第三章 正交试验设计

1、解释正交表的正交性以及正交性在试验设计中的作用。

满足两个条件  
（1）任一列中诸水平出现的次数相等  
（2）任两列中所以可能的水平组合出现的次数相等  
满足这两个条件就有正交性。

以上两点充分的体现了正交表的两大优越性，即“均匀[分散性](http://baike.baidu.com/item/%E5%88%86%E6%95%A3%E6%80%A7" \t "_blank)，整齐可比”。通俗的说，每个因素的每个水平与另一个因素各水平各碰一次，这就是[正交性](http://baike.baidu.com/item/%E6%AD%A3%E4%BA%A4%E6%80%A7" \t "_blank)。

一般的，

1. 正交表的任意两行之间可以相互置换，这时的试验的顺序可以自由选择；
2. 正交表的任意两列之间可以相互置换，这使得因子可以自由安排在正交表的格列上。

2、简述用正交表安排试验的方法。

正交表是用于安排因子试验的一类特殊表格，它从全面试验的水平组合中挑选出部分又代表的点进行试验，即所谓部分因子设计。一个正交表Ln（q1^m1…qr^mr）是一个n\*m矩阵，其中，n表示试验次数；q代表因子水平数。

3.3、解释用正交表安排试验时为什么要避免混杂现象，并举例说明如何避免给现象的发生。

在进行表头设计时，若一列上出现两个因子，或者两个交互作用，或者一个因子与一个交互作用时，称为混杂现象，简称混杂。当混杂所在列显著时，很难识别是哪个因子（或交互作用）是显著的。

只要选择较大的正交表，混杂是可以避免的，当然这也意味着需要更多的试验次数。

3.4某化工厂生产的一种产品转化率较低，为此希望通过试验提高转化率。经分析影响转化率的可能因子有三个：反应温度（A）、反应时间（B）、用碱量（C），并在试验中分别取如下的三个水平：

A:80,85,90;

B:90,120,150;

C:5,6,7;

现用表3.1中的L9(3^4)来安排试验，将A,B,C三个因子分别安排在该表的第1,2,3列，试验后得到九次试验的转化率依次为：32,55,39,53,49,42,56,61,63.请对该实验结果进行直观分析，方差分析及回归分析，并找出使转化率达到最高的水平组合。

直观分析

1. 计算各因子在每个水平下的平均转化率

由计算可得

T1=126,141,135

T2=144,165,171

T3=180,144,144

M1=42,47,55

M2=48 55 57

M3=60 48 48

1. 画平均转化率图
2. 将因子对相应的影响排序

在一项实验中，各因子对响应的影响是有主有次的，对转化率试验，直观上很容易得出，若一个因子对转化率影响大，则是主要的，那么它在转化率之间差异大，反之，则是次要的。

主 次

温度 用碱量 时间

方差分析：

1. 给定统计模型

1. 计算离差平方和

> SST

[1] 978.75

> SSA

[1] 504

> SSB

[1] 114

> SSC

[1] 234

> SSE

[1] 126.75

1. 方差分析表

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 方差分析 | 平方和 | 自由度 | 均方 | F值 | P值 |
| A | 504 | 2 | 317 |  |  |
| B | 114 | 2 | 77 |  |  |
| C | 234 | 2 | 117 |  |  |
| 误差 | 126.75 | 2 | 63.37 |  |  |
| 总和 | 978.75 | 8 |  |  |  |

试验结果的回归分析

1. 考虑线性回归模型

> lm1

Call:

lm(formula = y ~ x1 + x2 + x3)

Coefficients:

(Intercept) x1 x2 x3

-114.00000 1.80000 0.01667 1.50000

> summary(lm1)

Call:

lm(formula = y ~ x1 + x2 + x3)

Residuals:

1 2 3 4 5 6 7 8 9

-7.0 14.0 -4.0 3.5 -2.5 -7.0 -4.0 3.5 3.5

Coefficients:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)

