



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ  
КАФЕДРА

«Информатика и системы управления»  
«Информационная безопасность»

## **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1:**

### **«Теория игр и исследование операций»**

### **Аналитический и численный методы решения антагонистической игры в смешанных стратегиях**

### **ВАРИАНТ: 4**

Студент:

Гончарова М.К.  
(И.О. Фамилия)

Преподаватель:

Коннова Н.С.  
(И.О. Фамилия)

### Цель работы:

Изучить аналитический (обратной матрицы) и численный (Брауна-Робинсон) методы нахождения смешанных стратегий в антагонистической игре двух лиц в нормальной форме.

### Постановка задачи:

Задана матрица игры:

$$\begin{pmatrix} 17 & 4 & 9 \\ 0 & 16 & 9 \\ 12 & 2 & 19 \end{pmatrix}$$

Найдите цену игры и оптимальные стратегии обоих игроков методами обратной матрицы и Брауна-Робинсон. Сравните полученные результаты.

### Ход работы:

Решение задачи аналитическим методом приведено на рисунке 1.

Аналитический метод

Стратегия игрока А: 0.526, 0.445, 0.029

Стратегия игрока В: 0.313, 0.443, 0.245

Цена игры: 9.29

Рисунок 1 – решение задачи аналитическим методом

Данное решение было посчитано по формулам

$$y = \frac{C^{-1} * u^T}{u * C^{-1} * u^T}$$

$$x = \frac{u * C^{-1}}{u * C^{-1} * u^T}$$

$$v = \frac{1}{u * C^{-1} * u^T}$$

где  $u = (1, 1, \dots, 1) \in R^m$

Решение задачи методом Брауна – Робинсон представлено на рисунке 2.

(index)	StratA	StratB	Win_A	Win_B	Eps
0	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'17.00'	'4.00'	'13.00'
1	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.50'	'4.00'	'6.50'
2	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.67'	'4.00'	'6.50'
3	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'12.00'	'7.00'	'3.50'
4	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'12.80'	'8.80'	'1.70'
5	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'13.33'	'8.50'	'1.70'
6	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'11.43'	'7.29'	'1.70'
7	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.00'	'6.38'	'1.20'
8	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.78'	'5.67'	'0.98'
9	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.50'	'6.80'	'0.98'
10	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'11.09'	'7.73'	'0.98'
11	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'11.58'	'8.50'	'0.98'
12	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'12.00'	'9.00'	'0.78'
13	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'11.79'	'9.00'	'0.78'
14	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'11.60'	'8.80'	'0.78'
15	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'11.13'	'8.50'	'0.78'
16	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.71'	'8.24'	'0.78'
17	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.33'	'8.00'	'0.78'
18	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.00'	'7.79'	'0.78'
19	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.70'	'7.60'	'0.70'
20	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.43'	'7.43'	'0.43'
21	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.55'	'7.27'	'0.43'
22	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.83'	'7.65'	'0.43'
23	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.08'	'8.00'	'0.43'
24	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.32'	'8.32'	'0.43'
25	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.54'	'8.62'	'0.43'
26	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.74'	'8.89'	'0.43'
27	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.93'	'9.00'	'0.43'
28	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.86'	'9.00'	'0.43'
29	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.80'	'9.00'	'0.43'
30	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.74'	'8.77'	'0.43'
31	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.41'	'8.50'	'0.43'
32	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.09'	'8.24'	'0.43'
33	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.79'	'8.00'	'0.43'
34	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.51'	'7.77'	'0.43'
35	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.39'	'7.56'	'0.39'
36	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.59'	'7.81'	'0.39'
37	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.79'	'8.05'	'0.39'
38	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.97'	'8.28'	'0.39'
39	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.15'	'8.50'	'0.39'
40	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.32'	'8.71'	'0.39'
41	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.48'	'8.90'	'0.39'
42	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.63'	'9.00'	'0.39'
43	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.59'	'9.00'	'0.39'
44	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.56'	'9.00'	'0.39'
45	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.52'	'9.00'	'0.39'
46	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.49'	'9.00'	'0.39'

