http://www.cnblogs.com/BitArt/archive/2012/11/24/2786390.html

一幅图弄清 DFT 与 DTFT,DFS 的关系

Posted on 2012-11-24 21:28 BitArt 阅读(27822) 评论(16) 编辑 收藏

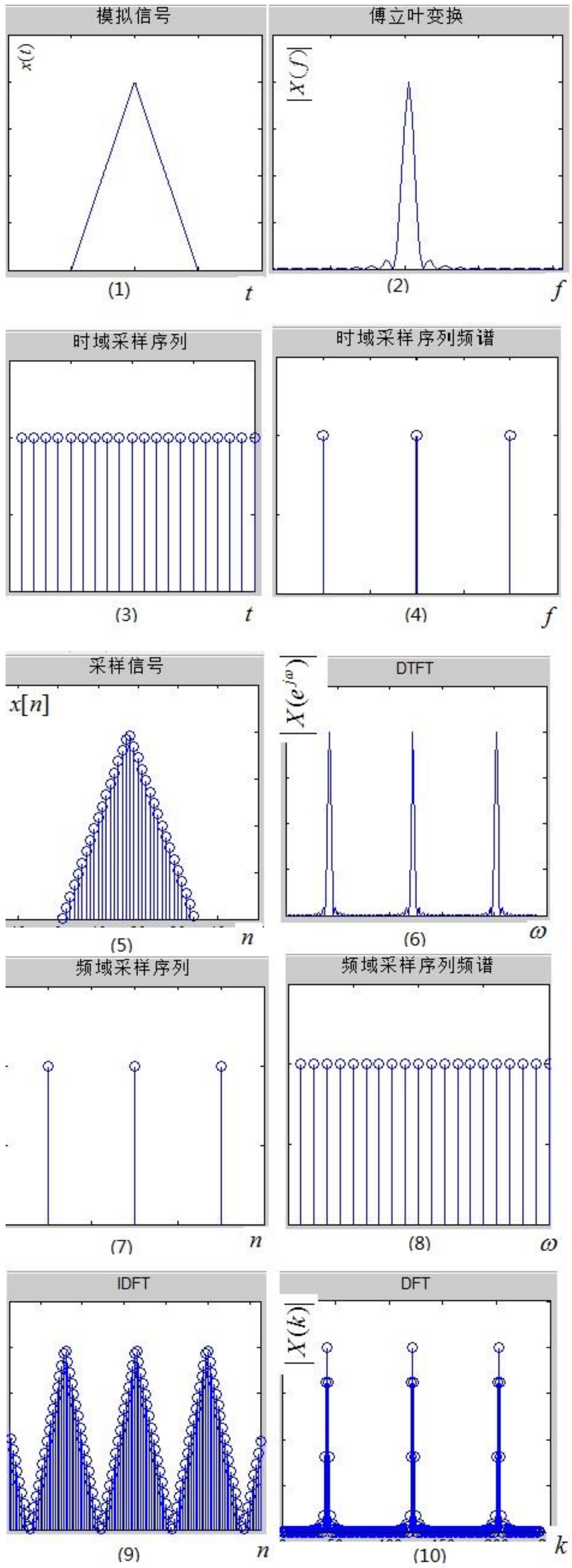
很多同学学习了数字信号处理之后，被里面的几个名词搞的晕头转向，比如 DFT，DTFT，DFS，FFT，FT,FS 等，FT 和 FS 属于信号与系统课程的内容，是对连续时间信号的处理，这里就不过多讨论，只解释一下前四者的关系。

首先说明一下，我不是数字信号处理专家，因此这里只站在学生的角度以最浅显易懂的性质来解释问题，而不涉及到任何公式运算。

学过卷积，我们都知道有时域卷积定理和频域卷积定理，在这里只需要记住两点：1.在一个域的相乘等于另一个域的卷积；2.与脉冲函数的卷积，在每个脉冲的位置上将产生一个波形的镜像。(在任何一本信号与系统课本里，此两条性质有详细公式证明)

下面，就用这两条性质来说明 DFT，DTFT，DFS，FFT 之间的联系：

先看图片：



首先来说图（1）和图（2），对于一个模拟信号，如图(1)所示，要分析它的频率成分，必须变换到频域，这是通过傅立叶变换即 FT(Fourier Transform)得到的，于是有了模拟信号的频谱，如图(2)；注意 1：时域和频域都是连续的！

但是，计算机只能处理数字信号，首先需要将原模拟信号在时域离散化，即在时域对其进行采样，采样脉冲序列如图(3)所示，该采样序列的频谱如图(4)，可见它的频谱也是一系列的脉冲。所谓时域采样，就是在时域对信号进行相乘，(1)×(3)后可以得到离散时间信号 x[n]，如图(5)所示；由前面的性质 1，时域的相乘相当于频域的卷积，那么，图(2)与图(4)进行卷积，根据前面的性质 2 知，会在各个脉冲点处出现镜像，于是得到图(6)，它就是图(5)所示离散时间信号 x[n]的 DTFT(Discrete time Fourier Transform)，即离散时间傅立叶变换，这里强调的是“离散时间”四个字。注意 2：此时时域是离散的，而频域依然是连续的。

经过上面两个步骤，我们得到的信号依然不能被计算机处理，因为频域既连续，又周期。我们自然就想到，既然时域可以采样，为什么频域不能采样呢？这样不就时域与频域都离散化了吗？没错，接下来对频域在进行采样，频域采样信号的频谱如图(8)所示，它的时域波形如图(7)。现在我们进行频域采样，即频域相乘，图(6)×图(8)得到图(10)，那么根据性质 1，这次是频域相乘，时域卷积了吧，图(5)和图(7)卷积得到图(9)，不出所料的，镜像会呈周期性出现在各个脉冲点处。我们取图（10）周期序列的主值区间，并记为 X(k)，它就是序列 x[n]的 DFT(Discrete Fourier Transform)，即离散傅立叶变换。可见，DFT 只是为了计算机处理方便，在频率域对 DTFT 进行的采样并截取主值而已。有人可能疑惑，对图(10)进行 IDFT，回到时域即图(9)，它与原离散信号图(5)所示的 x[n]不同呀，它是 x[n]的周期性延拓！没错，因此你去查找一个 IDFT 的定义式，是不是对 n 的取值区间进行限制了呢？这一限制的含义就是，取该周期延拓序列的主值区间，即可还原 x[n]！

FFT 呢？FFT 的提出完全是为了快速计算 DFT 而已，它的本质就是 DFT！我们常用的信号处理软件 MATLAB 或者 DSP 软件包中，包含的算法都是 FFT 而非 DFT。

DFS,是针对时域周期信号提出的，如果对图(9）所示周期延拓信号进行 DFS，就会得到图(10)，只要截取其主值区间，则与 DFT 是完全的一一对应的精确关系。这点对照 DFS 和 DFT 的定义式也可以轻易的看出。因此 DFS 与 DFT 的本质是一样的，只不过描述的方法不同而已。

不知道经过上面的解释，您是否明白各种 T 的关系了呢？如果您不是算法设计者，其实只要懂得如何使用 FFT 分析频谱即可，博主近期会更新一篇文章，专门介绍如何利用 FFT 分析简单信号的频谱。

其实个人认为，纠结了这么多，就是为了打破现实模拟世界与计算机数字世界的界限呀！