(Intercept) -114.00000 64.82669 -1.759 0.1390

x1 1.80000 0.70143 2.566 0.0503 .

x2 0.01667 0.11690 0.143 0.8922

x3 1.50000 3.50714 0.428 0.6867

---

Signif. codes: 0 ‘\*\*\*’ 0.001 ‘\*\*’ 0.01 ‘\*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 8.591 on 5 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.5759, Adjusted R-squared: 0.3214

F-statistic: 2.263 on 3 and 5 DF, p-value: 0.1989

1. 考虑二次回归模型

> lm2

Call:

lm(formula = y ~ x1 + x1^2 + x2 + x2^2 + x3 + x3^2)

Coefficients:

(Intercept) x1 x2 x3

-114.00000 1.80000 0.01667 1.50000

> summary(lm2)

Call:

lm(formula = y ~ x1 + x1^2 + x2 + x2^2 + x3 + x3^2)

Residuals:

1 2 3 4 5 6 7 8 9

-7.0 14.0 -4.0 3.5 -2.5 -7.0 -4.0 3.5 3.5

Coefficients:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)

(Intercept) -114.00000 64.82669 -1.759 0.1390

x1 1.80000 0.70143 2.566 0.0503 .

x2 0.01667 0.11690 0.143 0.8922

x3 1.50000 3.50714 0.428 0.6867

---

Signif. codes: 0 ‘\*\*\*’ 0.001 ‘\*\*’ 0.01 ‘\*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 8.591 on 5 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.5759, Adjusted R-squared: 0.3214

F-statistic: 2.263 on 3 and 5 DF, p-value: 0.1989

C）考虑中心化的二次模型

> lm3

Call:

lm(formula = y ~ x1 + x1^2 + x2 + x2^2 + x3 + x3^2)

Coefficients:

(Intercept) x1 x2 x3

50.00000 1.80000 0.01667 1.50000

> summary(lm3)

Call:

lm(formula = y ~ x1 + x1^2 + x2 + x2^2 + x3 + x3^2)

Residuals:

1 2 3 4 5 6 7 8 9

-7.0 14.0 -4.0 3.5 -2.5 -7.0 -4.0 3.5 3.5

Coefficients:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)

(Intercept) 50.00000 2.86356 17.461 1.13e-05 \*\*\*

x1 1.80000 0.70143 2.566 0.0503 .

x2 0.01667 0.11690 0.143 0.8922

x3 1.50000 3.50714 0.428 0.6867

---

Signif. codes: 0 ‘\*\*\*’ 0.001 ‘\*\*’ 0.01 ‘\*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 8.591 on 5 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.5759, Adjusted R-squared: 0.3214

F-statistic: 2.263 on 3 and 5 DF, p-value: 0.1989

3.5（A）直观分析

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| A | B | A\*B | C | A\*C | B\*C |  |

> T1

[1] 1.16 1.30 1.19 0.84 1.37 1.15

> T2

[1] 1.19 1.05 1.16 1.51 1.30 1.20

> m1

[1] 0.2900 0.3250 0.2975 0.2100 0.3425 0.2875

> m2

[1] 0.2975 0.2625 0.2900 0.3775 0.3250 0.3000

所以主次关系是

主 次

**C B B\*C A\*B A\*C**

**最佳组合为 -1 -1 1 1 -1 -1**

方差分析

1. 给出统计模型
2. 计算方差

SST

[1] 0.09781429

> SSA

[1] 0.0001125

> SSB

[1] 0.0078125

> SSC

[1] 0.0001125

> SSAB

[1] 0.0561125

> SSAC

[1] 0.0134125

> SSBC

[1] 0.0003125

> SSE

[1] 0.08977679

1. 绘制方差分析表

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 方差来源 | 平方和 | | 自由度 | 均方 | | | F值 | | P值 |
| A | 0.0001 | | 1 | 0.0001 | | |  | |  |
| B | 0.0078 | | 1 | 0.0078 | | |  | |  |
| C | 0.00011 | | 1 | 0.00011 | | |  | |  |
| A\*B | 0.056 | | 1 | 0.056 | | |  | |  |
| B\*C | 0.0003 | | 1 | 0.0003 | | |  | |  |
| A\*C | 0.013 | | 1 | 0.013 | | |  | |  |
| 误差 | 0.089 | | 1 | 0.089 | | |  | |  |
| 总和 | | 0.097 | 7 | |  |  | |  | |

