姓名:王立敏

学号:2017E8018661153

Q1：应用语义证明 G(p→Xp)→(p→Gp) 成立，

解释为什么这个蕴涵关系反过来是不成立的。

A1：

Xp 表示 p 在此刻成立，如果 p 在下一个时刻成立　　Xp表示p在下一时刻成立

p->Xp 表示若 p 成立则 Xp 成立，即若 p 成立则 p 在下一个时刻也成立

G(p→Xp)表示在任意时刻，若 p 成立则 p 的上一个时刻和当前时刻及下一个时刻成立

在

时刻 1　2　3　4　5　6

p　p　p　p　p　p

∵ G（p->Xp）表示在任意时刻若 p 成立，则在 Xp 的作用下，当前时刻，下一个时刻~~以及上一个时刻~~的 p 都成立。

∴无论我们取什么时刻的 p 点成立，都能使所有时刻的 p 点都成立，例如我们选择时刻 3 的 p 点成立，则它的上一个时刻 2 和下一个时刻 4 的 p 点都成立，同理时刻 1 和时刻 5 的 p 点也成立，最终可得任意时刻的 p 点都成立。　　不太对

Q2：应用推理系统证明以下等价关系：

X(pvq) ↔ (XpvXq)

A2：

自左向右

对的. —

1.	X(pvq)	AS1
2.	X(pvq)->X(¬p->q)	AX ?
3.	X(¬p->q)	AX+AS1+2+MP
4.	X(¬p->q) -> X(¬p) -> X(q)	A8+3 + MP
5.	X(¬p) -> X(q)	3+4+AX+MP
6.	(X(¬p) -> X(q))-> ¬ X(¬p) v X(q)	5+AX+MP ～ 由AX即得
7.	¬ X(¬p) v X(q)	5+6+~~AX~~+MP
8.	¬X(p)	AS2
9.	¬ X(¬p), ¬X(p)-> ¬X(¬p)	8+AX+MP
10.	¬ X(¬p), ¬X(p)-> ¬X(p)	8+AX+MP
11.	¬X(p)->X(¬p)	A7
12.	¬ X(¬p), ¬X(p)-> X(¬p)	10+11+AX+MP
13.	¬ X(¬p)->X(p)	9+12+AX+MP
14.	¬ X(¬p)->X(p) V X(q)	13+AX+MP
15.	X(q)	AS3
16.	X(q)->X(p) V X(q)	15+AX+MP
17.	¬ X(¬p) V X(q)->X(p) V X(q)	14+16+AX+MP
18.	X(pvq) -> (XpvXq)	1+2+4+6+17+AX+MP

但是结束讨论需要几步才能得到.

引入 AS2, AS3 但是未有说到这两个条件怎么消去的.

自右向左

Q3：用 PLTL 写下信号灯变化的规范：
信号灯依次序绿红黄变化，每个状态有且只有一个信号，初始信号为黄色，黄色只停留一个状态，红绿色可以连续在多个状态上成立。

A3：

绿红黄

G(¬(a.red∧a.green))
G(¬(a.red∧a.yellow))
G(¬(a.yellow∧a.green))

G(a.green → (a.green U a.red))
G(a.red → (a.red U a.yellow))
G(a.yellow → (a.yellow U a.green))

a. yellow
a. green
a. red

练习题只需要描述一个信号灯的问题。

这里描述2个，但有些规律没写清楚。

G(¬(b.red∧b.green))
G(¬(b.red∧b.yellow))
G(¬(b.yellow∧b.green))

G(b.green → (b.green U b.red))
G(b.red → (b.red U b.yellow))
G(b.yellow → (b.yellow U b.green))

b. yellow
b. green
b. red

G(¬(b.green∧a.green))
G(¬(b.red∧a.red))

第七周练习：

7.1

a)

a.1)

证明 $G(p\rightarrow Xp)\rightarrow(p\rightarrow Gp)$,

即证明对所有<S, ζ,L> ,我们有 $\zeta \models G(p\rightarrow Xp)\rightarrow(p\rightarrow Gp)$

假定(1) $\zeta \models G(p\rightarrow Xp)$ 且 (2) $\zeta \models p$

需要证明 $\zeta \models Gp$, 即对所有 $k\geq 0$, $\zeta^k \models p$

由(1) 可得对所有 $k\geq 0$, $\zeta^k \models p$ 则 $\zeta^{k+1} \models p$

由(2) 可得 $\zeta^0 \models p$, 由归纳法可得对所有 $k\geq 0$, $\zeta^k \models p$，因而命题得证。

a.2)

证明$(p\rightarrow Gp) \rightarrow G(p\rightarrow Xp)$不成立，只需举一个反例。

需要证明存在<S, ζ,L> ,我们有 $\zeta \not\models (p\rightarrow Gp) \rightarrow G(p\rightarrow Xp)$

即 $\zeta \models (p\rightarrow Gp)$成立且 $\zeta \models G(p\rightarrow Xp)$不成立

选取<S, ζ,L>使得 $L(\zeta_0)=\{\}$, $L(\zeta_1)=\{p\}$, $L(\zeta_2)=\{\}$,

则有 $\zeta \models (p\rightarrow Gp)$成立且 $\zeta \models G(p\rightarrow Xp)$不成立,

因此$(p\rightarrow Gp) \rightarrow G(p\rightarrow Xp)$不成立.

b)

应用推理系统证明 $X(p\vee q) \leftrightarrow (Xp\vee Xq)$，那么每一步需要有根据。

先证明 $X(p\vee q) \rightarrow (Xp\vee Xq)$

• 1。$X(p\vee q)$	AS
• 2。$p\vee q\rightarrow \neg p\rightarrow q$	AX
• 3。$G(p\vee q\rightarrow \neg p\rightarrow q)$	2+G
• 4。$X(p\vee q\rightarrow \neg p\rightarrow q)$	3+A4+MP
• 5。$X(p\vee q)\rightarrow X(\neg p\rightarrow q)$	4+A8+MP
• 6。$X(\neg p\rightarrow q)$	1+5+MP
• 7。$X\neg p\rightarrow Xq$	6+A8+MP
• 8。$X\neg p\leftrightarrow \neg Xp$	A7
• 9。$(X\neg p\leftrightarrow \neg Xp)\rightarrow(X\neg p\rightarrow Xq)\rightarrow (Xp\vee Xq)$	AX
• 10。$Xp\vee Xq$	9+8+7+MP

所以我们有 $X(p\vee q) \rightarrow (Xp\vee Xq)$。

类似地，可以证明$(Xp\vee Xq)\rightarrow X(p\vee q)$ 。

7.2

用命题 yellow,red,green 分别表示交通灯的黄红绿色。所述规范的公式为:

yellow ∧ G(¬(yellow∧green)) ∧ G(¬(green∧red)) ∧ G(¬(red∧yellow)) ∧
G(yellow→Xgreen) ∧ G(green → (green U red)) ∧ G(red → (red U yellow))

其组成部分分别表示初始状态、不同灯的两两互斥、灯的变化规律。