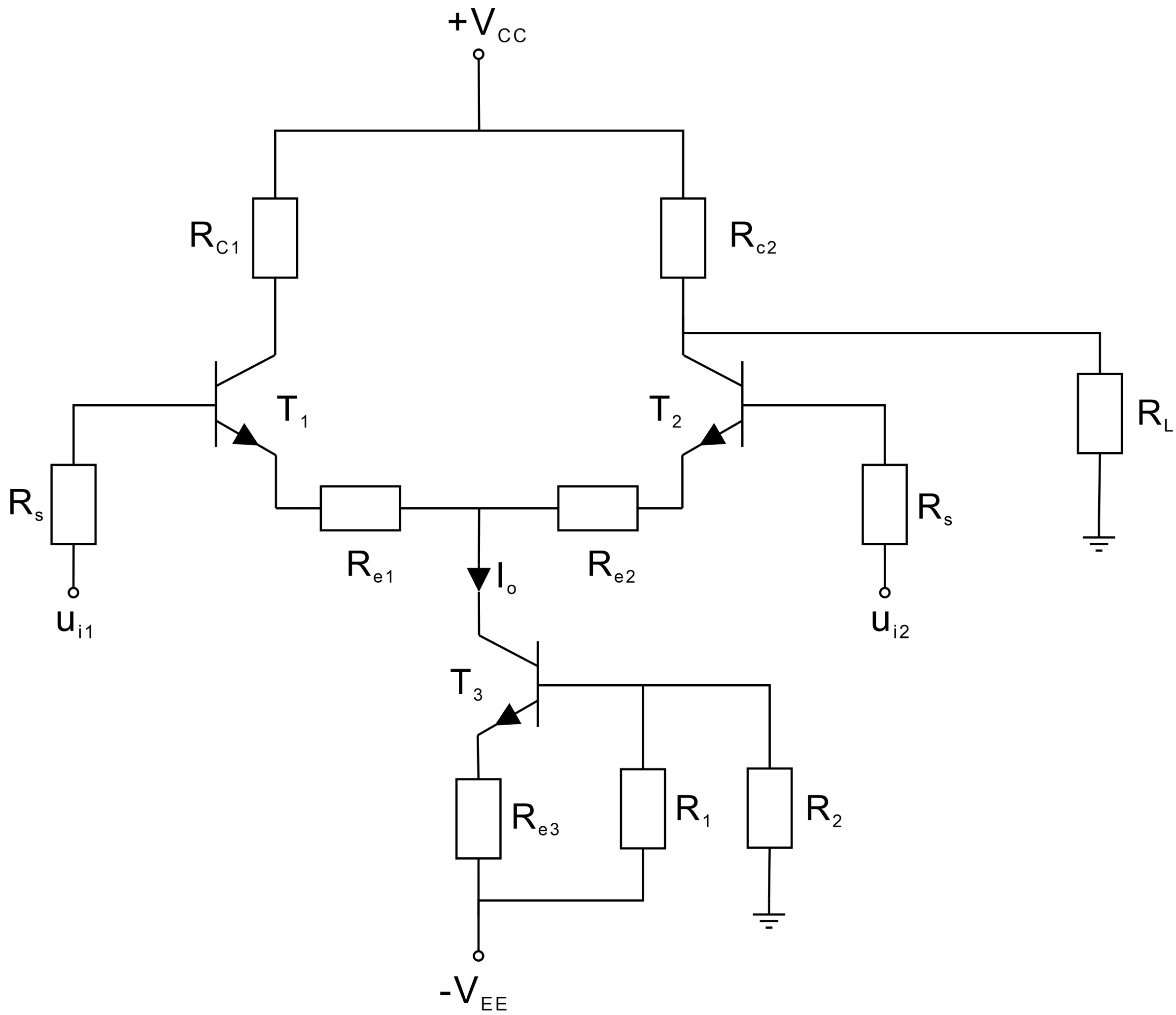
差分放大电路例题解析

电路如下图所示，已知BJT的 $\beta_1=\beta_2=\beta_3=50$, $r_{ce}=200\,k\Omega$, $V_{BE}=0.7\,\mathrm{V}$, 试求单端输出的差模电压增益 A_{vd2} , 共模抑制比 K_{CMR2} , 差模输入电阻 R_{id} 和输出电阻 R_o.



原图标注条件: $R_{c1}=R_{c2}=4.7\,k\Omega$, $R_{e1}=R_{e2}=R_s=100\,\Omega$, $R_1=5.6\,k\Omega$, $R_2=3\,k\Omega$, $R_{e3}=1.2\,k\Omega$, $R_L=10\,k\Omega$, $V_{CC}=V_{EE}=9\,\mathrm{V}$.

静态分析

静态情况下 , 输入信号 $u_{i1}=u_{i2}=0$.

图中 , T_3 R_{e3} R_1 R_2 构成电流源电路 , 即一个内阻很大得以输出稳定电流的电路 .

