

《概率论与数理统计》期末考试卷 (B)

使用专业、班级 信计 2016 学号 姓名

题数	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

本题 得分	
----------	--

一、填空题〔每小题 5 分，共计 25 分〕

- 1、设 A, B, C 是三个随机事件，则事件 \overline{ABC} 表达的涵义是_____。
- 2、设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $X \sim N(2, 9)$, $Y \sim N(1, 4)$ ，则 $Z = X - 2Y \sim$ _____。
- 3、已知 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, x_1, x_2, \dots, x_n ($n > 1$) 是来自总体 X 的样本，且样本均值方差分别为 \bar{x} 和 s^2 。当参数 μ 是未知的，则作参数 σ^2 的区间估计所取的枢轴量为_____（注：指明分布）。
- 4、假设某袋子中有同一规格产品 N 件，其中正品 M 件，次品 $N - M$ 件。现从袋子中随机抽取 n 件产品，则事件“抽取 n 件产品中刚好有正品 m 件正品、 $n - m$ 次品”的概率是_____。
- 5、现代统计学主要有_____两大学派。

本题 得分	
----------	--

二、〔计 12 分〕设某厂甲、乙、丙三车间生产同一种产品，产量依次占全厂的 45%，35% 和 20%，相应的各车间次品率分别为 4%，2% 和 5%。现在从仓库中随机地抽取一件，试求：（1）它为次品的概率；（2）若已知抽取的产品为次品，问来自哪个车间的可能性最大？

考试形式开卷（ ）、闭卷（√），在选项上打（√）
 开课教研室 应用数学 命题教师 唐旭清 命题时间 2017.12 使用学期 2017-2018（1）

本题 得分	
----------	--

三、〔计 15 分〕设随机变量 X 和 Y 相互独立，且都服从参数为 λ 的指数分布。令

$$\begin{cases} U = X + Y \\ V = X - Y \end{cases}$$

试求：（1） (U, V) 的联合概率密度函数 $p_{U,V}(u, v)$ ；（2） $U = X + Y$ 的概率密度函数 $p_U(u)$ ；（3）判断随机变量 U 与 V 是否独立。

本题 得分	
----------	--

四、〔计 12 分〕设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自总体 X 的一组样本，且 X 的期望 μ 和方差 σ^2 均存在。对形如 $\mu_1 = \sum_{i=1}^n a_i x_i$ 的统计量（其中 a_1, a_2, \dots, a_n 为已知参数），试求：（1）若 μ_1 为参数 μ 的无偏估计量， a_1, a_2, \dots, a_n 所满足的条件；（2）在（1）的基础上， a_1, a_2, \dots, a_n 取何值时， μ_1 是 μ 的最有效估计量？

本题	
得分	

五、【计 16 分】已知营业税税收总额 y 与社会商品零售总额 x 相关。现收集了 9 组数据如下表：

x	142.08	177.30	204.68	242.68	316.24	341.99	332.69	389.29	453.40
y	3.93	5.96	7.85	9.82	12.50	15.55	15.79	16.39	18.45

假定 y 与 x 间具有一元线性关系。试求：(1) y 对 x 的回归方程；(2) 对建立的回归方程作显著性检验($\alpha = 0.05$)；(3) 若 $x = 300$ ，计算营业税税收总额的的概率为 95% 的预测区间。

本题 得分	
----------	--

六、〔计 10 分〕设有甲、乙两个小麦品种，选择 18 块条件相似的试验田，采用相同的耕作方法做实验，其中 8 块播种甲品种，10 块播种乙品种。实验结果为甲、乙甲品种单位面积上平均产量分别是 $\bar{x} = 569.38$ 和 $\bar{y} = 487.00$ （单位：kg），样本方差分别是 $S_x^2 = 2140.55$ 和 $S_y^2 = 3256.22$ 。假设每个品种的单位面积的产量均服从正态分布，在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下，是否可以认为这两个品种的方差是相等的？

本题 得分	
----------	--

七、〔计 10 分〕设 $\{X_n\}$ 是独立同分布的随机变量序列, 其共同的分布为

$$P\left(X_n = \frac{2^k}{k^2}\right) = \frac{1}{2^k} \quad (k = 1, 2, \dots)$$

试问随机变量序列 $\{X_n\}$ 是否服从大数定律?

附: $u_{0.95} = 1.645$, $u_{0.975} = 1.96$

$t_{0.95}(6) = 1.9432, t_{0.95}(7) = 1.8946, t_{0.95}(8) = 1.8595, t_{0.95}(9) = 1.8331$

$t_{0.975}(6) = 2.4469, t_{0.975}(7) = 2.3646, t_{0.975}(8) = 2.3060, t_{0.975}(9) = 2.2622$

$F_{0.05}(8, 10) = 1/3.35, F_{0.95}(8, 10) = 3.07, F_{0.025}(7, 9) = 1/4.82, F_{0.975}(7, 9) = 4.20$

$F_{0.05}(1, 6) = 1/233.99, F_{0.95}(1, 6) = 5.99, F_{0.025}(1, 7) = 1/948.22, F_{0.975}(1, 7) = 8.07$.