47	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.46'	'9.00'	'0.39'
48	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.43'	'8.90'	'0.39'
49	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.30'	'8.80'	'0.39'
50	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.18'	'8.71'	'0.39'
51	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.06'	'8.62'	'0.39'
52	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.94'	'8.53'	'0.39'
53	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.83'	'8.44'	'0.39'
54	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.73'	'8.36'	'0.39'
55	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.63'	'8.29'	'0.39'
56	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.53'	'8.21'	'0.39'
57	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.43'	'8.14'	'0.39'
58	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.34'	'8.07'	'0.34'
59	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.38'	'8.00'	'0.34'
60	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.49'	'8.13'	'0.34'
61	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.60'	'8.26'	'0.34'
62	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.70'	'8.38'	'0.34'
63	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.80'	'8.50'	'0.34'
64	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.89'	'8.62'	'0.34'
65	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.98'	'8.73'	'0.34'
66	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.07'	'8.84'	'0.34'
67	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.16'	'8.94'	'0.34'
68	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.25'	'9.00'	'0.34'
69	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.23'	'9.00'	'0.34'
70	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.21'	'9.00'	'0.34'
71	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.19'	'9.00'	'0.34'

72	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.18'	'9.00'	'0.34'
73	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.16'	'9.00'	'0.34'
74	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.15'	'9.00'	'0.34'
75	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.13'	'8.95'	'0.34'
76	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.00'	'8.83'	'0.34'
77	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.87'	'8.72'	'0.34'
78	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.75'	'8.61'	'0.34'
79	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.63'	'8.50'	'0.34'
80	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.51'	'8.40'	'0.34'
81	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.39'	'8.29'	'0.34'
82	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.31'	'8.19'	'0.31'
83	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.40'	'8.30'	'0.31'
84	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.49'	'8.40'	'0.31'
85	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.58'	'8.50'	'0.31'
86	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.67'	'8.60'	'0.31'
87	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.75'	'8.69'	'0.31'
88	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.83'	'8.79'	'0.31'
89	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.91'	'8.88'	'0.31'
90	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.99'	'8.97'	'0.31'
91	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.07'	'9.00'	'0.31'
92	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.05'	'9.00'	'0.31'
93	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.04'	'9.00'	'0.31'
94	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.03'	'9.00'	'0.31'
95	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.02'	'9.00'	'0.31'
96	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.01'	'9.00'	'0.31'
97	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.00'	'9.00'	'0.31'

98	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.99'	'9.00'	'0.31'
99	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.02'	'9.00'	'0.31'
100	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.11'	'9.09'	'0.22'
101	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.03'	'9.02'	'0.22'
102	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.95'	'8.95'	'0.22'
103	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.88'	'8.88'	'0.22'
104	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.80'	'8.82'	'0.22'
105	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.73'	'8.75'	'0.22'
106	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.65'	'8.69'	'0.22'
107	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.58'	'8.63'	'0.22'
108	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.53'	'8.57'	'0.22'
109	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.48'	'8.53'	'0.22'
110	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.43'	'8.49'	'0.22'
111	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.38'	'8.45'	'0.22'
112	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.34'	'8.41'	'0.22'
113	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.29'	'8.37'	'0.20'
114	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.35'	'8.43'	'0.20'
115	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.41'	'8.50'	'0.20'
116	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.46'	'8.56'	'0.20'
117	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.52'	'8.63'	'0.20'
118	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.57'	'8.69'	'0.20'
119	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.63'	'8.75'	'0.20'
120	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.68'	'8.81'	'0.20'
121	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.73'	'8.87'	'0.20'
122	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.78'	'8.93'	'0.20'
123	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.83'	'8.98'	'0.20'
124	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.88'	'9.04'	'0.20'
125	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.93'	'9.10'	'0.19'
126	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.98'	'9.15'	'0.14'
127	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.02'	'9.08'	'0.14'
128	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.95'	'9.01'	'0.14'
129	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.87'	'8.94'	'0.14'
130	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.79'	'8.87'	'0.14'
131	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.72'	'8.80'	'0.14'
132	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.65'	'8.74'	'0.14'
133	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.57'	'8.67'	'0.14'
134	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.50'	'8.61'	'0.14'
135	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.43'	'8.54'	'0.14'
136	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.36'	'8.48'	'0.14'
137	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.31'	'8.42'	'0.14'
138	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.37'	'8.48'	'0.14'
139	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.42'	'8.54'	'0.14'
140	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.48'	'8.60'	'0.14'
141	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.53'	'8.66'	'0.14'
142	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.58'	'8.72'	'0.14'
143	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.63'	'8.78'	'0.14'
144	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.68'	'8.83'	'0.14'
145	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.73'	'8.89'	'0.14'
146	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.78'	'8.95'	'0.14'
147	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.83'	'9.00'	'0.14'