补充：电流源之所以为电流源，最根本的特点是其内阻远大于外电路的等效电阻，以至于任何外电路接入该电流源，都将获得基本不变的电流 , 与电压源相对。

对该电流源电路进行单独分析

其中 $I_{B3} \ll I_{C3}, I_{E3}$, V_{BQ} 为 $-V_{EE}$ 在 R_1 与 R_2 上的分压

$$V_{BQ} \approx \frac{R_2}{R_1+R_2}(-V_{EE})$$

我们取 T_3 管工作在正常放大状态时 U_{BEQ} 的经验值 $0.7\,\mathrm{V}$

$$V_{BEQ} = V_{BQ} - V_{BEQ} \approx V_{BQ} - 0.7\,\mathrm{V}$$

然后可以求出该电流源的电流

$$I_o \approx I_{EQ} = \frac{V_{BEQ}}{R_{e3}} \approx 2\,\mathrm{mA}$$

由于 T_1 与 T_2 参数完全一致 , 故

$$I_{EQ1} = I_{EQ2} = \frac{1}{2}I_o = 1\,\mathrm{mA}$$

这时三极管基极动态电阻 r_{be} 就可以确定了

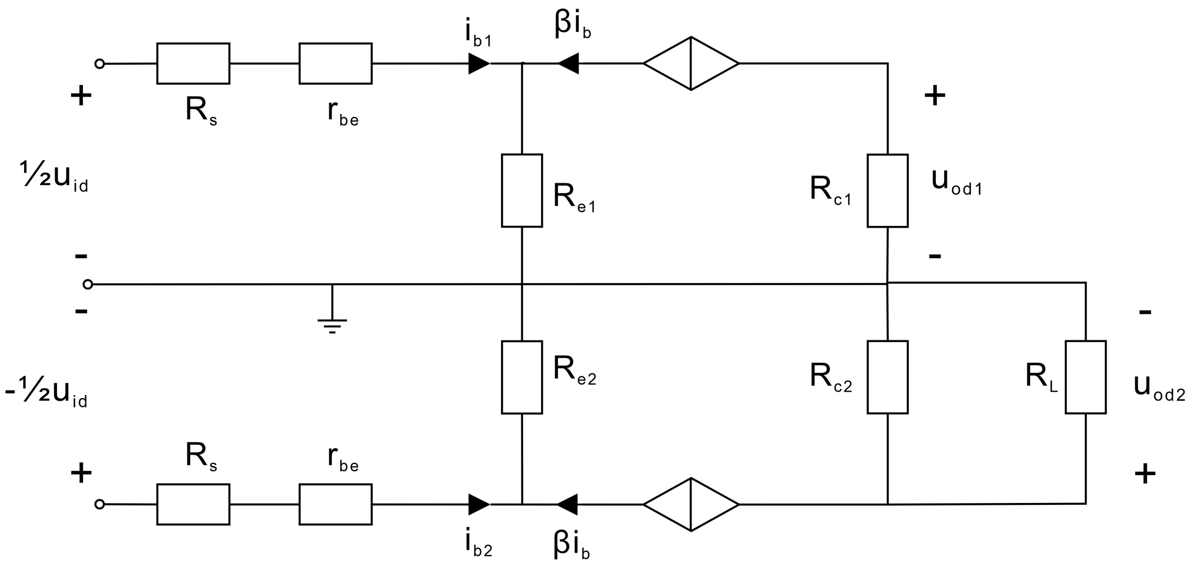
$$r_{be1} = r_{be2} \approx 200\,\Omega + (1+\beta)\frac{26\,\mathrm{mV}}{I_{EQ}} \approx 1.5\,k\Omega$$

$$r_{be3} \approx 200\,\Omega + (1+\beta)\frac{26\,\mathrm{mV}}{I_o} \approx 0.86\,k\Omega$$

到这一步，静态分析基本完成

动态分析

差模分析



如上图所示电路为差模情况下的小信号等效电路 .

对于2端的差模增益，有

$$
\begin{aligned}
A_{vd2} &= \frac{v_{od2}}{v_{id}} \\
&= \frac{v_{od2}}{\frac{1}{2}v_{id} - (-\frac{1}{2}v_{id})} \\
&= \frac{-\beta i_{b2}(R_{c2} \parallel R_L)}{(R_s + r_{be1} + (1+\beta)R_{e1})i_{b1} - (R_s + r_{be2} + (1+\beta)R_{e2})i_{b2}} \\
& \quad \text{其中} r_{be1} = r_{be2}, R_{e1} = R_{e2}, i_{b2} = -i_{b1} \\
&= \frac{\beta i_{b1}(R_{c2} \parallel R_L)}{2(R_s + r_{be1} + (1+\beta)R_{e1})i_{b1}} \\
&= \frac{\beta(R_{c2} \parallel R_L)}{2(R_s + r_{be1} + (1+\beta)R_{e1})} \\
&\approx 11.9
\end{aligned}
$$

