《线性代数》复习题（初稿）

第一章　矩阵

一、填空题

1、如果 $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$，则 X =______.

2、矩阵 $(1,2,3)\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ =________.

3、矩阵 $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}(-1,2)$ =_____.

4、设 $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$，则 $X =$ ____________.

5、已知 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & x \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$ 是关于 x 的一次多项式，该式中 x 的系数为___________.

6、若方程组 $\begin{bmatrix} \lambda & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 有非零解，则 $\lambda = 0$ 或 $\lambda =$ ______ .

7、设行列式 $|A| = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & -7 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & -2 & 2 \end{vmatrix}$，则第四行各元素的代数余子式之和为____________.

8、已知四阶行列式 D 中第三列元素依次为 $-1, 2, 0, 1$，它们的代数余子式依次分别为 $5, -3, -7, -4$，则 D =______。

9、 设 $A = (a_{ij})_{3\times 3}, |A| = 2, A_{ij}$ 表示 $|A|$ 中元素 a_{ij} 的代数余子式 $(i, j = 1,2,3)$，则 $(a_{11}A_{21} + a_{12}A_{22} + a_{13}A_{23})^2 + (a_{21}A_{21} + a_{22}A_{22} + a_{23}A_{23})^2 + (a_{31}A_{21} + a_{32}A_{22} + a_{33}A_{23})^2 =$ __

______________________ .

10、$D=\begin{vmatrix}2&7&6&8\\4&4&4&4\\2&4&7&9\\8&1&8&8\end{vmatrix}$，$A_{4j}(j=1,2,3,4)$ 为 D 中第 4 行元素的代数余子式，则 $\sum_{j=1}^{4} A_{4j}=$__.

11、行列式$\begin{vmatrix}a&b&c\\a^2&b^2&c^2\\a^3&b^3&c^3\end{vmatrix}=$______________________________.

12、行列式$\begin{vmatrix}0&-a&b\\a&0&-c\\-b&c&0\end{vmatrix}=$______________.

13、设三阶方阵 A 的行列式 $|A|=3$，则 A 的伴随矩阵 A^* 的行列式为____________ .

14、当 $a=$________ 时，方程组$\begin{cases}(a+2)x_1+4x_2+x_3=0\\-4x_1+(a-3)x_2+4x_3=0\\-x_1+4x_2+(a+4)x_3=0\end{cases}$ 有非零解.

15、设 $A=\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$，且 $\det(A)=ad-bc\neq 0$，则 $A^{-1}=$______________.

16、矩阵$\begin{pmatrix}4&3&1\\1&-2&3\\5&7&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}7\\2\\1\end{pmatrix}=$______.

17、设 $A=\begin{pmatrix}1&-2\\3&1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2&1\\0&3\end{pmatrix}$，$C=(2,-1)$，则 $(A-B)C^T=$________________ .

18、设 $A=\begin{pmatrix}1&2&-1\\0&1&3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2&0&1\\1&1&3\\2&-1&1\end{pmatrix}$, 则 $(AB)^T=$______________.

19、设 $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 4\\ 1 & -1 & 3\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1 & 3 & 1\\ 0 & -1 & 2\\ 1 & -3 & 1\end{pmatrix}$，则 $AB=$ ____________

20、设 $A=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 3 & 1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 0 & 3\end{pmatrix}$，$C=(2,-1)$，则 $(A-B)C^T=$ ___________.

21、设 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$, $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 为3维列向量, $|A|=-4$, 则行列式

$|\alpha_3+3\alpha_1,\alpha_2,4\alpha_1|=$ ____.

22、设 $A=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$，则 A 的伴随矩阵 A^* 等于__________.

23、若 n 阶方阵 A 满足 $|A|=0$, $A^*\neq 0$，则 $R(A)=$ _________ .

24、设 A^* 是 n 阶方阵 A 的伴随矩阵, $|A|=d$, 则 $\left||A|A^*\right|=$ _______________.

25、设 A 是 n 阶方阵, 若线性方程组 $AX=0$ 有非零解, 则必有 $|A|=$ _______.

26、设 n 阶方阵 A 满足 $A^2+3A+4E=O$，则 $(A+E)^{-1}=$ ______________.

27、已知 A,B,C 为同阶方阵, 且 C 可逆, 若 $C^{-1}AC=B$, 则 $C^{-1}A^mC=$ _________（m 是整数）.

28、设矩阵 $\begin{pmatrix}xy & x+y\\ x^2y & xy^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6 & 5\\ 18 & 12\end{pmatrix}$，则 $x=$ _________，$y=$ ________.

29、 六阶行列式 $|A|$ 中 a_{35} 的代数余子式的符号是_______________.

30、 设 $\alpha=\begin{pmatrix}-2\\ 3\\ 5\end{pmatrix}$, 则矩阵 $A=\alpha\alpha^T=$ ______________.

31、已知矩阵 A 满足 $A^2+2A-E=0$，则 $A^{-1}=$ ____________.

32、 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\ -2 & 0 & 0\\ 7 & 4 & 9\end{pmatrix}$，则 $|A^{-1}|=$ _____________.

33、 设 $\begin{pmatrix}2 & 3\\ 3 & 4\end{pmatrix}A\begin{pmatrix}2 & 1\\ 4 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$，则 $A=$ ________________.

