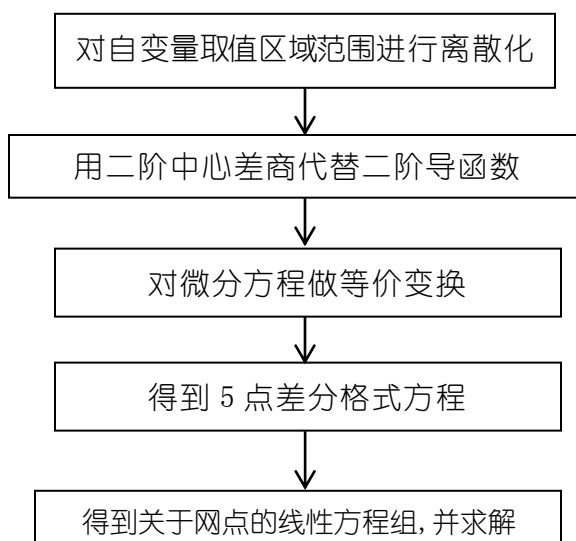


算法结构

考虑微分方程: $\begin{cases} -\Delta u = f, (x, y) \in \Omega \\ \text{其他初值条件} \end{cases}$



代码

1.几个辅助函数

```
function g=bottom(x)
    g=x^2;%u(x,a)
end
function g=top(x)
    g=x^2-4;%u(x,b)
end
function g=left(y)
    g=-y^2;%u(a,y)
end
function g=right(y)
    g=4-y^2;%u(b,y)
end
function g=f(x,y)
    g=0;%f(x,y)
end
```

2.主程序

```
function result=Five_point_difference_format(x1,x2,y1,y2,M,N)%返回不包括端点的 u 值,为按 x 排列的列向量
h=(x2-x1)/M;%横轴步长
k=(y2-y1)/N;%纵轴步长
m=M-1;n=N-1;h1=h^2;r=h1/k^2;%五点中的上下两个点的系数
t=2+2*r;%五点中的中心点的系数
x=x1+(x2-x1)*(0:M)/M;%x, y 向量表示横纵坐标
y=y1+(y2-y1)*(0:N)/N;
a=zeros(m*n,m*n);
b=zeros(m*n,1);%初始化 a, b 矩阵, a 为系数矩阵
%内部的 (m-2) * (n-2) 个点
for i=2:m-1
    for j=2:n-1
        a(i+(j-1)*m,:)= [zeros(1,i-1+(j-2)*m) -r zeros(1,m-2) -1 t -1
zeros(1,m-2) -r ...
zeros(1,(n-j)*m-i)];
        b(i+(j-1)*m)=h1*f(x(i+1),y(i+1));
    end
end
%下边缘
j=1;
for i=2:m-1
    a(i+(j-1)*m,:)= [zeros(1,i-2) -1 t -1 zeros(1,m-2) -r zeros(1,(n-j)*m-i)];
    b(i+(j-1)*m)=h1*f(x(i+1),y(i+1))+r*bottom(x(i+1));
```

```

end
%右边缘
i=m;
for j=2:n-1
    a(i+(j-1)*m,:)= [zeros(1, (j-1)*m-1) -r zeros(1,m-2) -1 t zeros(1,m-1)...
        -r zeros(1, (n-j)*m-i)];
    b(i+(j-1)*m)=h1*f(x(i+1), y(i+1))+right(y(j+1));
end
%上边缘
j=n;
for i=2:m-1
    a(i+(j-1)*m,:)= [zeros(1, i-1+(j-2)*m) -r zeros(1, m-2) -1 t -1
        zeros(1, m-i-1)];
    b(i+(j-1)*m)=h1*f(x(i+1), y(j+1))+r*top(x(i+1));
end
%左边缘
i=1;
for j=2:n-1
    a(i+(j-1)*m,:)= [zeros(1, i-1+(j-2)*m) -r zeros(1, m-1) t -1 zeros(1, m-2)
        -r...
        zeros(1, (n-j)*m-i)];
    b(i+(j-1)*m)=h1*f(x(i+1), y(j+1))+left(y(j+1));
end;
%左下角的那个点
i=1; j=1;
a(1,:)= [t -1 zeros(1, m-2) -r zeros(1, (n-1)*m-1)];
b(1)=h1*f(x(2), y(2))+r*bottom(x(2))+left(y(2));
%右下角的那个点
i=m; j=1;
a(i+(j-1)*m,:)= [zeros(1, m-2) -1 t zeros(1, m-1) -r zeros(1, (n-2)*m)];
b(i+(j-1)*m)=h1*f(x(i+1), y(j+1))+r*bottom(x(i+1))+right(y(j+1));
%左上角的那个点
i=1; j=n;
a(i+(j-1)*m,:)= [zeros(1, (n-2)*m) -r zeros(1, m-1) t -1 zeros(1, m-2)];
b(i+(j-1)*m)=h1*f(x(i+1), y(j+1))+r*top(x(i+1))+left(y(j+1));
%右上角的那个点
i=m; j=n;
a(i+(j-1)*m,:)= [zeros(1, (n-1)*m-1) -r zeros(1, m-2) -1 t];
b(i+(j-1)*m)=h1*f(x(i+1), y(j+1))+r*top(x(i+1))+right(y(j+1));
result=a\b;
end

```

结果

取区间数 $n=10$ 结果如下(不包括边界)

| $x \backslash y$ | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1 | 1.2 | 1.4 | 1.6 | 1.8 |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| 0.2 | 0 | 0.12 | 0.32 | 0.6 | 0.96 | 1.4 | 1.92 | 2.52 | 3.2 |
| 0.4 | -0.12 | 0 | 0.2 | 0.48 | 0.84 | 1.28 | 1.8 | 2.4 | 3.08 |
| 0.6 | -0.32 | -0.2 | 0 | 0.28 | 0.64 | 1.08 | 1.6 | 2.2 | 2.88 |
| 0.8 | -0.6 | -0.48 | -0.28 | 0 | 0.36 | 0.8 | 1.32 | 1.92 | 2.6 |
| 1 | -0.96 | -0.84 | -0.64 | -0.36 | 0 | 0.44 | 0.96 | 1.56 | 2.24 |
| 1.2 | -1.4 | -1.28 | -1.08 | -0.8 | -0.44 | 0 | 0.52 | 1.12 | 1.8 |
| 1.4 | -1.92 | -1.8 | -1.6 | -1.32 | -0.96 | -0.52 | 0 | 0.6 | 1.28 |
| 1.6 | -2.52 | -2.4 | -2.2 | -1.92 | -1.56 | -1.12 | -0.6 | 0 | 0.68 |
| 1.8 | -3.2 | -3.08 | -2.88 | -2.6 | -2.24 | -1.8 | -1.28 | -0.68 | 0 |

取区间数 $n=10$ 作图如下(不包括边界)

