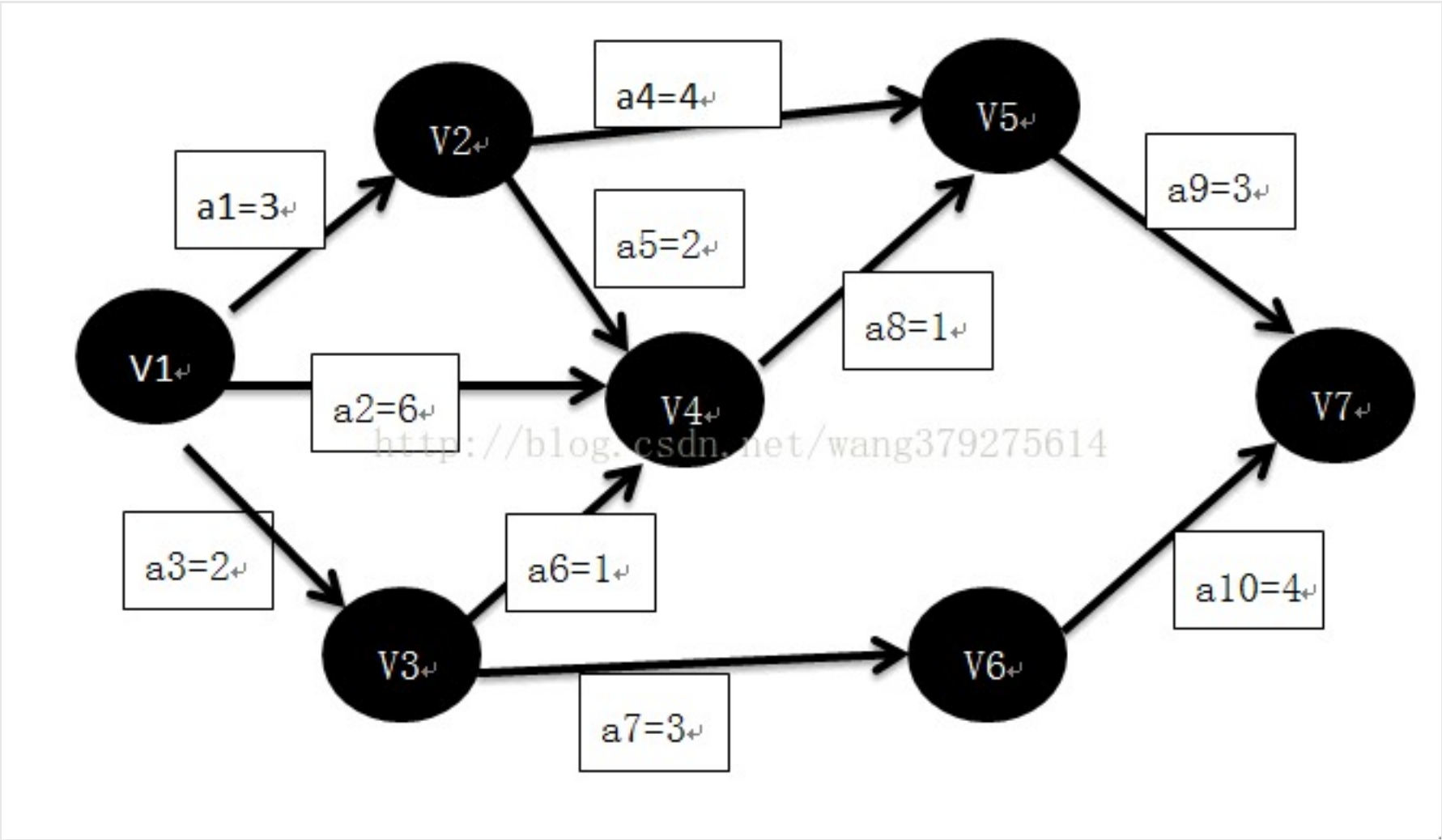


教你轻松计算AOE网关键路径

认识AOE网

有向图中，用顶点表示活动，用有向边表示活动之间开始的先后顺序，则称这种有向图为AOV网络；AOV网络可以反应任务完成的先后顺序（拓扑排序）。

在AOV网的边上加上权值表示完成该活动所需的时间，则称这样的AOV网为AOE网，如下图：



图中，顶点表示事件（能被触发，两特征属性：最早发生时间 $Ve(j)$;最晚发生时间 $VI(j)$ ），边表示活动（能被开始，两特征属性：最早开始时间 $e(i)$ ；最晚开始时间 $l(i)$ ），权表示活动持续时间，通常用AOE网来估算工程完成的时间

