姓名：王立敏
学号：2017E8018661153

Q1:

设 $B = (\{x, y, n, a\}, \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, 0, 1, 2, 3, +, -, *\}, \{<, =, >\})$
给定迁移系统 (T, Θ)，其中 Θ 为 $a = s_0$ 且 T 为以下迁移：

$a = s_0$	$\longrightarrow$	$(x, y, a) := (0, 0, s_1)$
$a = s_1 \wedge x < n$	$\longrightarrow$	$(a) := (s_2)$
$a = s_2$	$\longrightarrow$	$(y, x, a) := (y + x * (x + 1), x + 1, s_1)$
$a = s_1 \wedge \neg(x < n)$	$\longrightarrow$	$(a) := (s_3)$
$a = s_3$	$\longrightarrow$	$(y, a) := (3 * y, s_4)$

给定 I 为 B 在整数上的正常解释。

计算最弱宽松前断言 wlp(T,a=s4)即[T](a=s4)
并证明 (a=s3)→X(a=s4)。

A1:

(1)

t1:a=s0

t2:a=s1∧x<n

t3:a=s2

t4:a=s1∧¬(x<n)

t5:a=s3

[t1](a=s4)　　a=s0->(s1=s4)

[t2](a=s4)　　a= s1∧x<n ->(s2=s4)

[t3](a=s4)　　a=s2->(s1=s4)

[t4](a=s4)   a=s1 ∧ ¬(x<n)->(s3=s4)

[t5](a=s4)   a=s3->(s4=s4)

[T](a=s4)= [t1](a=s4) ∧ [t2](a=s4) ∧ [t3](a=s4) ∧ [t4](a=s4) ∧ [t5](a=s4) =

a=s0->(s1=s4) ∧

a= s1 ∧ x<n ->(s2=s4) ∧

a=s2->(s1=s4) ∧

a=s1 ∧ ¬(x<n)->(s3=s4) ∧

a=s3->(s4=s4)

✓

(2)

$[T^+]\varphi \equiv [T]\varphi \wedge (E(T) \vee \varphi)$

E(T)= (a=s0 V (a=s1 ∧ x<n) V a=s2 V (a=s1 ∧ ¬(x<n)) V a=s3)

φ= (a=s4)

在正常的系统中 s_0, s_1, s_2, s_3, s_4 各不相同.

原式=[T]φ ∧(a=s0 V (a=s1 ∧ x<n) V a=s2 V (a=s1 ∧ ¬(x<n)) V a=s3 v a=s4)

$=[T]\varphi \wedge (\underbrace{s1=s4}_{false} \vee \underbrace{s2=s4}_{false} \vee \underbrace{s3=s4}_{false} \vee \underbrace{s4=s4}_{true}) = [T]\varphi$

上面部分，暂时不知道应该怎么化简能得到下面的式子

$a=s3->[T^+](a=s4)$ 即 $a=s_3 \rightarrow [T]\varphi$

可得，s3->X(a=s4)

✓

可将 $a=s_3$ 代入[T]φ中 根据真假值的判断为 true

因此 $s_1=s_4$ 为 false, ... 只有 $s_4=s_4$ 为 true.

Q2:

设 $B=(\{x,y,n,a\},\{s_0,s_1,s_2,s_3,s_4,0,1,2,3,+,-,*\},\{<,=,>\})$
给定迁移系统 (T,Θ)，其中 Θ 为 $a=s_0$ 且 T 为以下迁移：

$a=s_0$	$\longrightarrow$	$(x,y,a):=(0,0,s_1)$
$a=s_1\wedge x<n$	$\longrightarrow$	$(a):=(s_2)$
$a=s_2$	$\longrightarrow$	$(y,x,a):=(y+x*(x+1),x+1,s_1)$
$a=s_1\wedge\neg(x<n)$	$\longrightarrow$	$(a):=(s_3)$
$a=s_3$	$\longrightarrow$	$(y,a):=(3*y,s_4)$

给定 I 为 B 在整数上的正常解释。证明以下命题成立：

(1)	$(T,\Theta)\vdash_I n\geq 0\rightarrow \mathsf{G}(a=s_4\rightarrow y=n*n*n-n)$
(2)	$(T,\Theta)\vdash_I n\geq 0\rightarrow \mathsf{F}(a=s_4)$

A2:

(1)

ϕ ⇒ φ'

φ' ⇒[T] φ'

φ' ⇒ φ

ϕ ⇒Gφ

选用上述证明规则

通过证明 (T,θ) |- n>=0∧a=s0 =>G(a=s4 ->y=n*n*n-n)

然后推导得到我们想要的结果，即下面的 (4)

(1) (T,θ) |- n>=0∧a=s0 =>G(a=s4 ->y=n*n*n-n)

(2) (T,θ) |- n>=0∧a=s0 ->G(a=s4 ->y=n*n*n-n)　　(1) 推得

(3) (T,θ)|- a=s0　　θ即为 a=s0

(4) (T,θ) |- n>=0 =>G(a=s4 ->y=n*n*n-n)　　(2)(3)

为了证明 (T,θ) |- n>=0∧a=s0 =>G(a=s4 ->y=n*n*n-n)

