



自动控制原理

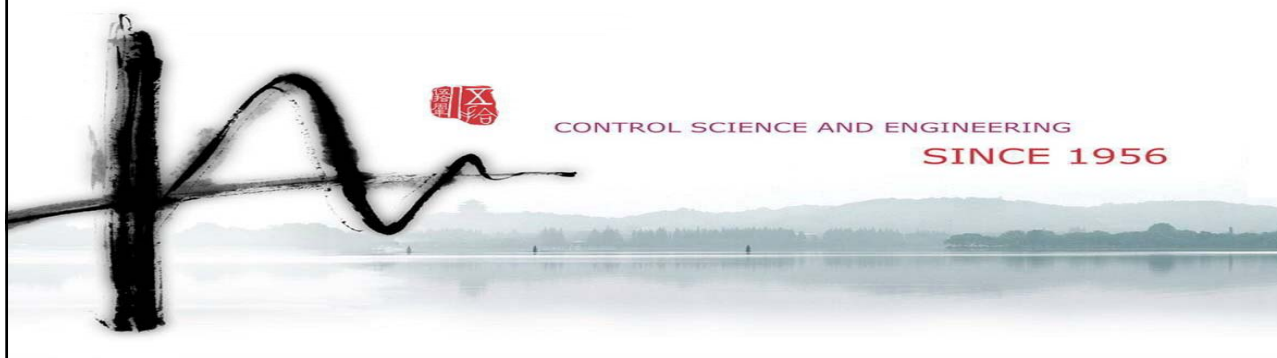
Principle of Automatic Control





第五章 CHAPTER 5

频率响应法





主要内容

- 概述
- Bode 图 (对数坐标图)
- 极坐标图
- Nyquist稳定性判据
 - 稳定裕度
- 系统的闭环频率特性



相位裕度和幅值裕度及与稳定性的关系

稳定性和相对稳定性可以通过对数幅频曲线和相频曲线来确定。相对稳定性可以用稳定裕度进行度量。

Gain crossover (幅值穿越频率——增益临界点)

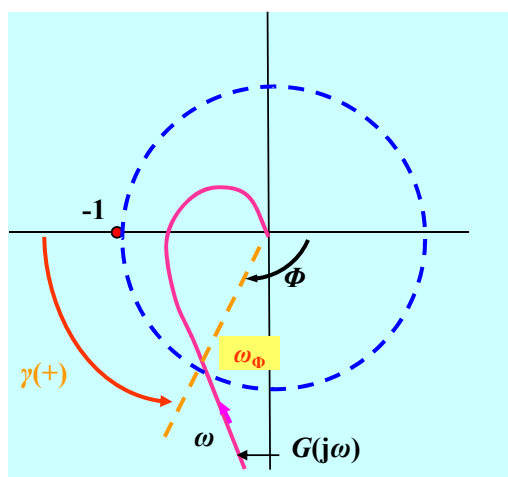
$G(j\omega)$ 幅相曲线在该点处的幅值为1 [$LmG(j\omega)=0\text{dB}$]。该点处的频率称为相位裕度频率 ω_ϕ ，或(截止频率 ω_c)。

Phase margin angle (相位裕度)

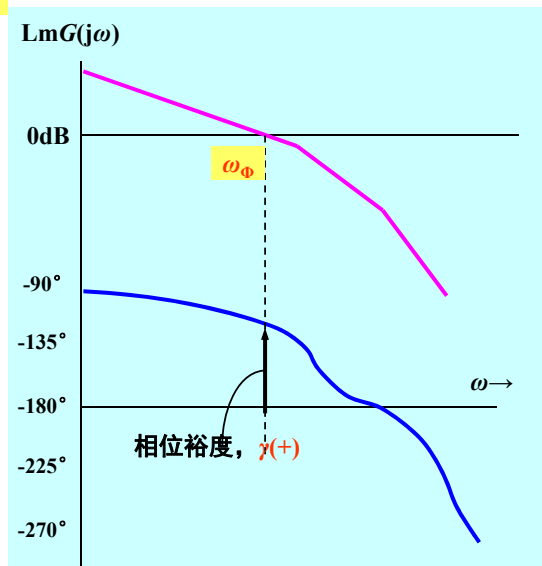
相位裕度等于 180° 加上截止频率处的负相位，用 γ 来表示，
 $\gamma=180^\circ + \Phi$ ，其中 $\angle G(j\omega_\phi)=\Phi$ 是负值。