34、设矩阵$A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\ 1 & 0 & 0\\ 7 & 2 & 2\end{pmatrix}$，则 $\left|A^{-1}\right|=$______________。

35、 设三阶方阵 A 的行列式为 $\left|A\right|=2, A^{*}$ 为 A 的伴随矩阵，则行列式 $\left|A^{-1}+A^{*}\right|$____________.

36、设 A 是 3 阶矩阵，且 $|A|=5$，则 $|-A^{T}A|=$_______.

37、设 A 是 n 阶方阵，且行列式 $\left|A\right|=25$，则行列式 $\left|-4A\right|=$____________.

38、设 A 是 n 阶方阵，且行列式 $\left|A\right|=8, B=-\dfrac{1}{2}A$，则 $\left|B\right|=$___________.

39、设 A、B 为 3 阶矩阵且 $\left|A\right|=-1$，$\left|B\right|=2$，则 $\left|2A^{T}B\right|=$_______.

40、若 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1,\beta_2$ 都是 4 维列向量, 且 4 阶行列式

$\left|\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1\right|=m$，$\left|\alpha_1,\alpha_2,\beta_2,\alpha_3\right|=n$，则 4 阶行列式

$\left|\alpha_3,\alpha_2,\alpha_1,\beta_1+\beta_2\right|=$___________________.

41、设 A 是 n 阶方阵, 且 $\left|A\right|=2$，则 $\left|\left|A\right|A^{T}\right|=$______________.

42、设 A 是 n 阶可逆方阵, A^{*} 是 A 的伴随矩阵, 则 $A^{*}=$_____________________.

43、设 A，B 都是 n 阶方阵，$\left|A\right|=2,\left|B\right|=-3$，则 $\left|2A^{2}B^{-1}\right|=$______________.

44、设 A 是 5 阶方阵，$\left|A\right|=-1$，则 $\left|-2A\right|=$___________.

45、设 A 是 n 阶方阵，且 $\left|A\right|=3$，A^{*} 是 A 的伴随矩阵，则 $\left|3A^{*}\right|=$___________.

46、行列式$\begin{vmatrix}2 & 0 & 1\\ 1 & -4 & -1\\ -1 & 8 & 3\end{vmatrix}=$____________________.

47、设 $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 5\end{pmatrix}$，则 $A^{-1}=$_______.

48、矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & -5 \\ 4 & 7 & 1 \end{pmatrix}$ 的秩为______.

49、矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ 的秩为 ____________ .

50、 设 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$，则 $R(A)=$____________.

51、设 A 是 4×3 矩阵, $R(A)=2$, 又 $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, 则 $R(AB)=$_________.

52、 设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$，则 $R(A)=$______ .

53、矩阵 $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 4 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 3 \end{pmatrix}$ 的秩 = ______________________.

54、矩阵 $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & -4 \end{pmatrix}$ 的秩为 ____________.

55、设 $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & -4 & 4 \end{pmatrix}$，则 $R(A)$ =_____.

56、已知四阶行列式 D 中第三列元素依次为 $-1, 2, 0, 1$, 它们的代数余子式依次分别为

$5, -3, -7, -4$ ，则 D=____.

57、行列式$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$=____.

58、设 $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$，则 $X =$ ____________.

二、判断题

1、(　　　　) 若 n 阶方阵 A 可逆，则其伴随矩阵 A^* 同样可逆.

2、(　　　　) 设 A 为方阵，则 $|A| = 0$ 的必要条件是 A 中至少有一行元素全为零.

3、(　　　　) n 阶方阵 A 满足 $A^2 - A - 2E = 0$，则 $E - A$ 可逆.

4、(　　) 设 A, B 都是 n 阶方阵, 若 A, B 都可逆, 则 AB 与 $A+B$ 均可逆.

5、(　　　　) 设 A,B,C 是同阶方阵，若 A 可逆且 $AB = AC$，则 $B = C$。

6、(　　) 设 A,B,C 是同阶非零方阵，若 $AB = AC$，则 $B = C$。

7、(　　　　) 设 A,B,C 都是 n 阶矩阵，且 $AB = E, CA = E$，则 $B = C$.

8、(　　) 若 n 阶方阵 A 满足 $A^2 = O$, 则 $A = O$.

9、(　　　) 方阵 A 满足 $A^2 = A$，则 $A = E$ 或 $A = 0$.

10、(　　　　) 对任意 n 阶方阵 A,B,C，若 $AB = AC$，且 $A \neq 0$，则一定有 $B = C$.

11、(　　) 设 A, B 都是 n 阶方阵, 且 A 是对称矩阵, 则 $B^T AB$ 也是对称矩阵.

12、(　　) 设 A, B, C 都是 n 阶方阵, 若 A 与 B 等价, B 与 C 等价, 则 A 与 C 等价.

13、(　　　　) 设 4 阶方阵 A 的秩为 2，则其伴随矩阵 A^* 的秩为零.

14、(　　　　) 设 A 是 n 阶方阵，k 是常数，则 $|kA| = k|A|$.

15、(　　　　) 对于同阶方阵 A,B，其行列式运算具有性质：$|A+B| = |A| + |B|$.

16、(　　　　) 设 A 是 n 阶方阵，且 $|A| = a \neq 0$，则 $|A^*| = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{a}$.

17、(　　　) 设 A 是 4 阶矩阵，则 $\left|2A\right| = 8\left|A\right|$.

18、(　　　)对于 n 阶非奇异矩阵 A，其伴随矩阵 A^* 的行列式成立计算式：$\left|A^*\right| = \left|A\right|^{n-1}$.

