Capítulo 3:

Tasas de Interés

Tasa de Interés Nominal

En el capítulo anterior, hemos introducido la tasa de Interés Nominal para definir las operaciones financieras asincrónicas o subperiódicas.

Las tasas nominales son aquellas que comúnmente se manejan en los mercados, las tasas de interés que aparecen publicadas en el diario o bien las que podemos ver en las carteleras de los bancos para colocaciones de dinero a distintos plazos.

Estas tasas son expuestas de acuerdo a las variantes que se presentan a continuación:

TNA	Período
7%	30 días
8%	60 días
9%	90 días
10%	120 días

Generalmente, los bancos otorgan tasas nominales anuales con distinto tipo de capitalización.

Las tasas nominales en matemática financiera se escriben como $\mathbf{J}_{(m)}$ donde **m** es la frecuencia de capitalización. Como ya habíamos señalado, **m** es la proporción entre la unidad de tiempo de la tasa ($\mathbf{ut}_{(tasa)}$) y la unidad de tiempo que corresponde a la capitalización (ut(capitalización)), es decir, m= $\mathbf{ut}_{(tasa)}$/ $\mathbf{ut}_{(capitalización)}$.

Si tomamos el primer caso de la tabla recientemente presentada, la TNA del 7% para operaciones de 30 días se escribiría como

$$J\left(\frac{30}{365}\right) = 0.07$$

Para el segundo caso, nuestra tasa nominal anual se escribiría así:

$$J\left(\frac{60}{365}\right) = 0.08$$

Es importante aclarar que existen muchos casos en los que, en lugar de utilizar 365 días para definir la unidad de tiempo anual, se opta por 360. Este valor surge del redondeo de llevar todos los meses a 30 días.

Veamos la relación que existe entre las tasas nominales y las tasas efectivas, un tema que adelantamos en el último punto del capítulo anterior.

Tasas Proporcionales

Tasas Proporcionales

La relación que existe entre las tasas efectivas y las tasas nominales de interés es una relación de proporcionalidad.

Las tasas nominales con una frecuencia de capitalización m, son iguales a m veces la tasa efectiva para la misma frecuencia de capitalización. Esto, escrito en términos matemáticos, es igual a:

$$J(m) = m * i(m)$$

En el capítulo anterior habíamos deducido de la fórmula de monto Compuesto, que la tasa Efectiva con capitalización cada *m* períodos es igual a la tasa Nominal con frecuencia de capitalización m-esima. Veamos:

$$\frac{J(m)}{m} = i(m)$$

Ésta es la relación que existe entre ambas tasa de interés. Los invitamos a compartir un ejemplo relacionado con el tema.

Veamos un ejemplo:

Si nosotros quisiéramos saber cuál es la tasa efectiva que realmente nos otorga el banco para cada una de las opciones que presentaba la tabla de tasas y sus períodos correspondientes, ¿qué es lo que deberíamos hacer?

Como respuesta a este interrogante, será necesario dividir a cada una de las tasas nominales que el banco nos otorga por las frecuencias de capitalización de cada una. Veamos cómo serían estos cálculos:

Tasas Efectivas	Período
0,07/(365/30)	30
0,08/(365/60)	60
0,09/(365/90)	90
0,1/(365/120)	120

Los resultados se muestran en la siguiente tabla:

Tasas	Efectivas Período
0,58%	30
1,32%	60
2,22%	90
3,29%	120

Entonces, para la operación de 30 días tenemos una tasa Efectiva mensual del 0.58%. Es decir, si colocamos 100 unidades monetarias en ese banco, a fin de mes obtendremos 100,58 unidades monetarias.

Este ejemplo nos sirve para darnos cuenta de que no era correcto pensar que el interés que ganábamos por colocar el dinero durante un mes era equivalente al 7%. Lo que queremos señalar es que, en definitiva, este valor no se corresponde con el de la tasa Efectiva mensual.

A continuación, veremos la relación que existe entre las tasas de interés efectivas, un tipo de relación entre tasas equivalentes.

Tasas Equivalentes

Tasas Equivalentes

La relación entre tasas equivalentes se da al vincular dos montos con el mismo Capital Inicial cuando su tiempo de colocación es igual y el monto al que llegan también lo es.