相位裕度和幅值裕度及与稳定性的关系

对于稳定系统 $\gamma = 180^\circ + \Phi > 0$



$G(j\omega)$ 的极坐标图

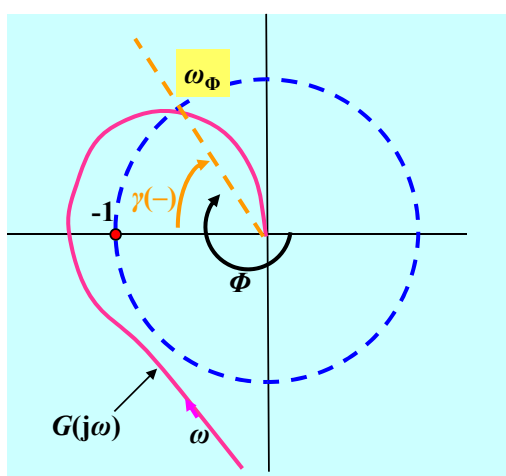


$G(j\omega)$ 的对数幅频曲线和相频曲线

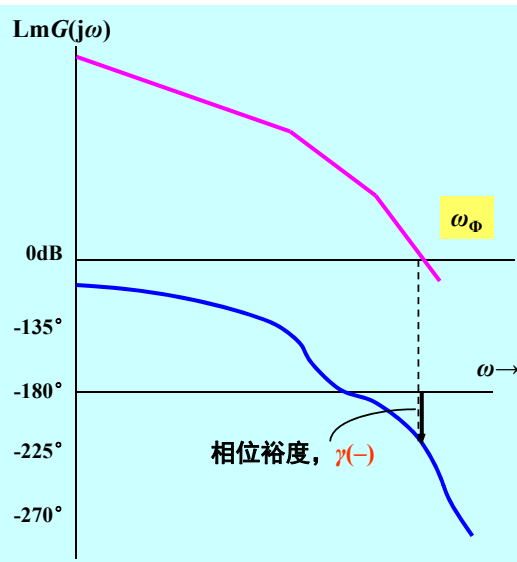


相位裕度和幅值裕度及与稳定性的关系

对不稳定系统 $\gamma = 180^\circ + \Phi < 0$



$G(j\omega)$ 的极坐标图



$G(j\omega)$ 的对数幅频曲线和相频曲线



相位裕度和幅值裕度及与稳定性的关系

对于闭环稳定系统，如果系统的开环相频特性再滞后相位裕度 γ 度，则系统将处于临界稳定状态。

滞后该角度将使得极坐标图穿越-1点。

对于最小相位系统来说，相位裕度为正，系统稳定，负的相位裕度表示系统是不稳定的。

相位裕度与系统阻尼比 ζ 有关，一般地，相位裕度在 45° 到 60° 之间的系统响应能令人满意。



相位裕度和幅值裕度及与稳定性的关系

Phase crossover (相位穿越频率——相位临界点)

幅相曲线在该点处的相角是 -180° 。该点处的频率被称为**幅值裕度频率/穿越频率** ω_x 。

Gain margin (幅值裕度)

对于闭环稳定系统，如果系统的开环幅频特性再增大幅值裕度 h 倍，则系统将处于临界稳定状态。可以用频率点 ω_x 处的传递函数来表示，即 $|G(j\omega_x)| \cdot h = 1$

在 $G(j\omega)$ 极坐标图上，频率点 ω_x 对应的幅值

$$|G(j\omega_x)| = \frac{1}{h}$$

在对数幅频曲线上，

$$Lmh = -Lm|G(j\omega_x)|$$

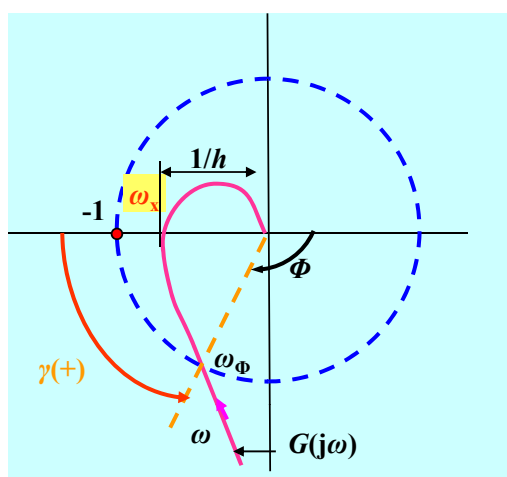


相位裕度和幅值裕度及与稳定性的关系

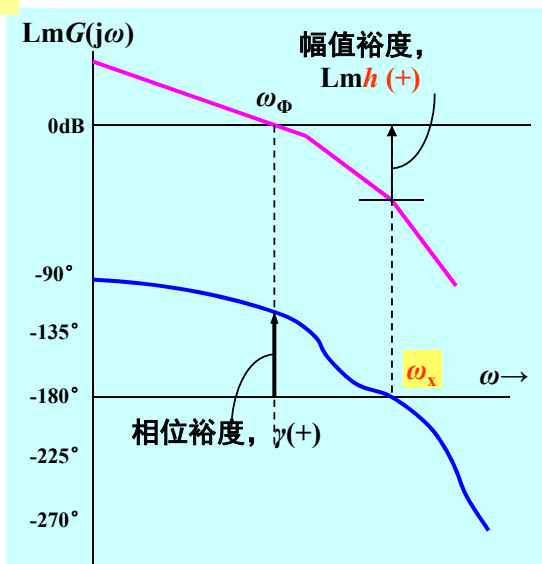
对于稳定系统

$$1/h < 1, h > 1$$

$$Lmh = -Lm|G(j\omega_x)| > 0$$



$G(j\omega)$ 的极坐标图



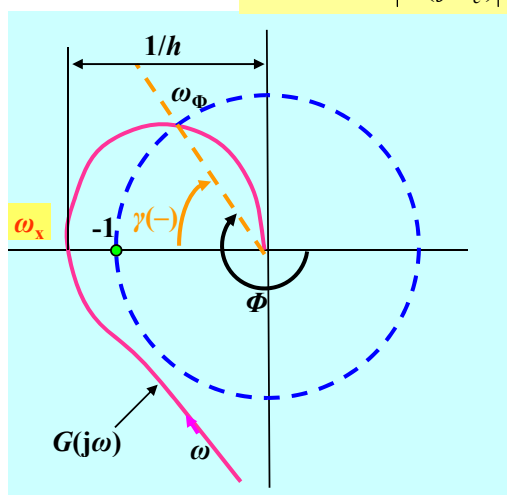
$G(j\omega)$ 的对数幅频曲线和相频曲线

相位裕度和幅值裕度及与稳定性的关系

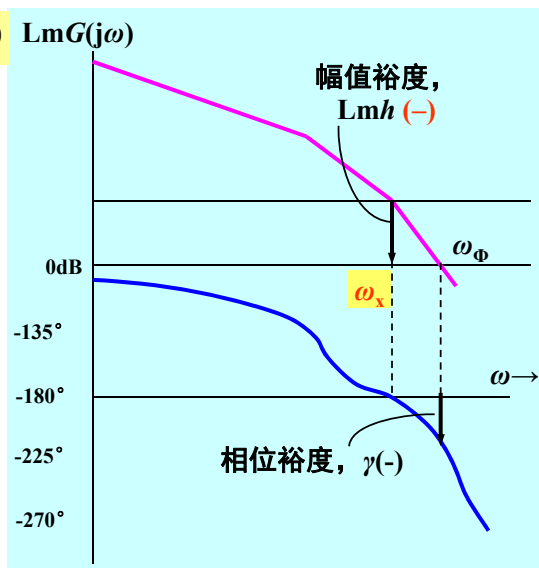
对于不稳定系统

$$1/h > 1, h < 1$$

$$Lmh = -Lm|G(j\omega_c)| < 0$$



$G(j\omega)$ 的极坐标图



$G(j\omega)$ 的对数幅频曲线和相频曲线



相位裕度和幅值裕度的求解——解析法

求解系统相位裕度和幅值裕度的方法——解析法、极坐标图法和伯德图法。

(一) 解析法

根据系统的开环频率特性，由

$$|G(j\omega_\phi)H(j\omega_\phi)| = 1 \quad (0 \leq \omega_\phi \leq +\infty)$$

和 $\gamma = \phi(\omega_\phi) - (-180^\circ) = \phi(\omega_\phi) + 180^\circ$ 求出相位裕度。