148	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.88'	'9.05'	'0.14'
149	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.93'	'9.11'	'0.14'
150	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.97'	'9.16'	'0.13'
151	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'10.02'	'9.17'	'0.12'
152	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.98'	'9.14'	'0.12'
153	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.94'	'9.10'	'0.12'
154	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.90'	'9.07'	'0.12'
155	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.87'	'9.04'	'0.12'
156	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.83'	'9.01'	'0.12'
157	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.79'	'8.97'	'0.12'
158	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.75'	'8.94'	'0.12'
159	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.72'	'8.91'	'0.12'
160	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.68'	'8.88'	'0.12'
161	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.65'	'8.85'	'0.12'
162	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.61'	'8.82'	'0.12'
163	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.58'	'8.79'	'0.12'
164	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.55'	'8.76'	'0.12'
165	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.51'	'8.73'	'0.12'
166	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.48'	'8.71'	'0.12'
167	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.45'	'8.68'	'0.12'
168	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.41'	'8.65'	'0.12'
169	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.38'	'8.62'	'0.12'
170	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.35'	'8.60'	'0.12'
171	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.32'	'8.57'	'0.12'
172	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.36'	'8.61'	'0.12'

173	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.40'	'8.66'	'0.12'
174	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.43'	'8.70'	'0.12'
175	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.47'	'8.74'	'0.12'
176	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.51'	'8.78'	'0.12'
177	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.54'	'8.82'	'0.12'
178	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.58'	'8.86'	'0.12'
179	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.62'	'8.90'	'0.12'
180	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.65'	'8.94'	'0.12'
181	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.69'	'8.98'	'0.12'
182	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.72'	'9.02'	'0.12'
183	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.76'	'9.05'	'0.12'
184	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.79'	'9.09'	'0.12'
185	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.82'	'9.13'	'0.12'
186	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.86'	'9.17'	'0.12'
187	[ 1667, 1859, 1435 ]	[ 1740, 1730, 1782 ]	'9.89'	'9.20'	'0.09'

Рисунок 2 - Решение задачи методом Брауна – Робинсон

Получившиеся результаты представлены на рисунке 3.

```
Итеративный метод
Цена игры: 9.25
Количество итераций: 188
Стратегия игрока А: 0.511,0.441,0.048
Стратегия игрока В: 0.319,0.537,0.144
```

Рисунок 3 – результат численного метода

Предельная оценка цены игры была посчитана, как среднее арифметическое:

$$\frac{\min(\overline{v}[k]) + \max(\underline{v}[k])}{2}$$

На рисунке 4 представлен график зависимости величины погрешности от номера итерации. Можно видеть, что с увеличением номера итерации погрешность уменьшается и график зависимости имеет гиперболическую форму. Итерационным методом можно приблизить величину ошибки к сколь угодно малому значению. В нашей задаче величина ошибки не превышает 0.01.

