各种矩阵

关联矩阵$\boldsymbol{A}_{\mathrm{a}}$：描述图中节点对支路的关联关系的矩阵，简称关联矩阵

对于一个具有 n 个节点、b 条支路的有向图，定义关联矩阵$\boldsymbol{A}_{\mathrm{a}}=[a_{ik}]_{n\times b}$，其中行号对应节点，列号对应支路，矩阵的第 (i,k) 个元素 a_{ik} 定义为

$$a_{ik}=\begin{cases}1 & \text{支路 } \boldsymbol{k} \text{ 与节点 } \boldsymbol{i} \text{ 相关联，且其方向离开节点} \boldsymbol{i} \\ -1 & \text{支路 } \boldsymbol{k} \text{ 与节点 } \boldsymbol{i} \text{ 相关联，且其方向指向节点} \boldsymbol{i} \\ 0 & \text{支路 } \boldsymbol{k} \text{ 与节点 } \boldsymbol{i} \text{ 无关联}\end{cases}$$

降阶关联矩阵$\boldsymbol{A}$：把 $\boldsymbol{A}_{\mathrm{a}}$ 中的任意一行删去，得到一个具有 $n-1$ 行和 b 列的矩阵，其秩为 $n-1$，称为降阶关联矩阵，通常记为 $\boldsymbol{A}$

网孔矩阵$\boldsymbol{M}_{\mathrm{m}}$：用来描述有向图网孔与支路之间连接关系的全部信息的矩阵

对于一个具有 n 个节点、b 条支路的有向图，定义一个矩阵 $\boldsymbol{M}_{\mathrm{m}}=[m_{ik}]_{(b-n+2)\times b}$，其中行号对应网孔，列号对应支路，矩阵的第 (i,k) 个元素 m_{ik} 定义为

$$m_{ik}=\begin{cases}1 & \text{支路 } \boldsymbol{k} \text{ 与网孔 } \boldsymbol{i} \text{ 相关联, 且其方向与网孔 } \boldsymbol{i} \text{ 一致} \\ -1 & \text{支路 } \boldsymbol{k} \text{ 与网孔 } \boldsymbol{i} \text{ 相关联, 且其方向与网孔 } \boldsymbol{i} \text{ 相反} \\ 0 & \text{支路 } \boldsymbol{k} \text{ 与网孔 } \boldsymbol{i} \text{ 无关联}\end{cases}$$

降阶网孔矩阵$\boldsymbol{M}$：把 $\boldsymbol{M}_{\mathrm{m}}$ 中的任意一行删去，便得到一个具有 $b-n+1$ 行和 b 列的矩阵，其秩为 $b-n+1$，称为降阶网孔矩阵，记为 $\boldsymbol{M}$。

基本回路矩阵$\boldsymbol{B}$：描述连通图的回路和支路关系的矩阵。

对于一个具有 b 条支路、l 个基本回路的连通图，定义基本回路矩阵 $\boldsymbol{B}=[b_{ik}]_{l\times b}$，其中行号对应基本回路，列号对应支路，$\boldsymbol{B}$ 的第 (i,k) 个元素 b_{ik} 定义为

$$b_{ik}=\begin{cases}1 & \text{支路 } \boldsymbol{k} \text{ 与基本回路 } \boldsymbol{i} \text{ 有关联, 且它们的参考方向一致} \\ -1 & \text{支路 } \boldsymbol{k} \text{ 与基本回路 } \boldsymbol{i} \text{ 有关联, 且它们的参考方向相反} \\ 0 & \text{支路 } \boldsymbol{k} \text{ 与基本回路 } \boldsymbol{i} \text{ 无关联}\end{cases}$$

在按上述取法选取基本回路的情况下，$\boldsymbol{B}$ 具有下列形式

$$\boldsymbol{B}=\{\boldsymbol{E}_{\mathrm{l}},\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}\}$$

式中，$\boldsymbol{E}_{\mathrm{l}}$ 表示一个 l 阶的单位矩阵；$\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}$ 表示一个 l 行、$n-1$ 列的矩阵。

基本割集矩阵$\boldsymbol{Q}$：表达基本割集和支路的关系的矩阵。

对一个支路数为 b、基本割集数为 c 的连通图，定义一个基本割集矩阵 $\boldsymbol{Q}=[q_{ik}]_{c\times b}$，其中行号对应割集，列号对应支路，$\boldsymbol{Q}$ 的第 (i,k) 个元素 q_{ik} 定义为

$$q_{ik}=\begin{cases}1 & \text{支路 } \boldsymbol{k} \text{ 与基本割集 } \boldsymbol{i} \text{ 有关联，且它们的参考方向一致} \\ -1 & \text{支路 } \boldsymbol{k} \text{ 与基本割集 } \boldsymbol{i} \text{ 有关联，且它们的参考方向相反} \\ 0 & \text{支路 } \boldsymbol{k} \text{ 与基本割集 } \boldsymbol{i} \text{ 无关联}\end{cases}$$