Esta relación se da, siempre, entre tasas efectivas (y no entre tasas nominales).

$$C_0 * \left(1+\frac{J(m_1)}{m_1}\right)^{m_1 .n} = C_0 * \left(1+\frac{J(m_2)}{m_2}\right)^{m_2 .n}$$

Realizando las simplificaciones correspondientes nos queda:

$$\left(1+\frac{J(m_1)}{m_1}\right)^{m_1} = \left(1+\frac{J(m_2)}{m_2}\right)^{m_2}$$

La fórmula anterior está expresada en término de tasas nominales pero, realmente, esta relación está vinculando tasas Efectivas. De lo que se deduce que: $\frac{J(m)}{m} = i(m)$, entonces, la misma relación de tasas nos queda expresada como:

$$\left(1+i_{(m_1)}\right)^{m_1} = \left(1+i_{(m_2)}\right)^{m_2}$$

Algo importante de remarcar es que, para pasar de una tasa nominal a otra tasa nominal, es necesario, si o sí, pasar primero por una equivalencia de tasa efectiva y, luego, llegar a la otra tasa nominal por la relación de proporcionalidad. Sólo cuando queremos llegar de una tasa efectiva a otra tasa del mismo tipo estamos frente a un cálculo directo que se produce por medio de una relación equivalente.

Lo explicado hasta el momento se muestra en la Figura 1.

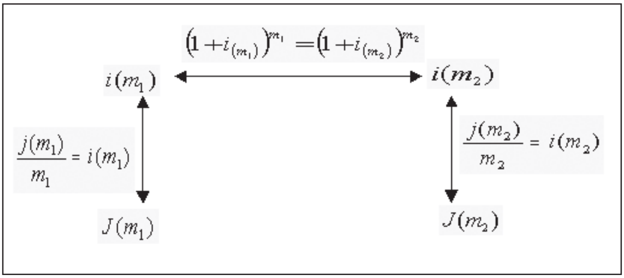

Figura 1

A continuación, presentamos varios ejemplos que ilustran ampliamente el tema equivalencia de tasas.

Veamos un ejemplo:

Para comenzar, imaginemos que tenemos una tasa efectiva trimestral del 8,5% y deseamos conocer su equivalente mensual para compararla con una tasa mensual efectiva del 4,15% que nos otorga un banco.

Entonces, los datos que surgen del problema son los siguientes:

- $i\left(\frac{365}{90}\right) = 0.085$
- $i_2\left(\frac{365}{30}\right) = 0.0415$
- $i_3\left(\frac{365}{30}\right) = ?$

La tasa que debemos obtener es la tasa Efectiva mensual a partir de la tasa Efectiva trimestral, para poder compararla con la tasa efectiva que nos otorga el banco. Veamos la fórmula de cálculo y su despeje:

$$\left(1+i_1\left(\frac{365}{90}\right)\right)^{\frac{365}{90}} = \left(1+i_3\left(\frac{365}{30}\right)\right)^{\frac{365}{30}}$$

Si remplazamos los valores, nos queda:

$$(1+0.085)^{\frac{365}{90}} = \left(1+i_3\left(\frac{365}{30}\right)\right)^{\frac{365}{30}}$$

La resolución de la ecuación es aquella que se muestra a continuación:

$$i_3\left(\frac{365}{30}\right) = (1+0.085)^{\frac{30}{90}} - 1 = 0,02756644$$

Finalmente, podemos concluir que es mejor la tasa efectiva mensual que nos otorga el banco.

Analicemos otro ejemplo pero, esta vez, ingresando al problema la presencia de las tasas nominales.

Veamos un ejemplo:

Imaginemos que nos interesa hallar la tasa efectiva semestral y contamos, como dato, con una tasa nominal cuatrimestral con capitalización mensual del 7,25%.

Para resolver este problema debemos determinar, previamente, los datos que tenemos:

- $J\left(\frac{120}{30}\right) = 0.0725$
- $i\left(\frac{365}{180}\right) = ?$

Siguiendo el gráfico presentado en la Figura 1 y teniendo en cuenta la relación entre estas tasas, llegaríamos al ejemplo que se muestra en la Figura 2:

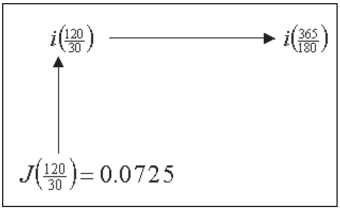

Figura 2

Entonces, lo que debemos hacer es pasar la tasa nominal a tasa efectiva para la misma frecuencia de capitalización. Veamos:

$$\frac{J\left(\frac{120}{30}\right)}{\left(\frac{120}{30}\right)} = \frac{0.0725}{120/30} = i\left(\frac{120}{30}\right) = 0,018125$$

