#### 中国科学院大学:专业探讨课《博弈论》

# 第一讲: 博弈论概述

兴军亮

junliang.xing@ia.ac.cn

2018年3月9日





# 本讲提纲





内容体系

应用案例





# 博弈论(Game Theory)17-18春季

- •课程编号: 251M6014H
- •课程属性:专业探讨课
- 学时学分: 20学时, 1学分
- 主讲教师: 兴军亮 (junliang.xing@ia.ac.cn)
- •课程助教1:彭佩玺(peixi.peng@ia.ac.cn)
- •课程助教2: 张恂(<u>xun.zhang@ia.ac.cn</u>)
- 教学形式:课堂讲授和讨论
- 预备知识: 高等数学, 概率论、运筹学、程序设计、机器学习等





# 博弈论(Game Theory)17-18春季

- 课程微信群
  - 课程通知
  - 答疑讨论
  - 作业提交
  - 小组合作等

•入群后请更改昵称为:

姓名-学号-专业方向



国科大博弈论课程群1718春季



该二维码7天内(3月16日前)有效, 重新进入将更新





# 教学目标

• 面向的专业和学科







# 教学目标

• 主要讲授内容







#### 教学目标

发展历史

• 课程预期目标和要求

# 了解

- 博弈论的历史发展过程
- 博弈论的未来发展方向

# 熟悉

- 博弈论的基本概念和原理
- 博弈论在各领域应用现状

# 掌握

- 典型博弈问题的具体定义和特点
- 博弈论分析和解决问题思想方法





#### 教学大纲和计划

• 每次讲座整体内容







应用案例

# 考核方式

- 会影响课程最终成绩的因素
  - 出勤情况: 出勤的同学会留下好印象
  - •课堂提问:每次第三节课将会以讨论为主
  - 平时作业:预计会布置3-5次作业
  - 课程设计: 课程后期会有一次课程设计
  - 期末考试: 期末会有一次考试

最终 成绩 = 出勤 情况 **※10% →** 课堂 提问 **※10% →** 平时 作业 **※40%** 





# 主要参考资料

#### •相关教材:

- Martin J. Osborne and Ariel Rubinstein. A Course in Game Theory. MIT Press. 1994.
- 张维迎著,博弈论与信息经济学,格致出版社,2012年4月出版。
- Noam Nisan, Tim Roughgarden, Eva Tardos, and Vijay V. Vazirani. Algorithmic Game Theory. Cambridge University Press. 2007.





# 主要参考资料

- 机器学习相关参考资料:
  - Christopher M. Bishop. Pattern Recognition and Machine Learning. Springer. 2006.
  - Yoshua Bengio, Ian J. Goodfellow, and Aaron Courville. Deep Learning. MIT Press. 2017.
  - 周志华, 机器学习, 清华大学出版社, 2016年1月出版.





# 主要参考资料

发展历史

#### • 最新相关论文

- Ian Goodfellow et al. Generative Adversarial Nets. In Proceedings of Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS), 2014.
- Volodymyr Mnih et al. Human-Level Control Through Deep Reinforcement Learning. Nature, vol. 518, no. 7540, pp. 529-533, 2015.
- David Silver et al., Mastering the game of Go with Deep Neural Networks and Tree Search. Nature, vol. 51, no. 7587, pp. 484-489, 2016.
- Matej Moravčík et al. DeepStack: Expert-Level Artificial Intelligence in Heads-Up No-Limit Poker. Science, vol. 356, pp. 508-513, 2017.
- Peng Peng et al. Multiagent Bidirectionally-Coordinated Nets for Learning to Play StarCraft Combat Games. In arXiv:1703.10069, 2017.