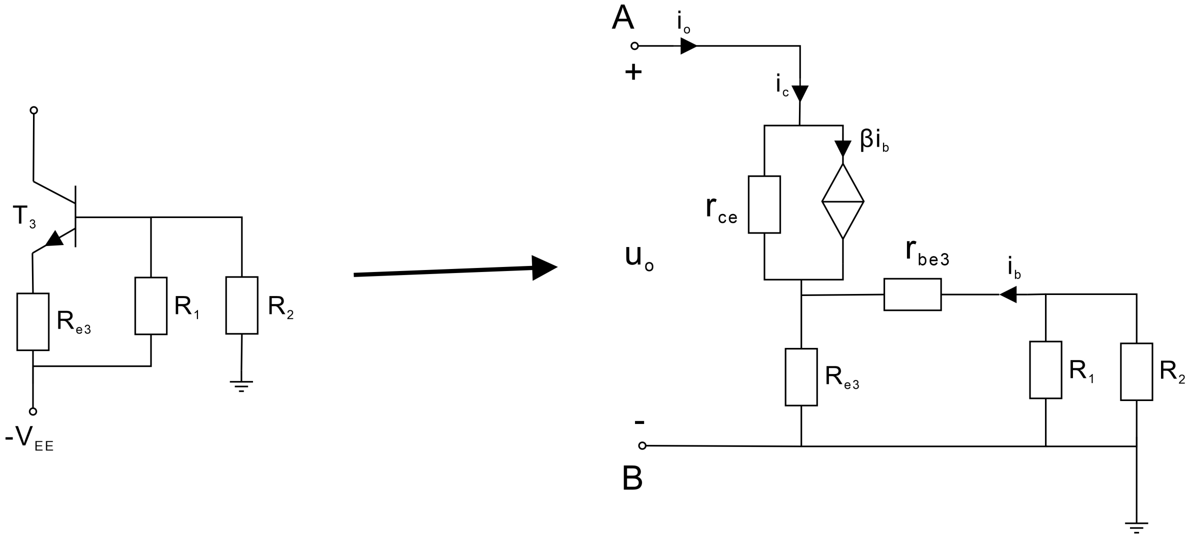
补充：如果要求该电路的双端输出的差模增益，则不能简单认为 $A_{vd} = 2A_{vd1} = -2A_{vd2}$，因为两端并不对称

$$
\begin{aligned}
A_{vd} &= \frac{v_{od1} - v_{od2}}{v_{id}} \\
&= \frac{(-\beta R_{c1}) - (\beta(R_{c1} \parallel R_L))}{2(R_s + r_{be} + (1+\beta)R_{e1})} \\
&\approx -29.4
\end{aligned}
$$

很显然它们不再是简单的两倍关系

（这只是延伸理解，既然 R_L 画在一端，那肯定是单端输出，如果是双端输出， R_L 应该接在两端，这里我只是将原题的 R_L 看作一个导致某一端不平衡的电阻，延伸探讨当两边 R_c 不相等时候的空载情况下的双端输出差模增益）

电流源电路分析（开头）



由于在共模分析中我们需要用到电流源电路的**动态电阻**，所以接下来这一步的分析很重要，本题书上直接给出表达式，在这里我将进行详细的推导。

根据原电路，做出其**交流通路**，绘制交流通路的原则就是，将所有两端电位差恒定不变的元件“短接”。而后，将三极管替换为其**小信号等效模型**（因为由**静态分析**我们知道该管工作在**放大区**，因此使用小信号等效模型分析电路是合理的）。

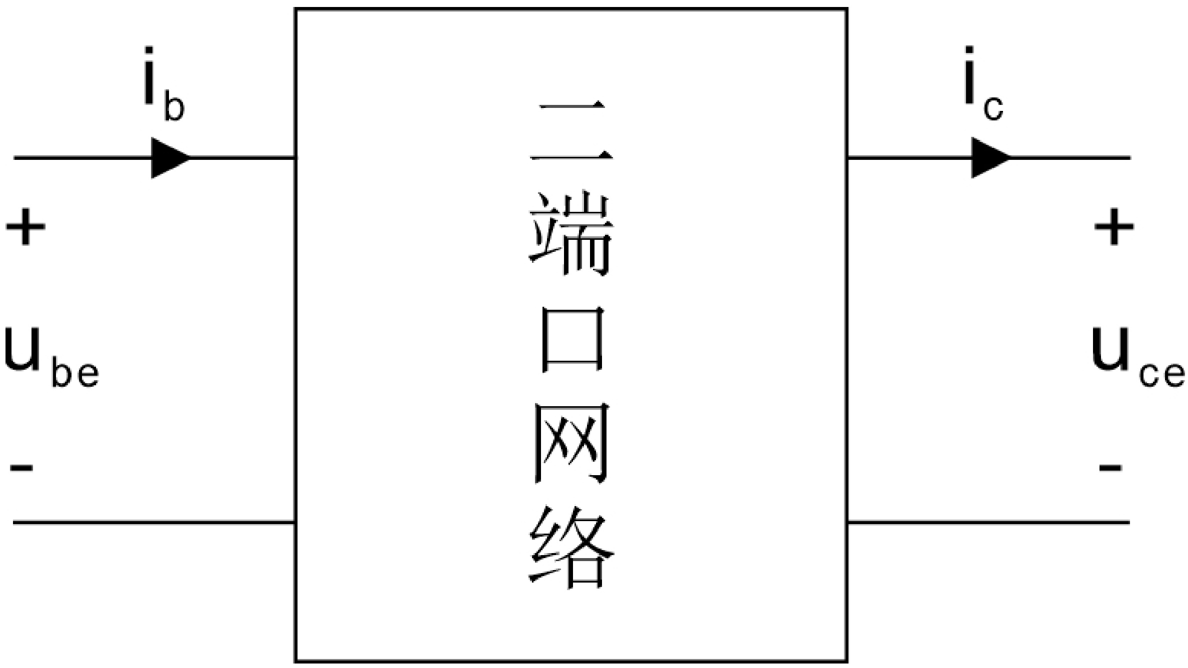
这里要注意，当我们求它的等效电阻的时候，必须要考虑三极管集电极-发射极电阻 r_{ce}.

