

In [95]:

```
import sympy
import math
import mpmath
import cmath
```

Действия над комплексными числами

Пример №1

In [125...]

```
x=complex(1,3)
y=complex(2,-1)
z=x*y
print(z)
g=complex(1,-2)
print(g)
t=complex(10,0)
print(t)
h=t/g
print(h)
p=complex(-1,-1)
n=p*p
print(n)
C=z+h+n
print(C)
```

```
(5+5j)
(1-2j)
(10+0j)
(2+4j)
2j
(7+11j)
```

Пример №2

In [126...]

```
x=complex(0,1)
y=pow(x,2) #Степень
```

```
print(y)
```

```
(-1+0j)
```

Пример №3

In [127...

```
x=complex(1,3)
y=complex(2,-1)
z=x*y
print(z)
g=complex(1,-2)
print(g)
t=complex(10,0)
print(t)
h=t/g
print(h)
p=complex(-1,-1)
n=p*p
print(n)
C=z+h+n
print(C)
```

```
(5+5j)
(1-2j)
(10+0j)
(2+4j)
2j
(7+11j)
```

Пример №4

In [128...

```
import math
from sympy import*
x = Symbol("x")
print(solve(x**2-2*x+5))
```

```
[1 - 2*I, 1 + 2*I]
```

Пример №5

In [129...

```
x=complex(1,-2)
i=complex(0,1)
f=x**4+(2+i)/x-(-3+2*i)
print (f)
```

(-4+23j)

Пример №6

In [130...

```
print((1 + i)**8/(1+i)**6)
```

(-0+2j)

Пример №7

In [280...

```
mpmath.mp.dps = 3
x = Symbol('x')
y = Symbol('y')
i = complex(0, 1)
f1 = (2 + i) * x + y * (2 - i) - 6
f2 = (2 - i) * x + (3 - 2 * i) * y - 8
print(sympy.nsolve((f1, f2), (x, y), (-1, 1)))
```

Matrix([[-0.0588 - 0.765*I], [1.82 + 1.71*I]])

Пример №8

In [133...

```
solve(x**2-3+4*i)
```

Out[133... [-2.0 + 1.0*I, 2.0 - 1.0*I]

Пример №9

In [134...

```
x=Symbol("x")
i=complex(0,1)
print(solve((2+i)*x**2-(5-i)*x+2-2*i))
```

[0.8 - 0.4*I, 1.0 - 1.0*I]

Пример №10

In [135...

```
x=Symbol("x")
i=complex(0,1)
print(solve(x**2-3+4*i))
```

[-2.0 + 1.0*I, 2.0 - 1.0*I]

Пример №11

In [149...

```
i=complex(0,1)
print(-(3+5*i)**10-25*(3*i-9)/ 2+8*i)
```

(28984688.5+34989570.5j)

Пример №12

In [44]:

```
abs(z)
```

Out[44]: 7.0710678118654755

In [102...

```
z=complex(2,2*sqrt(3))
cmath.phase(z)
round(math.degrees(cmath.phase(z)))
```

Out[102... 60

Пример №13

In [103...

```
z1=complex(-4,-9)
z2=complex(1,-8)
complex(z1-conjugate(z2))/complex(z2+conjugate(z1))
```

Out[103... (-0.19999999999999982+5.6000000000000005j)

In [49]:

```
i=complex(0,1)
print((1+2*i)*(-1+5*i)/(6-i))
```

(1.9459459459459458+0.3243243243243243j)

In [51]:

```
z=complex(1,2)
p=(1+3*i)*2**2+(-5+6*i)*2+(2-1)
print(p)
```

(7+12j)

Примеры решения задач

Пусть $z_1 = -4 - 9i$, $z_2 = 1 - 8i$. Вычислите $\frac{z_1 - \overline{z_2}}{\overline{z_1} + z_2}$.