19、　(　　　) 对于同阶方阵 A, B，其行列式运算具有性质：$|A+B| = |A| + |B|$.

20、(　　　) 设 A 是 n 阶方阵, 若 $\left|A\right| = 0$, 则 A 中必有两行元素对应成比例.

22、(　　　)　设 A, B, C 为三个 n 阶矩阵，$AB = AC$，$\left|A\right| \neq 0$，则 $B = C$.

23、(　　　)　若行列式 $|A| = 0$，则 $|A|$ 必有两行成比例.

24、(　　　) 设 A 与 B 都是 n 级方阵，则一定有 $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

25、(　　　) 若 $A^2 = 0$，则必有 $A = 0$.

26、(　　　) 设 A 是 n 阶矩阵, A^* 是 A 的伴随矩阵，则当 A 为非奇异阵时，A^* 也非奇异，且 $\left|A^*\right| = \left|A\right|^{n-1}$.

27、(　　　) 设 A，B 都是 n 阶方阵, 若 $R(A) = k, (1 < k < n), R(B) = n-k$, 则必有 $R(A+B) = n$.

28、(　　　)　若 n 阶方阵 A 的秩 $R(A) < n-1$，则其伴随阵 $A^* = 0$

29、(　　　)　若矩阵 A 的秩为 r，则 A 中必有某一个 $r-1$ 阶子式不等于零.

三、综合题

1、解方程：$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2-x^2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 9-x^2 \end{vmatrix} = 0$.

2、计算行列式 $D = \begin{vmatrix} a & b & a+b \\ b & a+b & a \\ a+b & a & b \end{vmatrix}$.

3、求行列式 $|A|=\begin{vmatrix}3&2&5&1\\1&0&3&1\\-1&-1&-2&0\\3&2&0&4\end{vmatrix}$的值.

4、设 $A=\begin{pmatrix}1&1&-1\\0&2&2\\1&-1&0\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1&-1&1\\1&1&0\\2&1&1\end{pmatrix}$，且满足 $XA=B$，求 X.

5、计算 4 阶行列式 $D=\begin{vmatrix}a+1&1&1&1\\-1&a-1&-1&-1\\1&1&a+1&1\\-1&-1&-1&a-1\end{vmatrix}$.

6、计算 4 阶行列式 $D=\begin{vmatrix}a&1&0&1\\-1&b&1&0\\0&-1&c&1\\0&0&-1&d\end{vmatrix}$.

7、设 $A=\begin{pmatrix}-1&0&0\\1&-1&0\\1&1&-1\end{pmatrix}$，求 $(A+2E)^{-1}(A-2E)$.

8、已知 $A=\begin{pmatrix}1&1&1&-1&2\\2&2&2&2&0\\-1&-1&-1&2&2\\1&1&1&0&1\end{pmatrix}$，用初等变换法将 A 化为行阶梯形矩阵、行最简形矩阵，并写出 A 的等价标准形.

9、计算行列式 $|A|=\begin{vmatrix}0&1&1&1\\1&2&3&0\\2&3&4&1\\1&2&4&-1\end{vmatrix}$.

10、计算行列式$\begin{vmatrix}2&1&1&1\\1&3&1&1\\1&0&2&1\\1&1&1&2\end{vmatrix}$.

11、已知 $A=\begin{bmatrix}1&2&3&0\\0&1&1&1\\2&3&4&1\\1&2&4&-1\end{bmatrix}$，求逆矩阵 A^{-1}.

12、设 $3A+\begin{bmatrix}2&3\\1&2\\-1&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1&2&-3\\3&-1&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2&1&3\\1&4&2\\8&-3&2\end{bmatrix}$，求 $|A|$.

13、设 $A=\begin{bmatrix}2&3\\1&2\\-1&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&2&3\\-1&-2&1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}2&1&3\\1&4&2\\8&-3&2\end{bmatrix}$，求 $|A|$.

14、求方阵 $A=\begin{pmatrix}0&-2&1\\3&0&-2\\-2&3&0\end{pmatrix}$ 的逆矩阵 A^{-1}.

15、求方阵 $A=\begin{pmatrix}-1&1&0&0\\1&1&0&0\\2&3&0&1\\1&1&1&0\end{pmatrix}$ 的逆矩阵 A^{-1}.

16、已知 $A=\begin{pmatrix}4&2&3\\1&1&0\\-1&2&3\end{pmatrix}$，求矩阵 $(A-2E)^{-1}$.

14、设 $A=\begin{pmatrix}2&2&-1\\3&5&-2\\5&-4&2\end{pmatrix}$，求 $(A-E)^{-1}$.

17、计算行列式 $\begin{vmatrix}\lambda-4&-5&2\\2&\lambda+2&-1\\1&1&\lambda-1\end{vmatrix}$.

18、计算 4 阶行列式 $D=\begin{vmatrix} 0 & a & 0 & b \\ a & 0 & b & 0 \\ 0 & b & 0 & a \\ b & 0 & a & 0 \end{vmatrix}$.

19、计算 4 阶行列式 $D=\begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ 10 & 5 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 7 \end{vmatrix}$.

20、设 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 5 & 2 & 2 \end{pmatrix}$，用初等行变换将 A 化为行最简形矩阵.

21、设 A 为3阶方阵，$|A|=\dfrac{1}{2}$，求 $|(2A)^{-1}-5A^*|$.

