博弈论：就是研究决策主体的行为发生直接相互作用时的决策以及这种决策的均衡问题。博弈论研究的假设：1决策主体是理性的，最大化自己的收益。2完全理性是共同知识3，每个参与人被假定为可以对所处环境以及其他参与者的行为形成正确的信念与预期**博弈有关的变量：**博弈参与人：博弈中选择行动以最大化自己受益的决策主体。行动：参与人的决策选择战略：参与人的行动规则，即事件与决策主体行动之间的映射，也是参与人行动的规则。信息：参与人在博弈中的知识，尤其是其他决策主体的战略、收益、类型（不完全信息）等的信息。完全信息：每个参与人对其他参与人的支付函数有准确的了解；完美信息：在博弈过程的任何时点每个参与人都能观察并记忆之前各局中人所选择的行动，否则为不完美信息。不完全信息：参与人没有完全掌握其他参与人的特征、战略空间及支付函数等信息，即存在着有关其他参与人的不确定性因素。支付：决策主体在博弈中的收益。在博弈中支付是所有决策主题所选择的行动的函数。为什么对经济学影响重大研究模式相同，强调个人理性，在现有限制下达到利益最大化。**博弈论分类：**按决策主体的行为相互作用时，当事人能否达成一个具有约束力的协议可分为：合作博弈（强调团体理性、团体最优决策、效率）2、非合作博弈（强调个人理性，个人最优决策）按参与人行动先后顺序分：静态博弈：博弈中参与人同时行动，或者虽然不是同时行动，但是在行动前不知道其他参与人所选择的行动。动态博弈：参与人的行动有先后顺序，后行动者获得先行动者的行动信息。按参与人对信息的掌握程度完全信息：每个参与人对其他所有参与人的特征、战略空间及支付函数有精确的了解，博弈开始时不存在不确定性因素。不完全信息：参与人没有完全掌握其他参与人的特征、战略空间及支付函数等信息，即存在着有关其他参与人的不确定性因素。博弈的结果分类零和博弈一方收益另一方必损失负和博弈总和为负，两败俱伤或者胜者收益小于总损失按决策主体对信息的掌握程度和行动的先后顺序完全信息静态博弈、完全信息动态博弈、不完全信息静态博弈、不完全信息动态博弈。

描述博弈模型三要素局中人或者参与人是博弈中的行为主体策略空间参与人可选择的行为集合损益函数

CFR，反事实遗憾最小化，类似强化学习，更高效。让AI之间对战德扑，采用随机的策略，然后每局过后看看在什么地方后悔了，然后尝试不同的战略，再在决策点上复盘。**王立敏 2017E8018661153**

扑克游戏的约简：将相似的牌聚成一个桶一起推理

快速估计器：可以看作是DeepStack的直觉估计器

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 静态 | 动态 |
| 完全信息 | 完全信息静态博弈  均衡：纳什均衡 | 完全信息动态博弈  均衡：子博弈精炼纳什均衡 |
| 不完全信息 | 不完全信息静态博弈  均衡：贝叶斯纳什均衡 | 不完全信息动态博弈  均衡：精炼贝叶斯纳什均衡 |

**完全信息静态博弈** 特点每个参与人对其他所有参与人的特征、战略空间及支付函数有精确的了解，博弈开始时不存在不确定性因素，参与人同时行动或者不是同时行动但是后行动者不知道行动者的行动信息。战略和行动相同。**纯战略纳什均衡**纯战略参与人在给定信息下只选择一种特定（或确定性）的战略混合战略混合战略解释了一个参与人对其他参与人所采取的行动的不确定性，它描述了参与人在给定信息下以某种概率分布随机地选择不同的行动或战略。纯战略纳什均衡中包括：占有均衡、重复剔除劣战略均衡、一般纯战略纳什均衡等。**1、占优均衡**占优战略：参与人的最优战略si \*与其他参与人的选择 s-i无关。无论其他参与人选择什么战略，参与人的最优战略总是唯一的，这样的最优战略称之为“占优战略”。