回归分析

线性回归

> lm1

Call:

lm(formula = y ~ x1 + x2 + x3)

Coefficients:

(Intercept) x1 x2 x3

2.329e-01 -3.750e-03 7.812e-03 5.859e-05

> summary(lm1)

Call:

lm(formula = y ~ x1 + x2 + x3)

Residuals:

1 2 3 4 5 6 7 8

-0.025 0.025 -0.045 0.045 -0.155 0.155 -0.110 0.110

Coefficients:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)

(Intercept) 2.329e-01 2.034e-01 1.145 0.316

x1 -3.750e-03 4.923e-02 -0.076 0.943

x2 7.812e-03 1.231e-02 0.635 0.560

x3 5.859e-05 7.692e-04 0.076 0.943

Residual standard error: 0.1392 on 4 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.09391, Adjusted R-squared: -0.5857

F-statistic: 0.1382 on 3 and 4 DF, p-value: 0.9321

二次回归

lm2

Call:

lm(formula = y ~ x1 + x1^2 + x2 + x2^2 + x3 + x3^2)

Coefficients:

(Intercept) x1 x2 x3

2.329e-01 -3.750e-03 7.812e-03 5.859e-05

> summary(lm2)

Call:

lm(formula = y ~ x1 + x1^2 + x2 + x2^2 + x3 + x3^2)

Residuals:

1 2 3 4 5 6 7 8

-0.025 0.025 -0.045 0.045 -0.155 0.155 -0.110 0.110

Coefficients:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)

(Intercept) 2.329e-01 2.034e-01 1.145 0.316

x1 -3.750e-03 4.923e-02 -0.076 0.943

x2 7.812e-03 1.231e-02 0.635 0.560

x3 5.859e-05 7.692e-04 0.076 0.943

Residual standard error: 0.1392 on 4 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.09391, Adjusted R-squared: -0.5857

F-statistic: 0.1382 on 3 and 4 DF, p-value: 0.9321

中心化后的二次回归

lm3

Call:

lm(formula = y ~ x1 + x1^2 + x2 + x2^2 + x3 + x3^2)

Coefficients:

(Intercept) x1 x2 x3

2.937e-01 -3.750e-03 7.812e-03 5.859e-05

> summary(lm3)

Call:

lm(formula = y ~ x1 + x1^2 + x2 + x2^2 + x3 + x3^2)

Residuals:

1 2 3 4 5 6 7 8

-0.025 0.025 -0.045 0.045 -0.155 0.155 -0.110 0.110

Coefficients:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)

(Intercept) 2.938e-01 4.923e-02 5.967 0.00396 \*\*

x1 -3.750e-03 4.923e-02 -0.076 0.94294

x2 7.812e-03 1.231e-02 0.635 0.56006

x3 5.859e-05 7.692e-04 0.076 0.94294

---

Signif. codes: 0 ‘\*\*\*’ 0.001 ‘\*\*’ 0.01 ‘\*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 0.1392 on 4 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.09391, Adjusted R-squared: -0.5857

F-statistic: 0.1382 on 3 and 4 DF, p-value: 0.9321

3.6（A）方案、结果、分析

T1

[1] 39 49 63

> T2

[1] 23 61 47

> T3

[1] 21

> T4

[1] 27

> m1

[1] 19.50 12.25 15.75

> m2

[1] 11.50 15.25 11.75

> m3

[1] 5.25

> m4

[1] 6.75

由此可见

强 若

A C B

最强组合为1,1,1

3.7可以，最后一列安排D，最后一列为1，2,1,2,1,2，2,1，1

3.8

3.9.

3.10

后面三道题不会做