本模型基于京东“亚洲一号”上海仓储物流中心建立。该物流中心分为四个区域：立体仓库区、多层阁楼拣货区、人工作业区和出货分拣区；流程（运行方式）可概括为“收货-存储-补货-拣货-包装-分拣-发货”七个步骤。

（1）收货：收货后人工码盘，自动裹膜，由入库输送线等设备输送至立库区存储。

（2）存储：立体仓库采用 shuttle 穿梭车进行入库存储。

（3）补货、拣货：采用托盘立体仓库拣选。

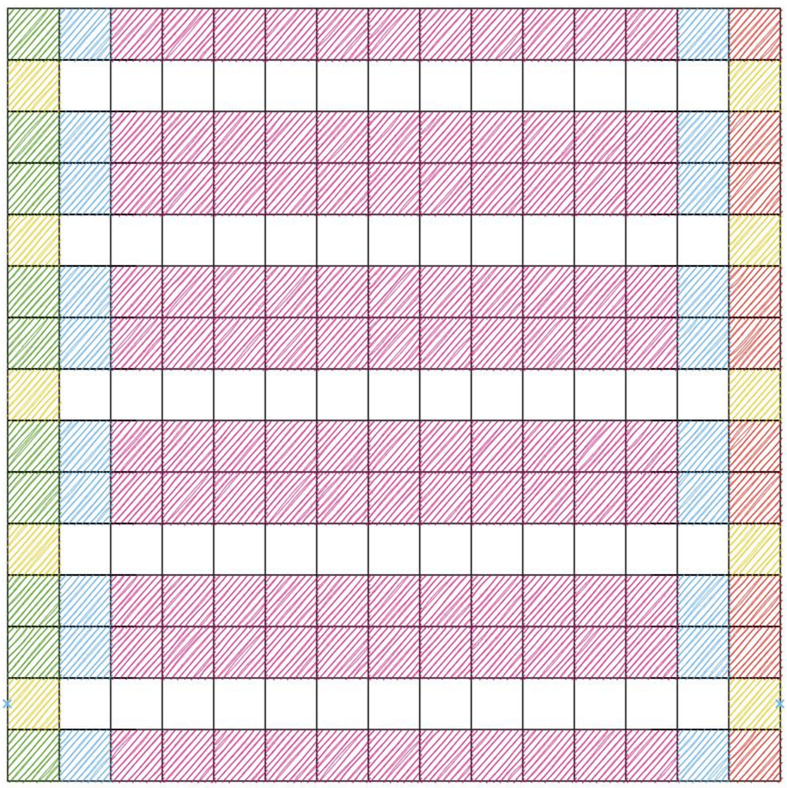
（4）包装：拣选后的货物通过自动化运输设备运送至包装区，复核包装完毕后输送至分拣区进行分拣发货。

（5）分拣、发货：输送至分拣区后，每个包裹由一个 AGV 小车运输到对应的窗口，由翻板 AGV 系统进行自动化落袋分拣，打包完毕后由 AGV 搬运至发货车辆处准备发货。