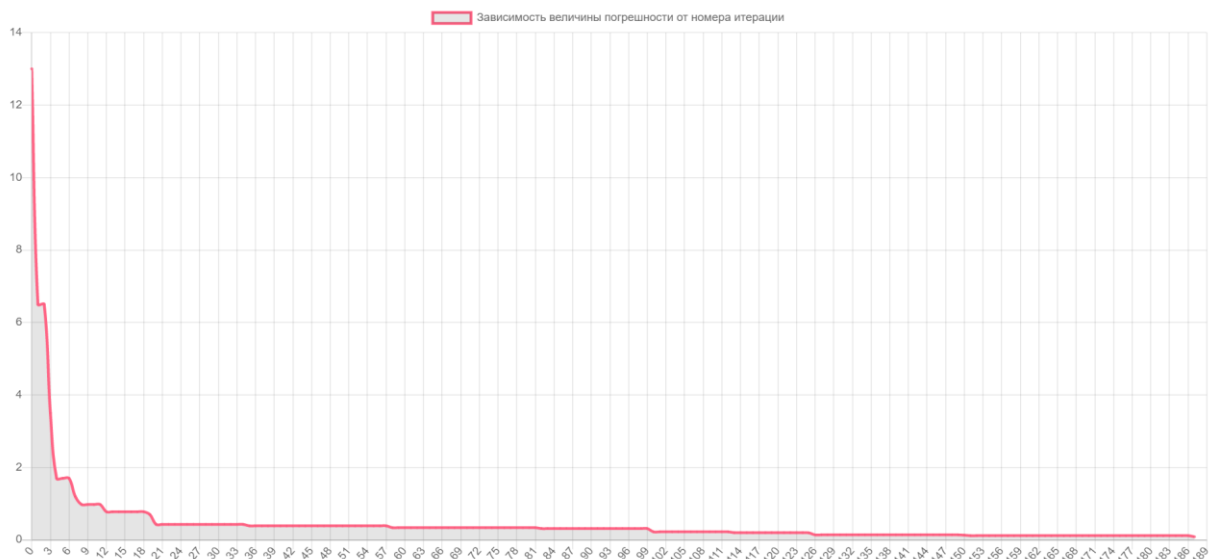


Рисунок 4 – график зависимости величины погрешности от номера итерации

Для того, чтобы убедиться, что верхняя и нижняя цены игры с каждой



итерацией приближаются к одному значению, построим графики (рисунок 5) зависимости данных величин от номера итерации.

