强化学习及其应用

Reinforcement Learning and Its Applications

第二章 动态规划方法

Dynamic Programming Methods

授课人：周晓飞
zhouxiaofei@iie.ac.cn
2018-6-25

第二章 动态规划方法

2.1 Bellman 公式

2.2 Bellman 最优方程

2.3 动态规划法

2.4 值迭代方法

第二章 动态规划方法

2.1 Bellman 公式

2.2 Bellman 最优方程

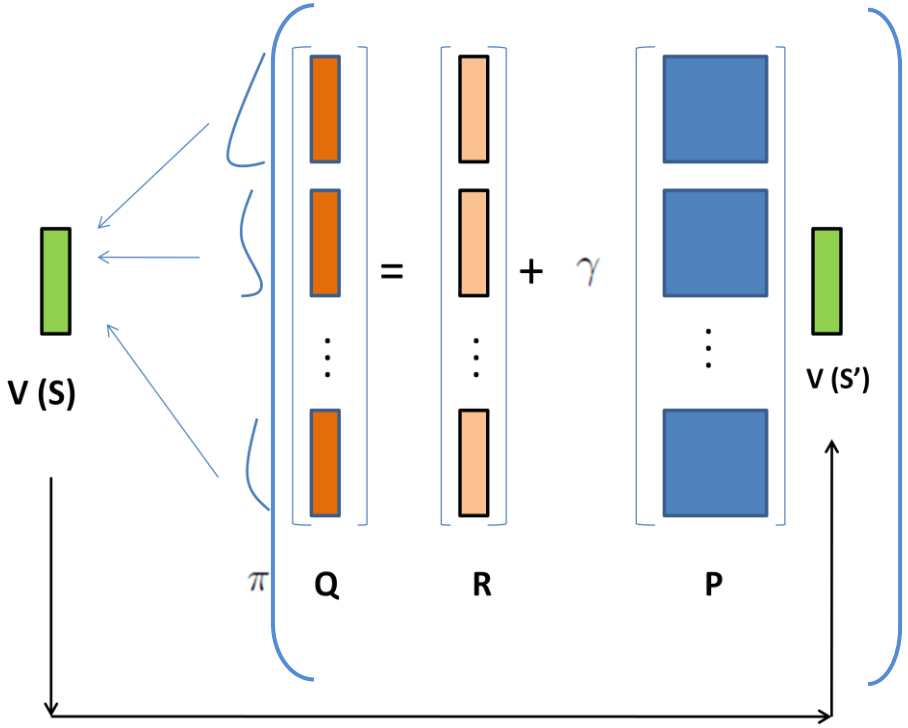
2.3 动态规划法

2.4 值迭代方法

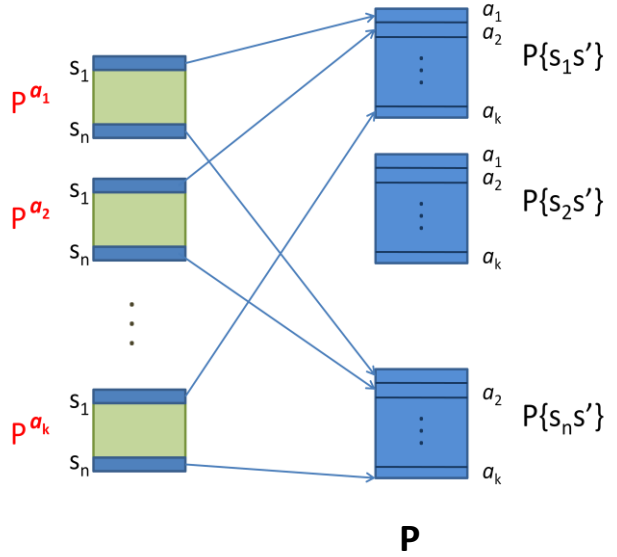
Bellman 公式

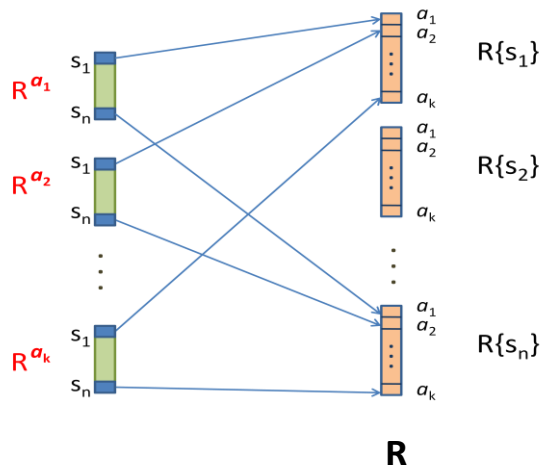
Bellman Expectation Equation for V

$$v_\pi(s) = \sum_{a \in \mathcal{A}} \pi(a|s) \left(\mathcal{R}_s^a + \gamma \sum_{s' \in \mathcal{S}} \mathcal{P}_{ss'}^a v_\pi(s') \right)$$