神出鬼没的 r_{ce}

为什么要在这种情况下考虑电阻 r_{ce}？这个问题要回到我们最开始讨论三极管的等效模型，让我们回顾一下三极管的H参数等效模型：

$$H=\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} r_{be} & h_{re} \\ \beta & \frac{1}{r_{ce}} \end{bmatrix}$$

如何理解这个东西呢？我们假设对于一个下图所示的**二端口**网络.



运用我们所学的线性代数的知识，可以得到这样一个表达式，用于描述四个变量之间的关系

$$\begin{bmatrix} u_{be} \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{be} & h_{re} \\ \beta & \frac{1}{r_{ce}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_b \\ u_{ce} \end{bmatrix}$$

在小信号等效模型中，由于 $\beta i_b \gg \frac{u_{ce}}{r_{ce}}$, $r_{be} \gg h_{re} u_{ce}$ 因此将 r_{ce} 和 h_{re} 忽略掉以简化模型。

而我们将要分析的这个电流源电路的等效电阻，正是要得到变量 i_c 与 u_{ce} 之间的动态关系，由上方这个矩阵乘积式可以知道

$$i_c = \beta i_b + \frac{u_{ce}}{r_{ce}}$$

在动态情况下，由于基极电位是通过电阻分压确定的，所以 u_{be} 是不变的，进而 i_b 也是不变的，这个时候

$$\left[\frac{\partial u_{ce}}{\partial i_c}\right]_{i_b=\text{常数}} = r_{ce}$$

(若对于**偏导数**的意义不理解，可以选择忽略，在这里只是为了说明 r_{ce} 不能忽略的原因)

我们要分析的等效电阻和 r_{ce} 是息息相关的，因此 r_{ce} 在这个情况下是不能忽略的。

学习模拟电路的第一原则：抓住主要矛盾，忽略次要矛盾。

假如忽略了会怎么样?

一旦我们忽略了这个 r_{ce} ，那将意味着等效电阻是无穷大的，共模放大倍数将会变为 0， 这个时候**共模抑制比**因为分母变为了0，无论差模放大倍数是多少，共模抑制比肯定为 ∞ ，这就失去了讨论差分放大电路的意义。

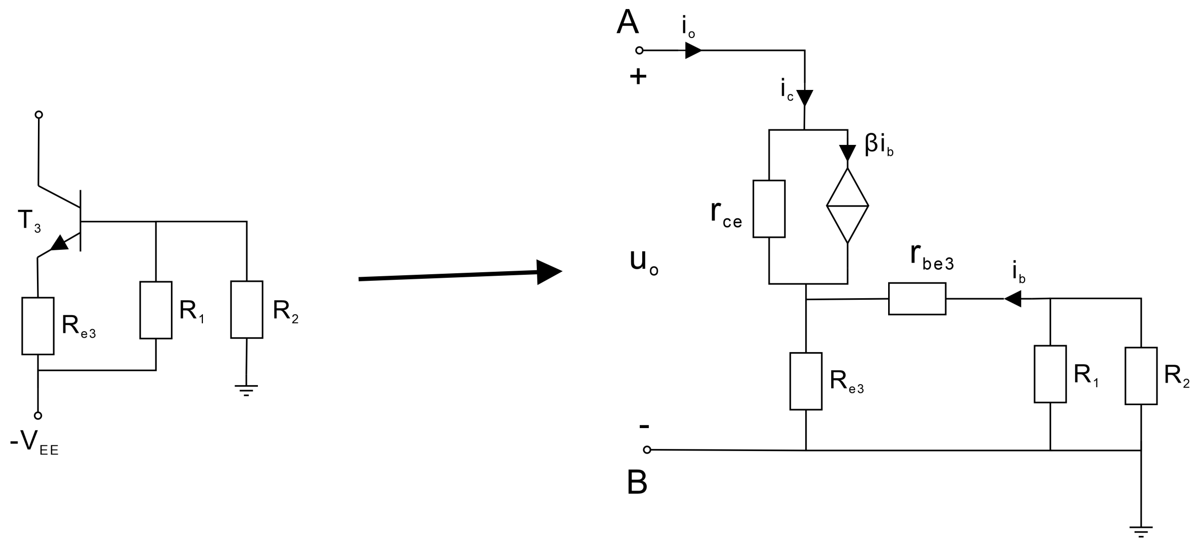
当初忽略 r_{ce} 的时候，我们关注的核心矛盾并不是它的等效电阻，而是放大倍数，为了简化对放大倍数的计算。