22、设 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$，求 A^{-1}.

23、 设 $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 7 & 9 \end{pmatrix}$，求 A^{-1}.

24、设四阶矩阵 $A=\begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$，试求 A 的逆矩阵 A^{-1}.

25、已知矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & \lambda & 1 \\ -1 & 1 & 2 & -8 \end{pmatrix}$ 的秩 $R(A)=2$，求 λ 的值.

26、求两个矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$， $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 12 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 的秩.

27、设$|A|=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & -1 \\ -2 & 1 & 3 & 0 \end{vmatrix}$，求$A_{31}+A_{32}+A_{33}+A_{34}$

28、设三阶矩阵A,B满足方程$A^2+ABA=E$，其中$A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$，试求矩阵$B$.

29、已知$AX=B$且$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 8 & 5 \end{pmatrix}$,求$X$.

30、已知矩阵$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. 计算$AB$, $AB-AB^T$.

31、设A是n阶方阵, 且$\left|A\right|=2$, 求$\left|3A^{-1}-2A^*\right|$, 其中$A^*$ 是A的伴随矩阵.

第二章　线性方程组

一、填空题

1、设$\alpha_1=(1,2,3)^T$，$\alpha_2=(2,1,3)^T$，$\alpha_3=(-1,1,0)^T$, 则向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$的秩是__.

2、设α_1,α_2是$n(n\geq 3)$元齐次线性方程组$Ax=0$的基础解系，则秩（A）=____________.

3、设向量组$\alpha_1=(1,2,3)$，$\alpha_2=(2,1,3)$，$\alpha_3=(-1,1,0)$, 则向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$的秩是______.

4、设α_1,α_2是分别属于方阵A的不同特征值λ_1,λ_2的特征向量，则α_1,α_2必线性________.

5、已知一个向量组含有两个或两个以上的极大线性无关组, 则各个极大线性无关组所含向量的个数必定________________.

6、设$\alpha_1=(1,3,5)$, $\alpha_2=(1,1,3)$, $\alpha_3=(1,a,6)$线性相关 , 则a的值为_____.

7、已知向量组$\alpha_1=(1,4,3)^T,\alpha_2=(2,t,-1)^T,\alpha_3=(-2,3,1)^T$线性相关, 则$t$应满足____.

8、设向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性相关, 则向量组$\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3+\alpha_1$线性__________.

9、若向量 $(2,3,-1,0,1)$ 与 $(-4,-6,2,a,-2)$ 线性相关，则 a 的取值为______.

10、方程组$\begin{cases}2x_1-3x_2+3x_3-2x_4=0\\7x_1-2x_2+x_3+3x_4=0\end{cases}$的基础解系中含________个解向量.

11、设 A 是 n 阶方阵，$R(A)=n-2$，则方程组 $AX=0$ 的基础解系所含向量的个数是______.

12、设A是n阶方阵，且秩$(A)=r<n$，则齐次线性方程组$Ax=0$的基础解系中含______个解向量.

13、向量β能被向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$线性表出的充要条件为____________________.

14、设向量组 I：$\alpha_1,\cdots,\alpha_r$ 的秩为 p， 向量组 II：$\beta_1,\cdots,\beta_s$ 秩为q， 且向量组 I 能由向量组 II 线性表出，则 p 与q 的大小关系是________________.

15、设 A 是 n 阶方阵，且秩$(A)=r<n$，则齐次线性方程组 $Ax=0$ 的基础解系中含_____________个解向量.

16、设$A=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&3&4&5\\5&4&3&2\end{pmatrix}$，则齐次线性方程组$Ax=0$的基础解系中含____个解向量.

17、方程组$\begin{cases}2x_1-3x_2+3x_3-2x_4=0\\7x_1-2x_2+x_3+3x_4=0\end{cases}$的基础解系中含___个解向量.

18. $A=\begin{pmatrix}1&-1&2&0\\2&-3&5&-1\\0&1&-1&1\end{pmatrix}$，则齐次线性方程组$Ax=0$的任一基础解系所含向量个数为__________.

19、设A是n阶方阵，$R(A)=n-2$，则线性方程组$AX=0$的基础解系含________个向量.

20、向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$线性无关的充分必要条件_______.

21、设向量组 I: $\alpha_1,\cdots,\alpha_s$ 线性无关，而 β_1,β_2 都能由向量组 I 线性表出，则秩（$\alpha_1,\cdots,\alpha_s,\beta_1,\beta_2$）= ______.

22、设向量 $(1,5,-1)^T$ 与向量 $(-2,m,2)^T$ 线性相关，则 $m=$ ______.

23、设向量组 I：$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$，向量组 II：$\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_t$，若向量组 II 可由向量组 I 线性表出，则秩（I）与秩（II）间成立大小关系式：______.

24、当 $a=$ ______ 时，向量组 $\alpha_1=(a,-\frac{1}{2},\frac{1}{2}),\alpha_2=(-\frac{1}{2},a,-\frac{1}{2}),\alpha_3=(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2},a)$ 线性相关.

25、已知向量组 $\alpha=(1,a,a^2),\beta=(1,b,b^2),\gamma=(1,c,c^2)$，则当常数 a,b,c 满足 ______ 时该向量组线性无关.

26. 设 A 是 3 阶方阵，若已知线性方程组 $AX=0$ 有解 $X_1=(1,0,2)^T$，则 $|A|=$ ______。

27、已知齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1-2x_2-6x_3=0 \\ x_1+\lambda x_2-3x_3=0 \\ 2x_1+x_2+3x_3=0 \end{cases}$ 有无穷多解，则必有 $\lambda=$ ______.