In [123...

```
z1=-4-9*1j
z2=1-8*1j
print((z1-z2.conjugate())/(z1.conjugate()+z2))
```

(-0.19999999999999982+5.6000000000000005j)

Приведите число $z = 2 + 2\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

In [57]:

```
import math
import cmath
z=2+2*math.sqrt(3)*1j
fi=round(math.degrees(cmath.phase(z)))
print(fi)
r=abs(z)
print(r)
```

```
60
4.0
```

Приведите число $z = -3 + 3\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

In [58]:

```
import math
import cmath
z=-3+3*math.sqrt(3)*1j
fi=round(math.degrees(cmath.phase(z)))
print(fi)
r=abs(z)
print(r)
```

```
120
6.0
```

Пусть $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = 1 + i$. Вычислите $\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1}$.

In [60]:

```
z1=1-2j
z2=1+1j
print(z1/z2.conjugate()+z2/z1)
```

```
(1.3+0.09999999999999998j)
```

Пусть $z_1 = -1 - 9i$, $z_2 = 2 - 3i$. Вычислите $\frac{z_1 - \overline{z_2}}{\overline{z_1} + z_2}$.

In [61]:

```
z1=-1-9j
z2=2-3j
print((z1-z2.conjugate())/(z1.conjugate()+z2))
```

(-2.0270270270270268+0.16216216216216214j)

Вычислите значение многочлена

$P(z) = (-4 + 4i)z^2 + (-1 + 3i)z + (-2 - 3i)$ в точке $z = 1 + 3i$.

In [62]:

```
z=1+3j
p=(-4+4j)*(z*z)+(-1+3j)*z+(-2-3j)
print(p)
```

(-4-59j)

Вычислите модуль и аргумент числа $z = -8 - 8i$.

In [64]:

```
import math
import cmath
z=complex(-8,-8)
round(math.degrees(cmath.phase(z))), abs(z)
```

Out[64]: (-135, 11.313708498984761)

Вычислите значение выражения $\frac{(1+2i)(-1+5i)}{6-i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

In [66]:

```
((1+2j)*(-1+5j))/(6-1j)
```

Out[66]: (-1.8648648648648647+0.1891891891891892j)

Найдите комплексные корни уравнения $x^2 + 8x + 20 = 0$.

In [153...]

```
import math
from sympy import *
x=Symbol("x")
print(solve(x**2+8*x+20))
```

[-4 - 2*I, -4 + 2*I]

Вычислите модуль и аргумент числа $z = -6$.

In [154...

```
import math
import cmath
z=complex(-6,0)
round(math.degrees(cmath.phase(z))), abs(z)
```

Out[154... (180, 6.0)

Вычислите значение многочлена
 $P(z) = (-4 + 3i)z^2 + (5 - 4i)z + (-2 - i)$ в точке $z = -6 - 2i$.

In [156...

```
z=-6-2j
p=(-4+3j)*(z*z)+(5-4j)*z+(-2-1j)
print(p)
```

(-240+13j)

Приведите число $z = 6 - 6i$ к тригонометрическому виду.

In [158...

```
import math
import cmath
z=complex(6,6)
print(round(math.degrees(cmath.phase(z))))
r=abs(z)
print(r)
c=r*(math.cos(-45)+1j*math.sin(-45))
print(c)
```

45

8.48528137423857

(4.4575048871930445-7.220155828003307j)

Задачи для самостоятельного решения

Вычислить модуль и аргумент числа $z = -8$.

Ответ: $|z| = 8, \arg(z) = \pi$.

In [160...

```
import math
import cmath
z=complex(-8,0)
round(math.degrees(cmath.phase(z))), abs(z)
```

Out[160... (180, 8.0)

Вычислить модуль и аргумент числа $z = 1 + \sqrt{3}i$

Ответ: $|z| = 2, \arg(z) = \frac{\pi}{3}$.

In [174...

```
import math
import cmath
z=complex(1,math.sqrt(3))
round(math.degrees(cmath.phase(z))), abs(z)
```

Out[174... (60, 2.0)

Вычислить модуль и аргумент числа $z = 2 + 2\sqrt{3}i$.

Ответ: $|z| = 4, \arg(z) = \frac{\pi}{3}$.

