**启明学院 2016 - 2017学年第一学期**

**《微积分（一）》（上）课程考试试卷(A卷) (闭卷)**

**参考答案与评分标准**

一、（每小题3分）

1. ; 2. ;

3.  4. 

5. ; 6.;

7.

二、（每小题3分） 8. A； 9. D； 10. B.

三、（每小题6分，共30分）

11. 解：特征方程为  特征根 

对应齐次方程的通解： (2分)

设非齐次方程的特解为 (3分)

代入原方程得 

比较系数得 ， 

原方程的通解为  (6分)

12．解：原式= (3分)

. (6分)

13. 解：令，则 (2分)

原式=

 (6分)

14. 解：原式= (3分)

 (6分)

15.解： (3分)

 (6分)

四、（每小题8分，共16分）

16.解：因为当时，

 (3分)

所以 

由比较判别法知，原反常积分收敛. (6分)

17. 解：，

由归纳法可知 ，

所以 ， (3分)

所要求的展开式为



. (6分)

五、（每小题8分，共24分）

18. 证明：令，则

右边=， (2分)

， (4分)

因为在上单调增，所以

，

即：，原式得证. (8分)

19. 证明：令，在上二阶可导，且

，

. (3分)

由题设即所设知，，由罗尔定理可知，

及，使得 . (5分)

再对在上用罗尔定理，得

，使得，即：

，

变形即得，

即原方程在内至少有一个根. (8分)

20. 证明：（i）当时，



 (2分)

又是上连续的正值的偶函数，所以



，

所以是上的凸函数. (4分)

（ii）由（i）知，在上有唯一最小值点.

由，知连续且单调增，因

，，

再由零点定理，在上有唯一零点.

又由是偶函数，知

，即在处取得最小值，最小值为

. (6分)

由题设知 ，两边对求导并整理得

，且.

上述关于的微分方程的通解为

，

由得 ，所以，

即. (8分)