二、判断题

1、（　　）对于线性方程组 $Ax=b$（这里 A 为 n 阶方阵），如果该方程组有解，则必有 $R(A)=n$.

2、（　　）n 元线性方程组 $Ax=b(b\neq 0)$ 当 $R(A)<n$ 时有无穷多解.

3、（　　）设 A 是 n 阶方阵，若方程组 $AX=b$ 满足 $R(A)=R(A,b)$，则 $AX=b$ 有解。

4、（　　）若 α,β 是线性方程组 $Ax=b$ 的解向量，则 $\alpha-\beta$ 是方程组 $Ax=0$ 的解.

5、（　　）若 η_1,η_2 是 $AX=b(b\neq 0)$ 的解，则 $\eta_1+\eta_2$ 也是 $AX=b$ 的解..

6、（　　）对于 n 阶矩阵 A，如果齐次方程组 $Ax=0$ 存在无穷多组解，则对于任何一个非零 n 维列向量 b，对应的非齐次线性方程组 $Ax=b$ 至少存在一个解.

7、（　　）向量组：$\alpha_1=(1,2),\alpha_2=(2,-3)$ 与向量组：$\beta_1=(1,-1),\beta_2=(2,1)$ 等价.

8、（　　）向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$ 中任意两个向量都线性无关，则向量组线性无关.

9、（　　）3 维向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 必线性相关

10、（　　）3 维向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 必线性相关.

11、(　　　) 若向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$线性相关, 则$\alpha_1$一定可由$\alpha_2,\cdots,\alpha_n$线性表示.

12、(　　　) 若矩阵A的秩为$r(r>1)$，则A中必有某一个$r-1$阶子式不等于零。

13、(　　　) 设A是n阶方阵, 若$AX=b$满足$R(A)=R(A,b)$, 则$AX=b$有唯一解.

14、(　　) 设向量组(Ⅰ)与向量组(Ⅱ)可互相线性表示, 则秩(Ⅰ)= 秩(Ⅱ).

15、(　　　) 设a_1, a_2线性相关，b_1，b_2也线性相关，则a_1+b_1，a_2+b_2一定线性相关.

16、(　　　) 3维向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$必线性相关.

17、(　　　) 如果向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$线性相关，那么向量组中一定有两个向量成比例.

18、(　　　) 若向量组$a_1, a_2, \cdots, a_r$线性相关，则组中任一向量都可由其余向量线性表示.

19、(　　　) 如果向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$线性无关，则该向量组的任何部分组必线性无关.

20、(　　　) 如果向量组$\alpha_1,\cdots,\alpha_s,\beta_1,\beta_2$线性无关，则向量组 $\alpha_1,\cdots,\alpha_s$ 也线性无关.

21、(　　　) 设向量组 I：$\alpha_{k_1},\alpha_{k_2},\cdots,\alpha_{k_s}$是向量组 II：$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_p$的部分组，如果向量组 I 线性无关，则向量组 II 也线性无关.

21. (　　　) 设向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关, 于是向量组$\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3+\alpha_1$也线性无关.

三、综合题

1、对于非齐次线性方程组：$\begin{cases} 3x_1+2x_2+x_3=1 \\ x_1+2x_2-3x_3=2 \\ 4x_1+4x_2-2x_3=3. \end{cases}$ (1)证明该线性方程组有解且有无穷多解. (2)写出该线性方程组的基础解系及通解.

2、证明线性方程组$\begin{cases} x_1-x_2+3x_3+2x_4=1 \\ 2x_1 \quad +14x_3+12x_4=2 \\ x_1-2x_2-x_3-2x_4=1 \\ 3x_1-3x_2+9x_3+6x_4=3 \end{cases}$ 有解，并求该方程组的通解.

3、求线性方程组$\begin{cases} 2x_1+x_2-x_3+x_4=1 \\ 4x_1+2x_2-2x_3+x_4=2 \\ 2x_1+x_2-x_3-x_4=1 \end{cases}$的通解.

4、求方程组$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 \quad\ \ - 2x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$的通解.

5、λ取何值时，线性方程组$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = \lambda - 3 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = -2 \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = -2 \end{cases}$ 有唯一解，无解或有无穷多解？

6. 判别方程组$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 5x_4 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 - 8x_3 + 6x_4 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$ 是否有非零解, 如果存在非零解，请写出方程组的通解.

7、求线性方程组$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 3 \\ 2x_1 + x_2 \quad\ \ - 3x_4 = 1 \\ -4x_1 - 2x_2 \quad\ \ + 6x_4 = -2 \end{cases}$ 的通解与对应齐次线性方程组的基础解系.

8、求线性方程组$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 3 \\ 2x_1 + x_2 \quad\ \ - 3x_4 = 1 \\ -4x_1 - 2x_2 \quad\ \ + 6x_4 = -2 \end{cases}$ 的通解与对应齐次线性方程组的基础解系.

9、求线性方程组$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 4 \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 5x_4 = -2 \end{cases}$ 的通解与对应齐次线性方程组的基础解系.

10、求线性方程组$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = -1/2 \end{cases}$ 的通解与对应齐次线性方程组的基础解系.

11. 对于线性方程组$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 + x_4 = a \end{cases}$，设确定常数$a$，使得该线性方程组有解，并写出方程组的通解.