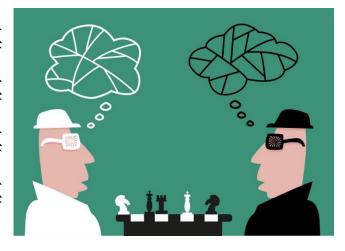


# 什么是博弈论(Game Theory)?

- •生活中, 竞争与对抗无处不在
  - 比赛、竞赛、挑战赛、友谊赛等
  - •广告、销售、提薪、职位晋升等
  - 对抗、冷战、战争、世界大战等
  - 追女朋友、找工作、投资理财等



- 关键: 如何策略性地选择行动
- 博弈论就是研究互动局势下人 们的策略行为的学问







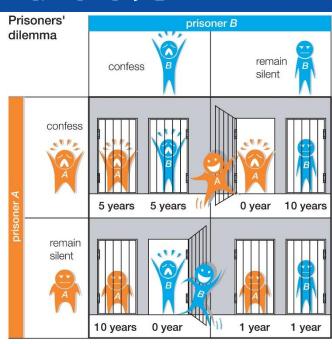


# 从一个例子开始: 囚徒困境

- 两个同谋罪犯被隔离关押
  - 互不揭发: 每人要坐牢一年
  - 互相揭发: 每人要判刑五年
  - 一人揭发:释放和判刑十年
- 最终的审讯结果会是什么?
  - •两个互相揭发对方,各判五年!
- 背后的原因是什么呢?

(5,5)	(0,10)
(10,0)	(1,1)











# 博弈的分类

+ 根据参与人是否合作

- +根据参与人的多少
- + 根据博弈结果
- +根据行动的先后次序
- +根据参与人对其他参与人的各种特征信息的获得差异
- +根据博弈的次数

合作博弈

非合作博弈

零和博弈

常和博弈

变和博弈

完全信息博弈

不完全信息博弈

一次博弈

静态博弈

动态博弈

重复博弈



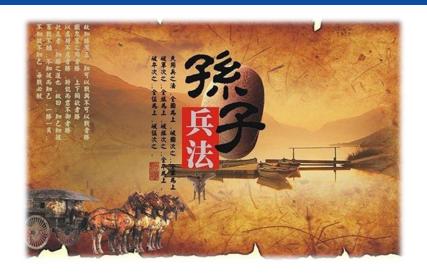
#### 萌芽与孕育

#### • 孙子兵法

- 上兵伐谋, 其次伐交
- 其次伐兵, 其下攻城
- 攻城之法,为不得已
- •

#### •田忌赛马

- 以君之下驷与彼上驷
- 取君上驷与彼中驷
- 取君中驷与彼下驷









#### 萌芽与孕育

- 1838年: 库诺特(Cournot) 寡头竞争模型
  - 两寡头(假定A和B)生产同质产品,生产成本为零, A、B共同面临的市场需求曲线是线性的,并且都为 两厂商了解,A、B两个厂商都认为对方对自己产量 (决策)的变动没有反应。
  - 第一次: A生产Q/2, B生产Q/4
  - 第一次: A生产3Q/8, B生产5Q/16
  - •
  - 最后: A生产Q/3, B生产Q/3
  - 推广:如果市场的寡头有m家,则每个寡头的均衡产量=市场总容量\*1/(m+1),那么行业的均衡总产量=市场总容量\*m/(1+m).



### 产生与发展:冯·诺依曼

- 冯·诺依曼(John Von Neumann)
  - 贡献一: 证明了博弈论的基本定理
    - 1928年: 极小极大定理
    - 用于处理一类最基本的二人对策问题,证明了选择"最大损失"最小的一种为"最优"策略
  - 贡献二:将博弈论引入到经济学中
    - 1944年:《博弈论与经济行为》
    - 将二人博弈推广到n人博弈结构并将 博弈论系统的应用于经济领域,从 而奠定了这一学科的基础和理论体 系。



博弈论之父





# 产生与发展: 纳什

- 约翰·纳什(John Nash)
  - 1950年: 《n人博弈中的均衡点》
  - 1951年: 《非合作博弈》
- 纳什均衡:
  - 改变了经济学的体系结构
  - 扩展了经济学的研究范围
  - 加强了经济学研究的深度
  - 形成了经典博弈研究范式
  - 扩大了与其他学科的联系
  - 改变了经济学的语言和表达方法