由 $\angle G(j\omega_x)H(j\omega_x) = -180^\circ \quad (0 \leq \omega_x \leq +\infty)$

$$h = \frac{1}{|G(j\omega_x)H(j\omega_x)|}$$

或 $20 \lg h = -20 \lg |G(j\omega_x)H(j\omega_x)|$ 求出幅值裕度。



相位裕度和幅值裕度的求解——解析法

例5-21 已知最小相位系统的开环传递函数为
试求出该系统的幅值裕度和相位裕度。

$$G(s)H(s) = \frac{40}{s(s^2 + 2s + 25)}$$

解：系统的开环频率特性为

$$G(j\omega)H(j\omega) = \frac{40}{j\omega(25 - \omega^2 + j2\omega)}$$

其幅频特性和相频特性分别是

$$|G(j\omega)H(j\omega)| = \frac{1}{\omega} \frac{40}{\sqrt{(25 - \omega^2)^2 + 4\omega^2}}$$

$$\angle G(j\omega_x)H(j\omega_x) = \begin{cases} -90^\circ - \arctg \frac{2\omega}{25 - \omega^2} & \omega \leq 5 \\ -180^\circ - \arctg \frac{2\omega}{\omega^2 - 25} & \omega > 5 \end{cases}$$



相位裕度和幅值裕度的求解——解析法

令 $|G(j\omega)H(j\omega)| = 1$, 得 $\omega_\phi = 1.82$

$$\gamma = 180^\circ + \angle G(j\omega_\phi)H(j\omega_\phi) = 90^\circ - \arctg \frac{2 \times 1.82}{25 - 1.82^2} = 80.5^\circ$$

令 $\angle G(j\omega)H(j\omega) = -180^\circ$, 得 $\omega_x = 5$

$$h = \frac{1}{|G(j\omega_x)H(j\omega_x)|} = 1.25$$

或 $h(\text{dB}) = 20\lg 1.25 = 1.94(\text{dB})$

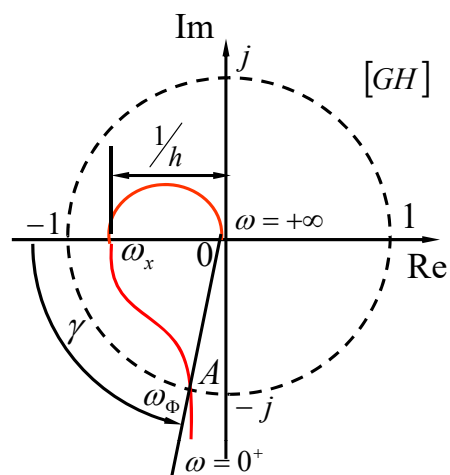
即：该系统具有1.94dB的幅值裕度，80.5°的相位裕度。



相位裕度和幅值裕度的求解——极坐标图法

(二) 极坐标图法

在GH平面上作出系统的开环频率特性的极坐标图，并作一单位圆，由单位圆与开环频率特性的交点A与坐标原点的连线与负实轴的夹角求出相位裕度 γ ；由开环频率特性与负轴交点处的幅值 $|G(j\omega_x)H(j\omega_x)|$ 的倒数得到幅值裕度 h 。



例6-21 的极坐标图

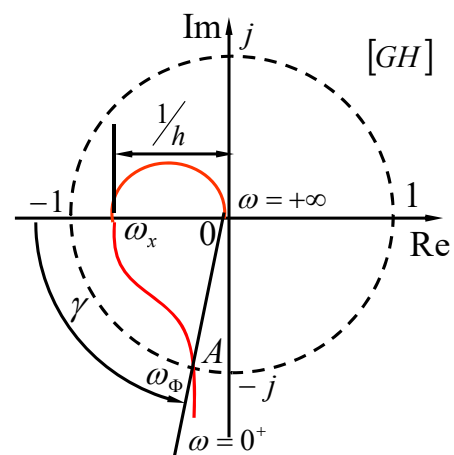


相位裕度和幅值裕度的求解——极坐标图法

在例5-21中，先作出系统的开环频率特性曲线如图所示，作单位圆交开环频率特性曲线于A点，连接OA，射线OA与负实轴的夹角即为系统的相位裕度 $\gamma \approx 80^\circ$ 。开环频率特性曲线与负实轴的交点坐标为 $(0.8, j0)$

由此得到系统的幅值裕度：

$$h = \frac{1}{0.8} = 1.25$$



例6-21 的极坐标图



相位裕度和幅值裕度的求解——Bode图法

(三) Bode图法

画出系统的Bode图，由开环对数幅频特性与零分贝线（即 ω 轴）的交点频率 ω_Φ ，求出对应的相频特性与 -180° 线的相移量，即为相位裕度 γ 。当 ω_Φ 对应的相频特性位于 -180° 线上方时， $\gamma > 0^\circ$ ；反之，当 ω_Φ 对应的相频特性位于 -180° 线下方时， $\gamma < 0^\circ$ 。然后，由相频率特性与 -180° 线的交点频率 ω_x ，求出对应幅频特性与零分贝线的差值，即为幅值裕度 h 的分贝数。当 ω_x 对应的幅频特性位于零分贝线下方时， $h > 0\text{dB}$ 。反之，当 ω_x 对应的幅频特性位于零分贝线上方， $h < 0\text{dB}$ 。