对于证明规则，我们给出以下参数即可

ϕ=(a=s0 ∧ n>=0)

φ' =(a = s0 ∧ n >=0) ∨

(a = s1 ∧ 3 ∗ y = (x ∗ x ∗ x − x) ∧ x <= n)∨

(a = s2 ∧ 3 ∗ y = (x ∗ x ∗ x − x) ∧ x < n)∨

(a = s3 ∧ 3 ∗ y = (x ∗ x ∗ x − x) ∧ x = n)∨

(a = s4 ∧ y = (n ∗ n ∗ n −n))

φ= (a = s4 → y = (n ∗ n ∗ n −n))

分析正确

(2)

ϕ ⇒(ψ∨φ)

φ ⇒(w(t/x) ∧(E(T) ∨ψ)

(φ∧t=v) ⇒ [T](ψ∨(φ∧t<v))

ϕ ⇒Fψ

说明

设计 w, W, t

和 φ

[illegible]

第 10 周练习：

1．计算方法及证明思路正确。

对公式的化简有些问题。
公式须在给定解释 I 下进行化简。
对于证明而言，一个公式必须能够化简到 true。

2．

(1) 规则的应用及根据程序分析所获得的断言都正确。剩下的就是类似前面练习 1 的计算和谓词逻辑公式的验证了。

(2) 主要是通过分析设计 w,W,t,φ这几个量。

只需证明：　　$(a=s0 \wedge n>=0) \Rightarrow F(a=s4)$

使用推理规则

$$
\begin{array}{l}
\phi \Rightarrow (\psi \vee \varphi) \\
\varphi \Rightarrow (w(t/x) \wedge (E(T) \vee \psi) \\
(\varphi \wedge t=v) \Rightarrow [T](\psi \vee (\varphi \wedge t<v)) \\
\hline
\phi \Rightarrow F\psi
\end{array}
$$

设 f(a,n,x) 为具有以下性质的函数。

$I(f(s0,n,x))(\sigma) = I(2n+3)(\sigma)$

$I(f(s1,n,x))(\sigma) = I(2(n-x)+2)(\sigma)$

$I(f(s2,n,x))(\sigma) = I(2(n-x)+1)(\sigma)$

$I(f(s3,n,x))(\sigma) = 0$

$I(f(s4,n,x))(\sigma) = 0$

设

w=	(w>=0)
W=	NAT
t=	f(a,n,x)
ϕ=	$(a=s0 \wedge n>=0)$
ψ=	$(a=s4)$
φ=	$(a=s0 \wedge n>=0) \vee (a=s1 \wedge 0<=x<=n) \vee (a=s2 \wedge 0<= x<n) \vee (a=s3 \wedge 0<=x=n)$

假定 $\varphi \Rightarrow ((E(T) \vee \psi)$ 已根据证明安全性质的方法证明。

通过计算和推理，我们有

$$
\begin{array}{l}
\phi \Rightarrow (\psi \vee \varphi) \\
\varphi \Rightarrow w(t/x) \\
(\varphi \wedge t=v) \Rightarrow [T](\psi \vee (\varphi \wedge t<v))
\end{array}
$$

关于第三个条件的验证，我们有：

$(\varphi \wedge t=v)$为$(a=s0 \wedge n>=0) \vee (a=s1 \wedge 0<=x<=n) \vee (a=s2 \wedge 0<= x<n) \vee (a=s3 \wedge 0<=x=n) \wedge f(a,n,x)=v$

五条迁移分别验证如下

$(\varphi \wedge t=v) \rightarrow [t1] (\psi \vee (\varphi \wedge t<v))$ iff $(\varphi) \rightarrow (a=s0 \rightarrow (0<=n) \wedge f(s1,n,0)< f(s0,n,x))$ iff true

$(\varphi \wedge t=v) \rightarrow [t2] (\psi \vee (\varphi \wedge t<v))$ iff $(\varphi) \rightarrow ((a=s1 \wedge x<n) \rightarrow (0<=x<n) \wedge f(s2,n,x)< f(s1,n,x))$ iff true

$(\varphi \wedge t=v) \rightarrow [t3] (\psi \vee (\varphi \wedge t<v))$ iff $(\varphi) \rightarrow ((a=s2) \rightarrow (0<=x<n) \wedge f(s1,n,x+1)< f(s2,n,x))$ iff true

$(\varphi \wedge t=v) \rightarrow [t4] (\psi \vee (\varphi \wedge t<v))$ iff $(\varphi) \rightarrow ((a=s1 \wedge \neg x<n) \rightarrow (0<=x=n) \wedge f(s3,n,x)< f(s1,n,x))$ iff true

$(\varphi \wedge t=v) \rightarrow [t5] (\psi \vee (\varphi \wedge t<v))$ iff $(\varphi \wedge t=v) \rightarrow ((a=s3) \rightarrow (s4=s4 \vee (f(s4,n,x)< f(s3,n,x)))$ iff true

根据推理规则，我们有 $(a=s0 \wedge n>=0) \Rightarrow F(a=s4)$

因而$(T,\Theta) \models_I n>=0 \rightarrow F(a=s4)$