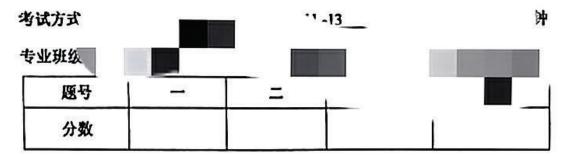


华中科技大学 2022~2023 学年第一学期 "微积分 (一)"期中考试试卷(A卷)



分 数	
评卷人	

一、基本计算题(每小题 6 分,共 60 分)

1. 求极限
$$l = \lim_{n \to \infty} \left(\sin \frac{\pi}{\sqrt{n^2 + 1}} + \sin \frac{\pi}{\sqrt{n^2 + 2}} + \dots + \sin \frac{\pi}{\sqrt{n^2 + n}} \right)$$
.

2. 求极限
$$l = \lim_{x \to 0} \frac{1}{\ln(1+x)} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$$
.

3. 求当x→0时. 无穷小量x-arctanx的主部与阶数.

$$u$$
 设 $b = \lim_{x \to 0} \frac{x + a\cos x - 2}{\tan x}$ 为常数,求 a, b .

、设函数
$$f(x) = \frac{\ln |x|}{|x-1|} \sin x$$
,求 $f(x)$ 的间断点并判断类型.

7. 设二阶可导函数
$$y = y(x)$$
 由方程 $y = 1 + xe^y$ 确定,则 $\frac{d^2y}{dx^2}\Big|_{x=0}$

8. 设
$$y = (1+x^2)^{\sin x}$$
, 求 dy .

.9. 己知 $f(x) = x^3 \ln(1+x)$, 求 $f^{(10)}(0)$.

10. 求曲线 $r=1-\cos\theta$ 在 $\theta=\frac{\pi}{2}$ 处的切线方程.

分数	
评卷人	

二、综合题(每小题 6 分, 共 30 分)

11. 研究函数 $f(x) = \lim_{n \to \infty} \frac{x + x^2 e^{nx}}{1 + e^{nx}}$ 的连续性.

12. $\forall y = g(x) \neq y = f(x)$ 的反函数, f(1) = 2, f'(1) = -4, $\forall y = g(1 + x^2)$ 在 x = 1 的导数.

13. 设函数 f(x) 在 x=1 处二阶可导,且 f'(1)=0 , f''(1)=0 , $y=f^2(x)$,求 $\frac{d^2y}{dx^2}\Big|_{x=1}$

14. 设函数
$$g(x) = \begin{cases} x^3 \sin \frac{1}{x}, x \neq 0 \\ 0, x = 0 \end{cases}$$
 , 函数 $f(x)$ 可导, 求 $F(x) = f(g(x))$ 的导数.

15. 将水以 4m³/min 的速率注入一个圆锥形容器中,容器顶朝下倒立,它的高度为 8 米,底半径为 4 米,当容器内的水深达 5 米时,水面升高的速率是多少?

分 数 评卷人

三、证明题(每小题5分,共10分)

16. 设 $x_n > 0$, $x_{n+1} + \frac{4}{x_n} < 4(n=1,2,\cdots)$, 证明 $\lim_{n \to \infty} x_n$ 存在并求其值

17. 设函数 f(x) 在[0,b]上具有二阶导数,且 $|f''(x)| \le M$,f(x) 在(0,b) 上取得最大值,试证: $|f'(0)| + |f'(b)| \le Mb$.