12. 试问当λ取何值时，非齐次线性方程组$\begin{cases} x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 1 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = \lambda \\ \lambda x_1 + x_2 + x_3 = \lambda^2 \end{cases}$

（1）有唯一解 ；　（2）无解 ；　（3）有无穷多解，并求通解.

13. 已知非齐次线性方程组$\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 11 \\ 5x_1 + 3x_2 + 6x_3 - x_4 = -1 \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 = -6 \end{cases}$

(1) 求对应齐次线性方程组的基础解系；

(2) 求原非齐次线性方程组的一个特解；

(3) 求原非齐次线性方程组的通解.

13、已知向量$\beta = (-1, 2, 0)$可由向量组$\alpha_1 = (1, -1, 2)$，$\alpha_2 = (0, 1, -1)$，

14、$\alpha_3 = (2, -3, \lambda)$唯一地线性表示，讨论$\lambda$的取值范围.

14、求向量组$\alpha_1 = (1, -1, 0, 1)^T$，$\alpha_2 = (0, 1, 0, 1)^T$，$\alpha_3 = (-1, 0, 0, -2)^T$，$\alpha_4 = (0, 0, 1, 1)^T$，$\alpha_5 = (4, -1, -3, 4)^T$的秩和一个极大无关组, 并将其余向量用该极大无关组线性表示.

15、判别向量组 $\alpha_1 = (1,2,1,0)^T$，$\alpha_2 = (4,1,0,2)^T$，$\alpha_3 = (1,-1,-3,-6)^T$ ，$\alpha_4 = (0,-3,-1,3)^T$ 是否线性相关？并求该向量组的极大无关组及该向量组的秩.

16、判别向量组$\alpha_1 = (1, 1, 1, 1)^T$，$\alpha_2 = (0, 1, 1, 2)^T$，$\alpha_3 = (3, 2, 0, 0)^T$，$\alpha_4 = (3, 3, 1, 2)^T$是否线性相关？并求该向量组的该向量组的秩及极大无关组.

17、设向量组$\alpha_1 = (1,0,-1,0)^T$，$\alpha_2 = (-1,2,0,1)^T$，$\alpha_3 = (-1,4,-1,2)^T$，$\alpha_4 = (0,0,5,5)^T$，$\alpha_5 = (0,1,1,2)^T$. 试求该向量组的秩和极大无关组;并将其余向量由此极大无关组线性表出.

18. 设 $\alpha_1 = \left(1,1,-2,1\right)^T$ ，$\alpha_2 = \left(-1,2,-1,5\right)^T$ ，$\alpha_3 = \left(1,-1,0,-3\right)^T$ ，$\alpha_4 = \left(3,-1,-2,-5\right)^T$， 求向量组$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 的秩及其最大无关组.

19. 对于向量组$\alpha = (4,-1,3,-2)^T, \beta = (-2,1,-5,2)^T, \gamma = (3,-1,4,-2)^T$ ，试求该向量组的秩，并从中找出一个最大线性无关组.

20. 设 $\alpha_1 = \left(1,0,1,2\right)^T$ ，$\alpha_2 = \left(2,4,0,3\right)^T$ ，$\alpha_3 = \left(3,-4,-3,5\right)^T$ ，$\alpha_4 = \left(-1,-2,2,-1\right)^T$， $\alpha_5 = \left(2,10,-1,0\right)^T$, 求向量组$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 的秩及其最大无关组.

21. 已知向量 $\alpha_1 = (0,1,3)^T, \alpha_2 = (1,2,3)^T, \beta_1 = (1,3,6)^T, \beta_2 = (1,1,1)^T$. 设向量组 $\Delta = \{\alpha_1, \alpha_2\}$，$\Omega = \{\beta_1, \beta_2\}$， 问向量$\beta_1, \beta_2$及向量组$\Omega$是否可以由向量组$\Delta$线性表示?若能线性表示, 试给

出一个具体的表达式.

22、设向量组$\alpha_1=\begin{pmatrix}a\\1\\3\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}2\\b\\3\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix},\alpha_4=\begin{pmatrix}2\\3\\1\end{pmatrix}$的秩为$2$，求$a,b$.

23、求向量组$a_1=(2,\ 1,\ 4,\ 3)^T,a_2=(-1,\ 1,\ -6,\ 6)^T,a_3=(-1,\ -2,\ 2,\ -9)^T$,

$a_4=(1,\ 1,\ -2,\ 7)^T,a_5=(2,\ 4,\ 4,\ 9)^T$ 的一个最大无关组并将其余向量用其线性表出.

24、设向量组$\alpha_1=\left(1,0,-1,0\right)^T,\alpha_2=\left(-1,2,0,1\right)^T,\alpha_3=\left(-1,4,-1,2\right)^T$，$\alpha_4=\left(0,0,5,5\right)^T$，

$\alpha_5=\left(0,1,1,2\right)^T$，试求该向量组的秩和一个最大无关组;并将其余向量用其线性表出.

25、求向量组$a_1=(2,4,2)^T$，$a_2=(1,1,0)^T$，$a_3=(2,3,1)^T$，$a_4=(3,5,2)^T$ 的一个最大无关组并将其余向量用其线性表出.

第三章　相似矩阵与二次型

一、填空题

1、向量$a=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$与$b=\begin{pmatrix}0\\1\\3\end{pmatrix}$的内积为_____，夹角为 ____________.