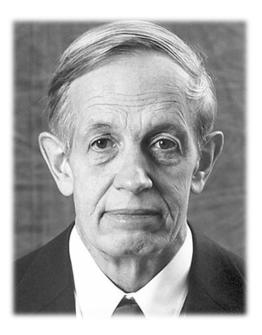
# 博弈论奠基者



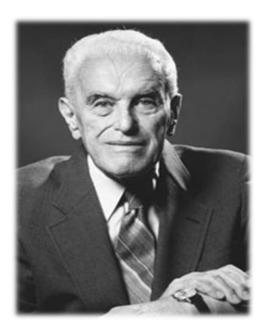


# 产生与发展: 1994年诺贝尔经济学奖

- ·纳什、泽尔腾(Selten)和海萨尼(Harsanyi)
  - **Prize motivation:** "for their pioneering analysis of equilibria in the theory of non-cooperative games".
  - 获奖原因: 在非合作博弈的均衡分析理论方面做出了开创性贡献,对博弈论和经济学产生了重大影响。











### 产生与发展: 1994年诺贝尔经济学奖

• 三位获奖者对于非合作博弈的具体贡献

行动次序 信息	静态	动态
完全信息	完全信息静态博弈 纳什均衡 (纳什, 1950,1951) 囚徒困境,周末约会	完全信息动态博弈 子博弈精练纳什均衡 (泽尔腾,1965) 田忌赛马,破釜沉舟,昭君出塞
不完全信息	不完全信息静态博弈 贝叶斯均衡 (海萨尼,1967-1968) 招标(暗标),空城计、相亲	不完全信息动态博弈 精炼贝叶斯均衡 (泽尔腾等,1975) 黔驴技穷,拍卖,龟兔赛跑





#### 产生与发展: 1996年诺贝尔经济学奖

- 维克里(Vickrey)和米尔利斯(Mirrlees)
  - **Prize motivation:** "for their fundamental contributions to the economic theory of incentives under asymmetric information".
  - 获奖原因: 在不对称信息的市场激励理论做出了基础性的贡献。





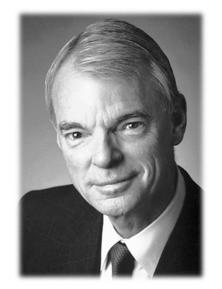




## 产生与发展: 2001年诺贝尔经济学奖

- 阿克尔洛夫(Akerlof)、斯彭斯(Spence)和斯蒂格利茨(Stiglitz)
  - **Prize motivation:** "for their analyses of markets with asymmetric information".
  - 获奖原因: 在"对充满不对称信息市场进行分析"领域对博弈论和经济学产生了重大影响。







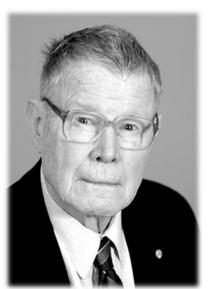




# 产生与发展: 2005年诺贝尔经济学奖

- 奥曼(Aumann)和谢林(Schelling)
  - **Prize motivation:** "for having enhanced our understanding of conflict and cooperation through gametheory analysis".
  - 获奖原因: 通过博弈论分析加强了我们对冲突和合作的理解。









# 产生与发展: 2007年诺贝尔经济学奖

- ·赫维茨(Hurwicz),马斯金(Maskin)和迈尔森(Myerson)
  - **Prize motivation:** "for having laid the foundations of mechanism design theory".
  - 获奖原因: 为机制设计理论建立的基础。