我们的主要研究部分为：用 shuttle 穿梭车进行入库存储和出库运输；用翻板 AGV 小车进行自动落袋分拣。

简化后的模型如下：

I 存储区



（1）区域解释

存储区包括收货部分、存储部分和拣货部分，为一个 15*15*15 的区域，每个单元长、宽、高均为 1m。

绿色区域：即待储存区域。

蓝色区域：提升机，可从待储存区域拿取货物并传送至穿梭车。提升机的最大速度为 1m/s，加速度为 0.5m/s^2。

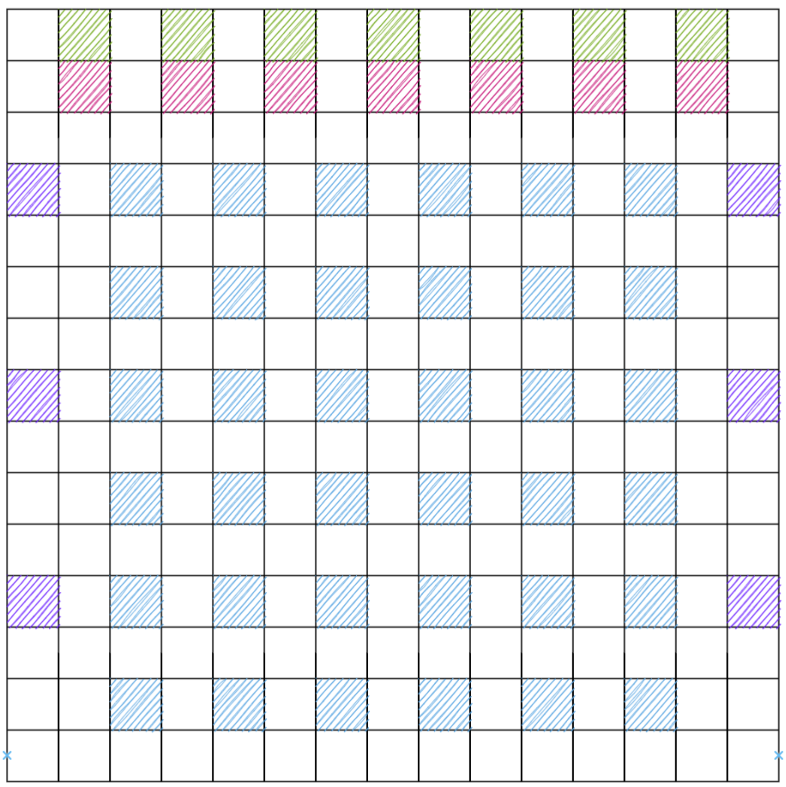
粉色区域：货架。

白色区域：穿梭车运行区域，穿梭车的空载最大速度为 4m/s，带载最大速度为 3m/s，加速度为 0.5m/s^2。

黄色区域：穿梭车充电区域。

红色区域：即待包装区域。

II 拣货区



（1）区域解释

绿色区域：货物分拣窗口。

红色区域：AGV 小车拿取货物区域。

紫色区域：AGV 充电区。

蓝色区域：落袋分拣区，AGV 可在该区相邻四格将货物投放至该区。

白色区域：AGV 运行区。

（2）模型假设

时间离散假设，即时刻只能取非负整数值；

左下角白色区域中心为（0，0），向右为 x 轴，向上为 y 轴；

AGV 初始位于红色区域；

AGV 在空载、带载运行状态下均保持匀速行驶且速度一致；

AGV 每次转弯时间、接取任务时间、投放货物时间、充电时间均为恒定值；

AGV 调头算作两次转弯；

AGV 加速度无穷大；

AGV 可看作位于单元格中心的一个质点，该质点随离散时间离散移动；

每辆 AGV 每次只能接取一个任务；

两辆 AGV 不能同时出现在一个单元中（即无碰撞行驶）；

零时刻每辆 AGV 均为满电状态；

当 AGV 自上一次充电后运行时长达到时长阈值后，需要在完成本次任务后，立即前往充电区充满电，充电时间与运行时长成正比：

$$t_{charge,k} = [\frac{t_{drive}}{10}]$$

其中[]表示向上取整。

为减少充电区发生拥堵的概率，可设定第k辆 AGV 每次充电后能够运行的时长阈值$t_{drive,k}$满足如下关系；

$$t_{drive,k} = k^3 + 1000$$

若充电区已满，则需进行充电的 AGV 需原地等待。

零时刻系统自动生成M个任务；

一个任务指的是从收到任务指令到完成任务所需时间（包括从接取任务到去往起始点拿取货物的时间）；

当第m个任务被接取后，系统自动生成下一个任务，任务生成顺序的优先级为左侧最高；

当所有任务均被完成后，拣货区任务结束（AGV 不必回到起始位置）。

（3）参数定义

M：待分配的任务数量；

K：可调度的 AGV 数量；

N_k：第k辆 AGV 完成的任务数量；

D：每个单元格的长度；

s_m：任务m的起始点编号，取值为 1，2，3，4，5，6，7；

S_s：第s个拿货区的位置，是一个二维向量。

a_m：任务m的终止点，是一个二维向量；

f_q：第q个充电区的位置，是一个二维向量。

F_q：第q个充电区是否有 AGV 充电，有则为 1，无则为 0；

$b_{m,k}$：完成任务m后第k辆 AGV 所在位置，是一个二维向量；

$m_{k,n}$：对于第k辆 AGV 而言的第n个任务；

$t_{m,k}$：第k辆 AGV 完成任务m所需时间，即从收到任务指令到完成任务所需时间（包括从接取任务到去往起始点拿取货物的时间）；

v：AGV 平均行驶速度；

t_{turn}：AGV 每次转弯所需时间；

$u_{m,k}$：第k辆 AGV 执行任务m时的转弯次数；

$d_{m,k}$：第k辆 AGV 完成任务m时的总路径长度；

t_{get}：AGV 每次在起始点接取任务所需时间；

t_{throw}：AGV 将货物投放至落袋分拣区所用时间；

$t_{charge,k,p}$：第k辆 AGV 第p次充电时间；