两条原则：

- Ø 只有某顶点所代表的事件发生后，从该顶点出发的各活动才能开始

Ø 只有进入某顶点的各活动都结束，该顶点所代表的事件才能发生

计算关键路径

首先，在AOE网中，从始点到终点具有最大路径长度（该路径上的各个活动所持续的时间之和）的路径为关键路径。

计算关键路径，只需求出上面的四个特征属性，然后取 $e(i)=l(i)$ 的边即为关键路径上的边（关键路径可能不止一条）。

先来看看四个特征属性的含义：

Ø $Ve(j)$ ：是指从始点开始到顶点 V_k 的最大路径长度


计算技巧：

(1)从前向后，取大值：直接前驱结点的 $Ve(j)$ +到达边（指向顶点的边）的权值，有多个值的取较大者

(2)首结点 $Ve(j)$ 已知，为0

如上图各顶点（事件）的 $Ve(j)$ ：（从 V_1 开始）

顶点	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7
$Ve(j)$	0	3	2	6	7	5	10



计算顺序 [//blog.csdn.net/wang379275614](http://blog.csdn.net/wang379275614)

Ø $VL(j)$ ：在不推迟整个工期的前提下，事件 v_k 允许的最晚发生时间

计算技巧：

(1)从后向前，取小值：直接后继结点的 $VI(j)$ －发出边（从顶点发出的边）的权值，有多个值的取较小者；

(2)终结点 $VI(j)$ 已知，等于它的 $Ve(j)$)

如上图各顶点（事件）的 $VI(j)$ ：（从 V_7 开始,它的最早、最晚发生时间相同,都为10）：

顶点↵	V_1 ↵	V_2 ↵	V_3 ↵	V_4 ↵	V_5 ↵	V_6 ↵	V_7 ↵
<u>$VI(j)$</u> ↵	0↵	3↵	3↵	6↵	7↵	6↵	10↵



计算顺序

Ø $e(i)$: 若活动 a_i 由弧 $\langle v_k, v_j \rangle$ 表示，则活动 a_i 的最早开始时间应该等于事件 v_k 的最早发生时间。因而，有： $e[i]=ve[k]$ ；（即：边（活动）的最早开始时间等于，它的发出顶点的最早发生时间）

