

浙江工业大学 2021/2022 学年 第一学期试卷

课程：复变函数与积分变换 班级：_____

姓名：_____ 学号：_____ 教师姓名：_____

题序	一	二	三	四	五	六	总评
计分							

一、选择填空题 (每题 4 分, 共 40 分)

1. 设 $z = 3 + 4i$, 则 $|z| =$ _____.
2. 设 $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$, $z_2 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$, 则 $\operatorname{Re}(z_1^2 + z_2^3) =$ _____.
3. 设 $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$, $z_2 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$, 则 $\arg(z_1 + z_2) =$ _____.
 A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{7\pi}{12}$ D. $\frac{7\pi}{24}$
4. 设 $z = 3 + 4i$, 则 $\ln e^z =$ _____.
5. 方程 $|z - 3| + |z + i| = 4$ 表示的曲线是_____.
 A. 空集 B. 线段 C. 椭圆 D. 原点
6. 以下表述**错误**的是_____.
 A. $\sin i \neq 0$ B. $\cos i \neq 0$ C. $|\sin i| \leq 1$ D. $|\cos i| \geq 1$
7. 以下对函数 $\ln z$ 的陈述, 错误的是_____.
 A. 是一个单值函数 B. 对一切非零复数都有定义
 C. 对一切非零复数都解析 D. $\ln z^n = n \ln z$ 可能不成立
8. 函数 $\frac{1}{z^2 + 2z - 15}$ 沿曲线_____的积分不为零.
 A. $|z| = 1$ B. $|z| = 2$ C. $|z| = 4$ D. $|z| = 8$
9. 对函数 $\frac{z}{\sin z}$ 在扩充复平面上的奇点描述, 错误的是_____.
 A. 一切奇点都是孤立的 B. 有可去奇点 C. 有极点 D. 没有本性奇点
10. 以下函数, _____在定义域上是调和函数.
 A. $x^2 + y^2$ B. $\ln(x^2 + y^2)$ C. e^{xy} D. $\cos xy$

二、(10 分) 设 $u_1(x, y) = x^2 + y^2$, $u_2(x, y) = x^2 - y^2$. 是否存在解析函数 $f(z)$, 使得其实部为 $u_1(x, y)$ 或 $u_2(x, y)$, 如存在, 求出满足 $f(0) = 0$ 的 $f(z)$, 如不存在, 说明理由.

三、(10 分) 利用留数定理计算下面的积分

$$\int_0^{2\pi} \frac{dt}{13 - 5 \cos t}.$$

四、(10 分) 计算函数 $\frac{1}{x^2 + 2x + 10}$ 的 Fourier 变换.

五、(10 分) 利用积分变换, 求解微分方程的初值问题

$$x''(t) + 3x'(t) + 2x(t) = e^{-t}, x(0) = 2, x'(0) = 1.$$

六、(7 分) 求积分

$$\oint_{|z|=2} \frac{1 - \cos z}{z^2} dz.$$

七、(13 分) 设 $h(z) = \frac{1}{\sin z} - \frac{1}{z} + \frac{2z}{z^2 - \pi^2}$.

(1) (6 分) 判断 0 和 $\pm\pi$ 作为 $h(z)$ 的奇点类型.

(2) (7 分) 求出 $h(z)$ 在原点去心领域上的 Laurent 级数 (求出至少三项的系数), 并指出该级数的收敛范围.