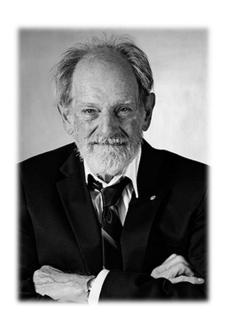




#### 产生与发展: 2012年诺贝尔经济学奖

- ·罗斯(Roth)和沙普利(Shapley)
  - **Prize motivation:** "for the theory of stable allocations and the practice of market design".
  - 获奖原因: 在稳定合作理论和市场设计实践方面的贡献。



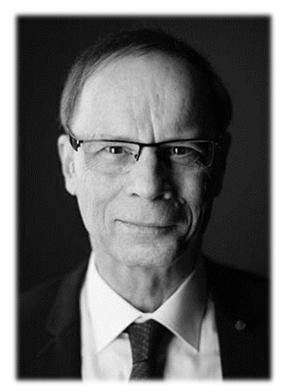






#### 产生与发展: 2014年诺贝尔经济学奖

- 让·梯若尔(Jean Tirole)
  - **Prize motivation:** "for his analysis of market power and regulation".
  - 获奖原因:对市场力量和管制的研究。







第27/60页

#### 产生与发展: 2016年诺贝尔经济学奖

- ·哈特(Hart)和霍尔姆斯特伦(Holmström)
  - **Prize motivation:** "for their contributions to contract theory".
  - 获奖原因: 在契约理论方面的贡献。









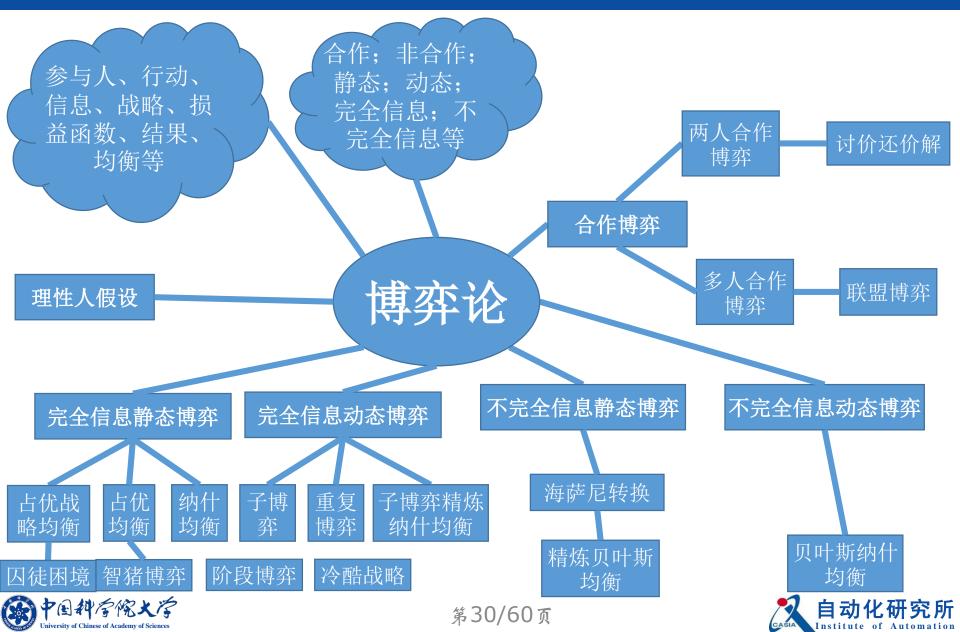
### 产生与发展

- 为什么博弈论在经济学产生如此重大作用?
  - 博弈论在经济学中的应用最广泛、最成功;博弈论的 许多成果也是借助经济学的例子来发展的,特别是在 应用领域;
  - 经济学家对博弈论的贡献非常突出,特别是在动态分析和不完全信息引入到博弈论之后,例如克瑞普斯和威尔逊都是经济学家;
  - 最带根本性意义的原因是经济学和博弈论的研究模式 是一样的,这就是强调个人理性,也就是在给定约束 条件下追求效果最大化;