其中，



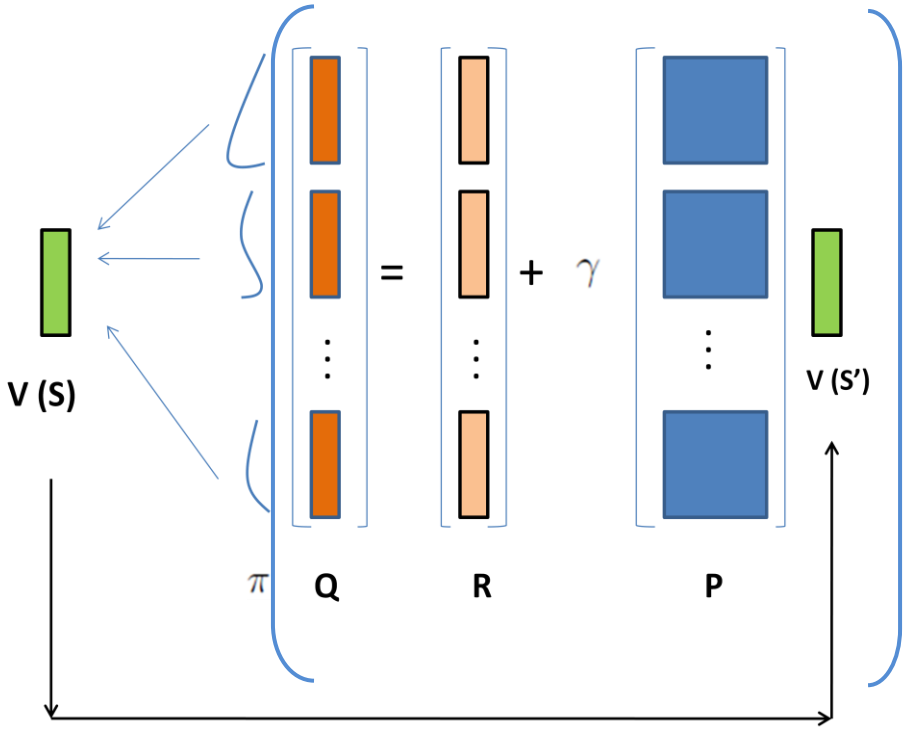


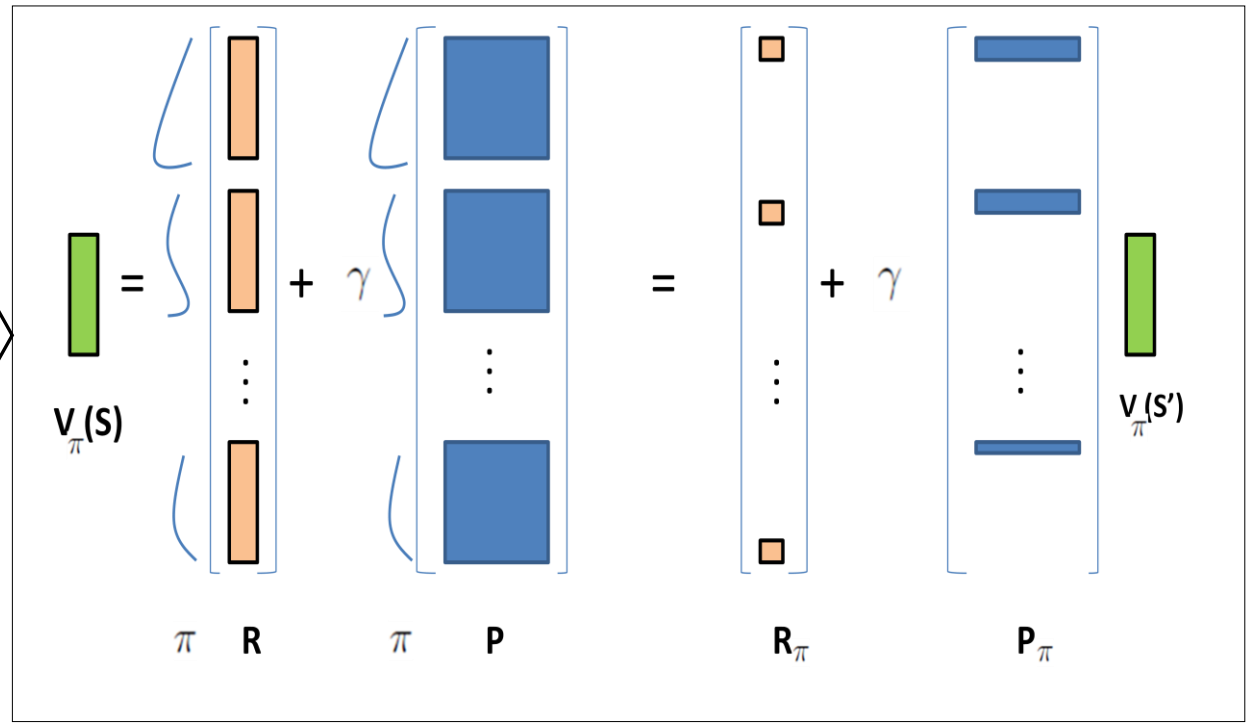
Bellman 公式

Bellman Expectation Equation for V

$$v_\pi(s) = \sum_{a \in \mathcal{A}} \pi(a|s) \left(\mathcal{R}_s^a + \gamma \sum_{s' \in \mathcal{S}} \mathcal{P}_{ss'}^a v_\pi(s') \right)$$