在按上述取法选取基本割集的情况下，$\boldsymbol{Q}$ 具有下列形式：

$$\boldsymbol{Q}=\{\boldsymbol{Q}_{\mathrm{l}},\boldsymbol{E}_{\mathrm{t}}\}$$

上式中，$\boldsymbol{Q}_{\mathrm{l}}$ 是一个具有 $1,-1,0$ 元素的 $(n-1)\times 1$ 矩阵；$\boldsymbol{E}_{\mathrm{t}}$ 为 $n-1$ 阶的单位矩阵。

分析方法	网孔分析法	基本回路分析法	节点分析法	基本割集分析法
独立未知变量	网孔电流	回路电流（连支电流）	节点电压	割集电压（树支电压）
方程名称	网孔方程	基本回路方程	节点电压矩阵方程	基本割集矩阵方程
变量数	$b-n+1$		$n-1$	
一般求解步骤	1.指定支路电压和支路电流的参考方向，支路电压和支路电流取一致参考方向。 2.列出$b-n+1$个回路的 KVL 方程 3.根据 KCL 和支路特性方程 VCR，方程中的各个支路电压又可用回路电流来表示 4.解方程组		1.指定支路电压和支路电流的参考方向，支路电压和支路电流取一致参考方向。 2.列出$n-1$个回路的 KCL 方程 3.根据 KVL 和支路特性方程 VCR，方程中的各个支路电流又可用各节点电压来表示 4.解方程组	
关联	网孔分析法可视为回路分析法的特例		节点分析法可视为割集分析法的特例	
矩阵定义	降价网孔矩阵	基本回路矩阵	降阶关联矩阵	基本割集矩阵
KCL 表示	$\boldsymbol{i}_{\mathrm{b}}=\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{i}_{\mathrm{m}}$	$\boldsymbol{i}_{\mathrm{b}}=\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{i}_{\mathrm{l}}$	$\boldsymbol{A}\boldsymbol{i}_{b}=\boldsymbol{0}$	$\boldsymbol{Q}\boldsymbol{i}_{\mathrm{b}}=\boldsymbol{0}$
KVL 表示	$\boldsymbol{M}\boldsymbol{u}_{\mathrm{b}}=\boldsymbol{0}$	$\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_{\mathrm{b}}=\boldsymbol{0}$	$\boldsymbol{u}_{\mathrm{b}}=\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_{\mathrm{n}}$	$\boldsymbol{u}_{\mathrm{b}}=\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_{\mathrm{t}}$
代入广义支路	$\boldsymbol{R}_{\mathrm{m}}\boldsymbol{i}_{\mathrm{m}}=\boldsymbol{u}_{\mathrm{Sm}}$	$\boldsymbol{R}_{\mathrm{l}}\boldsymbol{i}_{\mathrm{l}}=\boldsymbol{u}_{\mathrm{Sl}}$	$\boldsymbol{G}_{\mathrm{n}}\boldsymbol{u}_{\mathrm{n}}=\boldsymbol{i}_{\mathrm{Sn}}$	$\boldsymbol{G}_{\mathrm{q}}\boldsymbol{u}_{\mathrm{t}}=\boldsymbol{i}_{\mathrm{Sq}}$

其中:

$\boldsymbol{i}_{\mathrm{b}}$ 表示支路电流向量

$\boldsymbol{i}_{\mathrm{m}}$ 表示网孔电流向量

$\boldsymbol{i}_{\mathrm{l}}$ 表示基本回路电流向量（支路电流向量分块而来）

$\boldsymbol{i}_{\mathrm{Sn}}$ 表示节点源电流向量（广义支路中的电流源）

$\boldsymbol{i}_{\mathrm{Sq}}$ 表示基本割集电流源向量（分量是各相应基本割集中所有电流源电流的代数和）

$\boldsymbol{u}_{\mathrm{b}}$ 表示支路电压向量

$\boldsymbol{u}_{\mathrm{n}}$ 表示节点电压向量

$\boldsymbol{u}_{\mathrm{t}}$ 表示基本割集电压向量（支路电压向量分块而来）

$\boldsymbol{u}_{\mathrm{Sm}}$ 表示网孔电压源向量（广义支路中的电压源）

$\boldsymbol{u}_{\mathrm{Sl}}$ 表示基本回路电压源向量（分量是各相应基本回路中所有电压源电压的代数和）