

科学计算引论作业(七)

谢悦晋 U202210333

Nov 6th, 2023

5.1 试分别利用中矩公式、梯形公式及 Simpson 公式计算定积分

$$I = \int_0^{\frac{1}{2}} \exp(3x) \cos 2x dx,$$

并比较其计算精度。

5.2 试确定下面求积公式

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \approx a[f(x_0) + f(x_1) + f(x_2)],$$

使其具有 3 次代数精度，并由该公式计算定积分：

$$\int_{-1}^1 \frac{x \sin x}{\sqrt{1+x^2}} dx$$

5.5 试构造两点 Gauss 型求积公式

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \approx A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1),$$

并由此计算积分：

$$\int_0^1 \sqrt{1+2x} dx$$

5.7 (实验题) 分别用变步长梯形求积公式和 Romberg 算法计算椭圆积分

$$\int_0^\pi \frac{\sqrt{2}}{(1+\sin^2 x)\sqrt{2-\sin^2 x}} dx$$

要求其逼近值 $T_k, T_k^{(0)}$ 的计算精度分别满足 $|T_k - T_{k-1}| < 10^{-12}$ 和 $|T_k^{(0)} - T_{k-1}^{(0)}| < 10^{-12}$.