复杂网络与大数据分析

第一次作业

姓 名: 唐 川 淇
学 号: 1131190111
班 级: 信计 1901

江南大学
理学院

2022 年 5 月 2 日

1 作业

$$C_i = \frac{2E_i}{k_i(k_i-1)} = \frac{1}{k_i(k_i-1)}\sum_{j,k=1}^{N} a_{ij}a_{jk}a_{ki} \tag{1}$$

$$C = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} C_i \tag{2}$$

$$C = \frac{\text{网络中的三角形个数}}{\text{网络中的连通三元组的数目}/3} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j\neq i,k\neq i,j\neq k} a_{ij}a_{jk}a_{ki}}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j\neq i,k\neq i,j\neq k} a_{ij}a_{ki}} \tag{3}$$

1.1 请证明基于社会学的网络聚类系数的定义 EQ.3，可以用节点聚类系数定义 EQ.1如下：

$$C = \sum_{i=1}^{N} C_i\left(\frac{k_i(k_i-1)/2}{\sum_{j=1}^{N} k_j(k_j-1)/2}\right) \tag{4}$$

证:

$$\begin{aligned} C &= \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j\neq i,k\neq i,j\neq k} a_{ij}a_{jk}a_{ki}}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j\neq i,k\neq i,j\neq k} a_{ij}a_{ki}} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^{N} E_i}{\sum_{i=1}^{N} k_i(k_i-1)/2} \\ &= \sum_{i=1}^{N} \frac{E_i}{k_i(k_i-1)}\left(\frac{k_i(k_i-1)/2}{\sum_{j=1}^{N} k_j(k_j-1)/2}\right) \\ &= \sum_{i=1}^{N} C_i\left(\frac{k_i(k_i-1)/2}{\sum_{j=1}^{N} k_j(k_j-1)/2}\right) \end{aligned} \tag{5}$$

请比较上式和网络聚类系数定义 EQ.2, 即 $C = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} C_i$ 的大小。假设网络中的每个节点的度都不小于 2，请分别考虑如下两种不同的情况：

1.2 对于任意两个节点 i 和 j，如果 $k_i \geq k_j$，那么 $C_i \geq C_j$

由于任意两个节点 i 和 j，如果 $k_i \geq k_j$，那么 $C_i \geq C_j$，那么 C_i 越大的的点,k_i 也越小

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} C_i \leq \sum_{i=1}^{N} C_i\left(\frac{k_i(k_i-1)/2}{\sum_{j=1}^{N} k_j(k_j-1)/2}\right) \tag{6}$$

1.3 对于任意两个节点 i 和 j，如果 $k_i \geq k_j$，那么 $C_i \leq C_j$

由于任意两个节点 i 和 j，如果 $k_i \geq k_j$，那么 $C_i \leq C_j$，那么 C_i 越大的的点,k_i 也越大，则 $C_i k_i(k_i-1)/2$ 也越大

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} C_i \geq \sum_{i=1}^{N} C_i\left(\frac{k_i(k_i-1)/2}{\sum_{j=1}^{N} k_j(k_j-1)/2}\right) \tag{7}$$