2. 若向量$\alpha_1=(1,0,-1)^T$,$\alpha_2=(2a,10,6-a)^T$ 正交，则 a =______________.

3、已知$\alpha=(1,1,0,-1)^T,\beta=(-1,-2,0,1)^T$。则内积$[3\alpha-\beta,\alpha+\beta]=$____________.

4、设$\alpha=\left(1,2,a,4\right)^T,\beta=\left(-4,b,-2,1\right)^T$, 若$\alpha$与$\beta$正交, 则$a,b$应满足的关系为_________.

5、设向量$\alpha=(1,5,k,-1)^T$ 与向量$\beta=(2k,3,-2,k)^T$ 相互正交， 则k =____________.

6、向量$\alpha=(1,2,3)^T$ 与 $\beta=(-1,2,b)^T$ 正交，则$b=$______________.

7、已知 a_1,a_2,a_3,a_4 为非零 3 维向量组，且 a_1,a_2,a_3 两两正交，则向量组 a_1,a_2,a_3,a_4 的秩为______.

8、设 A 是正交矩阵，则 $|A|=$______， $A^{-1}=$ ________.

9、与 n 阶单位矩阵 E 相似的矩阵是__________.

10、矩阵 $A=\begin{bmatrix}0 & 2\\ 2 & 3\end{bmatrix}$ 的两个特征值为_________.

11、已知三阶矩阵 A 的特征值为 $1,2,3$ ，则 $\left|A\right|=$ _______ .

12. 3 阶方阵 A 的特征值分别为 $3,-1,2$ ，则 $\left|A\right|=$_________.

13、设 $\lambda=1$ 是方阵 A 的一个特征值，则矩阵 A^3+3A^2+3A 的一个特征值是_________________ .

14、若实数 λ 是实矩阵 A 的某个特征值，则矩阵 $B=A^3-2A^2+E$ 的某个特征值 $\mu=$____ .

15. 已知 3 阶矩阵 A 的特征值为 $1,-1,2$ ，则矩阵 $B=A^3-2A^2$ 的特征值为_________.

16、设方阵 A 的特征多项式为 $f(\lambda)=\left|\lambda E-A\right|=(\lambda-2)^k(\lambda+1)$, 则 $\left|A\right|=$_____________.

17、设 $\lambda=1$ 是方阵 A 的一个特征值，则矩阵 A^3+3A^2+3A 的一个特征值是_________________ .

18、 n 阶方阵 A 的属于不同特征值的特征向量必定线性_________________.

19、已知 3 阶方阵 A 有特征值 $1,-1,-2$ 则 $|-3A^2+A^{-1}+E|=$ ________________

20、已知 3 阶方阵 A 的特征值为 $1,2,-3$, 则 A^2+2A+E 的特征值为_________________.

21、设 $\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_n$ 是 n 阶矩阵 A 的 n 个特征值， 则 $\left|A\right|=$ _________ 。

22、若 n 阶方阵 A 与 B 相似，且 $\left|A\right|=2$ ，则 $\left|BA\right|=$___________ .

23、若 n 阶方阵 A 与 B 相似，且 $\left|A\right|=2$ ，则 $\left|BA\right|=$___________ 。

24. 设 $\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_n$ 是 n 阶矩阵 A 的 n 个特征值， 则 $\left|A\right|=$ _________.

25. 若 $A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ \frac{8}{3} & x\end{pmatrix}$ 与 $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ 相似, 则 $x=$____________.

26、若 $\begin{pmatrix}2 & 3\\ y & x\end{pmatrix}$ 与 $\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ 相似, 则 $x=$_____, $y=$________.

27. 已知 1 是 A 的一个特征值，则 $|A^2+4A-5E|=$______________ 。

28. 设 $\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_n$ 是方阵 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 的 n 个特征值，则

$\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_n=$__________________.

29. 向量 $\alpha=(1,2,3)^T$ 与 $\beta=(-1,2,b)^T$ 正交，则 $b=$______________.

30. 若方阵 A 与 B 相似，且 $|A|=2$，则 $|B|=$___________ 。

31、若 n 阶方阵 A 与 B 相似，且 $|A|=2$，则 $|BA|=$__________

32. 已知 3 阶矩阵 A 的特征值为 $1,-1,2$，则矩阵 $B=A^3-2A^2$ 所有的特征值为

__________.

33. 若已知 n 阶方阵 A 的行列式 $|A|=2$， $\lambda=2$ 是矩阵 A 的一个特征值，则其伴随矩阵 A^* 必有一个特征值为__________.

34、3 阶方阵 A 的特征值分别为 $3,-1,2$，则 A^{-1} 的特征值为___ _____.

35、矩阵 $A=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$ 的三个特征值为 ____________________ .

36、 矩阵 $A=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&1&2\\1&0&0\end{pmatrix}$ 的三个特征值为 _____________________ .

37、3 阶方阵 A 的特征值为 $3,-1,2$，则 $|A|=$____.

38、 矩阵 $A=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&2&3\\1&0&0\end{pmatrix}$ 的三个特征值为 ___________________ .

39、3 阶方阵 A 的特征值为 $3,-1,2$，则 $|A^2-3A-2E|$_____.

40、若 $\lambda=3$ 是可逆方阵 A 的一个特征值，则 A^{-1} 必有一个特征值为____________.

二、判断题

1、(　　　) 设 A 为正交阵，则矩阵 A 的特征值 λ 满足等式：$\lambda^2 = 1$.

