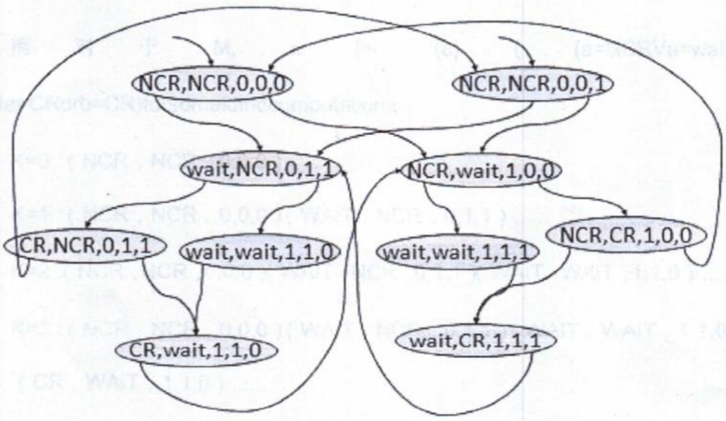
姓名:王立敏

学号: 2017E801866153

Q1：给定 Kripke 结构如下(其中标号函数符合状态显示的内容)。

用限界语义证明(a)不成立并说明(b)成立。



(a) M |= ((a=NCR ∨a=wait) U a=CR)

(b) M |= ((a=NCR ∨a=wait) U (a=CR or b=CR))

A1:

必须对照

M,π|=$_k$(a)((a=NCR V a=wait) U a=CR)for some k and computation π 课件上的方法

和例子来证明

K=0 :(NCR , NCR , 0,0,0) ......

K=1 :(NCR , NCR , 0,0,0)(WAIT , NCR , 0,1,1) ......

K=2 :(NCR ,NCR ,0,0,0)(WAIT ,NCR ,0,1,1)(WAIT ,WAIT ,1,1,0).......

K=3 :(NCR , NCR , 0,0,0)(WAIT , NCR , 0,1,1)(WAIT , WAIT , 1,1,0)

(CR , WAIT , 1,1,0) ......

K=4 : (NCR , NCR , 0,0,0) (WAIT , NCR , 0,1,1) (WAIT , WAIT , 1,1,0)

(CR , WAIT , 1,1,0) (NCR , wait , 1,0,0) ......

K=3 时，没有循环，因此它不能在那里终止

而对于 M, π |=k (a) ((a=NCRVa=wait) Ua=CRorb=CR)forsomekandcomputationπ

K=0 : (NCR , NCR , 0,0,0) ......

K=1 : (NCR , NCR , 0,0,0) (WAIT , NCR , 0,1,1) ......

K=2 :(NCR ,NCR ,0,0,0)(WAIT ,NCR ,0,1,1)(WAIT ,WAIT ,1,1,0)......

K=3 : (NCR , NCR , 0,0,0) (WAIT , NCR , 0,1,1) (WAIT , WAIT , 1,1,0)

(CR , WAIT , 1,1,0) ......

K=4 : (NCR , NCR , 0,0,0) (WAIT , NCR , 0,1,1) (WAIT , WAIT , 1,1,0)

(CR , WAIT , 1,1,0) (NCR , wait , 1,0,0) ......

K=5 : (NCR , NCR , 0,0,0) (WAIT , NCR , 0,1,1) (WAIT , WAIT , 1,1,0)

(CR , WAIT , 1,1,0)(NCR , wait , 1,0,0)(WAIT , WAIT , 1,1,1)......

K=6 : (NCR , NCR , 0,0,0) (WAIT , NCR , 0,1,1) (WAIT , WAIT , 1,1,0)

(CR , WAIT , 1,1,0) (NCR , wait , 1,0,0) (WAIT , WAIT , 1,1,1)

(WAIT , CR , 1,1,1) ......

K=7 : (NCR , NCR , 0,0,0) (WAIT , NCR , 0,1,1) (WAIT , WAIT , 1,1,0)

(CR , WAIT , 1,1,0) (NCR , wait , 1,0,0) (WAIT , WAIT , 1,1,1)

(WAIT , CR , 1,1,1) (NCR , NCR , 0,0,0) ......

K=7 时又开始循环进入 K=0 时的状态，因为它没有在¬(a=CR or b=CR)时停止，因此可以说明

M, |=k (a) ((a=NCR V a=wait) U a=CR or b=CR)是正确的

似乎应该照课件上的方法来说明，离开了方法，这样的说理不管是否有道理，从做习题的角度肯定是不对的

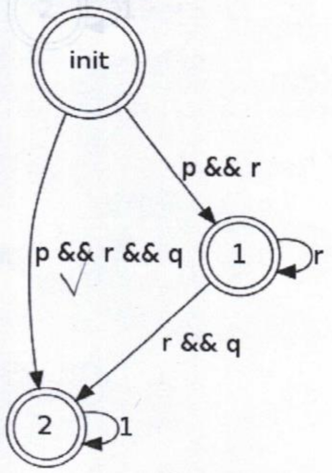
Q2 :(a) 构造与公式 (p∧(q R r)) 等价的自动机。

(b) 构造与公式 (p∨(q U r)) 等价的自动机。

A2 :

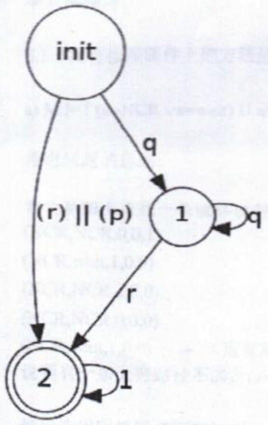
其中&&等价于∧，||等价于 V

a.