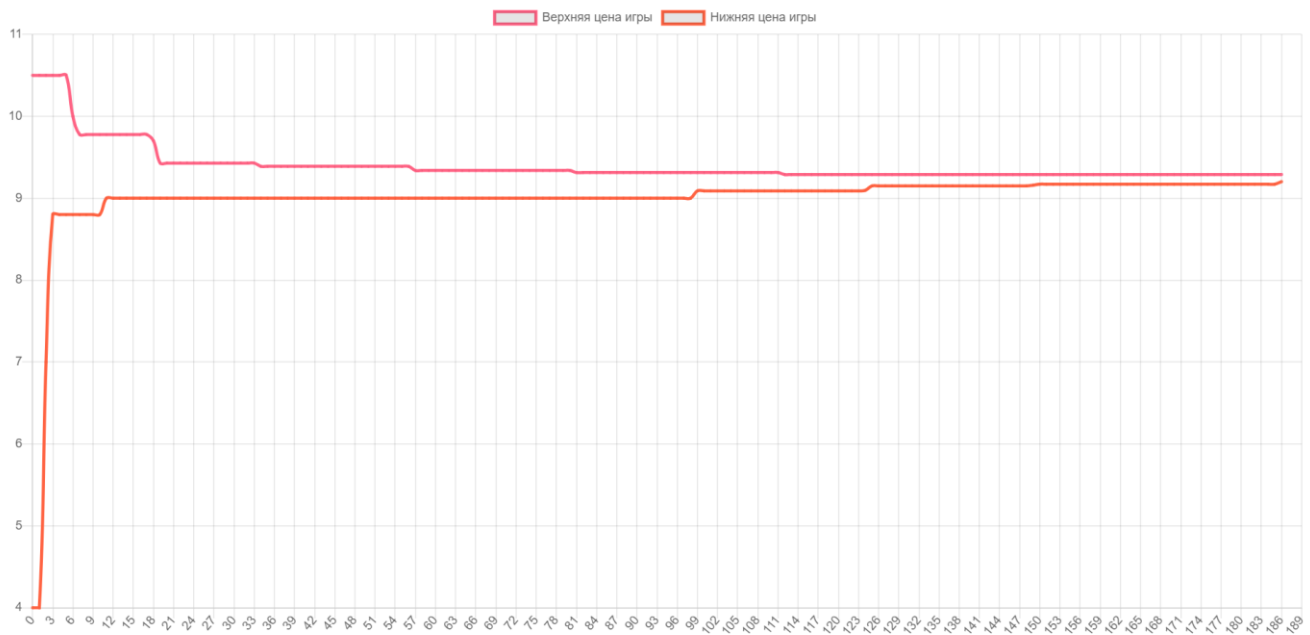


Рисунок 5 – график зависимости верхней и нижней цены игры от номера итерации

Можно заметить, что, при увеличении количества итераций в численном методе Брауна-Робинсон, разница между верхней и нижней ценой игры уменьшается, что подтверждает теорему:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \min(\bar{v}[k]) = \lim_{k \rightarrow \infty} \max(\underline{v}[k])$$

#### Вывод:

В ходе проделанной лабораторной работы было приведено два решения (аналитическое и численное) антагонистической игры в смешанных стратегиях. Цена игры, посчитанная аналитическим методом, отличается от цены игры, которая посчитана численным методом, на 0.43%. Таким образом, несмотря на то, что метод Брауна-Робинсон является приближенным методом решения, цена игры отличается на незначительную величину. Также, преимуществом данного метода является его применимость к произвольной игре, а аналитический метод применим лишь к вполне смешанным играм.



## ПРИЛОЖЕНИЕ А

Файл lab1.js:

```
let matrix = [[17, 4, 9], [0, 16, 9], [12, 2, 19]];

let x0 = [17, 4, 9];
let x1 = [0, 16, 9];
let x2 = [12, 2, 19];

let x = [x0, x1, x2];

let y0 = [17, 0, 12];
let y1 = [4, 16, 2];
let y2 = [9, 9, 19];

let y = [y0, y1, y2];

let strategyA = [...y0]; // выигрыши А, при условии выбора y1
let strategyB = [...x0]; // проигрыши В, при условии выбора x1
let wins = [];
let loses = [];
let eps = 13;
let counter = 1;
let epsilons = [];
let priceA = [];
let priceB = [];

let strategyAVector = {
  0: 1,
  1: 0,
  2: 0
};
let strategyBVector = {
  0: 1,
  1: 0,
  2: 0
};

// При равенстве элементов в строке, выбираем следующую стратегию случайно
function getRandomInt(max) {
  return Math.floor(Math.random() * Math.floor(max));
}

// Выбираем максимальный выигрыш
function findMaxWin(strategy) {
  let maxWin = strategy[0];
  let maxIdx = 0;
  if (strategy[0] === strategy[1] && strategy[1] === strategy[2]) {
    maxIdx = getRandomInt(3);
  } else {
    strategy.forEach(function (item, idx) {
      if (item >= maxWin) {
        maxWin = item;
        maxIdx = idx;
      }
    })
  }
}
```

```

        wins.push(strategy[maxIdx] / counter);
        strategyAVector[maxIdx]++;
        return maxIdx;
    }

    // Выбираем минимальный проигрыш
    function findMinLoose(strategy) {
        let minLoose = strategy[0];
        let minIdx = 0;
        if (strategy[0] === strategy[1] && strategy[1] === strategy[2]) {
            minIdx = getRandomInt(3);
        } else {
            strategy.forEach(function (item, idx) {
                if (item <= minLoose) {
                    minLoose = item;
                    minIdx = idx;
                }
            })
        }

        loses.push(strategy[minIdx] / counter);
        strategyBVector[minIdx]++;
        return minIdx;
    }

    //Вычисляем эпсилон
    function findE() {
        return eps = Math.min(...wins) - Math.max(...loses);
    }

    //Суммируем стратегии
    function sum(strategy, neutrality) {
        for (let i = 0; i < 3; i++) {
            strategy[i] += neutrality[i];
        }
        return strategy;
    }

    let table = [];

    function algorithm() {
        let k = findMaxWin(strategyA);
        let l = findMinLoose(strategyB);
        eps = findE();
        epsilons.push(eps);
        table.push({
            StratA: strategyA,
            StratB: strategyB,
            Win_A: wins[wins.length - 1].toFixed(2),
            Win_B: loses[loses.length - 1].toFixed(2),
            Eps: eps.toFixed(2)
        });
    }

