https://www.zhihu.com/question/29461110

KE meng 产品不设计师 / 不登山爱好者
163 人赞同
谢邀~

林名说的很对, 波形有千万种, 不可能每一种都进行研究,要找到那个"1".

那么,首先我们来看看比较重要的"**线性时不变**系统":
所谓线性时不变系统,首先要线性,然后要时不变:

所谓**线性**,指的是如果任意输入 x 输入系统得到 y, 那么 x*k 输入系统,应该得到 y*k,
比如,"乘 100"就是个线性系统,因为例如以 5 为输入得到输出 500,而 5*6 为输入得到
3000 == 5*100*6. 而"平方"则不是线性系统,因为以 5 为输入得到 25,而 5*6 得到的结果是
30*30 != 5*5*6.

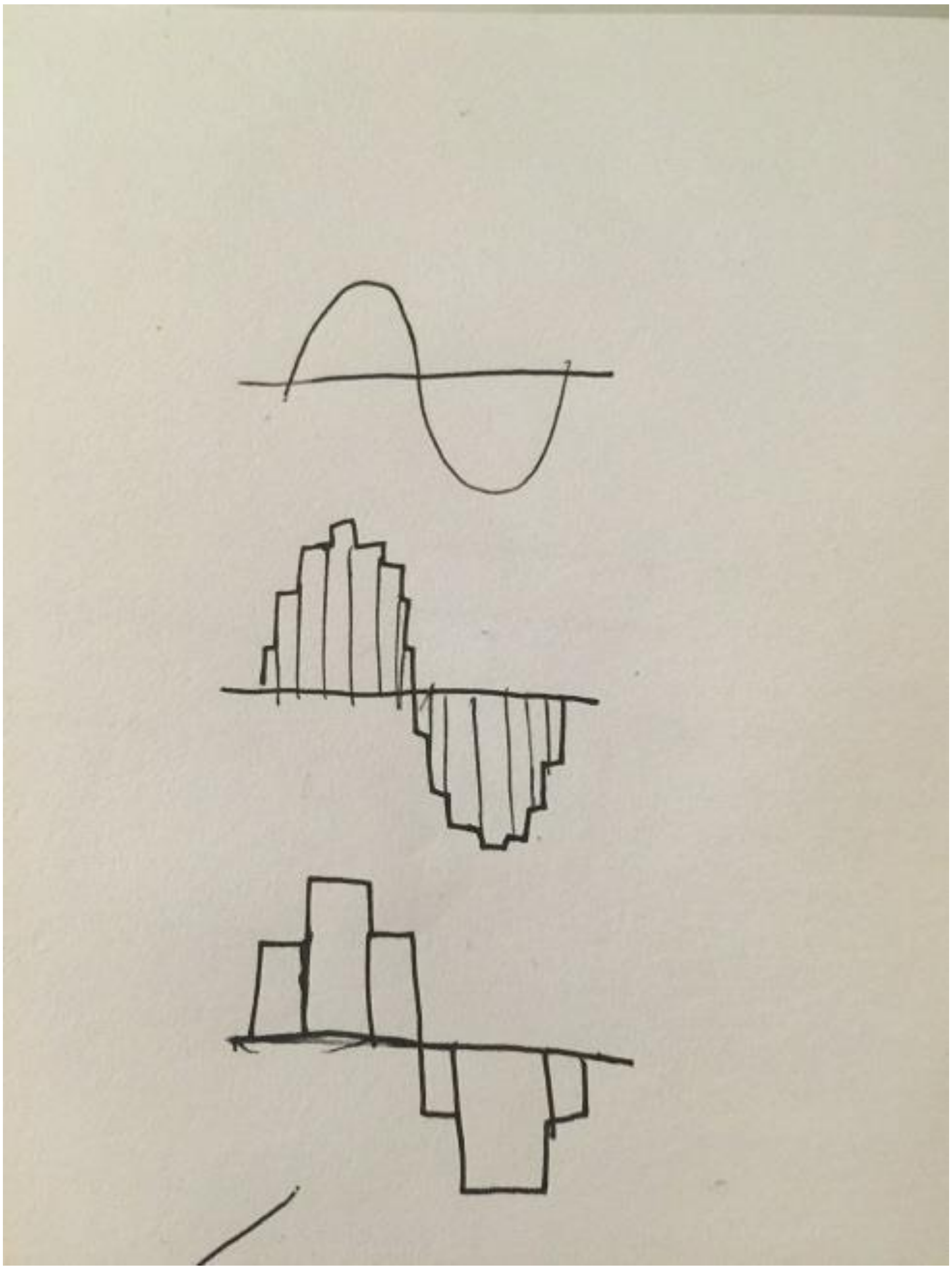
线性时不变系统的另一个特性就是**叠加性**, 即假如 x 进入系统得到结果 f(x), 那么若 x=a+b,
必有 f(x) = f(a) + f(b).

还有就是**时不变**,时不变指的是若一个输入 x 得到信号 y,那么一个经过了延迟的 x 得到的
也只是一个被延迟过的 y.而不能是其他值.
举个不太恰当的例子,假设有一个火车站, 今天你去买票买到了今天的票, 明天你去买到了明天的票,那么这个火车站就是个时不变系统,假如今天你去买票买到了今天的票,明天你去买到了大后天的票,那么这个火车站就不是时不变系统.

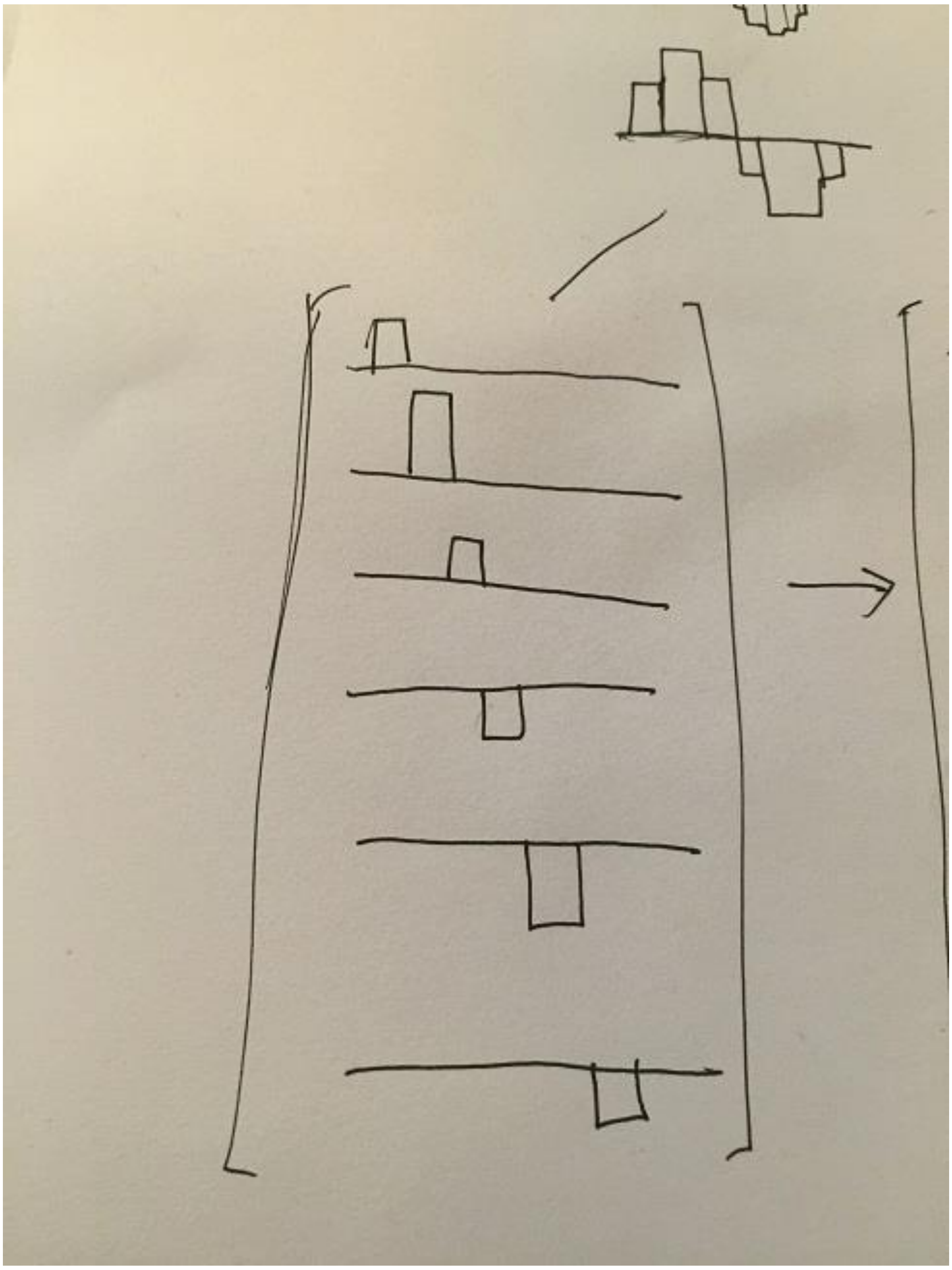
说了半天了,进入正题,脉冲信号有啥用?