Una vez que obtuvimos la tasa efectiva para el mismo tipo de frecuencia, debemos hallar la tasa equivalente. Observemos cómo hacerlo:

$$\left(1+i\left(\frac{120}{30}\right)\right)^{\frac{120}{30}} = \left(1+i\left(\frac{365}{180}\right)\right)^{\frac{365}{180}}$$

Utilizando los datos que poseemos, nos queda:

$$(1+0{,}018125)^{\frac{120}{30}} = \left(1+i\left(\frac{365}{180}\right)\right)^{\frac{365}{180}}$$

Y, luego del despeje:

$$i\left(\frac{365}{180}\right) = (1+0{,}018125)^{\frac{120}{30}*\frac{180}{365}} - 1 = 0{,}03606851$$

Es necesario señalar, que esta operación podría haberse planteado entera de un solo paso. Ahora veamos el cálculo anterior en un único paso. Para ello, debemos plantear la fórmula inicial:

$$\left(1+\frac{J\left(\frac{120}{30}\right)}{\left(\frac{120}{30}\right)}\right)^{\frac{120}{30}} = \left(1+i\left(\frac{365}{180}\right)\right)^{\frac{365}{180}}$$

Es decir:

$$\left(1+\frac{0.0725}{\frac{120}{30}}\right)^{\frac{120}{30}*\frac{180}{365}} - 1 = i\left(\frac{365}{180}\right)$$

Para brindar más ejemplos y ejercitaciones vinculados al tema, explicaremos, a continuación, un aplicativo que nos permite calcular las diferentes equivalencias de tasas de interés.

Aplicación

Aplicación Informática

Equivalencia de Tasas

Nombre del archivo: **Equivalencia de Tasas.xls**

Antes de utilizar la aplicación informática

Para poder acceder a los archivos, es importante volver a leer las recomendaciones detalladas en los siguientes apartados:

Página "x": "Ingreso de Archivos".
Página "x": "Nivel de Seguridad".

Objetivo: el propósito principal de esta aplicación desarrollada en Microsoft Excel, es facilitar las tareas y reducir los tiempos de trabajo en todo lo referente a equivalencia de tasas. Para ello, cuenta con una calculadora financiera que permite resolver los problemas planteados.

Inicio de la aplicación informática

Hoja menú

La primera hoja de esta aplicación es un panel de movimiento que cuenta con vínculos a las hojas del archivo. Podemos ver la imagen de dicho panel en la Figura 3.

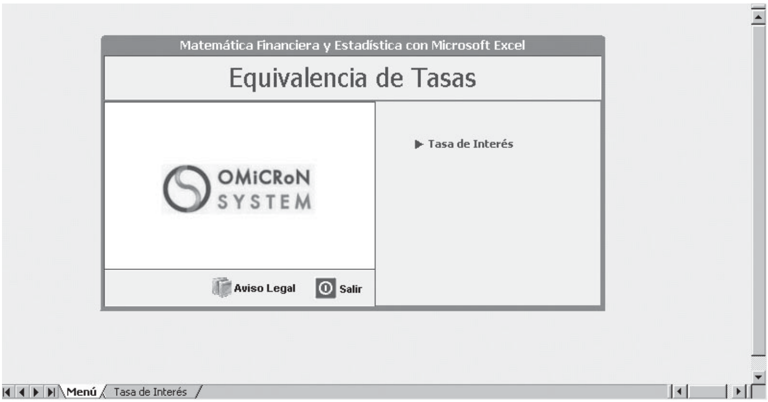

Figura 3

Para dar comienzo al uso del aplicativo nos situaremos en la hoja "Equivalencia de Tasas". Podremos acceder a ella a través de un clic en el **link** que figura en la hoja "Menú" o, también, desde la etiqueta correspondiente a la hoja "Tasa de Interés".

Hoja Tasa de Interés

En esta hoja, encontraremos la calculadora financiera previamente mencionada, que nos ayudará a resolver equivalencias de tasas. Si se quiere pasar de una tasa efectiva a una tasa nominal para un período distinto del anterior, esta calculadora resuelve el problema con solo ingresar los datos.

Supongamos que tenemos una Tasa Nominal Anual con capitalización mensual. Esta tasa es del 12% y necesitamos obtener una Tasa Efectiva Semestral. Entonces, debemos proceder como indica la Figura 4.