图是对的，但
最好根据课件中
的方法做一遍，熟练一下
方法。

b.



图是对的.

第八周练习：

8.1 没有按照课件上的方法进行解答。参考如下。

a) $M \models ((a=NCR \vee a=wait)\ U\ a=CR)$

考虑问题的思路:

首先从图上查找一条能够说明 $M \models ((a=NCR \vee a=wait)\ U\ a=CR)$不成立的路径。
(NCR,NCR,0,0,1)
(NCR,wait,1,0,0)
(NCR,NCR,1,0,0)
(NCR,NCR,0,0,0)
(NCR,wait,1,0,0) -- （重复第二个状态）
说明有一条无穷路径不满足$(a=NCR \vee a=wait)\ U\ a=CR)$。

然后应用限界语义证明如下:

$M \models ((a=NCR \vee a=wait)\ U\ a=CR)$不成立，当且仅当
$M \models^E \neg((a=NCR \vee a=wait)\ U\ a=CR)$成立，当且仅当
存在 k 和以初始状态为起点 k 路径π使得 $M, \pi \models_k \neg((a=NCR \vee a=wait)\ U\ a=CR)$，即
$M, \pi \models_k (\neg (a=NCR \vee a=wait)\ R\ a\neq CR)$，即
$M, \pi \models_k G(a\neq CR) \vee (a\neq CR\ U\ (a\neq CR \wedge \neg (a=NCR \vee a=wait)))$

1. k=0.
   检查所有以初始状态为起点的 0-路径
   (NCR,NCR,0,0,0),….
   不存在以初始状态为起点的 0 路径π使得
   $M, \pi \models_k G(a\neq CR) \vee (a\neq CR\ U\ (a\neq CR \wedge \neg (a=NCR \vee a=wait)))$
2. k=1.
   检查所有以初始状态为起点的 1-路径
   (NCR,NCR,0,0,0)(wait,NCR,0,1,1),….
   不存在以初始状态为起点的 1 路径π使得
   $M, \pi \models_k G(a\neq CR) \vee (a\neq CR\ U\ (a\neq CR \wedge \neg (a=NCR \vee a=wait)))$
3. k=2.
   检查所有以初始状态为起点的 2-路径
   (NCR,NCR,0,0,0)(wait,NCR,0,1,1) (wait, wait,1,1,0),….
   不存在以初始状态为起点的 2 路径π使得
   $M, \pi \models_k G(a\neq CR) \vee (a\neq CR\ U\ (a\neq CR \wedge \neg (a=NCR \vee a=wait)))$
4. k=3.
   检查所有以初始状态为起点的 3-路径
   (NCR,NCR,0,0,0)(wait,NCR,0,1,1) (wait,wait,1,1,0) (wait,wait,1,1,0),….
   设π=(NCR,NCR,0,0,1)(NCR,wait,1,0,0)(NCR,NCR,1,0,0)(NCR,NCR,0,0,0)。即前面找到的路径
   则根据限界语义我们有 $M, \pi \models_k G(a\neq CR) \vee (a\neq CR\ U\ (a\neq CR \wedge \neg (a=NCR \vee a=wait)))$
   因而证明了 $M \models ((a=NCR \vee a=wait)\ U\ a=CR)$不成立

b) M $\models$ ((a=NCR $\vee$a=wait) U (a=CR $\vee$ b=CR))

从图上看这个是成立的。因而没法找到反例。作为限界语义的应用，可以说明如下：

设 ϕ = (a=NCR $\vee$a=wait) U (a=CR $\vee$ b=CR)。

M $\models \phi$
当且仅当
对所有 k 和以初始状态为起点 k 路径π都没有 M, $\pi \models_k \neg$((a=NCR $\vee$a=wait) U a=CR)
当且仅当
对所有 k<=$|M| x 2^{|\phi|}$和以初始状态为起点 k 路径π都没有 M, $\pi \models_k \neg$((a=NCR $\vee$a=wait) U a=CR)。

应用限界语义和对 k 路径的枚举可证明
对所有 k=0，1，2，。。。， $|M| x 2^{|\phi|}$和
以初始状态为起点 k 路径π都没有 M, $\pi \models_k \neg$((a=NCR $\vee$a=wait) U a=CR)。
因而 M $\models$ ((a=NCR $\vee$a=wait) U (a=CR $\vee$ b=CR))。

8.2

所画的两个图是对的。最好进一步对照课件中的方法进行构造。
按照课件上的方法可分别构造与公式 (p$\wedge$(q R r))和公式 (p$\wedge$(q R r))等价的 GBA 如下。