理和迭代计算步骤。
2. 对课堂中补充的多个例子，基于 EM 算法编写计算机程序求解后验分布的众数。
3. 对缺失数据的线性回归问题，基于 EM 算法求解最小二乘参数估计。

17 Bootstrap 方法

1. 理解 Bootstrap 重抽样方法的基本思想和基本步骤。
2. 基于 Bootstrap 方法，对课堂中所给出的例子，编写程序求解参数的区间估计。
3. 对于线性回归问题，在噪声分布信息不充分情形下，基于 Bootstrap 方法编写程序，推断最小二乘估计的均值的标准差。

18 MCMC 方法

1. 通过计算机模拟理解平稳分布的特点，分析其收敛速度。
2. 编写程序实现单元素 Gibbs 抽样过程。
3. 基于 MCMC 方法编写程序，求解某复杂分布数学期望的近似值。