再换一个角度思考，现实生活中并不存在**理想电流源**，理想是相对的，实际的电流源是一个内阻远大于外电路等效电阻的电源，而并不是无穷大。

无穷大，可以不断靠近，但永远不会到达。

电流源电路分析（核心）

刚刚花了一点篇幅讨论引入 r_{ce} 的原因，接下来继续探讨电流源电路的等效电阻。



观察右图我们会发现，引入 r_{ce} 之后，i_c 流入之后遇到了分支，如果没有上前面对于H参数等效模型的探讨，这会让人感到相当的困惑，但在这我会**着重强调**，这个时候

$$i_c \neq \beta i_b$$

乍一看这与我们平时的解题套路格格不入，实际上这是非常合理的，因为我们是基于**一个大前提**，即H参数模型，表达式 $i_c = \beta i_b$ 只是这个大前提的一种特殊情况 ($r_{ce} = \infty$)，如果还不明白，其实是这么回事儿：

$$i_c = \beta i_b + \frac{u_{ce}}{r_{ce}}$$

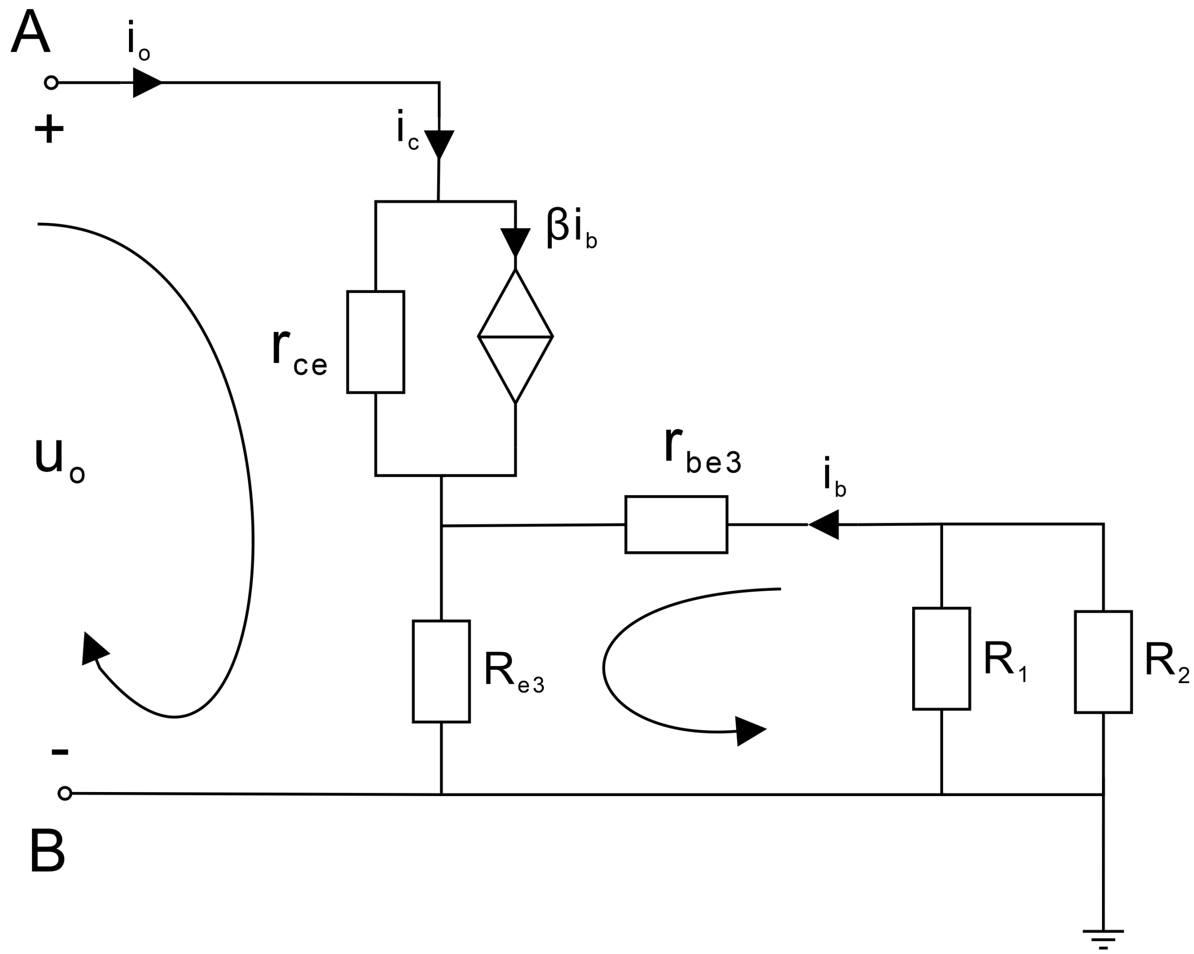
即当 $r_{ce} \to \infty$ 时，有 $i_c - \beta i_b = \frac{u_{ce}}{r_{ce}} \to 0$，才有了 $i_c = \beta i_b$ 的关系式.