相位裕度和幅值裕度的求解——Bode图法

例6-21的Bode图如右图所示。

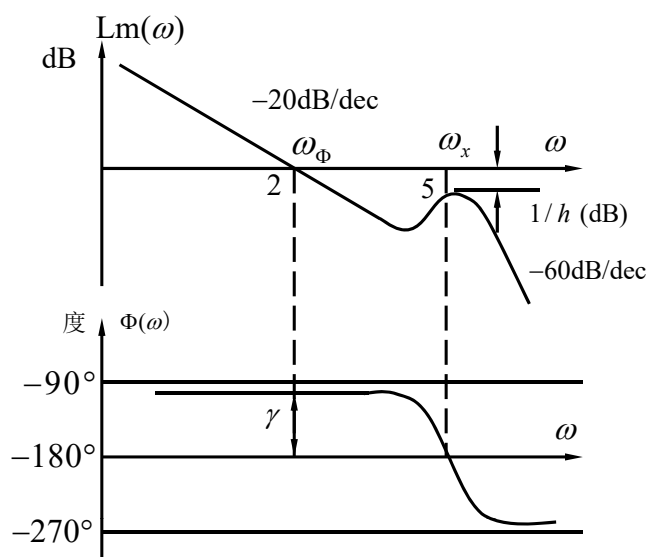
从图中，可直接得到

幅值穿越频率 $\omega_\phi \approx 2$

相位穿越频率 $\omega_x = 5$

相位裕度： $\gamma \approx 80^\circ$

幅值裕度： $h = 2\text{dB}$



例6-21 Bode图



相位裕度和幅值裕度的求解

解析法 比较精确，但计算步骤复杂，而且对于三阶以上的高阶系统，用解析法相当困难。

图解法 以极坐标图和Bode图为基础的图解法，避免了繁锁的计算，具有简便、直观的优点，对于高阶系统尤为方便。不过图解法是一种近似方法，所得结果有一定误差，误差的大小视作图的准确性而定。

Bode图法和极坐标法虽然都是图解法，但前者不仅可直接从Bode图上获得相位裕度 γ 和幅值裕度 h ，而且还可直接得到相应的幅值穿越频率 ω_ϕ 和相位穿频率 ω_x 。同时Bode图较极坐标图方便，因此在工程实践中得到更为广泛的应用。可以采用计算机辅助绘制。



相位裕度和幅值裕度与稳定性的关系

注意：

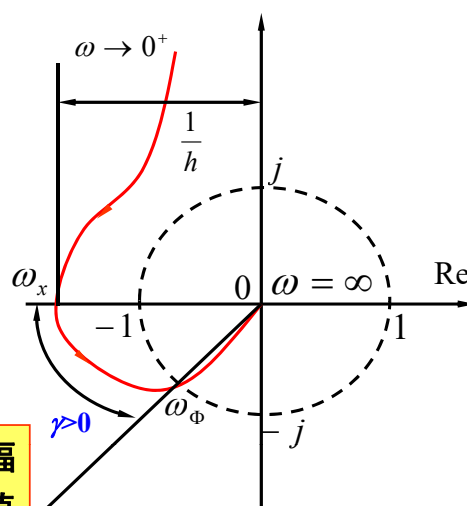
- 对于非最小相位系统，不能简单地用系统的相位裕度和幅值裕度的大小来判断系统的稳定性。
- 对于最小相位系统以相位裕度 $\gamma > 0$ 和幅值裕度 $h > 1$ （或 $h(\text{dB}) > 0$ ）作为系统稳定的充要条件是可靠的。

相位裕度和幅值裕度与稳定性的关系

例5-22 已知**非最小相位系统**的开环传递函数为 $G(s)H(s) = \frac{K(\tau s + 1)}{s(Ts - 1)}$ 试分析该系统的稳定性及其与系统稳定裕度之间的关系。

解 在一定的 K 值条件下，系统的开环频率特性如右图所示。由于该系统有一个位于 S 右半部平面的开环极点 $P_R=1$ ，奈氏曲线逆时针包围 $(-1, j0)$ 点一周 ($N=1$)，根据奈氏判据，该系统为稳定系统。

但由图解法求出该系统的相位裕度 $\gamma > 0$ ，幅值裕度 $h < 1$ ，这说明以相位裕度 $\gamma > 0$ 和幅值裕度 $h > 1$ 作为判别非最小相位系统稳定性的依据是不可靠的。



例6-22 极坐标图



相位裕度和幅值裕度与稳定性的关系

当幅值裕度用分贝（decibels）来表示时，**大于零（为正）**表示系统稳定（即幅值裕度数字上大于1），**一个负的幅值裕度**表示系统不稳定。

系统阻尼比 ζ 同样与幅值裕度有关，但是**相位裕度**比幅值裕度能更好地估计阻尼比、超调。



相位裕度和幅值裕度与稳定性的关系

- 对数幅频渐近特性曲线与传递函数的每一典型环节有关。
例如， $(1+j\omega)^{-1}$ 环节在高频段的斜率为 -20dB/decade 。
- 在任意频率点处传递函数的相角与对数幅频渐近特性曲线的斜率有关。例如，斜率 -20dB/decade 的相角为 -90° 。
- 通过观察对数幅频渐近特性曲线。有可能估计出相位的近似值。斜率变化距离所求解的频率点越远，对该频率点处的相位影响越小。



相位裕度和幅值裕度与稳定性的关系

- **最小相位系统**稳定，则相角裕度为正，即截止频率处的相角 $[LmG(j\omega)=0]$ 必须大于 -180° 。这就要求对对数幅频曲线上截止频率点处的斜率做一个限制。若相邻的转折频率相距较远，该点处的斜率必须大于 -40dB/decade 。一般斜率为 -20dB/decade 是比较合适。
- 与根轨迹法类似，对数幅频曲线和相频曲线可以用于系统设计。



相位裕度和幅值裕度与稳定性的关系

例如：

- 可以通过调整（抬高或降低Lm曲线）增益使系统具有45°到60°的相位裕度。
- 曲线的低频部分的形状决定了系统的型别和稳态精度。
- 系统的型别和增益决定了误差系数，进而决定了稳态误差。
- 截止频率 ω_c 给出了系统响应速度的定性指标。



Examples of Nyquist's Criterion Applied to Transport Lag Systems

The transport lag (dead time) is represented by the transfer function $G_\tau(s) = e^{-\tau s}$. The frequency transfer function is

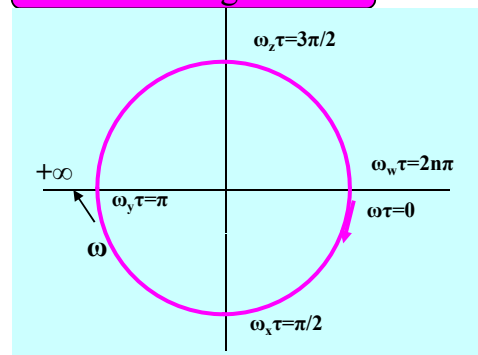
$$G_\tau(j\omega) = e^{-j\tau\omega} = 1 \angle (-\tau\omega)$$

The magnitude

The angle

The polar plot is a unit circle that is traced indefinitely.

