

第二次作业 2017 年 10 月 12 日

注：本次作业必须在 2017 年 10 月 19 日上课前交。

1. 设依次从如下四个独立的正态分布的总体 $N(a-b+c, \sigma^2)$, $N(b-c, \sigma^2)$,

$N(a+b-c, \sigma^2)$, $N(c-b, \sigma^2)$ 中抽出样本 y_1, y_2, y_3, y_4 :

1) 请给出以 y_1, y_2, y_3, y_4 为观测值的等价线性模型及设计矩阵 X 。

2) 试判断 $a+b$, $2a-b+3c$ 是否可估。

2. 为了估计参数 θ 和 φ , 可能得到三种类型的观测数据:

I. 第一种类型具有期望 θ ; II. 第二种类型具有期望 $\theta + \varphi$; III. 第三种类型具有期望 $\theta - 2\varphi$ 。所有观测值的误差都不相关, 均值为零, 方差相同。现得到 2 个类型 I 的观测值 y_{11}, y_{12} , 2 个类型 II 的观测值 y_{21}, y_{22} , 1 个类型 III 的观测值 y_3 。

1). 写出等价的线性模型;

2). 求 θ 和 φ 的 LS 估计 $\hat{\theta}$ 和 $\hat{\varphi}$;

3). 证明: $\hat{\theta}$ 和 $\hat{\varphi}$ 不相关。

3. 设 $y_i = \beta x_i + \varepsilon_i, i=1,2$ 。其中 ε_1 与 ε_2 为零均值不相关的随机误差, $E\varepsilon_1^2 = \sigma^2$,

$E\varepsilon_2^2 = 2\sigma^2$ 。求 β 的 GLS 估计以及 σ^2 的估计。