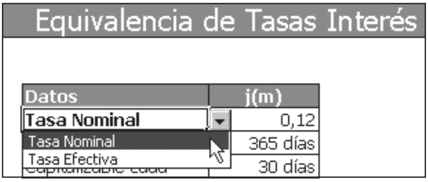

Figura 4

El tipo de tasa que elegiremos se puede seleccionar desde una lista desplegable, como se puede observar, también, en la Figura 4.

En la Figura 5 se muestra el resultado de este cálculo:

Equivalencia de Tasas Interés

Datos	j(m)
Tasa Nominal	0,06
Para Operaciones de	365 días
Capitalizable cada	7 días

Equivalencias	j(m)
Tasa Nominal	0,0148225
Para Operaciones de	90 días
Capitalizable cada	30 días

Figura 5

Como se puede ver, cuando hablamos de Tasas Efectivas no es necesario ingresar datos en la celda que indica el tiempo de operación de la tasa: esto sólo se toma para el cálculo de las tasas nominales.

Si quisiéramos pasar de una Tasa Efectiva de 15 días, del 5%, hacia una Tasa Efectiva para 29 días, sólo debemos proceder como indica la imagen siguiente:

Equivalencia de Tasas Interés

Datos	i(m)
Tasa Efectiva	0,05
Para Operaciones de	
Capitalizable cada	15 días

Equivalencias	i(m)
Tasa Efectiva	0,0989197
Para Operaciones de	
Capitalizable cada	29 días

Figura 6

La tasa que se obtiene es mucho mayor que la de origen, por ser la de destino de mayor período.

Por último, mostraremos cómo es posible pasar desde una Tasa Nominal Anual con Capitalización Semanal del 6%, hacia una Tasa Nominal Trimestral con Capitalización Mensual. El resultado se muestra en la Figura 7.

Equivalencia de Tasas Interés

Datos	j(m)
Tasa Nominal	0,12
Para Operaciones de	365 días
Capitalizable cada	30 días

Equivalencias	i(m)
Tasa Efectiva	**0,0606566**
Para Operaciones de	
Capitalizable cada	180 días

Figura 7

Tasas Instantáneas de Interés

Tasas Instantáneas de Interés

La tasa de interés instantánea es algo hipotético e imposible de ver en el mercado, es decir, en el mundo real. Es una tasa a la que se llega cuando la capitalización de los intereses nominales es infinita: esto implica que los intereses se capitalizan de forma instantánea obteniendo, así, una capitalización continua.

La igualdad entre la tasa de interés efectiva y la tasa de interés continua es la siguiente:

$$\delta = \ln(1+i(m))^{m}$$

Utilizando las propiedades de los logaritmos llegamos a la siguiente igualdad:

$$\frac{\delta}{m} = \ln(1+i(m))$$

Y, por lo tanto, la fórmula del monto continuo es:

$$\overline{C_n} = C_0 * e^{n.\delta} = C_0 * (1+i_{(m)})^{m*n}$$

Presentamos, a continuación, un nuevo caso.

Veamos un ejemplo:

Si tenemos una tasa efectiva mensual del 5% y queremos hallar la tasa instantánea equivalente a esa tasa efectiva, ¿cómo haríamos?

Como primer paso, debemos plantear la igualdad que escribimos anteriormente, pero agregando los nuevos datos proporcionados por el problema.

Sabíamos que:

$$\delta = \ln(1+i(m))^{m}$$

Expresado con los valores que tenemos, esto equivaldría así:

$$\delta = \ln(1+0.05)^{\frac{360}{30}} = 0,58548197$$

Entonces, la tasa de interés instantánea para una tasa de interés efectiva mensual del 5%, es igual al 5,85% de interés instantáneo.

Ahora, veamos con otro ejemplo, la relación que existe entre la tasa instantánea y la tasa efectiva anual. La tasa Instantánea de interés es menor que la tasa efectiva anual de interés (?< i). Calculemos, entonces, la Tasa Efectiva anual correspondiente a la tasa instantánea de interés del 5% para corroborar si ésta es mayor que la tasa Instantánea.

$$i = (1+0.05)^{\frac{360}{30}} - 1 = 0,795856326$$

Como podemos observar, la tasa de interés Efectiva anual es superior a la tasa Instantánea del 5%, algo que ya habíamos anunciado.