In [173...

```
import math
import cmath
z=complex(2,2*math.sqrt(3))
round(math.degrees(cmath.phase(z))), abs(z)
```

Out[173... (60, 4.0)

Вычислить модуль и аргумент числа $z = 11 + 11i$.

Ответ: $|z| = 11, \arg(z) = -\frac{\pi}{4}$.

In [218...

```
import math
import cmath
z=complex(11,11)
round(math.degrees(cmath.phase(z))), abs(z)
```

Out[218... (45, 15.556349186104045)

Вычислить модуль и аргумент числа $z = -\frac{8}{16} - \frac{8}{16}i$.

Ответ: $|z| = \frac{1}{2}, \arg(z) = -3\frac{\pi}{4}$.

In [213...

```
import math
import cmath
z=complex(-(8/16), -(8/16))
round(math.degrees(cmath.phase(z))), abs(z)
```

Out[213... (-135, 0.7071067811865476)

Найти комплексные корни уравнения $x^2 + 14x + 53 = 0$.

Ответ: $x_{1,2} = -7 \pm 2i$.

In [215...

```
import math
from sympy import *
x=Symbol("x")
print(solve(x**2+14*x+53))
```

[-7 - 2*I, -7 + 2*I]

Найти комплексные корни уравнения $x^2 - 8x + 65 = 0$.

Ответ: $x_{1,2} = 4 \pm 7i$.

In [221...

```
import math
from sympy import *
x=Symbol("x")
print(solve(x**2-8*x+65))
```

[4 - 7*I, 4 + 7*I]

Найти комплексные корни уравнения $x^2 - x + 4 = 0$.

Ответ: $x_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{15}}{2}i$.

In [224...

```
import math
from sympy import *
x=Symbol("x")
print(solve(x**2-x+4))
```

[1/2 - sqrt(15)*I/2, 1/2 + sqrt(15)*I/2]

Вычислите значение многочлена

$P(z) = (1000004 + 3000999i)z^2 + (5 + i)z + (-4 + 4i)$ в точке

$z = 1 + 134i$.

Ответ: $-18759339685 - 53614935298i$.

In [229...

```
z=1+134j
p=(1000004+3000999j)*(z*z)+(5+1j)*z+(-4+4j)
print(p)
```

(-18759339685-53614935298j)

Вычислите значение многочлена

$P(z) = (1 + 3i)z^2 + (1 + i)z + (1 + i)$ в точке $z = 2 + i$.

Ответ: $-7 + 17i$.

In [230...

```
z=2+1j
p=(1+3j)*(z*z)+(1+1j)*z+(1+1j)
print(p)
```

(-7+17j)

Пусть $z_1 = -1 - i$, $z_2 = 1 + 4i$. Вычислите $\frac{z_1}{\bar{z}_2} - \frac{\bar{z}_2}{z_1}$.

Ответ: $-\frac{45}{34} - \frac{95}{34}i$.

In [249...

```
z1=-1-1j
z2=1+4j
print((z1/z2.conjugate())-(z2.conjugate()/z1))
```

(-1.3235294117647058-2.7941176470588234j)

Пусть $z_1 = 1 + 7i$, $z_2 = -3 - 9i$. Вычислите $\frac{z_1 + \bar{z}_2}{\bar{z}_2 - z_2}$. Ответ: $\frac{6}{5} + \frac{17}{5}i$.

In [254...

```
z1=1+7j
z2=-3-9j
(z1+z2.conjugate())/(z1.conjugate()-z2)
```

Out[254... (1.2+3.4j)

Вычислите значение выражения и представьте результат в виде $a + bi$.

$$\frac{5 + i}{i + 4}.$$

Ответ: $\frac{21}{17} + \frac{1}{17}i$.

In [257...

```
(5-1j)/(1j+4)
```

Out[257...

```
(1.1176470588235294-0.5294117647058824j)
```

Вычислите значение выражения и представьте результат в виде $a + bi$.

$$\frac{(2 + 3i)(-5 + 5i)}{4 - i}.$$

Ответ: $-\frac{95}{17} - \frac{45}{17}i$.