张维迎: 博弈论与信息经济学



# 博弈论的内容体系



# 博弈论的基本假设

- 博弈论的三个基本假设
  - ·参与的局中人都是理性的(rational)
    - 自己为自己的行为负责,前后一致、至始至终遵循自己的决策,考虑对方的决策,考虑不确定性等
  - ·参与的局中人都是聪明的(intelligent)
    - 博弈中能够洞悉一切,对博弈的变化永久记忆,永不遗忘
    - 对整个博弈局势了如指掌,并作出完整的判断
    - 双方都知道关于博弈的相关信息
  - ·参与的局中人都是经济的(economical)
    - 每个参与的局中人都是追求博弈过程中的个人效用最大化, 效用通常使用效用函数来表示





#### 博弈论中的常见术语

- •参与人(players):理性选择主体,i=1,...,n
- ·特殊参与人(nature):虚拟参与人(运气等)
- **行动**(action):选择变量, $a_i$ 代表参与人i的某一行动选择, $A_i$ 代表相应的选择空间
- ·损益(payoff):参与人的得与失
- ·信息 (information): 参与人有关博弈的知识
- **策略**(strategy):参与人的行动规则(计划), $s_i$ 代表参与人i的某一战略, $S_i$ 代表相应的战略空间





#### 博弈论中的常见术语

- 博弈论(game theory):研究给定博弈中,各参与人会作出怎样的理性选择。当局者迷、旁观者清。研究博弈论的目标是要做到当局者清,旁观者更清。
- 博弈的规则(rules of the game):参与人+行动 +结局。规则是一种人为的限制,对资格(行为 主体)的限制,对行动空间(选择空间)的限制, 并建立行动与结局(损益)之间的联系。





#### 博弈论中的常见术语

- ·结局(outcome):某种行动、战略和损益的组合
- **均衡**(equilibrium): 行为主体间相互作用的一种结局,在该结局中,参与人无法通过改变选择增加收益(效用)。又称"僵局"。此乃局外人所关心的。
- 博弈(game):参与人的集合+战略空间的集合+损益函数的集合,作为动词的博弈是指参与人i在给定的博弈中选择战略及行动。





### 博弈模型的基本要素

- 描述一个博弈模型, 至少需要以下三个要素:
  - 局中人或者参与人: 是博弈中的行为主体,可能是自然人,也可能是企业、团体、特定群体,甚至可以是虚拟的参与人、无形的自然。有时候为了分析方便,参与人每个可能信息状态都可以看到代理人。
  - **策略空间**: 参与人i可选择的行动策略集合记为 $S_i$ ,则每一个选择的策略 $s_i \in S_i$ , $\mathbf{s} = (s_i, ..., s_n)$ 称为n个参与人的策略组合(strategy profile),所有参与人的策略及S组合就构成了博弈的策略空间 $\mathbf{S} = \underset{1 \le i \le n}{\times} S_i$ 。
  - 损益函数: 或者称为收益函数、支付函数等,是博弈的局中人最关心的。





# 博弈问题的构成

•此外,博弈模型还涉及到信息、等多种信息,包 含更多信息的博弈模型G可以使用如下元组表示:

 $G = \{P, A, S, I, U, O, E\}$ 

- P: Player
- A: Action
- S: Strategies
- I: Information
- U: Utility (pay off)
- O: Outcome
- E: Equilibrium





## 博弈模型研究的关键

- •均衡:是所有参与人的最优战略的组合。
- 所谓博弈均衡,它是一种稳定的博弈结果。
- ·纳什均衡(Nash Equilibrium): 在一个策略组合中,所有的参与者面临这样的一种情况: 当其他人不改变策略时,他此时的策略是最好的。

<u>给定你的策略,我的策略是最好的的策略,</u> 给定我的策略,你的策略也是最好的的策略。





### • 按照参与人是否合作:

- 非合作博弈: 博弈的每个个体参与者都独立地以自己的个人理性一直进行决策,最优化个人的效益。
- 合作博弈: 博弈的一些参与者以同盟、合作的方式进行的博弈, 博弈活动就是不同集团之间的对抗。