$t_{gocharge,k,p}$：第k辆 AGV 第p次从投放点前往充电区所需时间；

P_k：第k辆 AGV 的充电次数；

$t_{drive,k}$：第k辆 AGV 每次充电后能够运行的时长阈值；

$t_{wait,k,p}$：第k辆 AGV 第p次充电时间前的等待时间；

$x_{m,k}$：决策变量，任务m被分配给第k辆 AGV 时为 1，否则为 0；

$\rightarrow$：表示两个地点之间的距离（不考虑碰撞时为折线最短距离）。

（4）数学模型

模型的优化目标是最小化所有任务的响应时间、充电时间和等待时间。

目标函数：

$$z = min \sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K} x_{m,k}\, t_{m,k} + \sum_{k=1}^{K}\sum_{p=1}^{P_k}(t_{charge,k,p} + t_{gocharge,k,p} + t_{wait,k,p})$$

约束条件：

$$t_{m,k} = t_{get} + t_{throw} + u_{m,k}t_{turn} + \sum_{k=1}^{K} x_{m,k}\frac{d_{m,k}}{v}, m = 1,2,\dots,M$$

$$d_{m_{k,n},k} = D\left(b_{m_{k,n-1},k} \rightarrow s_{m_{k,n}} + s_{m_{k,n}} \rightarrow b_{m_{k,n},k}\right), k = 1,2,\dots,K, n = 1,2,\dots,N_k$$

$$b_{m,k} \rightarrow a_m = 1$$

$$\sum_{k=1}^{K} x_{m,k} = 1, m = 1,2,\dots,M$$

$$\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K} x_{m,k} = \sum_{k=1}^{K}\sum_{m=1}^{M} x_{m,k} = M$$

$$t_{drive,k} = k^3 + 1000, k = 1,2,\dots,K$$

$$\sum_{n=j_p}^{j_{p+1}-2} t_{m_{k,n},k} \le t_{drive,k} < \sum_{n=j_p}^{j_{p+1}-1} t_{m_{k,n},k}, k = 1,2,\dots,K, p = 1,2,\dots P_k$$

$$t_{charge,k,p} = \left[\frac{1}{10}\sum_{n=j_p}^{j_{p+1}-1} t_{m_{k,n},k}\right], k = 1,2,\dots,K, p = 1,2,\dots P_k$$

$$t_{gocharge,k,p} = \frac{b_{m_{k,j_{p+1}-1},k} \rightarrow f_q}{v}, k = 1,2,\dots,K, p = 1,2,\dots P_k$$

$$F_q = 0\ or\ 1, q = 1,2,3,4,5,6$$

$$t_{wait,k,p} \ge 0$$

（5）参数假设

$$M = 100$$

$$K = 7$$

$$D = 1$$

$$s_m = 1,2,3,4,5,6,7$$

$$a_m = (2,1),(2,3),\dots,(2,11),\dots,(12,1),(12,3),\dots,(12,11)$$

$$f_q = (0,3),(0,5),(0,7),(14,3),(14,5),(14,7)$$

$$S_s = (1,13),(3,13),\dots,(13,13)$$

$$v = 1$$

$$t_{turn} = 1$$

$$t_{get} = 2$$

$$t_{throw} = 2$$