解释了这么多有的没的，让我们快点进入正题吧！

我们的目标是求出 AB 之间的等效电阻，根据求等效电阻的**加压求流法**，当我们给 AB 之间加上电压 u_o 导致产生了一个电流 i_o，于是等效电阻为

$$r_o = \frac{u_o}{i_o}$$

但要直接解得到 r_o 的表达式是不现实的，我们以电阻 R_{e3} 所在支路为公共端，应用**基尔霍夫电压定律**绕左右两个回路各一圈



为表示简单，令 $R' = R_1 \parallel R_2$

可得两个电压方程

$$\begin{cases} u_o = (i_c - \beta i_b)\, r_{ce} + (i_c + i_b)\, R_{e3} \\ (R_1 \parallel R_2 + r_{be3})\, i_b + (i_c + i_b)\, R_{e3} = 0 \end{cases}$$

将第二个方程变形，用 i_c 来表示 i_b，得到

$$i_b = -\frac{R_{e3}}{R' + r_{be3} + R_{e3}}\, i_c$$

带入第一个方程，得到

$$u_o = (1 + \frac{\beta R_{e3}}{R' + r_{be3} + R_{e3}})\, i_c r_{ce} + \frac{R' + r_{be3}}{R' + r_{be3} + R_{e3}} i_c R_{e3}$$

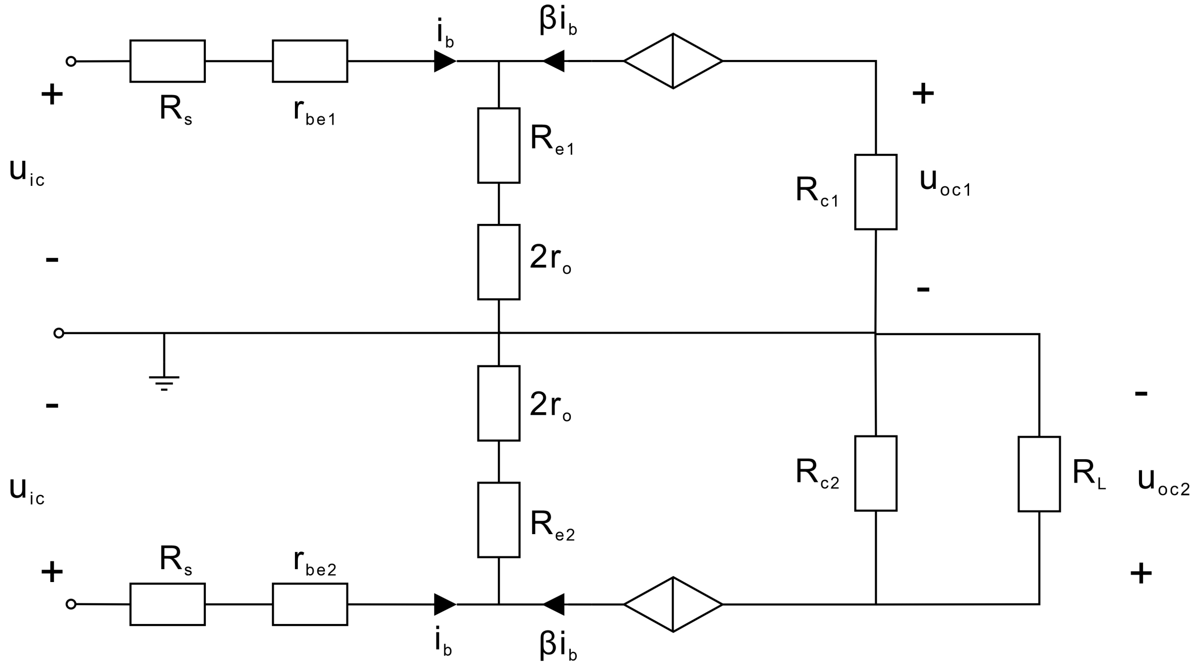
因此可以得到等效电阻

$$r_o = \frac{u_o}{i_o} = \frac{u_o}{i_c} = r_{ce}(1 + \frac{\beta R_{e3}}{R' + r_{be3} + R_{e3}}) + (R' + r_{be3}) \parallel R_{e3}$$