注: 为了方便理解,以下全部使用离散信号:

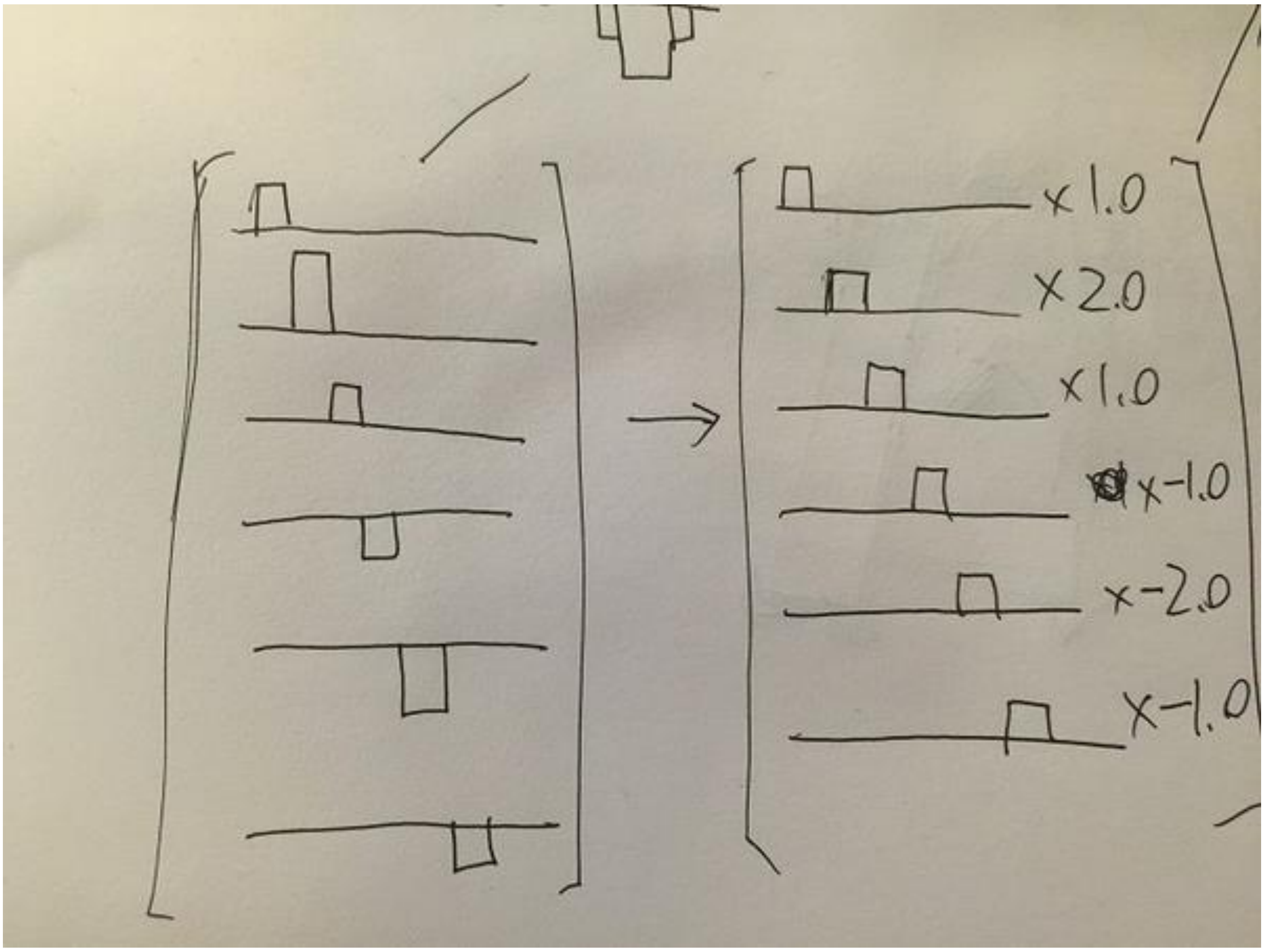
假设我们有个连续信号,我们不妨对它进行采样,为了方便讲解我把采样率弄低了一点:



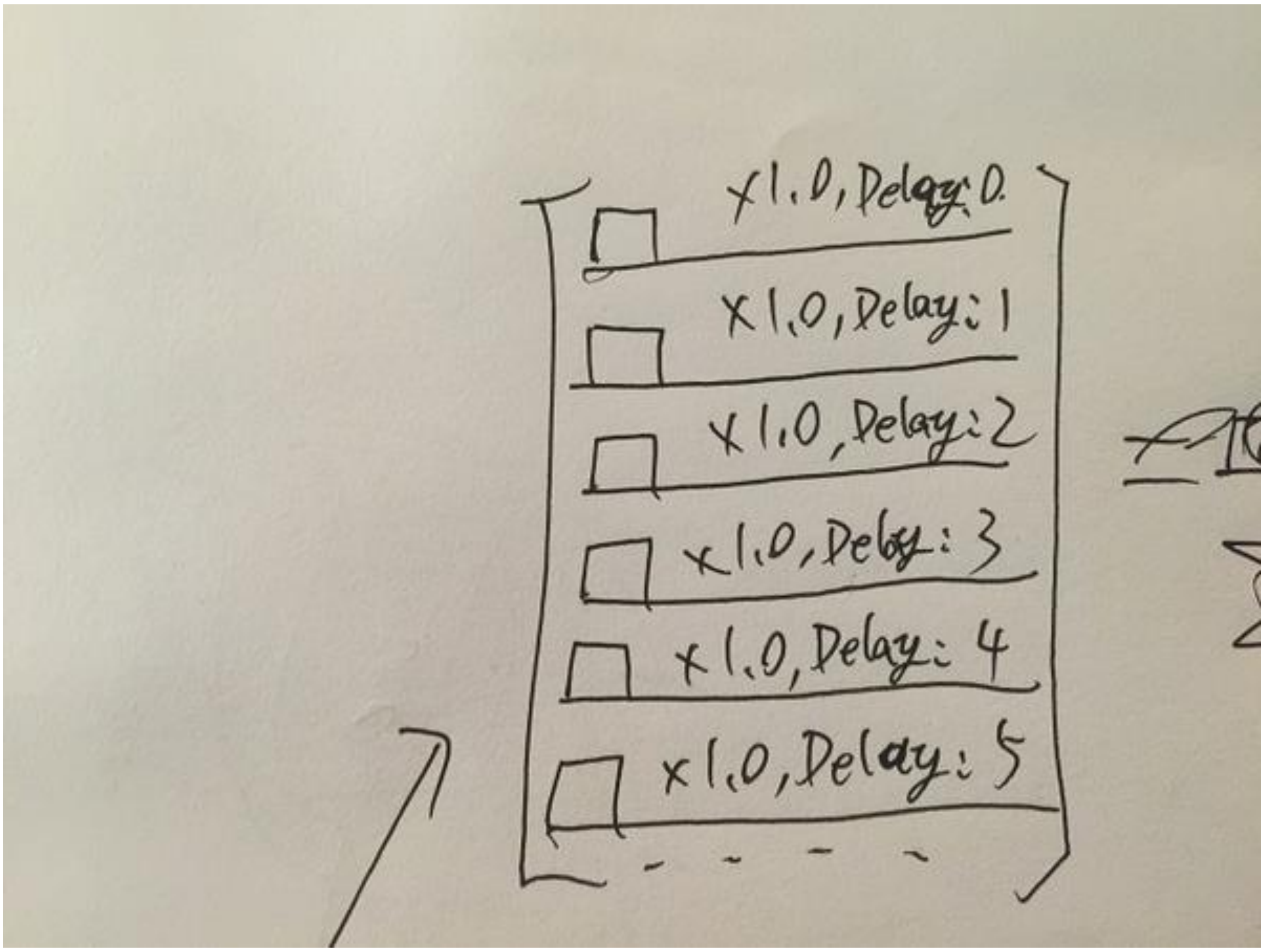
可以看到,采样之后得到了一个比较"方块"的波形. 那么, 我们把这个离散化的波形切成 6 份:



好了,我们得到了 6 个波形,那么我们会发现这 6 个波形是大小不一的,我们将其转换为大小一致的,归一化的 6 个波形分别乘以不同的系数:



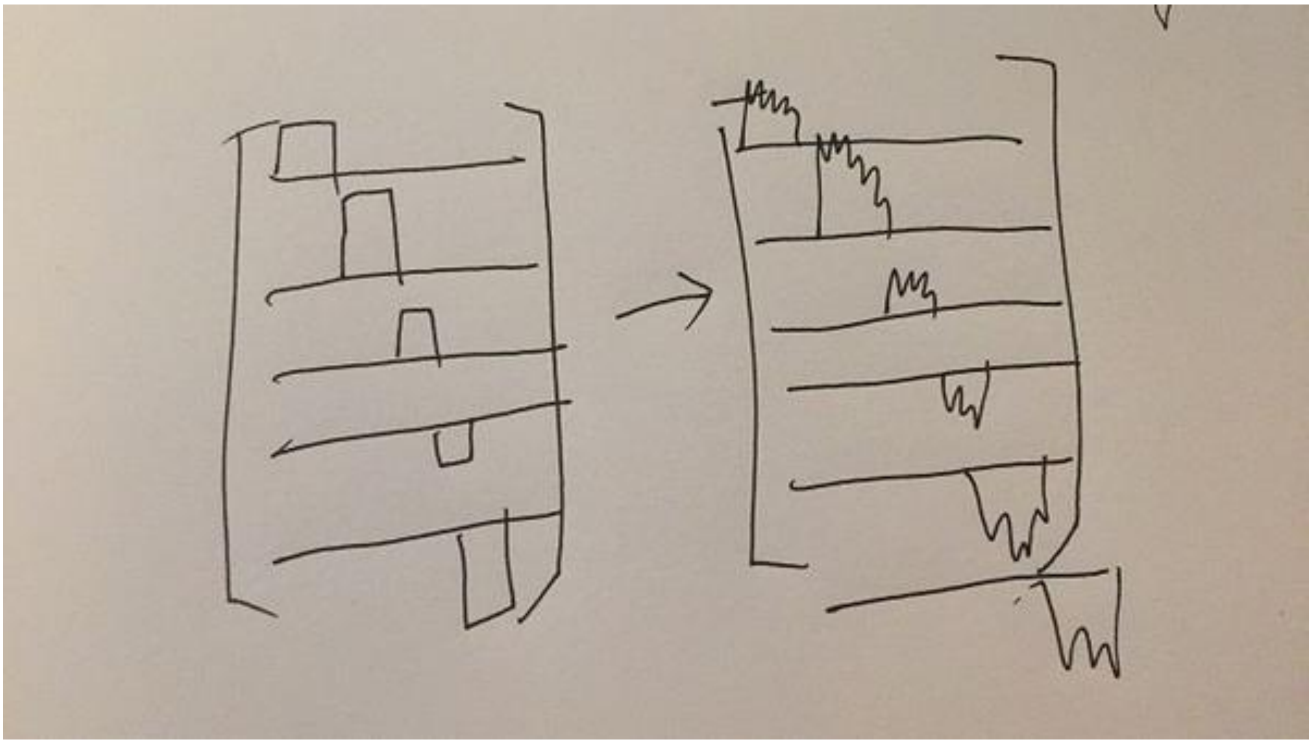
好,那么我们又发现,这六个波形现在大小一样了,只不过互相之间有一些延迟,不要紧,我们把延迟用系数代替:



发现什么没？最开始的波形实际上就是 6 个不同振幅系数,不同延迟系数的脉冲波的线性组合.

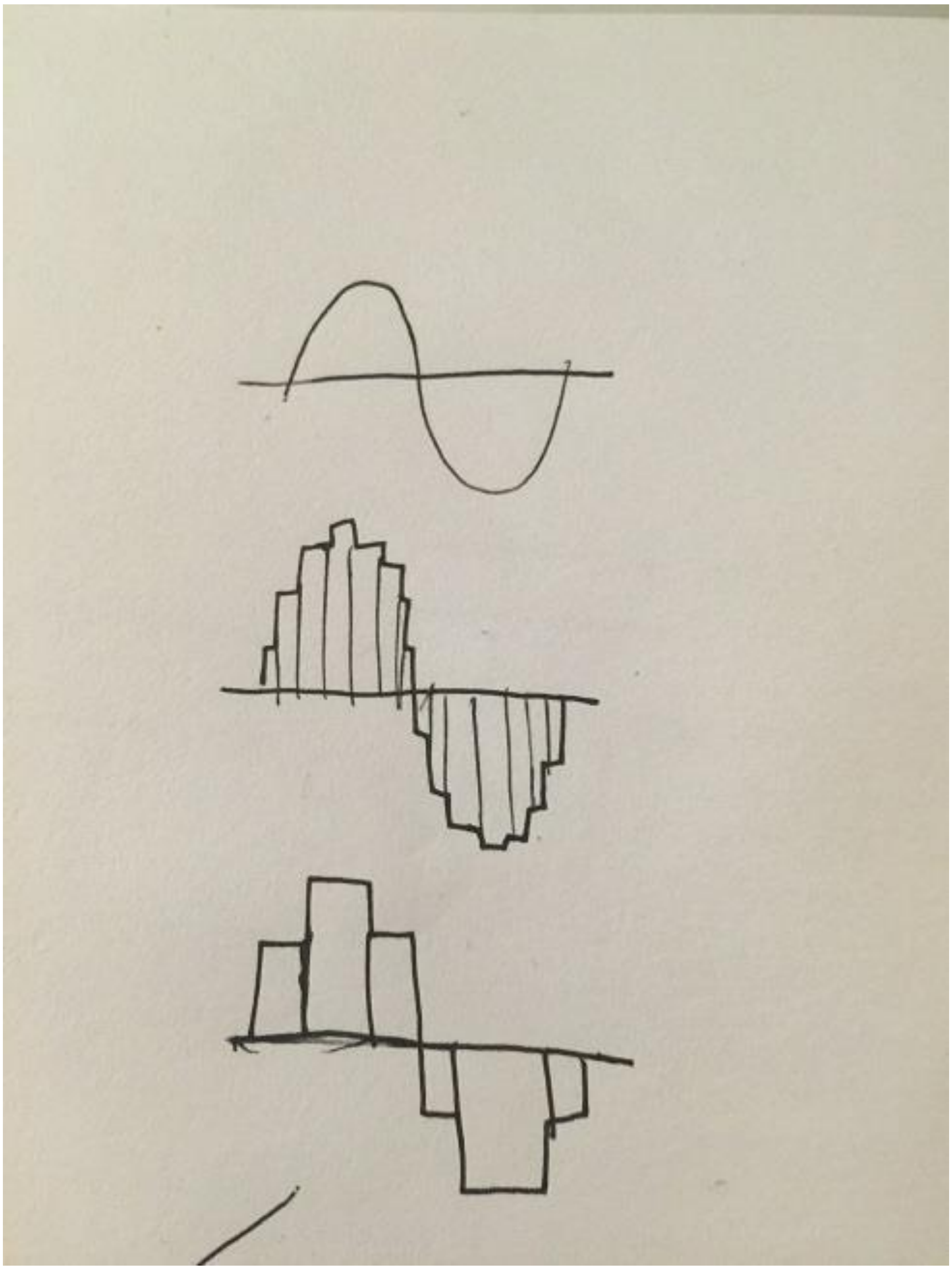
但是,即使这样也不能证明脉冲就有用了，就算波形能被分解成不同振幅系数,不同延迟系数的线性组合，那又怎么样呢？

回忆一下我们最开始所说的线性时不变系统的定义，就会发现，一个信号 x(t)输入系统,得到输出 y(t),那么 k*x(t)输入系统就会得到 k*y(t), x(t-T)输入系统就会得到 y(t-T),那么,假如我们把刚才的六个信号输入线性时不变系统,就会得到以下内容:

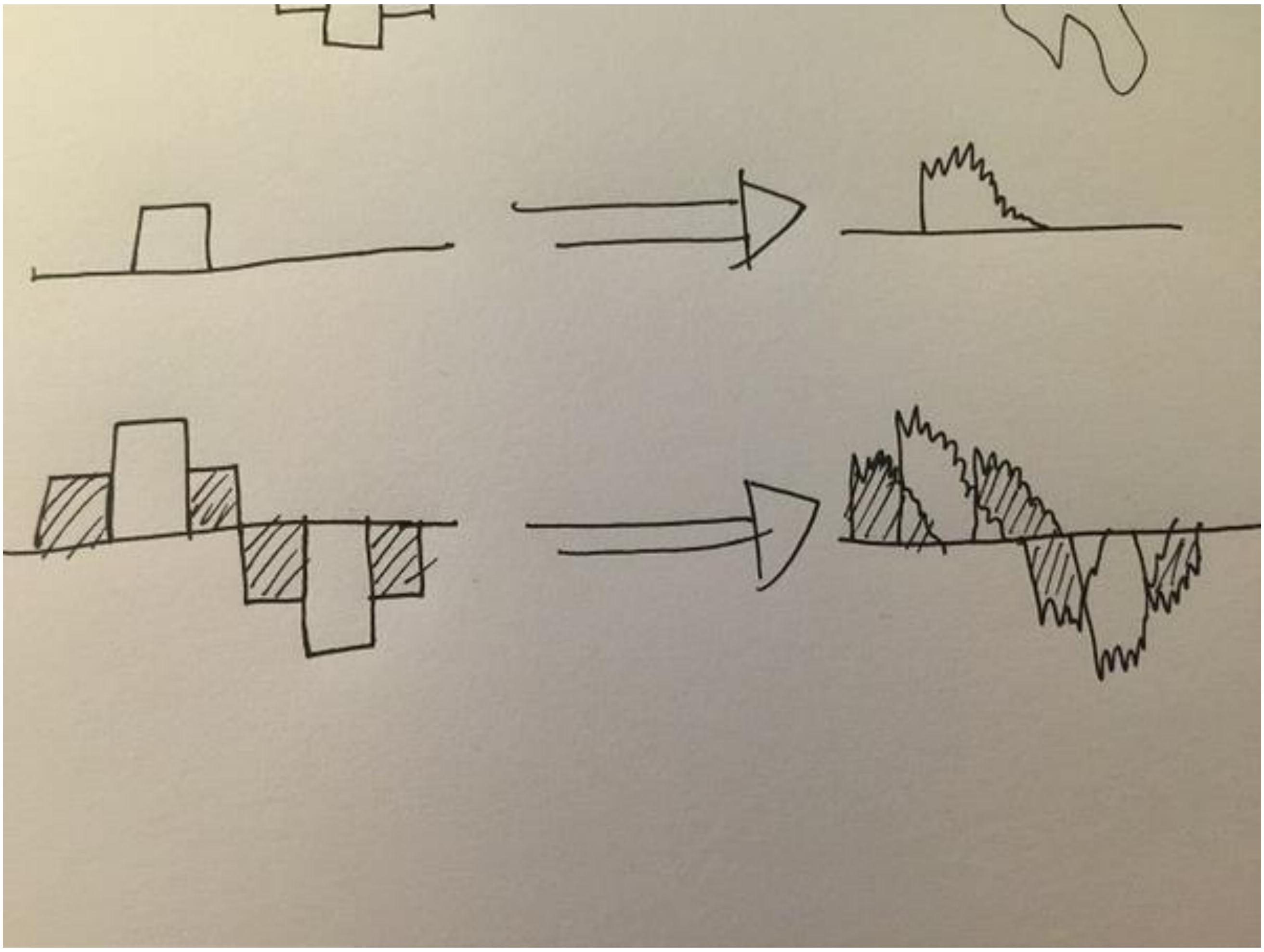


实际上,我们根本不需要让这六个信号都输入系统,由于线性时不变,我们只需要让这六个信号中的任意一个信号归一化,对齐到 0 时刻,进入系统,再对输出乘以不同系数,延迟不同时间,就得到了所有的输出.

故事到这里还没结束，还记得咱们这六个信号怎么来的吗？没错，是从一个波形上切下来的;



然后,由于线性系统的**叠加性,**这个波形的输出就等于那六个信号的输出之和. 而那六个信号又等于不同延迟,不同系数的脉冲信号, 因此我只需将脉冲信号输入系统,就可以得到完整波形输入系统后能得到的全部内容---- 无非就是一堆不同延迟,不同系数的脉冲信号的输出之和:



因此对于线性时不变系统来说，只需要拿脉冲信号"bi"一下,别的什么都不需要研究,就能得到这个线性时不变系统的全部信息了.

//------------------------- 更新 ------------------------------------

再来我们看看卷积:

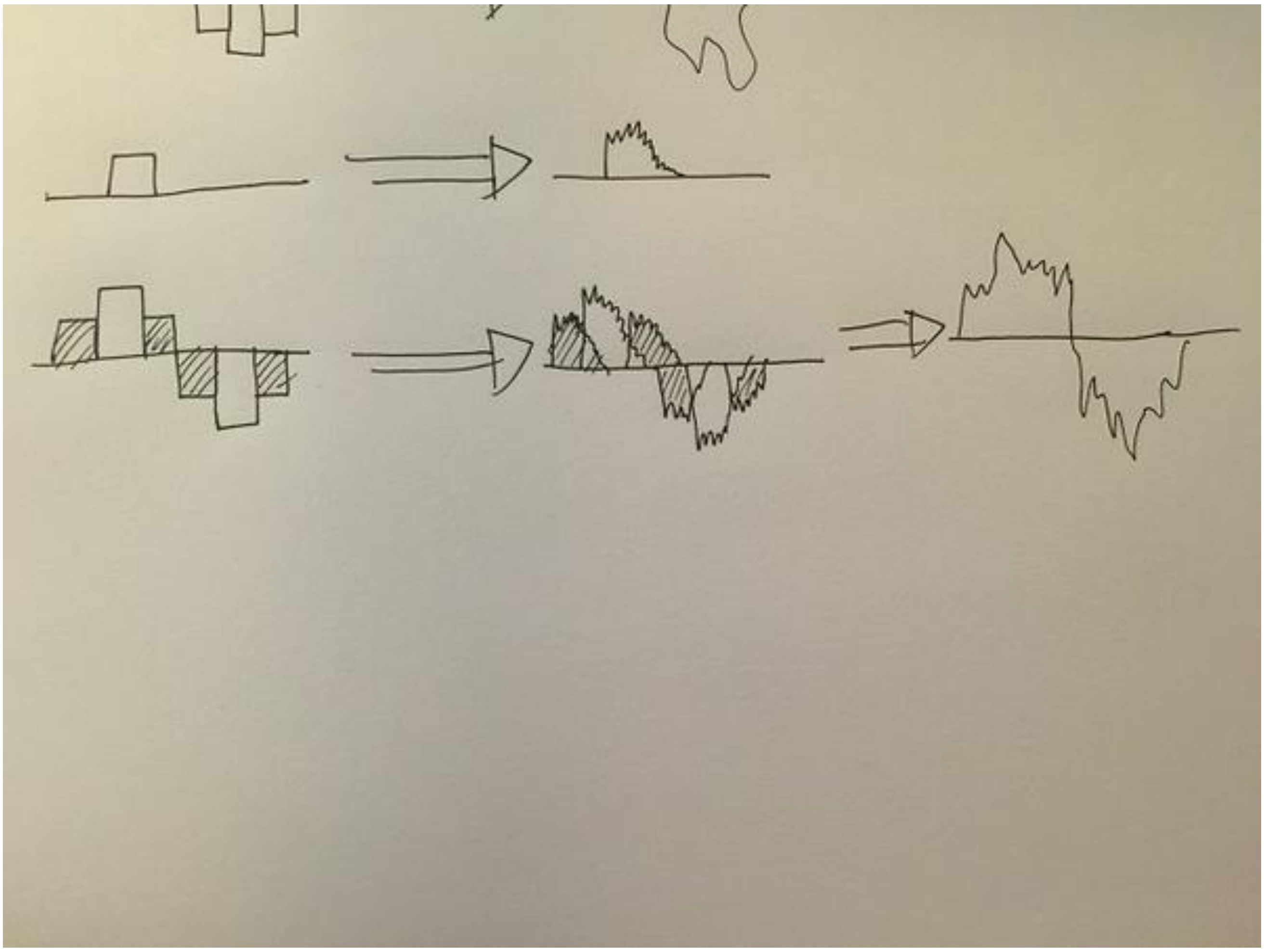
$$y(n)=\sum_{m=0}^{M-1} x(n-m)\,h(m)$$

我们知道拿着脉冲对着线性时不变系统 H "哔"一下,得到的结果 h(t),即冲击响应. 再用这个冲击响应和信号 x 做卷积,得到的结果 y 就是 x 经过线性时不变系统 H 的结果. 那么问题来了:

1. TM 凭什么!
2. 卷积为啥定义成这个德行???

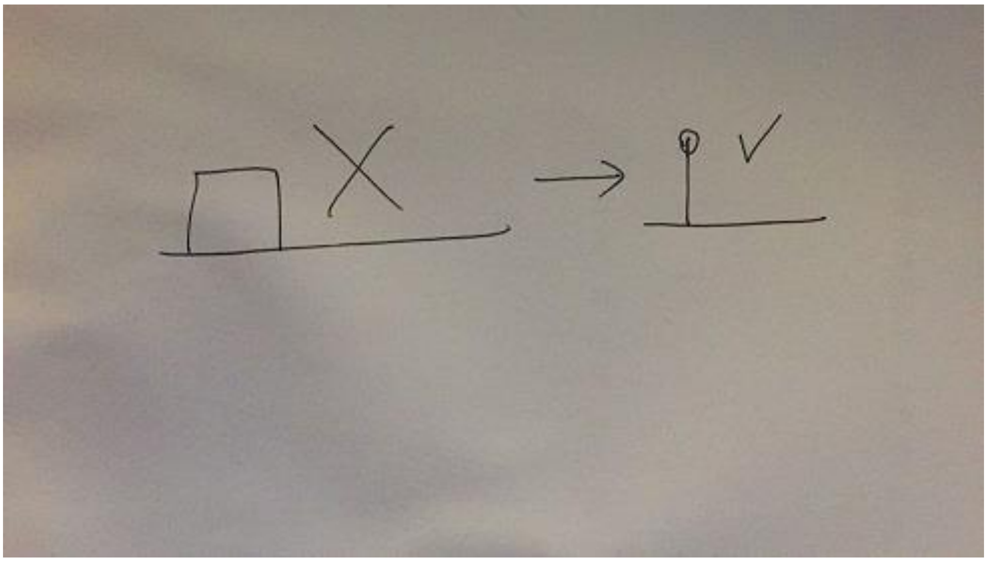
我是从泛函那边儿学过来的,刚看卷积时简直匪夷所思,为啥 x 和 h 要反着乘???
跟内积定义的一样不行吗? 其实弄明白上文中脉冲的作用,就不难理解卷积的形式了:

上文中我们知道,只要知道了脉冲经过线性时不变系统的输出结果,就可以用这个输出结果附上系数,延迟,累加出任意信号 x 的输出 y.那么这个累加的过程,如图:

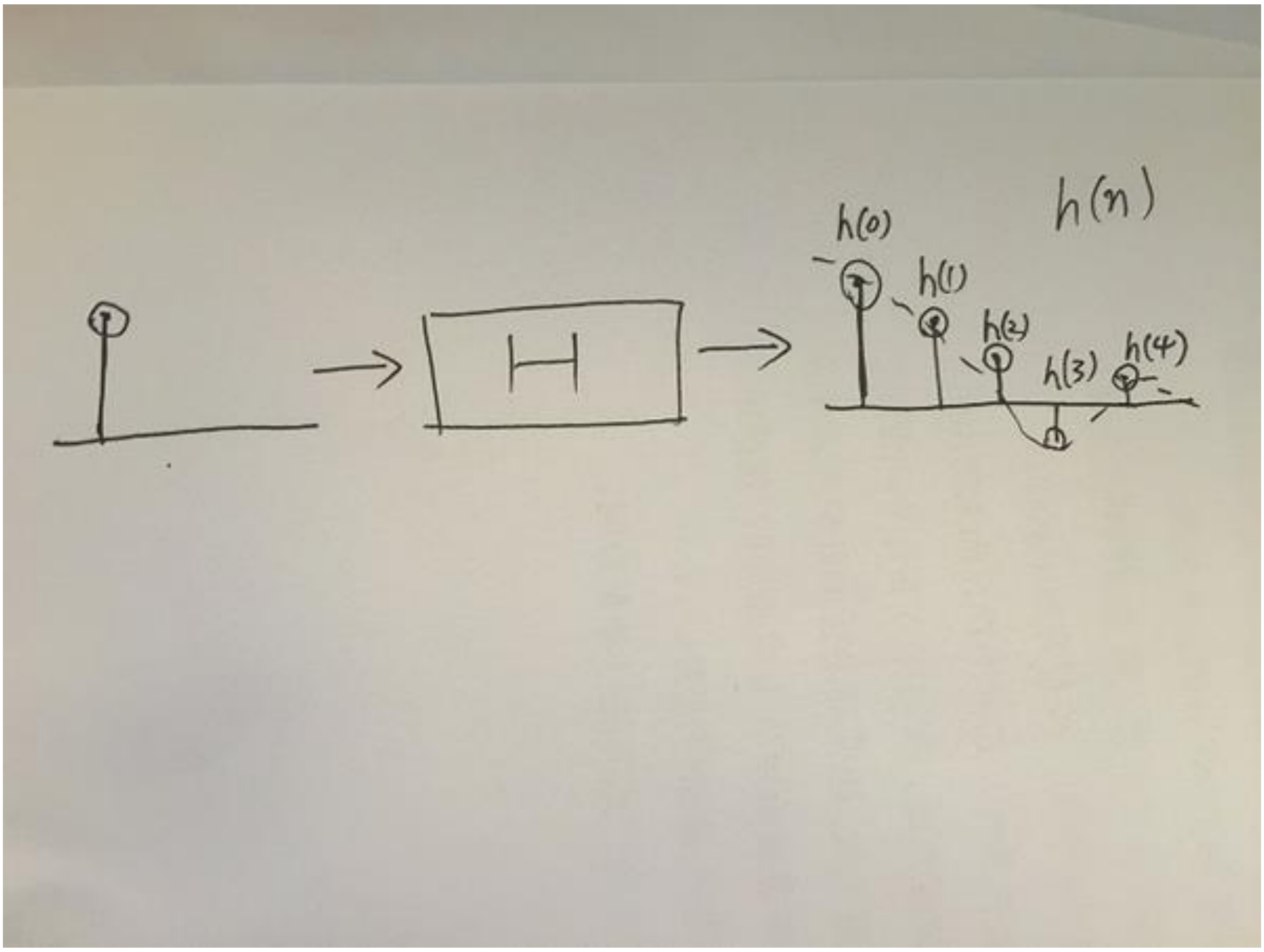


(示意图,明白意思就行了....)

图是好画,可是转换成数学形式就有点麻烦了,为了更规范和精确一点,我们不再使用大方块代表脉冲波,而是使用一根棍儿来代表脉冲波:

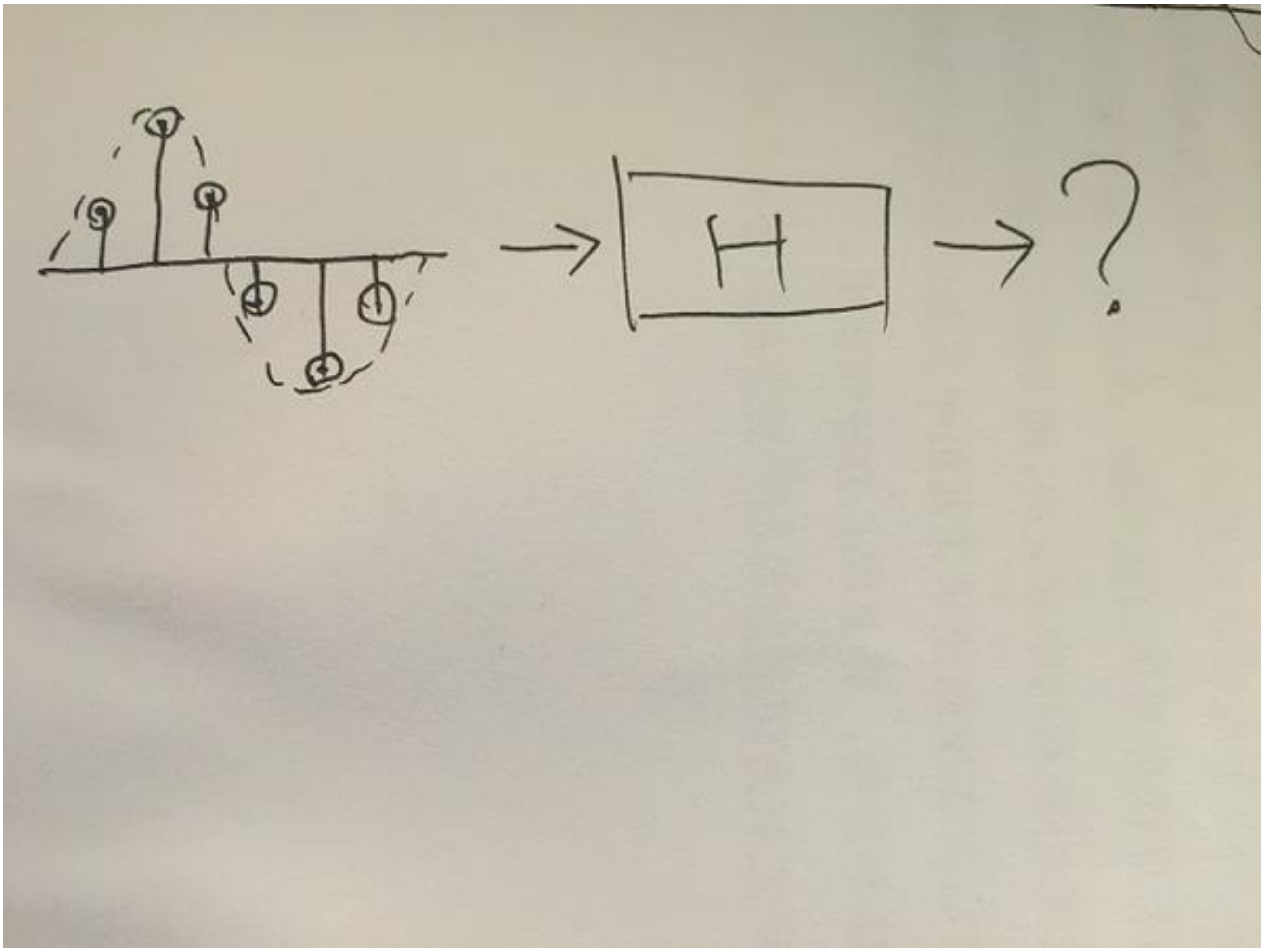


那么,这根棍儿经过了一个线性系统 H,得到输出 h:

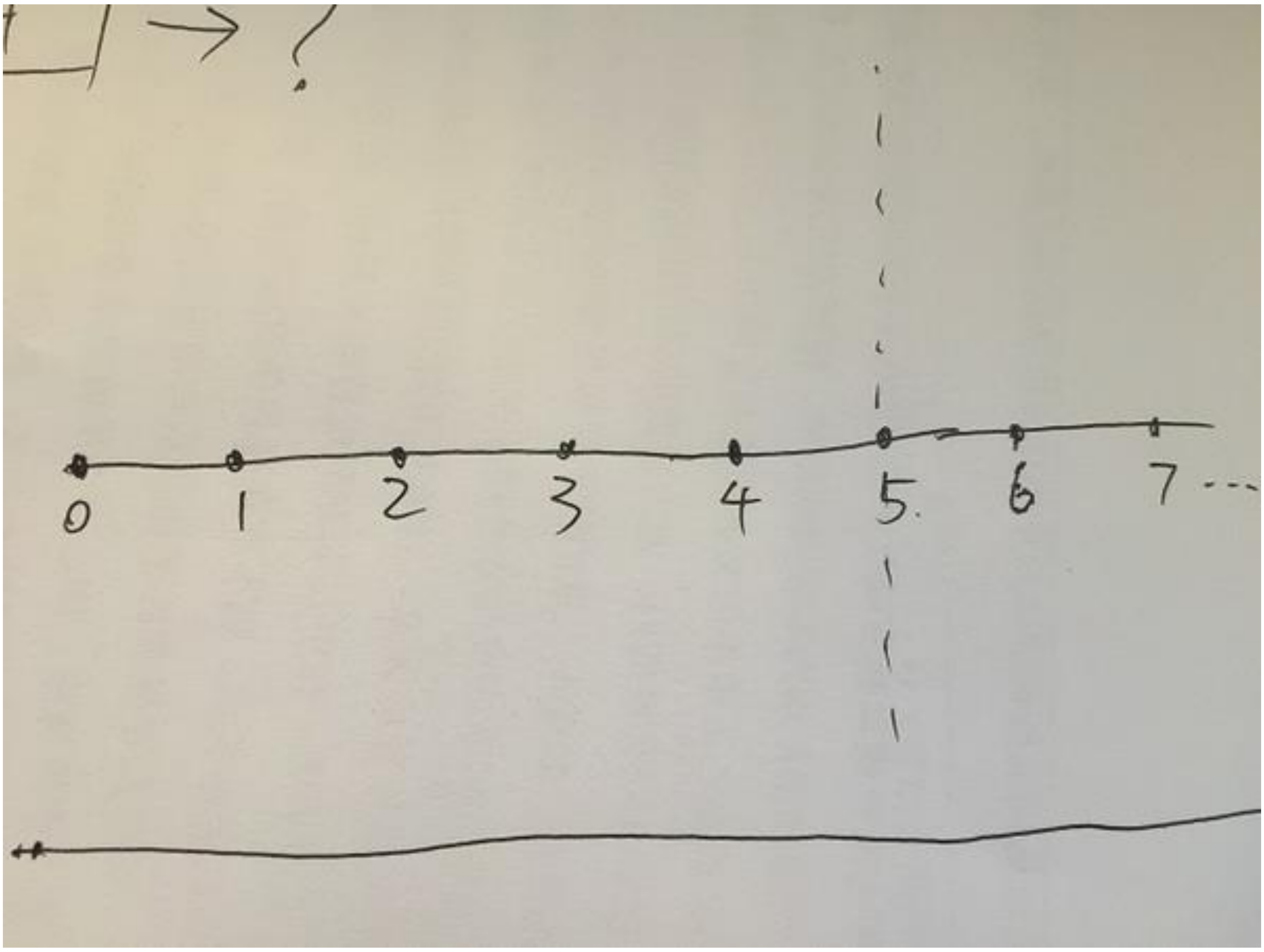


其中,h(0)到 h(4)代表着这个 h 在离散横轴 0,1,2,3,4 点上的值.

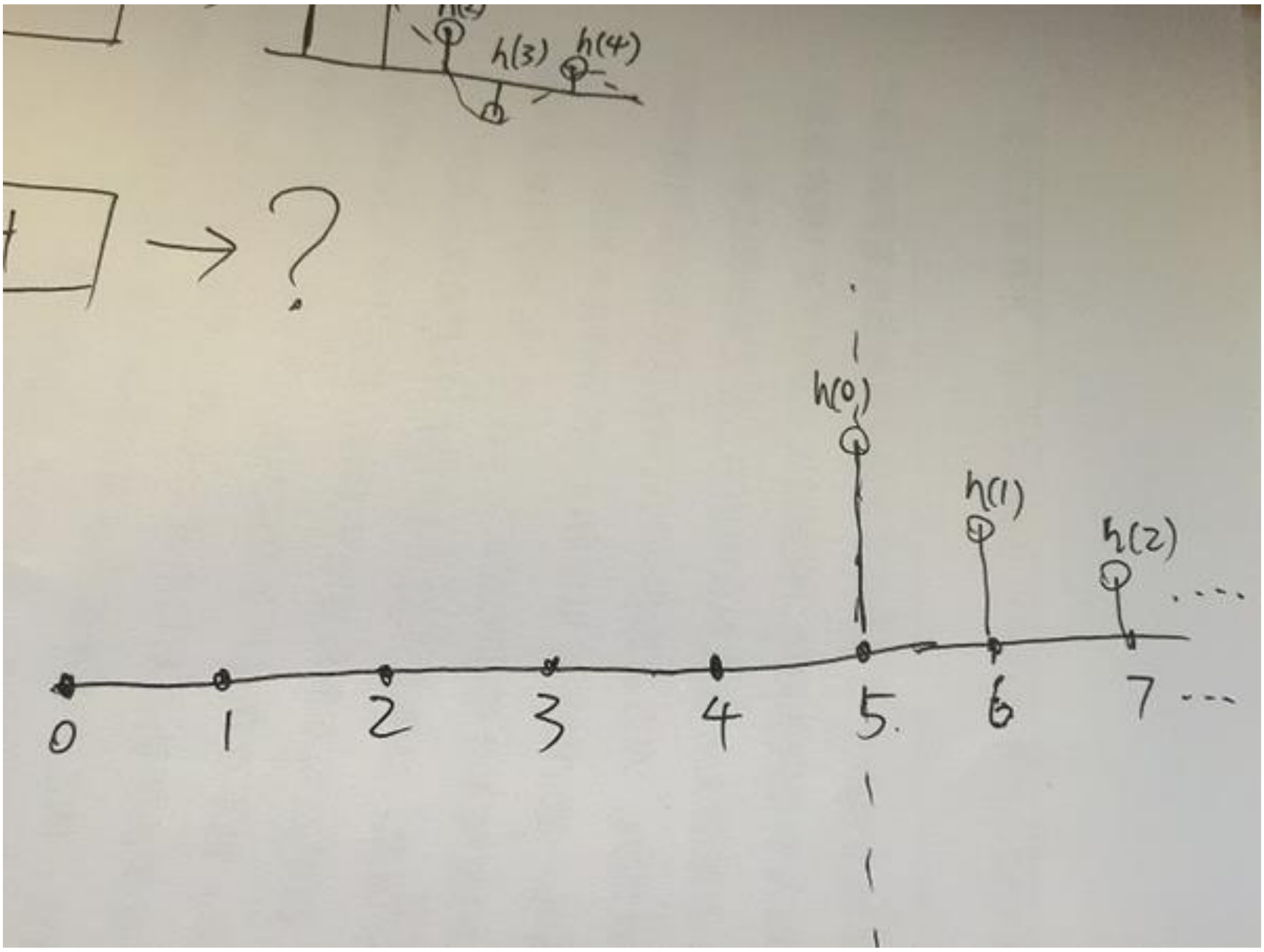
还拿本答案最开始的那个波形举例,只不过将大方块换成棍子:



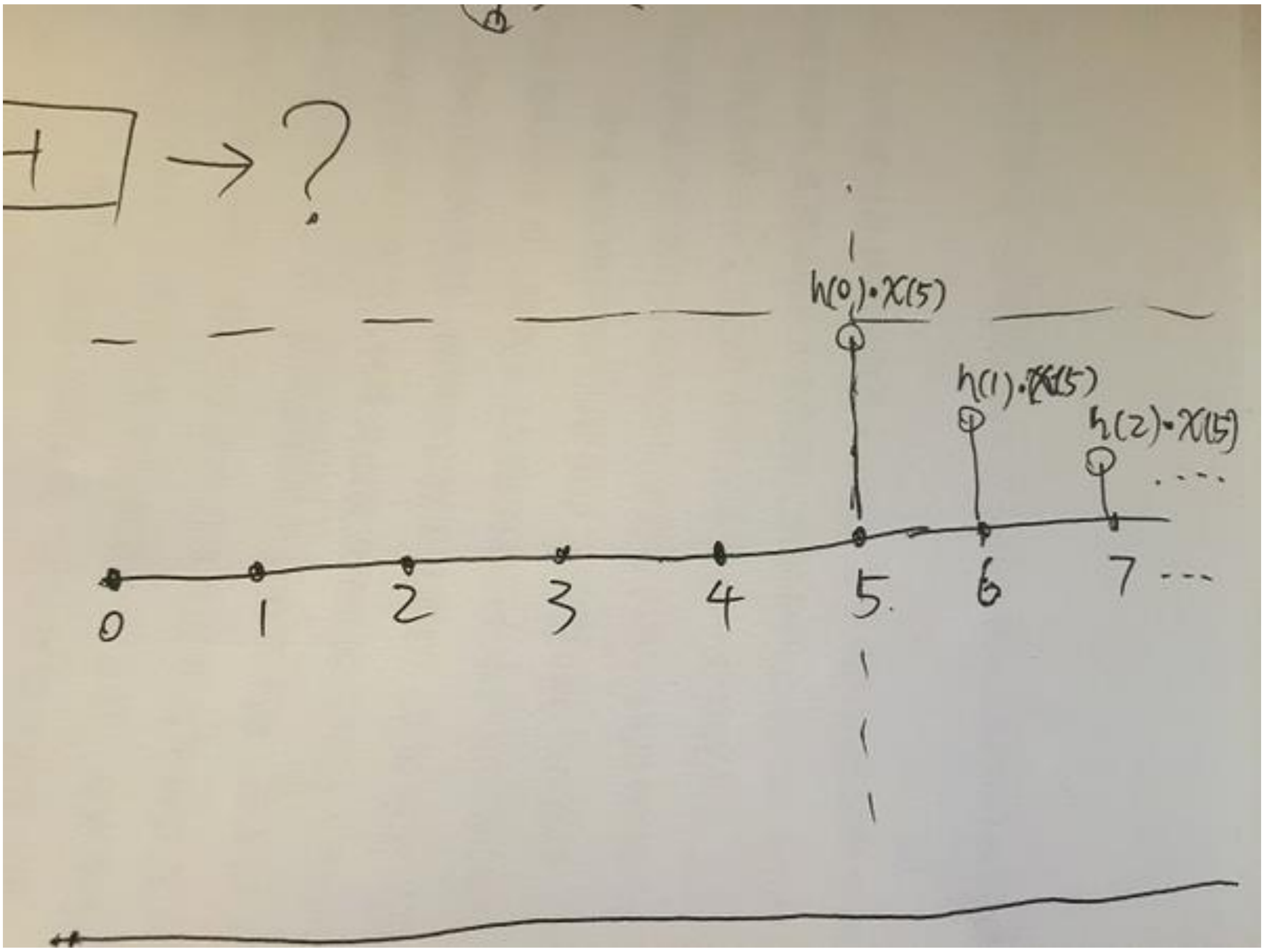
根据前文,我们已经知道这个 x 的输出结果无非就是一堆乘以系数,延迟过的 h 之和,现在要求出 x 所对应的输出 y.先不看前面的,只考虑 y(5)的位置,这个位置的值等于多少呢?



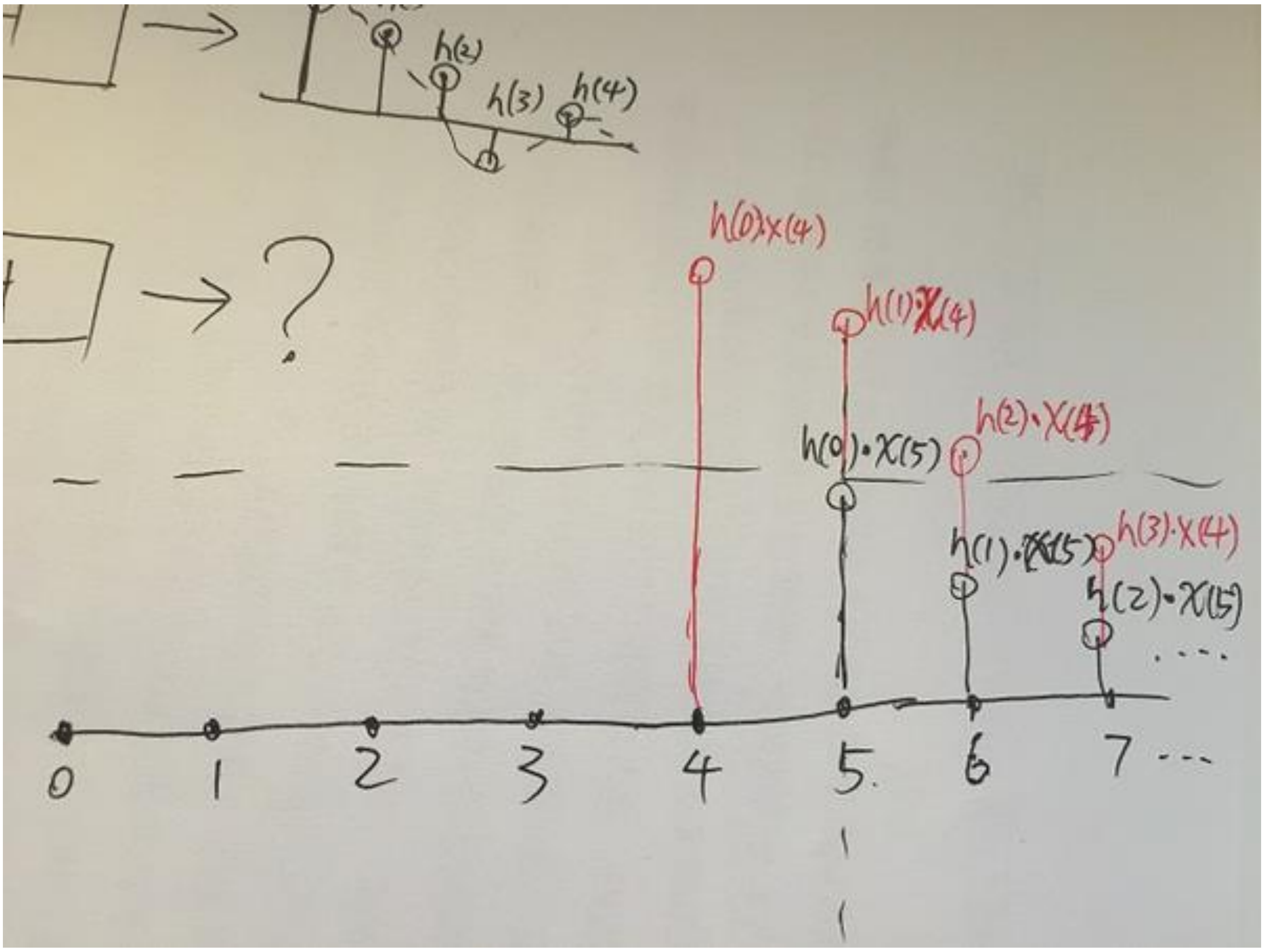
首先,将脉冲响应 h 延迟到 y(5)的位置上:



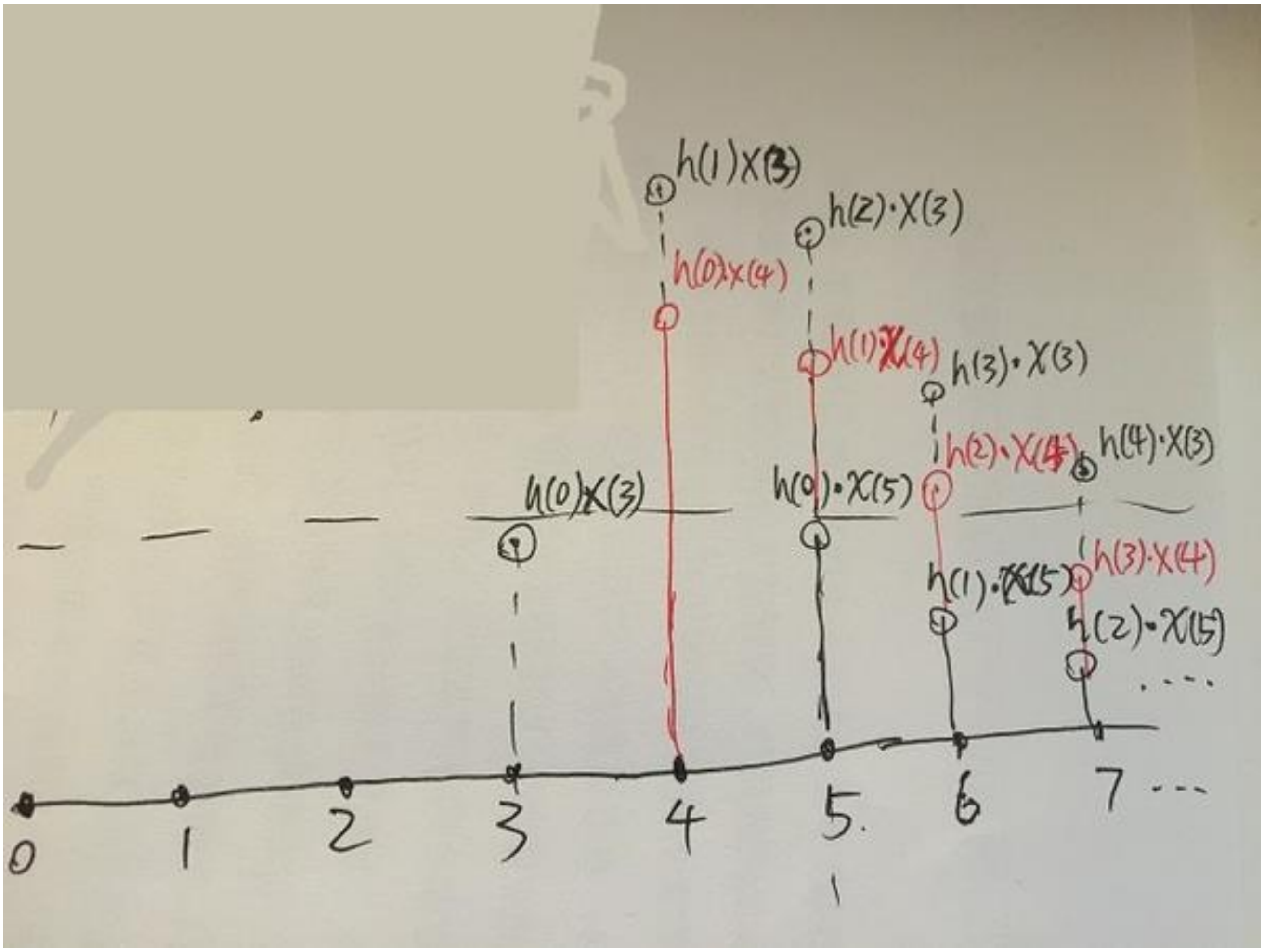
可以看到 y(5)上的 h 已经落座了,但是不要慌,我们光延迟了 h,还没乘系数呢, 那么在 y(5)的位置上 h 的系数为多少呢? 因为 h 是标准化的,最大值为 1,所以在 y(5)的位置上 h 的系数就是 x(5)啊:



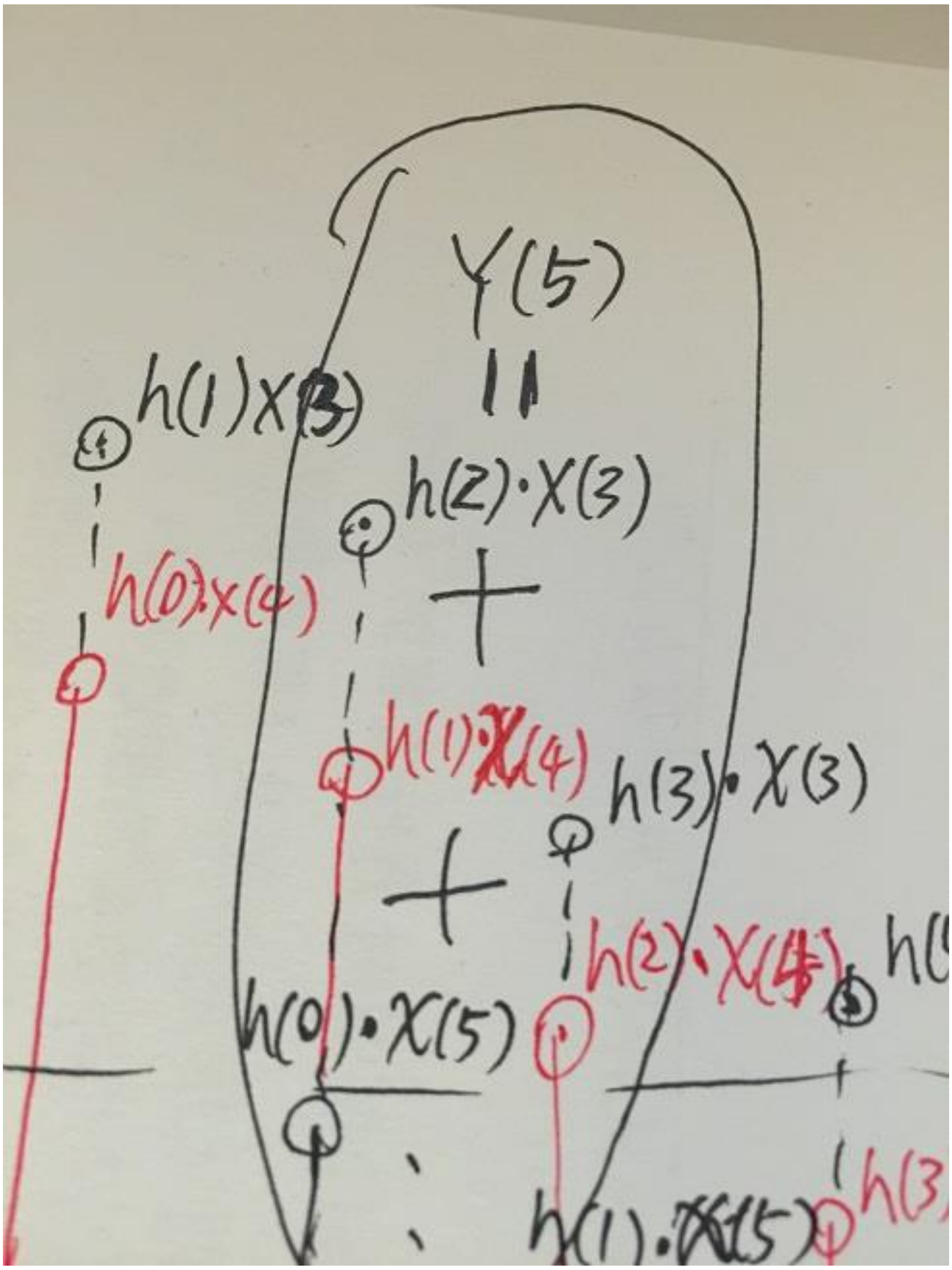
好了,y(5)位置的 y 值就考虑完毕了........吗？ 并没有！ 因为 y(4)的位置上也有一个 h! h 是有长度的！ 所以 h 会"拖到"y(5)的位置上，而且 y(4)上的 h，其系数就是 x(4)。它们要加起来的啊:



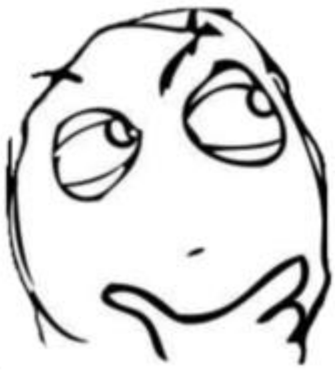
然后呢？还有 y(3)上的 h 呢:



好了,y(2),y(1)上的 h 我就先不画了,咱们就盯着 y(5)看,仔细看:



$$y(5) = h(0) * x(5) + h(1) * x(4) + h(2) * x(3) + ...$$



这式子好像在哪里见过?

再看看卷积的公式:

$$y\left(n\right)=\sum_{m=0}^{M-1}x\left(n-m\right)h\left(m\right)$$

把 n=5 代入看看?

$$y\left(5\right)=\sum_{m=0}^{M-1}x\left(5-m\right)h\left(m\right)$$

再看看刚才那个式子?

$$y(5)=h(0)*x(5)+h(1)*x(4)+h(2)*x(3)+\ldots\ldots$$

TM 原来卷积的式子是这么回事!!!!!! TM 怪不得冲击响应跟原信号一卷儿就对了!!!!

这基本大概就是脉冲响应,卷积,线性时不变系统之间的关系了.

注: 连续脉冲响应,道理上和离散的差不多,拿连续脉冲讲的话一是图不好画,二是比较要命的连续脉冲响应还不是个正常函数,所以使用离散来讲了.