**一般Nash均衡**Nash均衡是完全信息静态博弈的解的概念，在完全信息静态博弈中，构成Nash均衡的战略是不可剔除的，即不存在任何一个战略严格优于Nash均衡战略。**求解纳什均衡的方法划线法**：1、考察参与人1的最优战略2、用上述方法找出参与人2的最优战略3、找出最优战略组合**箭头法：** 1.于每个战略组合，检查是否有参与人会偏离这个战略组合2.直至找出没有参与人会偏离的战略组合：各博弈方选择的纯策略对其他博弈方纯策略的反应。**纳什均衡的多重性与存在性**存在性：每个有限战略式博弈（参与人与相应的战略集均为有限）必存在纳什均衡，这个均衡可能是纯战略纳什均衡，也可能是混合战略纳什均衡。多重性：一个博弈可能有多个均衡，博弈论并没有一个一般的理论证明，哪一个纳什均衡结果一定能出现。**完全信息动态博弈**完全信息动态博弈特点：在博弈开始之前参与人之间的信息不存在不确定性，但是参与人行动存在先后顺序。完全信息动态博弈中，为了表示参与人之间的信息掌握关系，引入了信息及的概念。**有关概念：**信息集：信息集*Ii*是参与人*i*决策结的一个集合，它满足以下两个条件：1、Ii中的每个决策结都是参与人i的决策结；2、当博弈到达*Ii*时，参与人i知道自己处在该信息集中的某个决策结，但不知道是哪一个。 在博弈树中，属于同一信息集的决策结一般用虚线连接起来。结：包括决策结和终点结两类。决策结是参与人采取行动的点时点，终点结是博弈行动路径的终点。一个信息集可能只包含一个决策结，也可能包含多个决策结。如果只包含一个决策结的信息集就是但单结信息集。如果博弈中所有信息集都是单结的则成为完美信息博弈。子博弈：是原博弈的一部分，它始于原博弈中一个单结信息集中的决策结*x*，并由决策结*x*及其后续结共同组成。1.子博弈可以作为一个独立的博弈进行分析，并且与原博弈具有相同的信息结构；2.原博弈可以作为自身的一个子博弈；**子博弈精炼Nash均衡：**解决Nash均衡多重性问题的一种主要方法就是精炼的方法，即在Nash均衡的基础上，通过定义更加合理的博弈解并剔除不合理的均衡。 子博弈精炼纳什均衡的引入就是将那些包含不可置信威胁战略的纳什均衡从均衡中剔除，从而给出动态博弈结果的一个合理预测。即子博弈精炼纳什均衡要求均衡战略的行为规则在每个信息集上都是最优的。**完全信息动态博弈中承诺行动的均衡结果分析：**承诺行动：就是在博弈开始之前参与人采取某种改变自己支付或战略空间的行动，该行动使原本不可信的威胁变得可信。但是参与人的承诺行动是有成本的，否则这种承诺就不可信。**子博弈精炼Nash均衡与Nash均衡的区别：**由于子博弈精炼Nash均衡在任一决策结上都能给出最优决策，这也使得子博弈精炼纳什均衡不仅在均衡路径(即均衡战略组合所对应的路径)上给出参与人的最优选择，而且在非均衡路径(即除均衡路径以外的其它路径)上也能给出参与人的最优选择。即子博弈精炼Nash均衡不会含有参与人在博弈进程中不合理的、不可置信的行动。**不完全信息静态博弈**特点：在博弈开始之前参与人之间的信息存在不确定性，但是参与人同时行动或者不是同时行动但是后行动者不知道行动者的行动信息。在不完全信息静态博弈中，在博弈开始前存在关于博弈人信息的不确定性，这个不确定像通常是博弈参与人的类型。在市场进入博弈中不完全信息表现为：在位者的成本类型（高成本、低成本）在斗鸡博弈中不完全信息表现为：参与人的性格类型（强硬，软弱）**海萨尼转换**由于在不完全信息静态博弈中，参与人的类型存在不确定性，所以当一个参与人并不知道在与谁博弈时，博弈的规则是无法定义的，海萨尼提出了海萨尼转换解决这种不确定的问题。**解决方法**：海萨尼指出，引入虚拟参与人——自然，由自然先决定参与人的不同类型，将不完全信息博弈转换为不完美信息博弈 。海萨尼通过引入“虚拟”参与人，将博弈的起始点提前，从而将原博弈中参与人的事前不确定性转变为博弈开始后的不确定性。这种通过引入“虚拟”参与人来处理不完全信息博弈问题的方法称为 Harsanyi转换。**海萨尼转换注意要点**：海萨尼转换规定：参与人关于“自然”选择的推断为共同知识。“自然”的选择。在一般的不完全信息博弈问题中，Harsanyi转换规定“自然”选择的是参与人的类型(type)。除了根据参与人的支付来划分参与人的类型以外，还可以根据参与人的行动空间，甚至根据参与人掌握信息的多少(或程度)来划分参与人的类型。参与人关于“自然”选择的推断是基于自己类型判断的条件概率。**贝叶斯纳什均衡**一个有限的贝叶斯博弈一定存在贝叶斯Nash均衡。