最终得到

$$r_o \approx 3189\, k\Omega$$

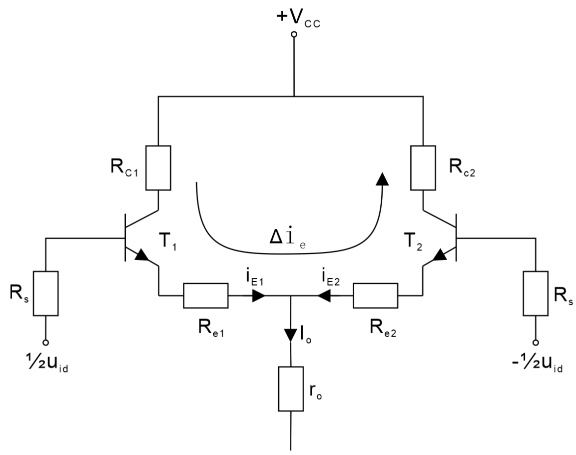
共模分析



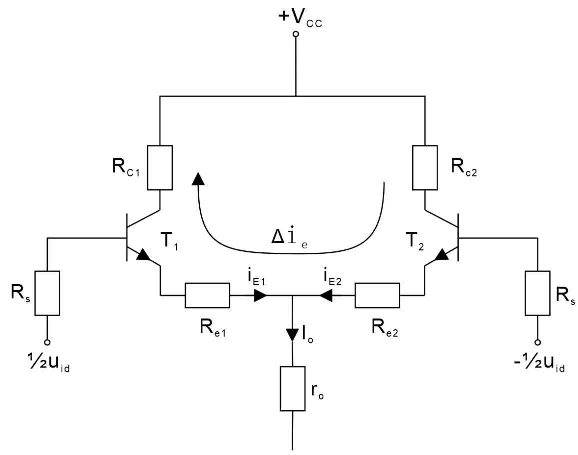
考虑共模情况，如上图所示做出其等效电路。

在这里，最难以理解的应该是这个 r_o , 它是怎么来的？为什么是2倍？

我们先来对比一下**差模**和**共模**情况下，电流的变化情况



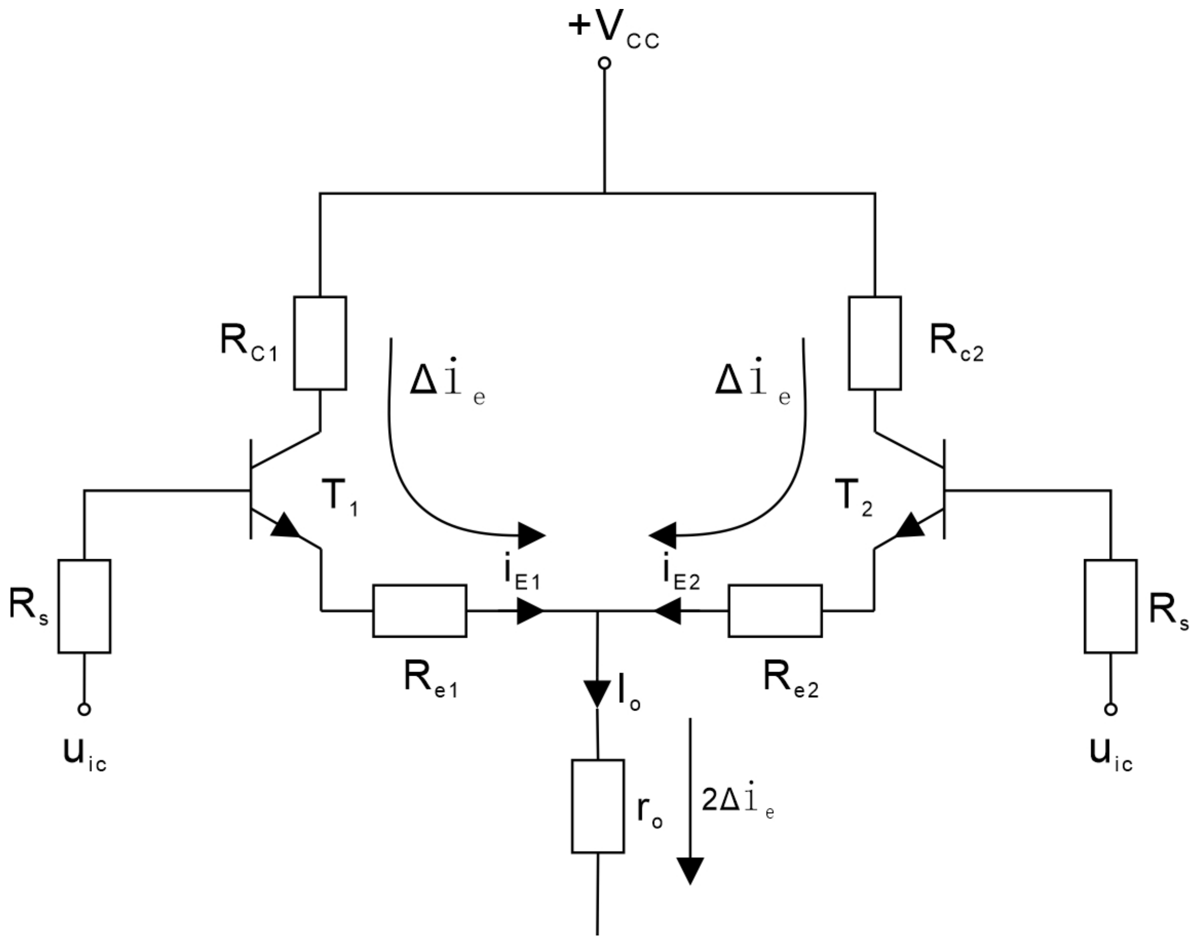
(a)



