姓名：王立敏
学号：2017E8018661153

Q1:

设 $B = (\{x, y, n, a\}, \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, 0, 1, 2, 3, +, -, *\}, \{<, =, >\})$
给定迁移系统 (T, Θ)，其中 Θ 为 $a = s_0$ 且 T 为以下迁移：

$a = s_0$	$\longrightarrow$	$(x, y, a) := (0, 0, s_1)$
$a = s_1 \wedge x < n$	$\longrightarrow$	$(a) := (s_2)$
$a = s_2$	$\longrightarrow$	$(y, x, a) := (y + x * (x + 1), x + 1, s_1)$
$a = s_1 \wedge \neg(x < n)$	$\longrightarrow$	$(a) := (s_3)$
$a = s_3$	$\longrightarrow$	$(y, a) := (3 * y, s_4)$

给定 I 为 B 在整数上的正常解释。

计算最弱宽松前断言 wlp(T,a=s4)即[T](a=s4)
并证明 (a=s3)→X(a=s4)。

A1:

(1)

t1:a=s0

t2:a=s1∧x<n

t3:a=s2

t4:a=s1∧¬(x<n)

t5:a=s3

[t1](a=s4)　　　a=s0->(s1=s4)

[t2](a=s4)　　　a= s1∧x<n ->(s2=s4)

[t3](a=s4)　　　a=s2->(s1=s4)

$[t4](a=s4) \qquad a=s1 \wedge \neg(x<n) \rightarrow (s3=s4)$

$[t5](a=s4) \quad a=s3 \rightarrow (s4=s4)$

$[T](a=s4)=$ $[t1](a=s4) \wedge [t2](a=s4) \wedge [t3](a=s4) \wedge [t4](a=s4) \wedge [t5](a=s4) =$

$a=s0 \rightarrow (s1=s4) \qquad \wedge$

$a= s1 \wedge x<n \rightarrow (s2=s4) \qquad \wedge$

$a=s2 \rightarrow (s1=s4) \qquad \wedge$

$a=s1 \wedge \neg(x<n) \rightarrow (s3=s4) \quad \wedge$

$a=s3 \rightarrow (s4=s4)$

(2)

$[T^+]\varphi \equiv [T]\varphi \wedge (E(T) \vee \varphi)$

$E(T)= (a=s0 \vee (a=s1 \wedge x<n) \vee a=s2 \vee (a=s1 \wedge \neg(x<n)) \vee a=s3)$

$\varphi= (a=s4)$

原式$=[T]\varphi \wedge (a=s0 \vee (a=s1 \wedge x<n) \vee a=s2 \vee (a=s1 \wedge \neg(x<n)) \vee a=s3 \vee a=s4)$

$=[T]\varphi \quad \wedge \quad (s1=s4 \vee s2=s4 \vee s3=s4 \vee s4=s4)$

上面部分，暂时不知道应该怎么化简能得到下面的式子

$a=s3 \rightarrow [T^+](a=s4)$

可得，$s3 \rightarrow X(a=s4)$

Q2:

设 $B = (\{x, y, n, a\}, \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, 0, 1, 2, 3, +, -, *\}, \{<, =, >\})$
给定迁移系统 (T, Θ)，其中 Θ 为 $a = s_0$ 且 T 为以下迁移：

$a = s_0$	$\longrightarrow$	$(x, y, a) := (0, 0, s_1)$
$a = s_1 \wedge x < n$	$\longrightarrow$	$(a) := (s_2)$
$a = s_2$	$\longrightarrow$	$(y, x, a) := (y + x * (x + 1), x + 1, s_1)$
$a = s_1 \wedge \neg(x < n)$	$\longrightarrow$	$(a) := (s_3)$
$a = s_3$	$\longrightarrow$	$(y, a) := (3 * y, s_4)$

给定 I 为 B 在整数上的正常解释。证明以下命题成立：

(1)	$(T, \Theta) \vdash_I n \geq 0 \rightarrow \mathsf{G}(a = s_4 \rightarrow y = n * n * n - n)$
(2)	$(T, \Theta) \vdash_I n \geq 0 \rightarrow \mathsf{F}(a = s_4)$

A2:

(1)

ϕ ⇒ φ′

φ′ ⇒[T] φ′

φ′ ⇒ φ

ϕ ⇒Gφ

选用上述证明规则

通过证明 (T,θ) |- n>=0∧a=s0 =>G(a=s4 ->y=n*n*n-n)

然后推导得到我们想要的结果，即下面的（4）

（1）(T,θ) |- n>=0∧a=s0 =>G(a=s4 ->y=n*n*n-n)

（2）(T,θ) |- n>=0∧a=s0 ->G(a=s4 ->y=n*n*n-n)　　　（1）推得

（3）(T,θ)|- a=s0　　　θ即为 a=s0

（4）(T,θ) |- n>=0 =>G(a=s4 ->y=n*n*n-n)　　　(2)(3)

为了证明 (T,θ) |- n>=0∧a=s0 =>G(a=s4 ->y=n*n*n-n)

对于证明规则，我们给出以下参数即可

ϕ=(a=s0 ∧ n>=0)

φ’ =(a = s0 ∧ n >=0) ∨

(a = s1 ∧ 3 ∗ y = (x ∗ x ∗ x − x) ∧ x <= n)∨

(a = s2 ∧ 3 ∗ y = (x ∗ x ∗ x − x) ∧ x < n)∨

(a = s3 ∧ 3 ∗ y = (x ∗ x ∗ x − x) ∧ x = n)∨

(a = s4 ∧ y = (n ∗ n ∗ n −n))

φ= (a = s4 → y = (n ∗ n ∗ n −n))

(2)

ϕ ⇒(ψ∨φ)

φ ⇒(w(t/x) ∧(E(T) ∨ψ)

(φ∧t=v) ⇒ [T](ψ∨(φ∧t<v))

ϕ ⇒Fψ