$$v_\pi = \mathcal{R}^\pi + \gamma \mathcal{P}^\pi v_\pi$$





第二章 动态规划方法

2.1 Bellman 公式

2.2 Bellman 最优方程

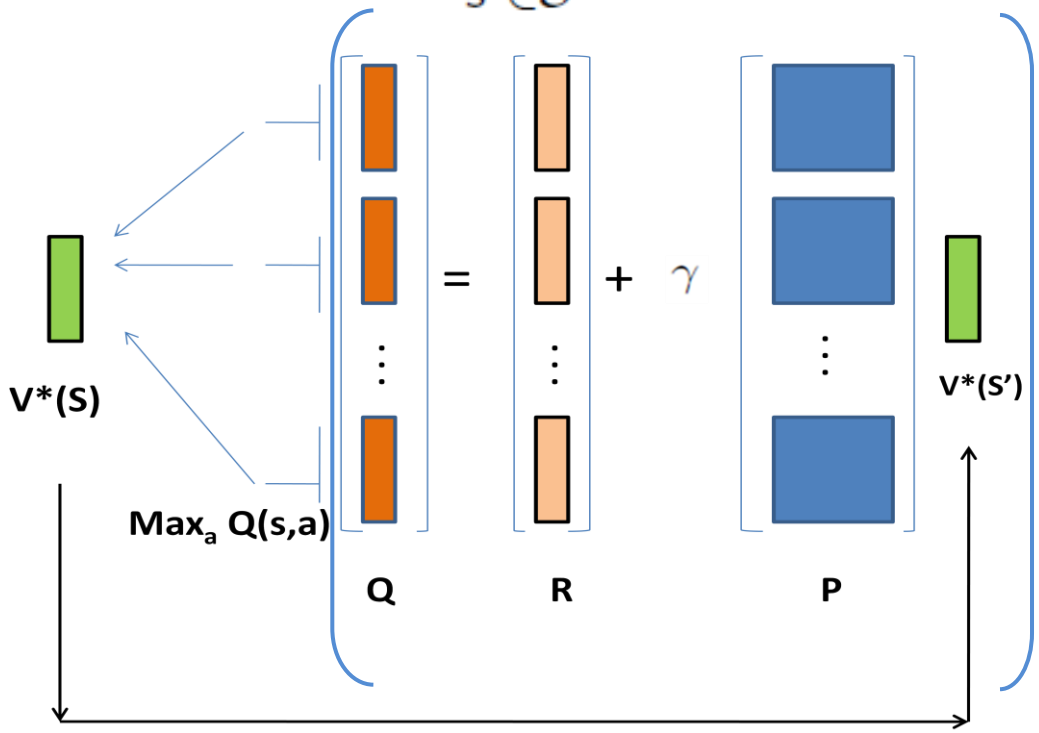
2.3 动态规划法

2.4 值迭代方法

Bellman 最优方程

Bellman Optimality Equation for v_*

$$v_*(s) = \max_a \mathcal{R}_s^a + \gamma \sum_{s' \in \mathcal{S}} \mathcal{P}_{ss'}^a v_*(s')$$



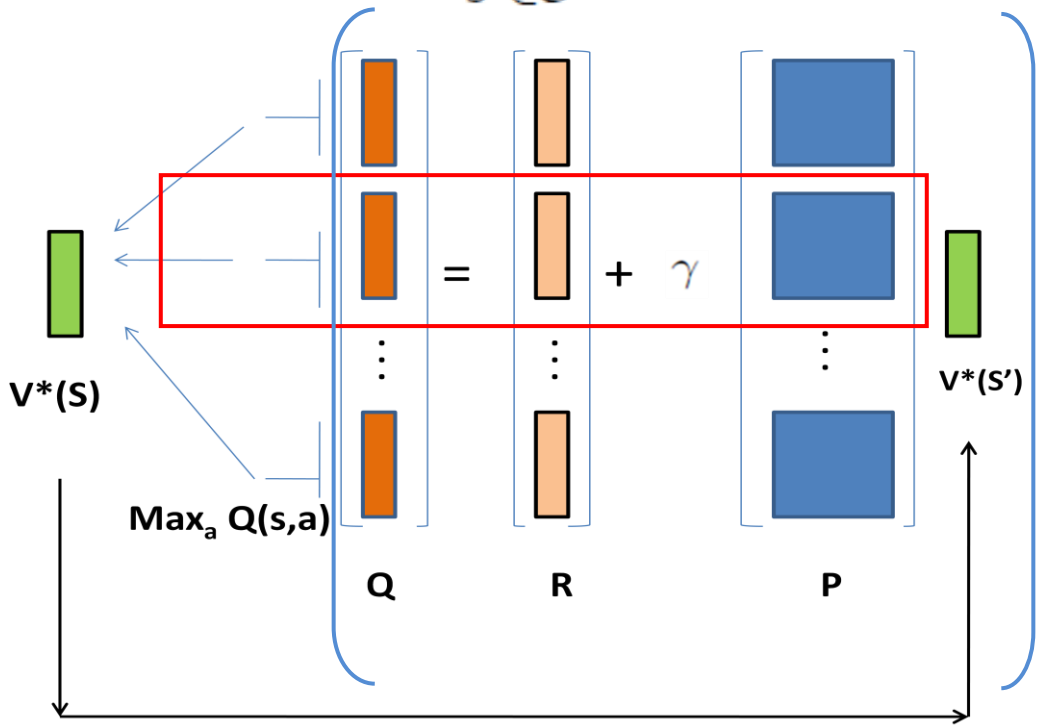
Policy Improvement

$$\pi'(s) = \operatorname*{argmax}_{a \in \mathcal{A}} q_\pi(s, a)$$

Bellman 最优方程

- **Bellman Optimality Equation for v_***

$$v_*(s) = \max_a \mathcal{R}_s^a + \gamma \sum_{s' \in \mathcal{S}} \mathcal{P}_{ss'}^a v_*(s')$$



$$v(S) \leftarrow \max_{a \in \mathcal{A}} \left(\mathcal{R}_S^a + \gamma \sum_{s' \in \mathcal{S}} \mathcal{P}_{S\,s'}^a v(s') \right)$$

第二章 动态规划方法

2.1 Bellman 公式

2.2 Bellman 最优方程

2.3 动态规划法

2.4 值迭代方法

动态规划法

动态规划

- A method for solving complex problems
- By breaking them down into subproblems
  - Solve the subproblems
  - Combine solutions to subproblems