```

```

while (eps > 0.1) {
    counter++;
    strategyA = sum(strategyA, y[1]);
    strategyB = sum(strategyB, x[k]);

    k = findMaxWin(strategyA);
    l = findMinLoose(strategyB);
    eps = findE();
    epsilons.push(eps);

    let minWin = Math.min(...wins);
    let maxLoose = Math.max(...Looses);
    priceA.push(minWin);
    priceB.push(maxLoose);

    table.push({
        StrataA: strategyA,
        StrataB: strategyB,
        Win_A: wins[wins.length - 1].toFixed(2),
        Win_B: Looses[Looses.length - 1].toFixed(2),
        Eps: eps.toFixed(2)
    })
}
strategyAVector[k]--;
strategyBVector[l]--;

let minWin = Math.min(...wins);
let maxLoose = Math.max(...Looses);

console.table(table);
let priceAverage = (minWin + maxLoose) / 2;

let vecA = [(strategyAVector[0] / counter).toFixed(3), (strategyAVector[1] / counter).toFixed(3), (strategyAVector[2] / counter).toFixed(3)];
let vecB = [(strategyBVector[0] / counter).toFixed(3), (strategyBVector[1] / counter).toFixed(3), (strategyBVector[2] / counter).toFixed(3)];

console.log('Итеративный метод ' + '\n'
    + 'Цена игры: ' + priceAverage.toFixed(2) + '\n' +
    'Количество итераций: ' + counter + '\n' +
    'Стратегия игрока А: ' + vecA + '\n' +
    'Стратегия игрока В: ' + vecB);

let cU = [120 / 3566, 170 / 3566, 94 / 3566]; //Результат умножения вектора u на матрицу, обратную к C
let uC = [202 / 3566, 171 / 3566, 11 / 3566]; //Результат умножения матрицы, обратной к C на вектор u
let uCu = [uC[0] + uC[1] + uC[2]]; //Вычисление знаменателя
let xAn = [(uC[0] / uCu).toFixed(3), (uC[1] / uCu).toFixed(3), (uC[2] / uCu).toFixed(3)];
let yAn = [(cU[0] / uCu).toFixed(3), (cU[1] / uCu).toFixed(3), (cU[2] / uCu).toFixed(3)];
let cAn = [(1 / uCu).toFixed(2)];

console.log('Аналитический метод\n' +
    'Стратегия игрока А: ' + xAn + '\n' +
    'Стратегия игрока В: ' + yAn + '\n' +
    'Цена игры: ' + cAn);

```

```
    return eps;  
}  
algorithm();
```

## ПРИЛОЖЕНИЕ В

### Файл graphics.html

```
<!DOCTYPE html>
<html lang="en">
<head>
  <meta charset="UTF-8">
  <title>Graph</title>
  <script src="https://cdn.jsdelivr.net/npm/chart.js@2.8.0"></script>
  <script src="lab1.js"></script>
</head>
<body>
<canvas id="myChart"></canvas>

<script>
  let numbers = [];
  let i = 0;

  while (i < 190) {
    numbers.push(i);
    i++;
  }

  let ctx = document.getElementById('myChart').getContext('2d');

  //Строим график зависимости величины погрешности от номера итерации
  let chart = new Chart(ctx, {
    type: 'line',
    data: {
      labels: numbers,
      datasets: [{
        label: 'Зависимость величины погрешности от номера итерации',

        //backgroundColor: 'rgb(255, 99, 132)',
        borderColor: 'rgb(255, 99, 132)',
        data: epsilons,
        pointRadius: 1,

      }]
    },
  });

  //Строим графики зависимости цены игры от номера итерации
  let mixedChart = new Chart(ctx, {
    type: 'line',
    data: {
      datasets: [{
        label: 'Верхняя цена игры',
        data: priceA,
        pointRadius: 1,
        borderColor: 'rgb(255, 99, 132)',
        fill: false
      }, {
        label: 'Нижняя цена игры',
        data: priceB,
        type: 'line',
      }
    ]
  });
```

```
        pointRadius: 1,  
        borderColor: 'rgb(255, 99, 66)',  
        fill: false  
      },  
      labels: numbers  
    },  
  });  
</script>  
</body>  
</html>
```