

<https://www.zhihu.com/question/24687047>

个人补充：乘和凸显了两信号间的共性部分，而抑制了差异

[王赞 Maigo](#) 日语、语言、语言文化、机器学习、算法话题优秀回答者

[93 人赞同](#)

我来简洁地解释一下。

1) 首先我们仅考虑实信号。

自相关的直观含义就是：把一个信号平移一段距离，跟原来有多相似。

于是就有了自相关的定义：

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t-\tau) dt$$

它代表了“移、乘、积”这三步操作。

如果只谈自相关，其实到此就可以结束了。

只不过，在信号处理领域中还有一个叫“卷积”的东西，在别的地方（已知线性时不变系统的冲激响应和输入，求响应）有用。

它跟自相关的定义很相似，包含了“卷、移、乘、积”四步操作：

$$(x * y)(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y(\tau-t) dt$$

左边有时也写作 $x(t) * y(t)$ ，表示这个函数是由 $x(t)$ 和 $y(t)$ 卷积而得的，但它的自变量是 τ 。

我们发现卷积比自相关多了一步“卷”的操作，为了去掉这个多余的操作，我们先把原信号自己卷一下，就可以抵消掉卷积中的“卷”操作了。这就是自相关与卷积的关系：

$$R(\tau) = x(t) * x(-t)$$

2) 现在扩展到复数域。

自相关是要刻画一个信号平移后与原始信号的相似性。显然，不平移时应该是最相似的。

我们希望 $x(t)$ 与 $x(t)$ 本身相乘后积分时，各时间点的值能够因叠加而增强。

在实数域上 $x(t)$ 直接自乘没有问题。在复数域上， $x(t)$ 自乘后辐角还是乱的。

如果对其中一个 $x(t)$ 取一下共轭，相乘后辐角就统一变成 0 了，积分时就能够取得叠加增强的效果。

所以在复数域上，自相关是这样的：

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\overline{x(t-\tau)} dt$$

（共轭取在前者还是后者上都可以，取决于作者的习惯）

扩展一下，复数域上线性空间的内积的定义中也有共轭，其动机与此处相同。

“相关”这个运算其实就是一种内积。