- For prediction:
  - Input: MDP $\langle \mathcal{S}, \mathcal{A}, \mathcal{P}, \mathcal{R}, \gamma \rangle$ and policy π
  - or: MRP $\langle \mathcal{S}, \mathcal{P}^{\pi}, \mathcal{R}^{\pi}, \gamma \rangle$
  - Output: value function v_{π}

Bellman 公式

- Or for control:
  - Input: MDP $\langle \mathcal{S}, \mathcal{A}, \mathcal{P}, \mathcal{R}, \gamma \rangle$
  - Output: optimal value function v_{*}
  - and: optimal policy π_{*}

Bellman 最优方程

动态规划法

动态规划

- A method for solving complex problems
- By breaking them down into subproblems
  - Solve the subproblems
  - Combine solutions to subproblems
- For prediction:
  - Input: MDP $\langle \mathcal{S}, \mathcal{A}, \mathcal{P}, \mathcal{R}, \gamma \rangle$ and policy π
  - or: MRP $\langle \mathcal{S}, \mathcal{P}^{\pi}, \mathcal{R}^{\pi}, \gamma \rangle$
  - Output: value function v_{π}
- Or for control:
  - Input: MDP $\langle \mathcal{S}, \mathcal{A}, \mathcal{P}, \mathcal{R}, \gamma \rangle$
  - Output: optimal value function v_{*}
  - and: optimal policy π_{*}