#### • 举例:

- 非合作博弈: 囚徒困境、棋牌游戏、体育竞技、市场经济、战争等等
- 合作博弈: 串谋的囚徒、多人棋牌、团体比赛、踢假球、计划经济、供应链管理、欧佩克、WTO、成本分摊、风险决策、公司治理等





## • 按照行动的先后次序

- 静态博弈: 是指博弈过程中参与人行动时预先不知晓 其他参与人行动的博弈。
- 动态博弈: 是指参与人行动有先后顺序, 且后行动者能够知晓先行动者所选择行动的博弈。

### • 举例

- 静态博弈: 囚徒困境、石头剪刀布等
- 动态博弈: 象棋围棋、商品拍卖、军备竞赛等





## • 根据参与人的多少

- 单人博弈:个人在面临多个可选策略时的思考过程, "跟自己玩并后果自负";
- •双人博弈:博弈的参与者包含两个不同个体;
- 多人博弈: 博弈的参与者包含多个不同个体;

### • 举例

- 单人博弈:是否选修博弈论课,是否推掉博弈论课, 是否找女朋友等
- 双人博弈: 囚徒困境、围棋、象棋等
- · 多人博弈: 王者荣耀5V5等





### • 根据博弈的次数

- 单次博弈: 博弈的过程只进行一次
- 有限多次博弈: 博弈的过程包含多次, 是一类特殊的扩展形式博弈
- 无限重复博弈:博弈的过程重复多次,每个参与者会考虑自己当期的行为对其他参与者未来行为的影响

### •大家举例





- 按照参与人之间状态信息的知晓程度
  - 完全信息博弈: 博弈的所有参与者都对博弈各方的各种情况下的收益完全知晓;
  - 不完全信息博弈: 博弈的参与者对博弈各方的各种情况下的收益不完全知晓;
  - 完美信息博弈: 博弈的所有参与者都完全知晓他行动前的博弈过程和历史;
  - 不完美信息博弈: 博弈的参与者都不完全知晓他行动前的博弈过程和历史;
- •大家举例





### • 根据博弈的结果分类

- 零和博弈:指参与博弈的各方,在严格竞争下,一方的收益必然意味着另一方的损失,博弈各方的收益和损失相加总和永远为"零",双方不存在合作的可能。
- 负和博弈:指双方竞争结果造成博弈结果总和为负数。它既包括一种两败俱伤的情况,这种情况下结果双方都有不同程度的损失;他也包括另一种"胜者"取得的利益小于"败者"承受的损失的博弈。
- 正和博弈:指博弈双方的利益都有所增加,或者至少是一方的利益增加,而另一方的利益不受损害,因而整个社会的利益有所增加,对应合作博弈。

### • 大家举例





应用案例

# 博弈问题的表示

• 两种不同的表示形式

策略型博弈(strategic-form game)表示

展开型博弈(extensive-form game)表示





# 策略型博弈表示

- 策略型博弈表示是概念上最简单的博弈表示形式, 也称为标准式表示,主要用于静态博弈表示。这 种表示需要同时给出:
  - 博弈的参与人集合:  $i \in \Gamma, \Gamma = (1,2,...,n)$ ;
  - 每个参与人的策略空间:  $S_i$ , i = 1, 2, ..., n;
  - 每个参与人的支付函数:  $u_i(s_1,...,s_i,...,s_n), i = 1,2,...,n;$
- 策略型博弈表示举例

囚徒博弈的策略型表示

囚徒B 囚徒A	坦白	抵赖
坦白	-5, -5	0, -10
抵赖	-10, 0	-1, -1



## 展开型博弈表示

- •展开型博弈表示主要用于研究和分析多阶段的动态博弈,需要包括如下信息:
  - 参与人集合:  $i \in \Gamma, \Gamma = (1, 2, ..., n)$ , 用N表示自然
  - •参与人的行动顺序: 谁在什么时候行动
  - •参与人的行动空间:每次行动时,有什么选择
  - •信息集合:每次行动结束,参与人知道些什么
  - 效益函数:每次行动时,参与人知道什么
  - 外生事件(即自然选择)的概率分布