In [259...

```
((2+3j)*(-5+5j))/(4-1j)
```

Out[259...

```
(-5.588235294117647-2.6470588235294117j)
```

Выполнить указанные действия

$$\frac{(2 + 3i)^8}{(1 - i)^6}.$$

Ответ: $3570 + 29,875i$.

In [264... `((2+3j)**8)/((1-1j)**6)`

Out[264... (3570+29.875j)

Выполнить указанные действия

$$\frac{(-2 + 3i)^{10}}{(3 - 3i)^4}.$$

Ответ: $1054,089 - 449,593i$.

In [265... `((-2+3j)**10)/((3-3j)**4)`

Out[265... (1054.0895061728395-449.5925925925926j)

Найти все значения $\sqrt{1+i}$.

Ответ: $-1,097 - 0,455i$; $1,099 + 0,455i$.

In [313... `print(sympy.solve(x**2 - 1 - 1j))`

`[-1.09868411346781 - 0.455089860562227*I, 1.09868411346781 + 0.455089860562227*I]`

Найти все значения $\sqrt[5]{1-i}$.

Ответ: $-0,955 - 0,487i$; $-0,758 + 0,758i$; $0,168 - 1,058i$;

In [314... `print(sympy.solve(x**5 - 1 + 1j))`

`[-0.954957147571795 - 0.486574969864436*I, -0.757858283255199 + 0.757858283255199*I, 0.167662308256181 - 1.05857815270638*I, 0.486574969864436 + 0.954957147571795*I, 1.05857815270638 - 0.167662308256181*I]`

Решить систему уравнений

$$\begin{cases} (2 + 3i)x + (2 - 3i)y = -2, \\ (-2 + 2i)x + (-2 + 3i)y = 3. \end{cases}$$

Ответ: $(-0,2i; -0,492 - 0,538i)$.

In [290...

```
from sympy import Symbol, nsolve
import sympy
import mpmath
mpmath.mp.dps = 3
x = Symbol('x')
y = Symbol('y')
i = complex(0, 1)
f1 = (2 + 3j) * x + (2 - 3j) * y + 2
f2 = (-2 + 2j) * x + (-2 + 3j) * y - 3
print(sympy.nsolve((f1, f2), (x, y), (-1, 1)))
```

Matrix([[-0.2*I], [-0.492 - 0.538*I]])

Решить систему уравнений

$$\begin{cases} (1 + 3i)x + (-1 + 2i)y = 12, \\ (-1 + 2i)x + (-1 + 3i)y = 15. \end{cases}$$

Ответ: $(0,0462 - 0,831i; -1,62 - 3,92i)$

In [291...

```
from sympy import Symbol, nsolve
import sympy
import mpmath
mpmath.mp.dps = 3
x = Symbol('x')
y = Symbol('y')
i = complex(0, 1)
f1 = (1 + 3j) * x + (-1 + 2j) * y - 12
f2 = (-1 + 2j) * x + (-1 + 3j) * y - 15
print(sympy.nsolve((f1, f2), (x, y), (-1, 1)))
```

Matrix([[0.0462 - 0.831*I], [-1.62 - 3.92*I]])

Решение собственной задачи с использованием комплексных чисел

Представить в алгебраической форме комплексное число, модуль которого равен 2, а аргумент $\pi/2$.

In [428...

```
import math
arg = math.pi / 2
mod = 2
from math import sin, cos

x, y = cos(arg) * mod, sin(arg) * mod
z = complex(x, y)

print( f"x = {x}")
print( f"y = {y}")
print( f"z = {z}")
print( z.imag / z.real )
print( math.tan(math.pi / 2) )
print( (z.real ** 2 + z.imag ** 2) ** 0.5 )
```

```
x = 1.2246467991473532e-16
y = 2.0
z = (1.2246467991473532e-16+2j)
1.633123935319537e+16
1.633123935319537e+16
2.0
```