The Lm and phase-angle diagram shows a constant value of 0dB and a phase angle that decreases with frequency.





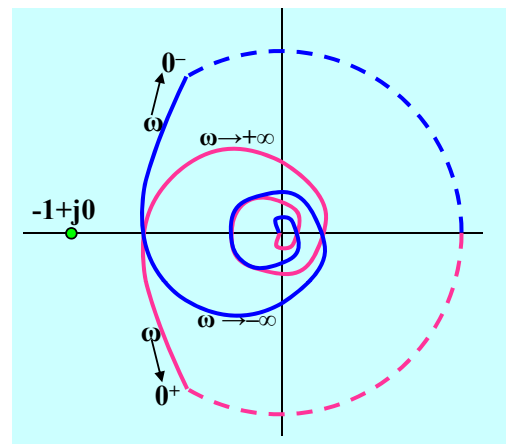
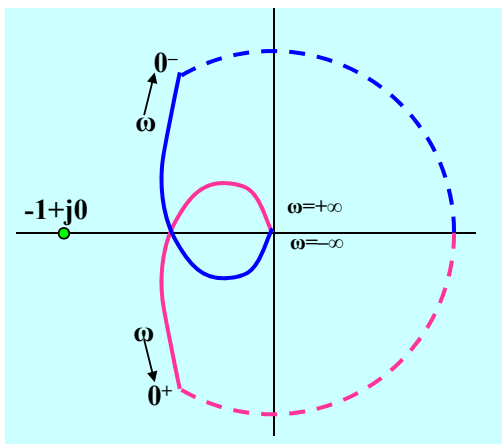
Examples of Nyquist's Criterion Applied to Transport Lag Systems

An example for illustrating the application of Nyquist criterion to a control system having transport lag.

$$G_x(s)H(s) = \frac{K_1}{s(1+T_1s)(1+T_2s)}$$

Add dead time

$$G(s)H(s) = \frac{K_1 e^{-\tau s}}{s(1+T_1s)(1+T_2s)}$$



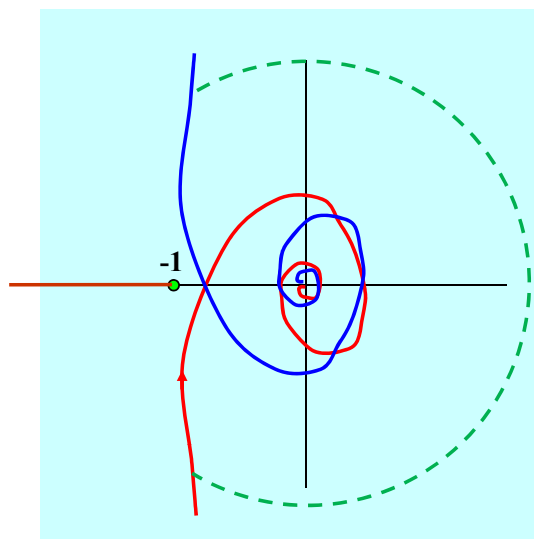
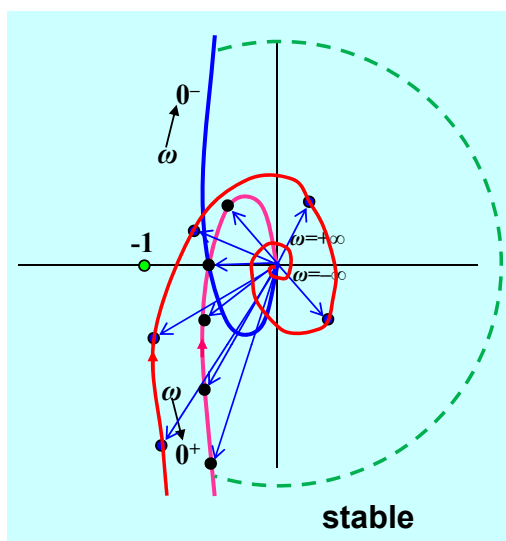
Examples of Nyquist's Criterion Applied to Transport Lag Systems

$$G_x(s)H(s) = \frac{K_1}{s(1+T_1s)(1+T_2s)}$$

Add dead time

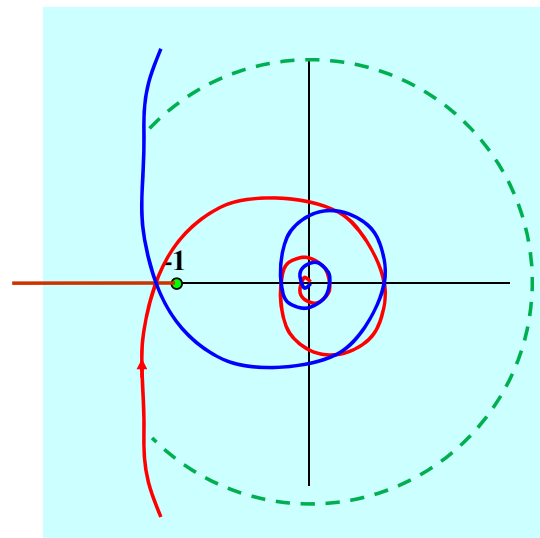
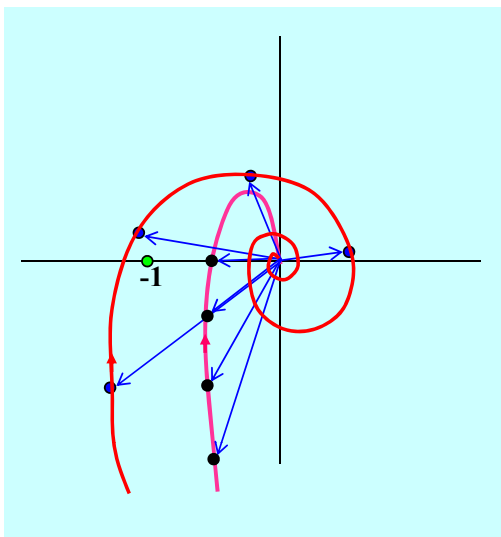
$$G(s)H(s) = \frac{K_1 e^{-\tau s}}{s(1+T_1s)(1+T_2s)}$$