# 展开型博弈表示

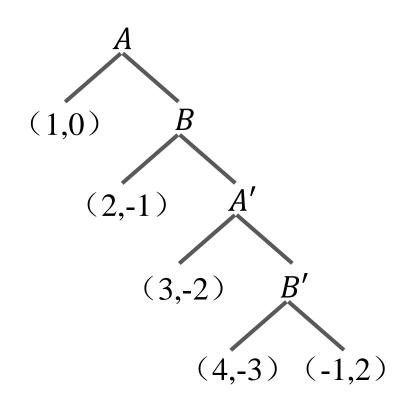
- 博弈树定义: 树中每一对结点有且仅由一个树支与其相连, 树的根是博弈的起始结点。
  - 结点:  $x \in X \doteq \{x\}$ ,关系符号 $\prec$ 表示结点的先后顺序关系。具体包括机会结点、决策结点和终结点;
  - 路径: 结点x之前的全部结点集合称为x的前列集,又称为x的 路径,记为P(x);
  - 后续结点: 结点x之后的所有节点的集合称为x的后续节点集,记为T(x);
  - 跟随: 当结点y位于结点x的路径上,即 $y \in P(x)$ ,则称x跟随y;
  - 树枝: 结点x到其直接跟随结点y的连线, 树枝代表一个可供参与人选择的行动策略或者时间;
  - 信息集: 博弈决策集合的一个子集。





# 展开型博弈表示

• 博弈树表示举例



s'o00 0  $a_{s'}$ 

一个两阶段博弈的博弈树

一种叉叉圈游戏的博弈树





# 博弈论的主要应用领域

数学:博弈论源于数学,开始属于运筹学的一个分支

军事: 博弈的思想在军事斗争中无处不在

政治: 国际国内政治斗争中同样存在各种博弈

经济: 博弈论已经成为现代经济学研究的主流

计算机: 算法博弈论是计算机中研究点一个分支

人工智能:目前是AI领域新一轮研究热潮

其他领域:管理、物流、营销、招聘、运营、生活各方面





# 案例分析: 囚徒困境

- 两个同谋罪犯被隔离关押
  - 互不揭发:每人要坐牢一年
  - 互相揭发: 每人要判刑五年
  - 一人揭发:释放和判刑十年
- 结论和启示
  - 均衡点:两人各判五年
  - 如何打破囚徒困境?

囚徒B 囚徒A	招供	拒绝
招供	5, 5	10,0
拒绝	0, 10	1, 1







# 案例分析: 智猪博弈

- 猪圈里有一大一小两头猪抢猪食的故事
  - 猪圈很长,一头有一踏板
  - 另一头是食物出口和食槽
  - 踩一次踏板可出10份食物
  - 从一头跑过去消耗2份食物
  - 大猪小猪同时吃: (7, 3)
  - 大猪先小猪后吃: (9, 1)
  - 小猪先大猪后吃: (6, 4)
- 思考和启示
  - •均衡点是什么?
  - 生活中有哪些相似的例子?

小猪 大猪	行动	不动
行动	5, 1	4, 4
不动	9, -1	0, 0

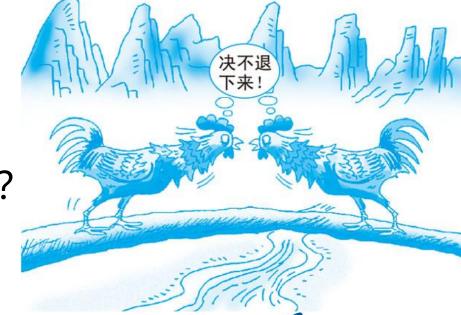




# 案例分析: 斗鸡博弈

- 两只公鸡桥上相遇后选择进攻和后退的故事
  - 同时进攻各损失-3
  - 同时后退个损失-1
  - A进攻B后退 (2,-1)
  - A后退B进攻 (-1,2)
- 思考和启示
  - •均衡点是什么?
  - 怎么达到均衡点?
  - 生活中有哪些相似的例子?