Bellman 最优方程

动态规划法

D P策略收敛法

初始化最优策略 u，

Step1: 确定的最优策略u ，以V = V in=Vout，求解V ；

Step2: V→Vin, 得到Q因子

Step3: 对 S_i 选择最优 a ，$\max_a Q(S_i, a)$，形成最优策略u ；

Step4: goto Step1, 直到最优策略u不变。

动态规划法

D P策略收敛法

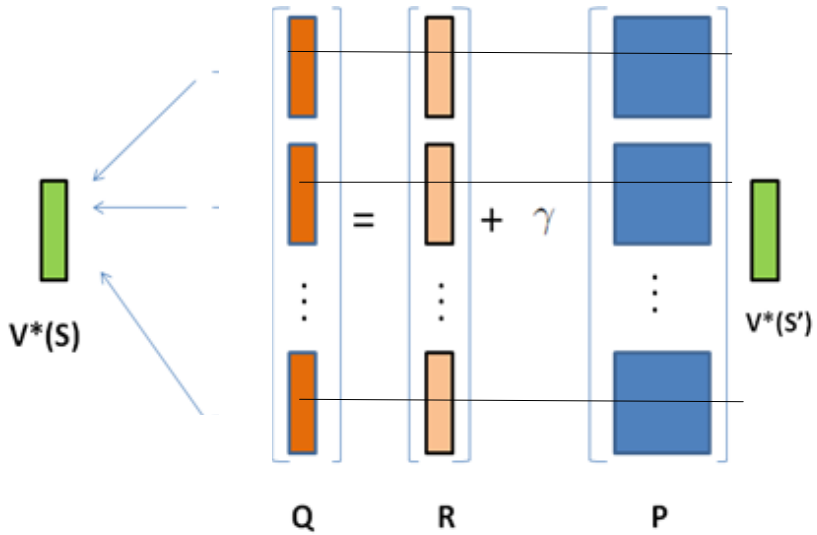
初始化最优策略 u，

Step1: 确定的最优策略u，以V = V_{in}=V_{out}，求解V；

Step2: V→Vin, 得到Q因子

Step3: 对 S_i 选择最优 a ，$\max_a Q(S_i, a)$，形成最优策略 u ；

Step4: goto Step1, 直到最优策略 u 不变。



动态规划法

D P策略收敛法

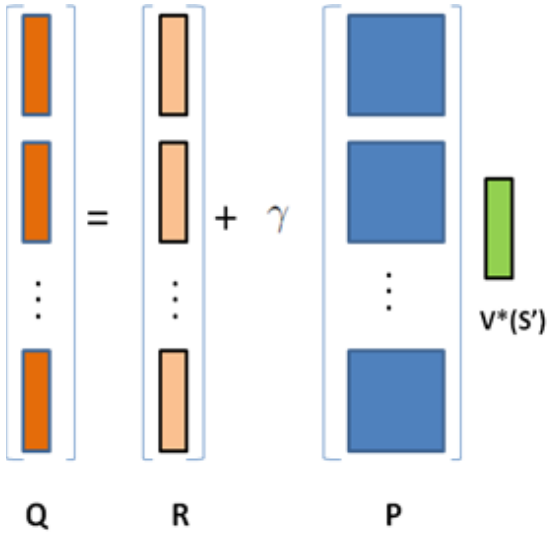
初始化最优策略 u，

Step1: 确定的最优策略 u ，以 V = V_{in}=V_{out}，求解 V ；

Step2: V→Vin, 得到Q因子

Step3: 对 S_i 选择最优 a ，$\max_a Q(S_i, a)$，形成最优策略 u ；