Case I: small τ



Examples of Nyquist's Criterion Applied to Transport Lag Systems

Case II: big τ



$N = -2$, unstable

Transport lag therefore tends to make a system less stable.



Examples of Nyquist's Criterion Applied to Transport Lag Systems

When the contour Q is traversed and the polar plot characteristic of dead time is included, the effects on the complete polar are as follows:

1) In traversing the imaginary axis of the contour Q between $0^+ < \omega < +\infty$, the polar plot of $G(j\omega)H(j\omega)$ in the third quadrant is shifted clockwise, closer to the $-1+j0$ point. Thus, if the dead time is increased sufficiently, the $-1+j0$ point will be enclosed by the polar plot and the system becomes unstable.

2) As $\omega \rightarrow +\infty$, the magnitude of the angle contributed by the transport lag increases indefinitely, this yields a spiraling curve as $|G(j\omega)H(j\omega)| \rightarrow 0$.

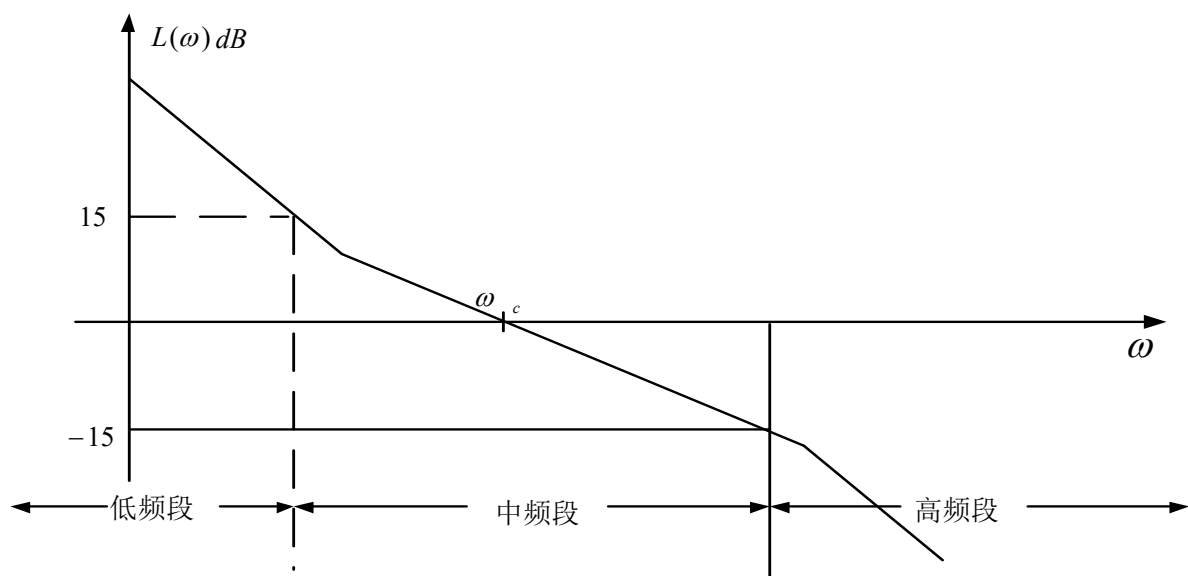
Transport lag therefore tends to make a system less stable



主要内容

- 概述
- Bode 图 (对数坐标图)
- 极坐标图
- Nyquist稳定性判据
- 基于频率响应的补偿器设计
 - 频域指标与时域指标的关系
- 系统的闭环频率特性

三个频段的概念





频域指标与时域指标的关系

不同的性能指标

稳定性——是系统工作的前提

稳态特性——反映了系统稳定后的精度

动态特性——反映了系统响应的快速性

人们追求的是稳定性强，稳态精度高，动态响应快。

不同域中的性能指标的形式又各不相同：

1. 时域指标：超调量 σ 、过渡过程时间 T_s 、以及峰值时间 T_p 、上升时间 T_r 等。

2. 频域指标：

① 开环：幅值穿越频率 ω_ϕ （或 ω_c ）、相位裕度 γ 及幅值裕度 h 等。

② 闭环：谐振峰值 M_r 、谐振频率 ω_r 及带宽 ω_b 等。



频域指标与时域指标的关系

- 截止频率 ω_c 与阻尼比 ζ 、自然频率 ω_n 的关系

开环传递函数如下的典型单位负反馈二阶系统：

$$G(s) = \frac{K}{s(Ts + 1)}; \quad G(j\omega) = \frac{\omega_n^2}{j\omega(j\omega + 2\zeta\omega_n)}$$

其中：

$$\omega_n = \sqrt{K/T}, \quad 2\zeta\omega_n = \frac{1}{T}$$

由

$$|G(j\omega_c)| = \frac{\omega_n^2}{\omega_c \sqrt{\omega_c^2 + 4\zeta^2 \omega_n^2}} = 1 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{\omega_c^2}{\omega_n^2} \right)^2 + 4\zeta^2 \left(\frac{\omega_c^2}{\omega_n^2} \right) - 1 = 0$$

$$\left(\frac{\omega_c}{\omega_n} \right) = \left(\sqrt{4\zeta^4 + 1} - 2\zeta^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