鸡B 鸡A	进攻	后退
进攻	-3, -3	2, -1
后退	-1, 2	-1, -1





## 案例分析: 集资修路

•某个偏远村庄要集资修路,每个村民自愿出资,

集资修路之后大家都受益

- 效益函数无法准确确定
- 效益函数先以右图为例
- 思考与启示
  - •均衡点是什么?
  - 如何保证把路修了?
  - 生活中有哪些相似的例子?

村民B村民A	出资	不出资
出资	3, 3	2, 4
不出资	2, 4	1, 1





## 案例分析: 门店选址

- 为什么经常看到麦当劳附近就有肯德基?
  - 假设A和B两点间人流量均匀分布,麦当劳先选择M 点会选在哪里? M K

A

- 肯德基再选点会选择那里?
- 思考和启示
  - •均衡点会选在哪里?
  - 生活中有哪些类似的例子?



 $\chi$ 





应用案例

## 案例分析: 市场进入阻挠

- •一个企业欲进入已有垄断者的市场
  - 欲进入者有两个策略
    - 进入
    - 不进入
  - 垄断者有两个策略
    - 默许
    - 斗争
- 思考与启示
  - •均衡点是什么?
  - 生活中有哪些相似的例子?

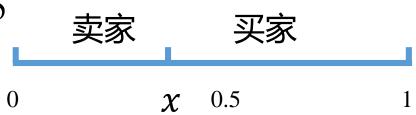
垄断者进入者	默许	斗争
进入	4, 5	-1, 0
不进入	0, 30	0, 30





# 案例分析: 二手车市场

- 为什么私人二手汽车市场很难形成?
  - 由于信息不对称性,造成二手车质量无法评估
  - 假设二手车的平均质量为0.5
  - 买家和卖家如何博弈?
- 思考与启示
  - 最终均衡点是什么?
  - 生活中有哪些类似的例子?
  - 如何形成二手车市场?









# 案例分析: 警察与小偷

· 小镇有AB两个区域,只有一个警察巡逻,有个小

偷经常在A或B犯案

• 警察巡逻策略: A或B

• 小偷偷盗策略: A或B

- 警察和小偷如何博弈?
- 思考与启示
  - 最终的均衡点是什么?
  - 生活中有哪些类似的例子?

小偷 警察	AΣ	BΣ
AΣ	3, 0	2, 1
BΣ	1, 2	3, 0







# 案例分析: 枪手博弈

- A、B、C三个枪手狭路相逢,要一枪决生死
  - 枪手A、B、C的命中率分别为80%、60%和40%
  - 假设三人同时开枪谁存活率高?
  - 假设三人依次开枪谁存活率高?
- 思考与启示
  - 不同的设定下的均衡点
  - 生活中有哪些类似的例子?







# 本次课程作业

- 作业内容: 试选取日常生活中的一些常见现象, 用博弈论的视角进行分析、解释、引申和思考。 每个人至少选取两件事例,多则不限。作业成绩 根据案例分析的透彻程度进行打分。
- •提交时间:下次上课前一天(2018年3月22日)
- •提交方法:在课程网站上提交,提交电子版Word 文档到助教邮箱(<u>peixi.peng@ia.ac.cn</u>)
- 邮件发送规范
  - 邮件主题:博弈论第一次作业\_学号\_姓名
  - 附件名称:博弈论第一次作业\_学号\_姓名.docx





## 中国科学院大学:专业探讨课《博弈论》

# 感谢聆听!

兴军亮

Junliang.Xing@ia.ac.cn

2018年3月24日