如上图各边（活动）的 $e(i)$ ：

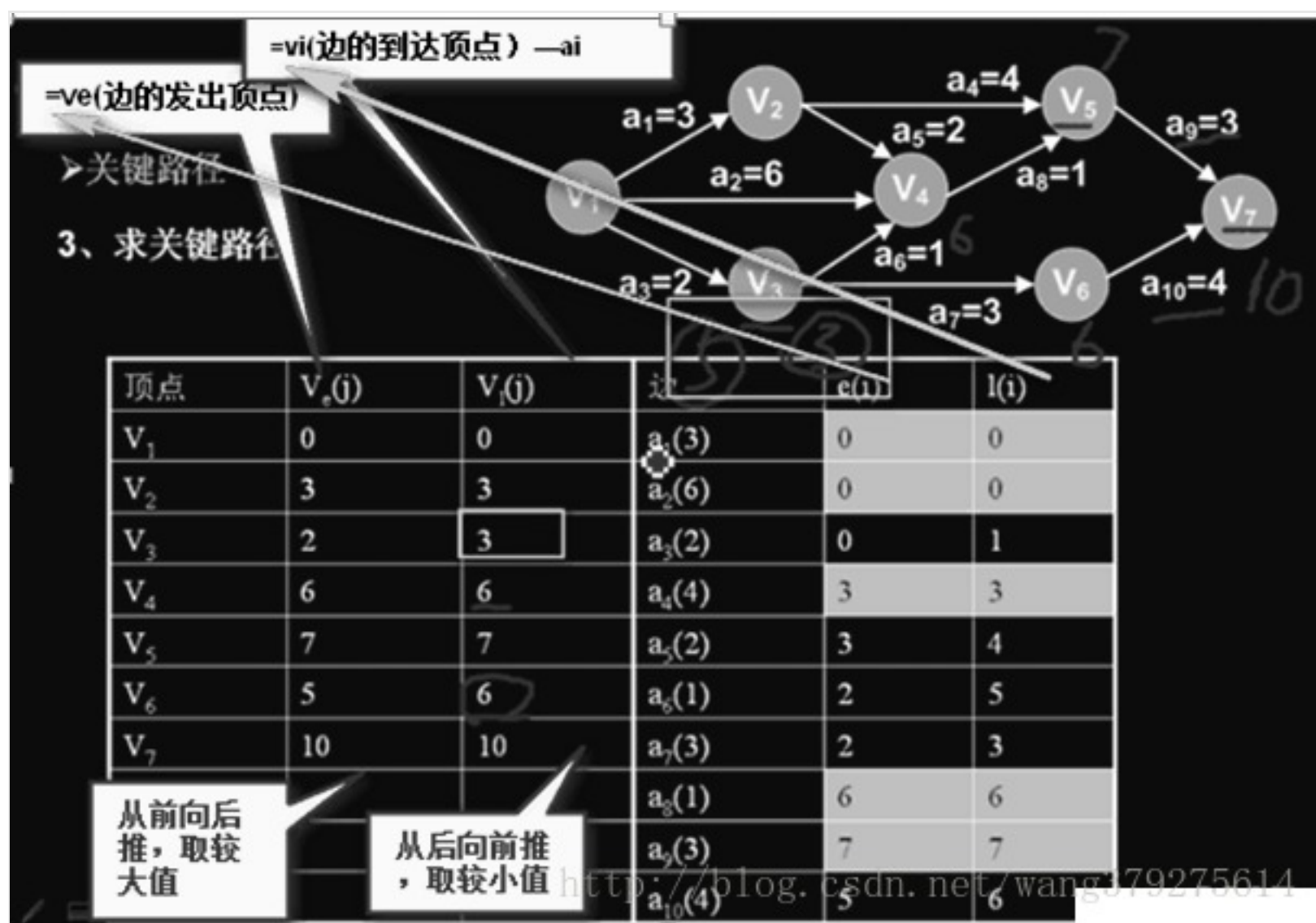
边↵	$a_1(3)$ ↵	$a_2(6)$ ↵	$a_3(2)$ ↵	$a_4(4)$ ↵	$a_5(2)$ ↵	$a_6(1)$ ↵	$a_7(3)$ ↵	$a_8(1)$ ↵	$a_9(3)$ ↵	$a_{10}(4)$ ↵
$e(i)$ ↵	0↵	0↵	0↵	3↵	3↵	2↵	2↵	6↵	7↵	5↵

Ø $l(i)$: 若活动 a_i 由弧 $\langle v_k, v_j \rangle$ 表示，则 a_i 的最晚开始时间要保证事件 v_j 的最迟发生时间不拖后。因而有： $l[i]=vl[j]-len\langle v_k, v_j \rangle$ （为边（活动）的到达顶点的最晚发生时间减去边的权值）

如上图各边（活动）的 $l(i)$ ：

边	a1(3)	a2(6)	a3(2)	a4(4)	a5(2)	a6(1)	a7(3)	a8(1)	a9(3)	a10(4)
l(i)	0	0	1	3	4	5	3	6	7	6

至此已介绍完了四个特征属性的求法，也求出了上图中边的e(i)和l(i),取出e(i)=l(i)的边为a1、a2、a4、a8、a9，即为关键路径上的边，所以关键路径有两条：a1 a4 a9和 a2 a8 a9



总结

求关键路径，只需理解顶点（事件）和边（活动）各自的两个特征属性以及求法即可：

- Ø 先根据首结点的 $V_e(j)=0$ 由前向后计算各顶点的最早发生时间
- Ø 再根据终结点的 $V_l(j)$ 等于它的 $V_e(j)$ 由后向前依次求解各顶点的最晚发生时间
- Ø 根据边的 $e(i)$ 等于它的发出顶点的 $V_e(j)$ 计算各边的最早开始时间（最早开始，对应最早发生）

Ø 根据边的 $l(i)$ 等于它的到达顶点的 $Vl(j)$ 减去边的权值计算各边的最晚开始时间（最晚开始，对应最晚发生）