当阻尼比 ζ 一定的情况下，截止频率 ω_c 越大，自然频率 ω_n 也越大，闭环系统的上升时间、峰值时间和调节时间越小，系统的响应速度加快。



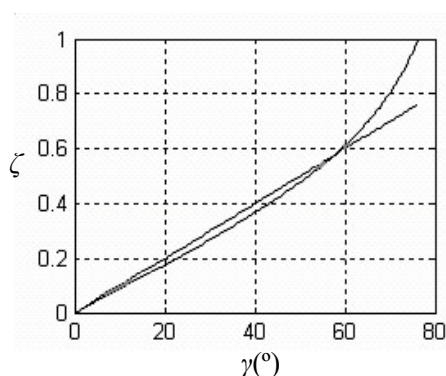
频域指标与时域指标的关系

➤ 相位裕度 γ 与阻尼比 ζ 的关系

$$\gamma = 180^\circ - 90^\circ - \arctg \frac{\omega_c}{2\zeta\omega_n}$$



$$\gamma = \arctg \frac{2\zeta\omega_n}{\omega_c} = \arctg \left(\frac{2\zeta}{\sqrt{\sqrt{4\zeta^4 + 1} - 2\zeta^2}} \right)$$



典型二阶系统的 γ - ζ 图

γ 仅与 ζ 有关, ζ 为 γ 的增函数, 且在 $\zeta \leq 0.7$ 的范围内, 可以近似地用一条直线表示它们之间的关系

$$\zeta \approx 0.01\gamma$$

二阶系统的相位裕度 γ 可以决定系统的 ζ , 但不能决定系统的自然频率 ω_n 。具有相同阻尼比 ζ 的系统, 当 ω_n 不同时, 过渡过程的调节时间相差很大。



Frequency Response Vs Time Response

频域响应（频率特性）和**时域响应**都是描述控制系统固有特性的工具，因此两者之间必然存在着某种内在联系，这种联系通常体现在控制系统频率特性的某些特征量与时域性能指标之间的关系上。

典型闭环幅频特性如下图所示，特性曲线随着频率变化的特征可用下述一些特征量加以概括：

- (1) 闭环幅频率特性的零频值 $A(0)$ ；
- (2) 谐振频率和**相对**谐振峰值 $M_r = \frac{A_{\max}}{A(0)}$ ；
- (3) 截止频率 ω_b 和系统带宽 $(0 \sim \omega_b)$ 。



Frequency Response Vs Time Response

谐振峰值 M_r 与系统超调量 σ_p 的关系

单位反馈的二阶控制系统的开环传递函数的标准形式为

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s + 2\zeta\omega_n)}$$

其对应的闭环频率特性为

$$\frac{C(j\omega)}{R(j\omega)} = \frac{\omega_n^2}{(j\omega)^2 + 2\zeta\omega_n(j\omega) + \omega_n^2}$$

二阶系统的谐振峰值 M_r 与阻尼比 ζ 之间的关系为

$$M_r = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} \quad \zeta \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

或写成

$$\zeta = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - \frac{1}{M_r^2}}}{2}}$$

$$M_r \geq 1$$



Frequency Response Vs Time Response

对于二阶系统, 系统的超调量 σ_p 为

$$\sigma_p = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \times 100\%$$

便可得到二阶系统的谐振峰值 M_r 与系统超调量 σ_p 之间的关系为

$$\sigma_p = e^{-\pi \sqrt{\frac{M_r - \sqrt{M_r^2 - 1}}{M_r + \sqrt{M_r^2 - 1}}}} \times 100\%$$

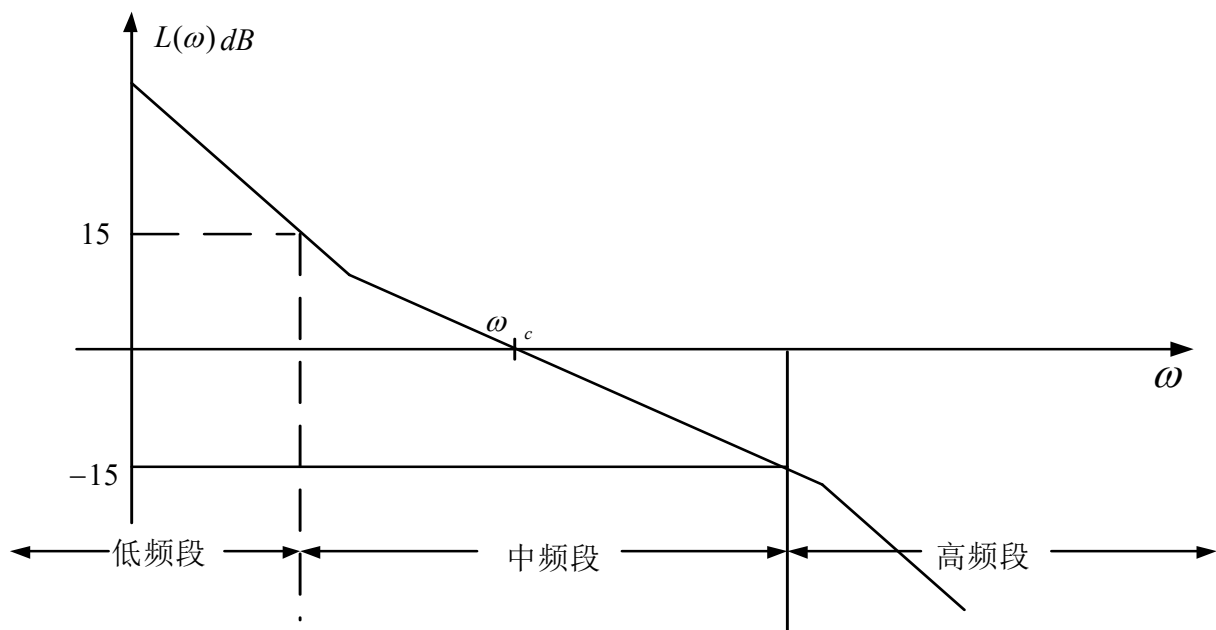
$$M_r \geq 1$$

二阶系统的谐振峰值 $M_r=1.2\sim1.5$ 时, 对应的系统超调量 $\sigma_p = 20\sim30\%$. 这时系统可以获得较为满意的过渡过程. 如果 $M_r > 2$, 则系统的超调量 σ_p 将超过40%.



