

## 2

---

设  $A, B$  为两相互独立的事件,  $P(A \cup B) = 0.6, P(A) = 0.4$ , 则  $P(B) = ?$

运用反演律可得

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B) = 0.4$$

由于事件  $A, B$  的独立性

$$P(\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{A})} = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{1 - P(A)} = \frac{2}{3}$$

因此

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = \frac{1}{3}$$

## 4

---

已知  $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = 0.8$ , 且  $A_1, A_2, A_3$  相互独立,  $P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = ?$

运用反演律可得

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = 1 - P(\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3)$$

又因为事件  $A_1, A_2, A_3$  之间相互独立

$$P(\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3) = P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2)P(\bar{A}_3)$$

因此

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = 1 - (1 - 0.8)^3 = 0.992$$

## 8

---

设事件  $A, B$  相互独立,  $P(A) = 0.4, P(B) = 0.3$ , 则  $P(A \cup \bar{B}) = ?$

运用反演律

$$P(A \cup \bar{B}) = 1 - P(\bar{A} \cap B)$$

又因为  $A, B$  相互独立

$$P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A})P(B) = (1 - P(A))P(B) = 0.18$$

因此

$$P(A \cup \bar{B}) = 1 - 0.18 = 0.82$$

## 21

---

设在一次实验中,  $A$  发生的概率为  $p$ , 现进行 5 次独立实验, 则  $A$  至少发生一次的概率为?

设事件  $A = \{\text{某事件}\}$ ,  $B = \{\text{事件 } A \text{ 至少发生一次}\}$

已知  $P(A) = p$ , 求  $P(B)$

考虑事件  $A$  的反面

$$P(\bar{A}) = (1 - p)^5$$

因此

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - (1 - p)^5$$

甲、乙两人独立地对同一目标射击一次，其命中率分别为 0.6 和 0.5，现已知目标被命中，则它是被甲射中的概率为？

设事件  $A_1 = \{\text{甲命中}\}$ ,  $A_2 = \{\text{乙命中}\}$ ,  $B = \{\text{目标被命中}\}$

已知  $P(A_1) = 0.6, P(A_2) = 0.5$ ，求  $P(A_1|B)$

$$P(B) = 1 - P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2) = 1 - (1 - P(A_1))(1 - P(A_2)) = 0.8$$

$$P(A_1|B) = \frac{P(B|A_1)P(A_1)}{P(B)} = \frac{1 \times 0.6}{0.8} = \frac{3}{4}$$

设两两独立的三事件  $A, B, C$  满足条件：

$ABC = \emptyset, P(A) = P(B) = P(C)$ ，且已知  $P(A \cup B \cup C) = \frac{9}{16}$ ，求  $P(A)$ 。

设  $P(A) = P(B) = P(C) = k$ ，根据事件并集的概率

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(BC) - P(AC) + P(ABC)$$

即是解

$$3k - 3k^2 = \frac{9}{16}$$

解得到  $k = \frac{3}{4}$  或  $k = \frac{1}{4}$

因此

$$P(A) = \frac{3}{4} \text{ 或 } \frac{1}{4}$$

## 十三

---

设事件  $A$  与  $B$  相互独立, 两事件中只有  $A$  发生及只有  $B$  发生的概率都是  $\frac{1}{4}$ , 试求  $P(A)$  及  $P(B)$ .

由题意可知

$$\begin{cases} P(A\bar{B}) = \frac{1}{4} \\ P(\bar{A}B) = \frac{1}{4} \end{cases}$$

因为事件  $A, B$  相互独立

$$\begin{cases} P(A\bar{B}) = P(A)(1 - P(B)) = \frac{1}{4} \\ P(\bar{A}B) = (1 - P(A))P(B) = \frac{1}{4} \end{cases}$$

联立解得

$$P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$$