(a)

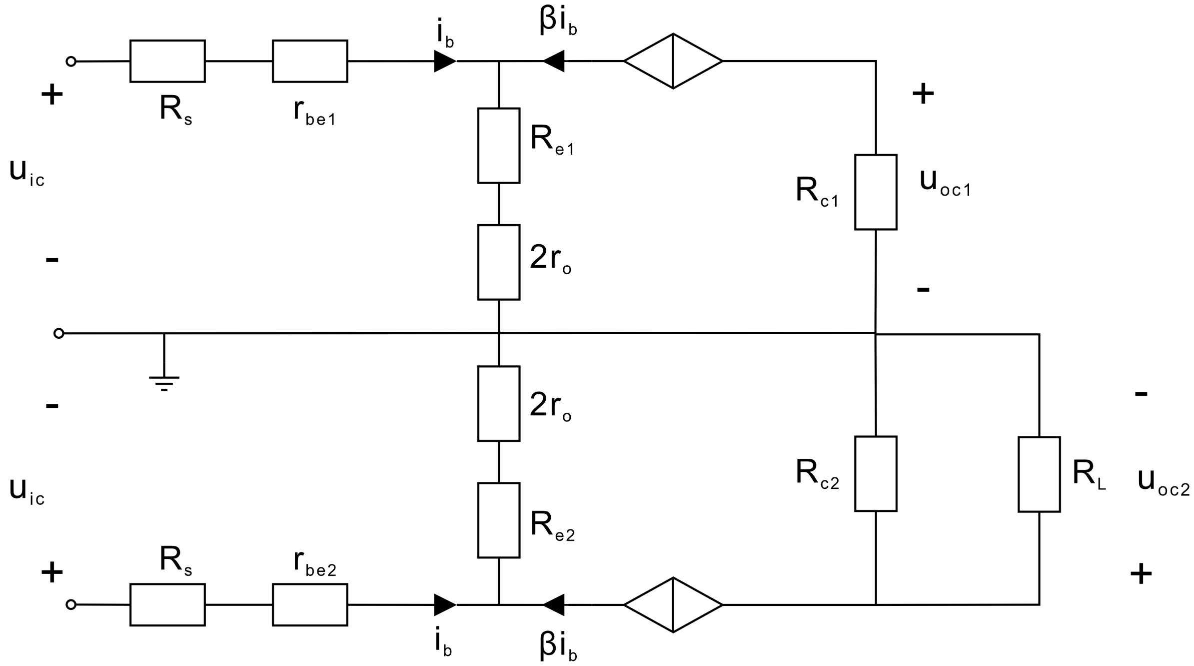
上图便是差模时候的电流变化情况，图(a)为当 u_{id} 为正半轴的时候，图(b)为当 u_{id} 为负半轴的时候。

如何理解？当 u_{id} 增大的时候，T_1 管的发射极电流会增大 Δi_e , 同时 T_2 管的发射极电流会减少 Δi_e 。一个增大，另一个减小，两者的增减趋势正好抵消 (由于是双端差模输入) ，因而 r_o 上的电流没有发生变化，交流量并没有经过电阻 r_o.



而对于共模信号，由于输入信号极性相同，会在电阻 r_o 上产生2倍的 Δi_e，这是导致最终发射极等效电阻为 $2r_o$ 的主要原因。

让我们回到原来的电路



可以得到单端共模增益为

$$A_{vc2} = \frac{v_{oc2}}{v_{ic}} = \frac{-\beta(R_{c2} \parallel R_L)}{R_s + r_{be2} + (1+\beta)(R_{e2} + 2r_o)} \approx -4.92 \times 10^{-4}$$

第2端的共模抑制比为

$$K_{CMR2} = \left| \frac{A_{vd2}}{A_{vc2}} \right| \approx 24177$$