Step4: goto Step1, 直到最优策略 u 不变。



动态规划法

D P策略收敛法

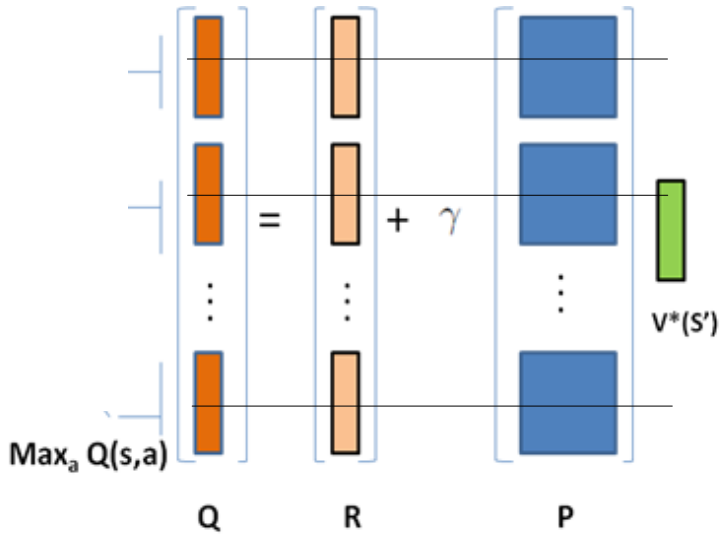
初始化最优策略 u，

Step1: 确定的最优策略u ，以V = V in=Vout，求解V ；

Step2: V→Vin, 得到Q因子

Step3: 对 S_i 选择最优 a ，$max_a Q(S_i, a)$，形成最优策略u ；

Step4: goto Step1, 直到最优策略u不变。



动态规划法

D P策略收敛法

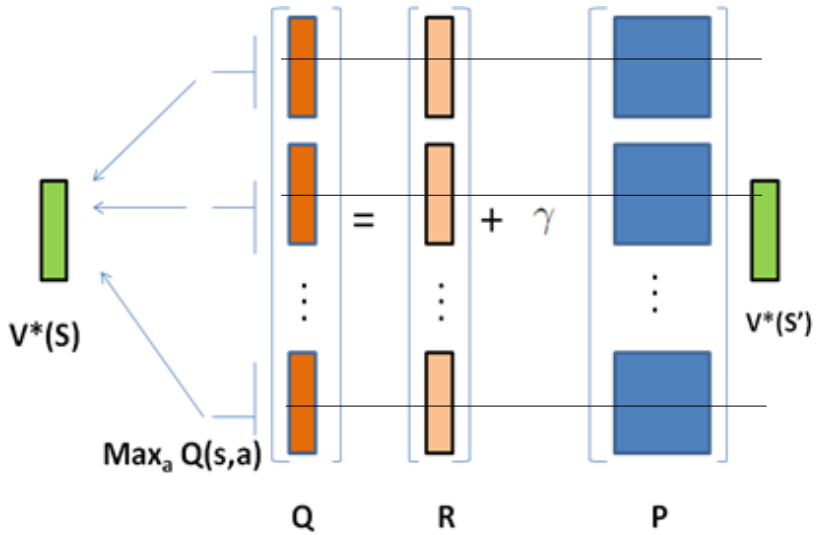
初始化最优策略 u，

Step1: 确定的最优策略u ，以V = V in=Vout，求解V ；

Step2: V→Vin, 得到Q因子

Step3: 对 S_i 选择最优 a ，$max_a Q(S_i, a)$，形成最优策略u ；

Step4: goto Step1，直到最优策略u不变。



动态规划法

D P值迭代法

Three simple ideas for asynchronous dynamic programming:

- *In-place* dynamic programming
- *Prioritised sweeping*
- *Real-time* dynamic programming