2、(　　　) 若 λ 是 n 阶矩阵 A 的特征值，则 λ^2 是 A^2 的特征值.

3、(　　　) 可逆矩阵的特征值一定不为零.

4、(　　　) 设 λ_1,λ_2 是矩阵 A 的两个不同的特征值, ξ_1,ξ_2 是对应的特征向量, 则 $\xi_1+\xi_2$ 也是 A 的特征向量.

5、(　　　) 若方阵 A 与 B 等价, 则 A 与 B 一定有相同的特征值。

6、(　　　) 设 A,B 相似，则 A,B 有相同的特征多项式，从而有相同的特征值.

7、(　　　) 设 A 为 n 阶矩阵，则 A^T 与 A 具有不同的特征多项式，从而有不同的特征值.

8、(　　　) 相似矩阵的行列式相等.

9、(　　　) n 阶矩阵 A 与 B 相似，则 A 与 B 也等价.

10、(　　　) 设 A, B 都是 n 阶方阵, 若 A, B 有相同的特征值, 则 A 与 B 相似.

11、(　　　) n 阶矩阵 A 与 B 相似，则 A 与 B 也等价.

12、(　　　) 如果两个 n 阶矩阵 A 与 B 等价，则 A 与 B 也相似.

13、(　　　) 若 A 是正交方阵, 则 $A^{-1}=A^T$ 也是正交阵，且 $|A|=-1$ 或 -1.

14、(　　　) 设 A, B 都是 n 阶正交方阵, 则 AB 也是 n 阶正交方阵.

15、(　　　) 设 A, B 都是 n 阶正交方阵, 则 AB 也是 n 阶正交方阵.

16、(　　　) 正交阵的列向量都是单位向量，且两两正交.

17、(　　　) 如果两个 n 阶矩阵 A 与 B 等价，则 A 与 B 也相似.

18、(　　　) 对于任意矩阵 A，A^TA 必为对称矩阵.

19、(　　　) 可逆矩阵的特征值一定不为零。

20、(　　　) 如果矩阵 A 相似于矩阵 B，则 A^2 与 B^2 也必相似.

21、(　　　) 若 n 阶方阵 A 与某对角矩阵相似，则方阵 A 的秩等于 n.

三、综合题

1、设 $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$，(1) 求 A 的特征值和特征向量;

(2) A 是否可对角化, 若可对角化, 试求矩阵 P, 使得 $P^{-1}AP$ 成为对角形.

2、已知 $A=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 2\\ 2 & -1 & -2\\ 2 & -2 & -1\end{pmatrix}$.(1) 求 A 的特征值和特征向量;(2) 求可逆矩阵 P, 使得 $P^{-1}AP$ 成为对角形

3、设 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 1 & 3\\ 3 & 3 & 6\end{pmatrix}$,(1) 求 A 的特征值和特征向量;(2)求可逆矩阵 P, 使得 $P^{-1}AP$ 为对角形.

4、设 $A=\begin{pmatrix}0 & -1 & 1\\ -1 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix}$，求一个矩阵 P，使 $P^{-1}AP=\Lambda$ 为对角阵.

5、 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 2 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -2\end{pmatrix}$，求可逆矩阵 P，使得 $P^{-1}AP$ 为对角阵。

6、设 $A=\begin{pmatrix}3 & 1 & -1\\ 3 & 5 & -3\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$，求矩阵 P，使 $P^{-1}AP=\Lambda$ 为对角阵.

7、设矩阵 $A=\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\ 1 & 1 & a\\ 1 & 0 & 0\end{pmatrix}$, 问 a 为何值时 A 可对角化, 此时求可逆矩阵 P 使得 $P^{-1}AP$ 为对角阵.

8、设矩阵 $A=\begin{pmatrix}2 & 0 & 0\\ 1 & 2 & -1\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$，求 A 的特征值和特征向量，并将其进行对角阵.

9、设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 4 & 2\\ 0 & -3 & 4\\ 0 & 4 & 3\end{pmatrix}$，求 A 的特征值和特征向量，并将其进行对角阵.

10、设矩阵 $A=\begin{pmatrix}3 & 0 & 1\\ 0 & 4 & 0\\ 1 & 0 & 3\end{pmatrix}$，求 A 的特征值和特征向量，并将其进行对角阵.

11、设矩阵 $A=\begin{pmatrix}3&0&1\\0&4&0\\1&0&3\end{pmatrix}$，求 A 的特征值和特征向量，并将其进行对角阵.

12、设 $A=\begin{pmatrix}2&0&1\\3&1&3\\4&0&5\end{pmatrix}$，求可逆矩阵 P，使得 $P^{-1}AP$ 为对角阵，并求此对角阵.

13、求方阵 $A=\begin{pmatrix}-2&1&1\\0&2&0\\-4&1&3\end{pmatrix}$ 的特征值及特征向量.

14、设 $A=\begin{bmatrix}1&2\\2&1\end{bmatrix}$，求 A^n，其中 n 是自然数.

15、设 $\alpha_1=(2,-2,1)^T,\alpha_2=(0,1,-1)^T$，试求数 k_1,k_2，使向量 $\beta=k_1\alpha_1+k_2\alpha_2$ 是与 α_1 正交的单位向量，并求 β.

16、设三阶方阵 A 的特征值为 $1,0,-1$，其相应的特征向量分别为 $\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$，求 A^{88}.