举例不完全信息库诺特（Cournot）寡头竞争模型**不完全信息动态博弈**特点：在博弈开始之前参与人之间的信息存在不确定性，同时参与人行动存在先后顺序。不完全信息动态博弈过程不仅是参与人选择行动的过程，而且是参与人不断修正信念的过程。**有关概念**类型:是指参与者的类型。在不完全信息动态博弈中自然首先选择参与人的类型。动态博弈行动有先有后。所以后行动者可以观察到先行动者的行动信息，从而可以修正自己对于参与人的类型的信息的判断。类型相依：参与者的行动传递着有关自己的类型的信息，对方可通过参与人的行动来推断自己的最优行动。先行动者预测到自己的行动被后行动者利用，就会设法传递对自己最有利的信息。**精炼贝叶斯均衡**对应于不完全信息动态博弈的纳什均衡称为精炼贝叶斯均衡；精练贝叶斯均衡是泽尔腾不完全信息动态博弈子博弈精炼纳什均衡与海萨尼不完全信息静态博弈贝叶斯均衡的结合。**算法博弈论均衡的低效率性布雷斯悖论**增加成本做某些事情，反而是结果更差。均衡计算可能是NP问题所以必须要找一个纳什算法解，或者算法近似解。**机制设计**是在策略环境中，针对理性的参与者，使用工程性的方法来设计经济学机制或者奖励措施，从而达到特定的目标。**作用**：通过设计的“自然”解决博弈中特定参与人的个体决策与整体目标之间的分歧。**机制设计与传统博弈论不同，**他开始于传统博弈论结束，再回到博弈论中去。重点是博弈分析，呈现是机制设计，目标是期望结果**应用**拍卖理论：研究拍卖市场属性以及人们在其中行为的经济学分支。通常关注拍卖设计的效率、最优和均衡拍卖策略、拍卖收益比较等。**单物品拍卖**给定一件物品和个潜在购买者，每个潜在购买者对于该物品都有一个自己的价值评估，该价值评估对于其他潜在购买者和拍卖者都是不可知的。如果购买者成功以价格p拍得该物品，则他的效益为vi-p；如果未能拍得该物品，则效益为0。**密封价格拍卖**，每个出价者都将价值bi悄悄地告诉卖家，卖家决定谁是拍得者，卖家决定该物品的价格，**第一价格拍卖**：赢得拍卖的购买者以自己的出价购买拍到的物品。**第二价格拍卖**：赢得拍卖的购买者以次高价购买拍到的物品。**奖励措施:** 在一个第二价格拍卖中，每一个参与者都有占优策略：设定他的出价为自己对于拍卖品的私有评估值。第二价格拍卖的任意竞价者收益为非负 **DSIC特性，**在一个拍卖中，如果对于每一个竞拍者真实报价总是优策略并且真实报价总是得到非负的收益，那么我们就称该拍卖具备DSIC特性**社会收益最大化特性，**在一个拍卖中，如果对于每一个竞拍者真实报价后，竞拍的结果能够最大化社会收益，那么我们就称该拍卖具备社会收益最大化特性。**完美拍卖**：1. 强激励保证：它是一个满足DSIC特性的拍卖；2. 强效果保证：它是社会福利最大化的拍卖；3. 计算高效性：它可以在输入大小多项式（最好是线性）时间复杂度内被计算实现**；第二价格拍卖是完美拍卖。麦尔森定理** 单参数环境： n个智能体，每个智能体有一个私有的非负评价值，表示它对于某个物品的估价，另外，有一个可行集X，它的每一个元素是一个非负的n维向量（x1，x2…），其中表示分给智能体i的物品数量，**分配规则的可实现性**在单参数环境下，一个分配规则有一个对应的支付规则使得直接显式机制 x,p 具有DSIC特性，那么就称这个分配规则x是实现的。**DSIC机制要求分配规则必须可实现。分配规则的单调性**在单参数环境下，对于任意一个个体 i 和其他个体的出价b(-i）如果分配xi相对于个体i的出价z是非递减的，那么就称这个分配规则x具有单调性。**麦尔森定理的应用**：单物品拍卖分配规则是将物品分配给最高出价的竞拍者。搜索引擎竞价拍卖给定k个按照点击率由高到低排序的位置，分配规则是将第i个出价的广告商分配到 第i个位置。**自私路由**每个人在道路移动过程中看起来是最优的，但是总体来看可能十分糟糕。**无秩序代价**：博弈论中用于评测在一个系统中，因为其参与单位的利己行为（或自私行为）而导致的效率下降程度。 PoA值越大，说明均衡的效率越低。**布雷斯悖论分析： Pigou网络：线性代价函数和非线性代价函数 最大PoA值可达性**对于任意形式的自私路由网络，假设它每一条边上的代价函数都属于函数集合C， 那么该网络的最大 PoA值（最坏情况下的PoA值）可以在对应的Pigou网络中达到，其中对应Pigou网络的“下一条边”的代价函数属于函数集合C。**PoA值的Pigou界定理**对于任意的自私路由网络，其每一条边上的代价函数都属于集合C，则该网