动态规划法

D P值迭代法

In-place dynamic programming

- Synchronous value iteration stores two copies of value function

for all s in $\mathcal{S}$

$$v_{new}(s) \leftarrow \max_{a \in \mathcal{A}} \left(\mathcal{R}_s^a + \gamma \sum_{s' \in \mathcal{S}} \mathcal{P}_{ss'}^a v_{old}(s') \right)$$

$$v_{old} \leftarrow v_{new}$$

- In-place value iteration only stores one copy of value function

for all s in $\mathcal{S}$

$$v(s) \leftarrow \max_{a \in \mathcal{A}} \left(\mathcal{R}_s^a + \gamma \sum_{s' \in \mathcal{S}} \mathcal{P}_{ss'}^a v(s') \right)$$

Bellman 最优方程

DP值迭代法

Prioritised Sweeping

- Use magnitude of Bellman error to guide state selection, e.g.

$$\left| \max_{a \in \mathcal{A}} \left(\mathcal{R}_s^a + \gamma \sum_{s' \in \mathcal{S}} \mathcal{P}_{ss'}^a v(s') \right) - v(s) \right|$$

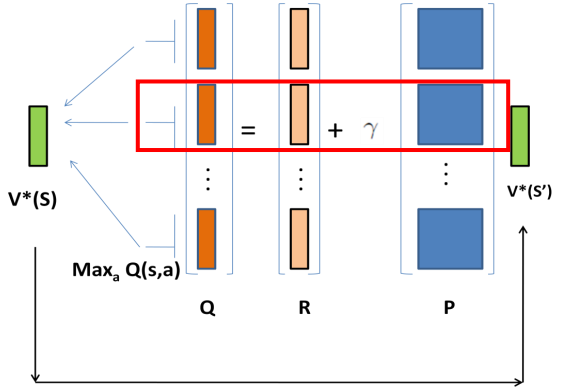
误差导向的更新，例如更新最大误差或满足误差界的 s 对应的 v(s)。

Bellman 最优方程

DP值迭代法

- **Real-Time Dynamic Programming**
  - Idea: only states that are relevant to agent
  - Use agent's experience to guide the selection of states
  - After each time-step S_t, A_t, R_{t+1}
  - Backup the state S_t

$$v(S_t) \leftarrow \max_{a \in \mathcal{A}} \left(\mathcal{R}^a_{S_t} + \gamma \sum_{s' \in \mathcal{S}} \mathcal{P}^a_{S_t s'} v(s') \right)$$



第二章 动态规划方法

2.1 Bellman 公式

2.2 Bellman 最优方程

2.3 动态规划法

2.4 值迭代方法

值迭代方法

值迭代方法概括

Dynamic Programming (DP)

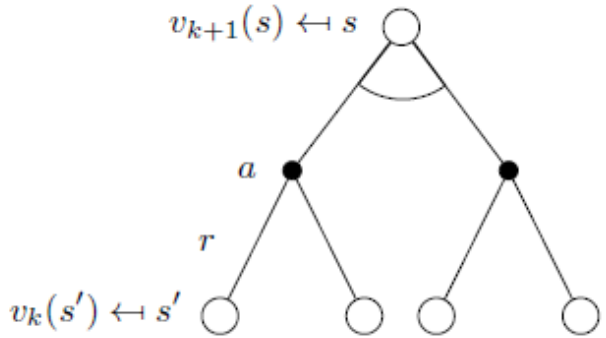
Monte Carlo (MC)

Temporal Difference (TD)

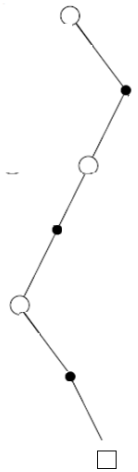
Q-Learning

值迭代方法

Backup 比较

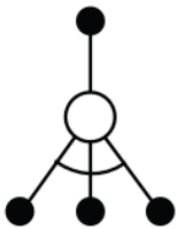


D P



MC

TD



Q-learning

本讲参考文献

1. Richard S. Sutton and Andrew G. Barto. Reinforcement Learning: An Introduction. (Second edition, in progress，draft.
2. David Silver，Slides@《Reinforcement Learning:An Introduction》,2016.
3. Simon Haykin，申富饶等译，神经网络与学习机器，第三版。