科学计算引论作业(六)

谢悦晋 U202210333

Oct 29th, 2023

4.2 已知下列实验数据

x	19	25	31	38	41
y	19.0	32.3	49.0	73.3	97.8

试用最小二乘法求一个形如 $y = a + bx^2$ 的经验公式.

解: Step 1: 计算平方项的值

计算每个数据点的x的平方值,得到新的一列数据。

x	19	25	31	38	41
$t = x^2$	361	625	961	1444	1681
y	19.0	32.3	49.0	73.3	97.8

Step 2: 计算相关的和

计算以下和的值:

$$\sum_{i=1}^{5} t = 5072, \sum_{i=1}^{5} t^2 = 6355364, \sum_{i=1}^{5} y = 271.4, \sum_{i=1}^{5} ty = 18743.02,$$

Step 3: 计算参数a和b

使用最小二乘法的公式计算参数a和b:

$$b = \frac{5\sum_{i=1}^{5} t_i y_i - \sum_{i=1}^{5} t_i \sum_{i=1}^{5} y_i}{5\sum_{i=1}^{5} t_i^2 - (\sum_{i=1}^{5} t_i)^2}, a = \frac{\sum_{i=1}^{5} y_i - b\sum_{i=1}^{5} t_i}{5}$$

代入计算得到:

$$b = 0.057, a = -3.612, r = 0.991$$

因此,经验公式为:

$$y = -3.612 + 0.057x^2$$

2