Synthesis & Compensation

三个频段的概念



对于典型单位负反馈二阶系统(开环传递函数为 $G(j\omega) = \frac{\omega_n^2}{j\omega(j\omega + 2\zeta\omega_n)}$ ，其中 $\zeta > 0$):

谐振峰值 $M_r = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}, \zeta \leq 0.707$

谐振频率 $\omega_r = \omega_n\sqrt{1-2\zeta^2}, \zeta \leq 0.707$

带宽频率 $\omega_b = \omega_n\sqrt{1-2\zeta^2 + \sqrt{2-4\zeta^2 + 4\zeta^4}}$

截止频率 $\omega_c = \omega_n\sqrt{\sqrt{1+4\zeta^4} - 2\zeta^2}$

相位裕度 $\gamma = \arctg\left(\frac{2\zeta}{\sqrt{\sqrt{1+4\zeta^4} - 2\zeta^2}}\right)$

调节时间 $T_s = \frac{3.5}{\zeta\omega_n}$ 或者 $\omega_n T_s = \frac{7}{\text{tg}\gamma}$

Closed-loop

Open loop

$\zeta \approx 0.01\gamma$



Frequency Response Vs Time Response

三、相角裕度与阻尼比的关系

对二阶系统来说：

在阻尼比 $\zeta \leq 0.7$ 的范围内，可近似表示为 $\zeta \approx 0.01 \gamma$

对高阶系统来说：如存在主导极点，可采用二阶系统的公式
如不存在主导极点，也有相应的频域与时域指标的近似公式：

$$\sigma \approx 0.16 + 0.4 \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right), \quad 35^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ$$

$$t_s \approx \frac{K_0 \pi}{\omega_c}$$

$$K_0 \approx 2 + 1.5 \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right) + 2.5 \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right)^2, \quad 35^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ$$



高阶系统频域指标与时域指标的关系:

谐振峰值 $M_r = \frac{1}{|\sin \gamma|}$

超调量 $\sigma = 0.16 + 0.4(M_r - 1), 1 \leq M_r \leq 1.8$

调节时间 $T_s = \frac{K_0 \pi}{\omega_c}, K_0 = 2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2, 1 \leq M_r \leq 1.8$



频域指标与时域指标的关系

➤ 二阶系统频域指标与时域指标的关系

谐振峰值

$$M_r = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}, \quad \zeta \leq 0.707$$



$$\sigma = e^{-\pi \sqrt{\frac{M_r - \sqrt{M_r^2 - 1}}{M_r + \sqrt{M_r^2 - 1}}}} \times 100\% \quad M_r \geq 1$$

谐振频率

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1-2\zeta^2}, \quad \zeta \leq 0.707$$

带宽频率

$$\omega_b = \omega_n \sqrt{1-2\zeta^2 + \sqrt{2-4\zeta^2+4\zeta^4}}$$

截止频率

$$\omega_c = \omega_n \sqrt{\sqrt{1+4\zeta^4} - 2\zeta^2}$$

相位裕度

$$\gamma = \arctg \left(\frac{2\zeta}{\sqrt{\sqrt{1+4\zeta^4} - 2\zeta^2}} \right)$$

调节时间

$$T_s = \frac{3.5}{\zeta\omega_n} \quad \text{或} \quad \omega_n T_s = \frac{7}{\tg\gamma}$$

二阶系统的谐振峰值 $M_r=1.2\sim 1.5$ 时，对应的系统超调量 $\sigma=20\sim 30\%$ ，这时系统可以获得较为满意的过渡过程。如果 $M_r > 2$ ，则系统的超调量 σ 将超过 40%。



频域指标与时域指标的关系

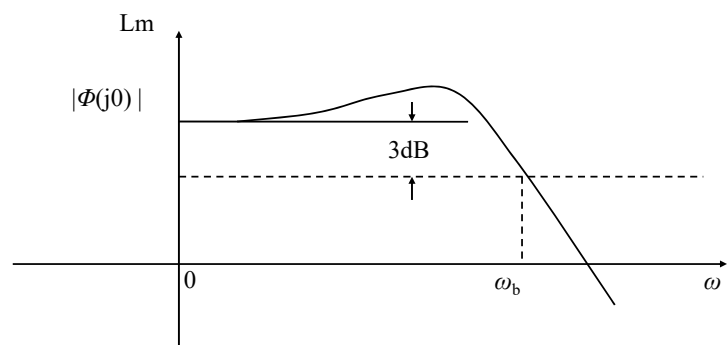
➤ 带宽频率

当**闭环**幅频特性下降到频率为零时的分贝值以下3分贝时，对应的频率称为带宽频率。

对高于带宽频率的正弦输入信号，系统输出将呈现较大的衰减。

合理选择控制系统的带宽：

- 既以所需精度跟踪输入信号，
- 又能抵制噪声扰动信号。



带宽频率示意图



频域指标与时域指标的关系

- 高阶系统：如存在主导极点，可采用二阶系统的公式；如不存在主导极点，有相应的频域与时域指标的近似公式：

谐振峰值

$$M_r = \frac{1}{|\sin \gamma|}$$

超调量

$$\sigma = 0.16 + 0.4(M_r - 1), \quad 1 \leq M_r \leq 1.8$$

调节时间

$$T_s = \frac{K_0 \pi}{\omega_c}$$

$$K_0 = 2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2, \quad 1 \leq M_r \leq 1.8$$



几点说明

✓ 开环系统时:

- ✓ 幅值穿越频率 ω_ϕ (gain-margin frequency)
- ✓ 截至频率 ω_c (phase-margin frequency)
- ✓ 相位裕量 γ 及增益裕量 a

✓ 闭环系统时:

- ✓ 谐振峰值 M_r 、谐振频率 ω_r 及带宽 (Bandwidth) ω_b 等.



高阶系统频域指标与时域指标的关系:

谐振峰值 $M_r = \frac{1}{|\sin \gamma|}$

超调量 $\sigma = 0.16 + 0.4(M_r - 1), 1 \leq M_r \leq 1.8$

调节时间 $T_s = \frac{K_0 \pi}{\omega_c}, K_0 = 2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2, 1 \leq M_r \leq 1.8$



浙江大學



控制科学与工程学系