

本题
得分

三、用直接三角分解法解 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ ，并写出 L 和 U 矩阵。

线性方程的紧凑格式

〔15分〕

$$\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 2 & & \\ 2 & & & & & \\ 4 & & & & & \end{array}$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 6 & 1 \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -5 \end{bmatrix}$$

由 $UX = Y$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -7 \end{bmatrix}$$

$$\text{得} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{5} \\ -\frac{7}{5} \\ \frac{7}{5} \end{bmatrix}$$

本题
得分

四、给定数据表

x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
f(x)	9	6	5	3	2	4

用二次插值计算 $f(0.31)$ 的近似值。〔15分〕

取 $x_0=0.2, x_1=0.3, x_2=0.4$

作差商表

x	y	1阶差商	2阶差商
0.2	6		
0.3	5	-10	
0.4	3	-20	-50

$$N_2(x) = 6 - 10(x-0.2) - 50(x-0.2)(x-0.3)$$

$$f(0.31) \approx N_2(0.31) = 4.845$$