络的PoA ≤α（C）**势博弈（也称为潜在博弈）定义**：存在有界实值势函数 Φ，使得对于任意单方面偏差引起的代价改变都等于势函数的变化。**纯纳什均衡在很多博弈问题中不存在**，势博弈中存在至少一个纯纳什均衡。**最优反应在博弈中**假如其他人所采取的行动（策略选择）是已知或者能被预测的，根据这个已知的或可预测的行动而采取的能使自己的代价最小化（收益最大化）的策略，称为最优反应。**动态最优反应算法** **局部搜索问题包含三个子算法。 局部搜索问题包含三个子算法 PLS：局部搜索问题的集合 堵塞博弈** 在堵塞博弈中，计算纯纳什均衡是一个PLS完全问题，假设所有的参与人都有同一个出发点和目的点，计算堵塞博弈的纯纳什均衡依然是一个PLS完全问题。**混合纳什均衡后悔值**，不后悔算法设计原则1.过去的博弈经验应该用于指导未来的选择策略的概率分布2.如果某个策略带来了高代价则需要降低该策略的选择概率**不后悔算法举例-权重更新算法，代价越大，权重越低.** **PPAD（有向图的多项式校验参数） 双矩阵博弈问题深度Counterfactural值网络限制深度的前向预判的值函数**