2.2 逻辑函数的代数法化简

2.2.1 逻辑函数的表达形式及变换

$L = \bar{A}\ \ \bar{C}\ \ D + AC\bar{D} + AD$ “与或” 式

$L = AC + \bar{C}D$ “与或”式

$L = (A + \overline{C)}(C + D)$ “或与”式

$L = \overline{\overline{AC}\,\overline{\bar{C}D}}$ “与非—与非”式

$L = \overline{\overline{(A + \bar{C})} + \overline{(C + D)}}$ “或非—或非” 式

$L = \overline{\bar{A}C + \bar{C}\bar{D}}$ “与或非”式

2.2.1 逻辑函数的表达形式及变换

$$L = \bar{A}\bar{C}D + AC\bar{D} + AD$$

$$= (\bar{A}\bar{C} + A)D + A(C\bar{D} + D)$$

$$= (A + \bar{C})D + A(C + D)$$

$$= AD + \bar{C}D + AC = AC + \bar{C}D(\text{化简})$$

$$L = \overline{\overline{AC + \bar{C}D}} = \overline{\overline{AC}\,\overline{\bar{C}D}}(\text{与非—与非})$$ 与或式—与非式

$$L' = (A + C)(\bar{C} + D) = A\bar{C} + AD + CD = A\bar{C} + CD$$

$$L = (A + \bar{C})(C + D)(\text{或与式})$$

$$L = \overline{\overline{(A + \bar{C})(C + D)}} = \overline{\overline{(A + \bar{C})} + \overline{(C + D)}}(\text{或非—或非式})$$

$$L = \overline{\overline{(A + \bar{C})} + \overline{(C + D)}} = \overline{\bar{A}C + \bar{C}\bar{D}}(\text{与或非式})$$

2.2.1 逻辑函数的表达形式及变换

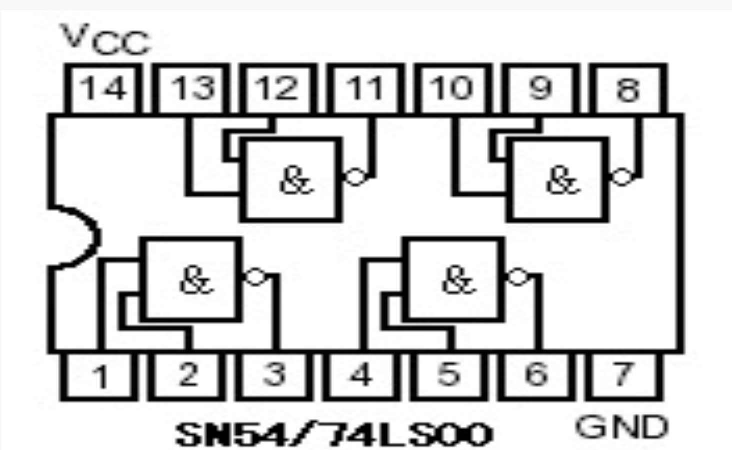
例： 用与非门实现逻辑函数 $L_1 = AC + \overline{C}D$

将逻辑函数与或式变换与非-与非表达式

方法：将逻辑函数两次求反后用摩根定律

$$L_1 = AC + \overline{C}D = \overline{\overline{AC + \overline{C}D}} = \overline{\overline{AC}\,\overline{\overline{C}D}}$$

用与非门实现逻辑函数



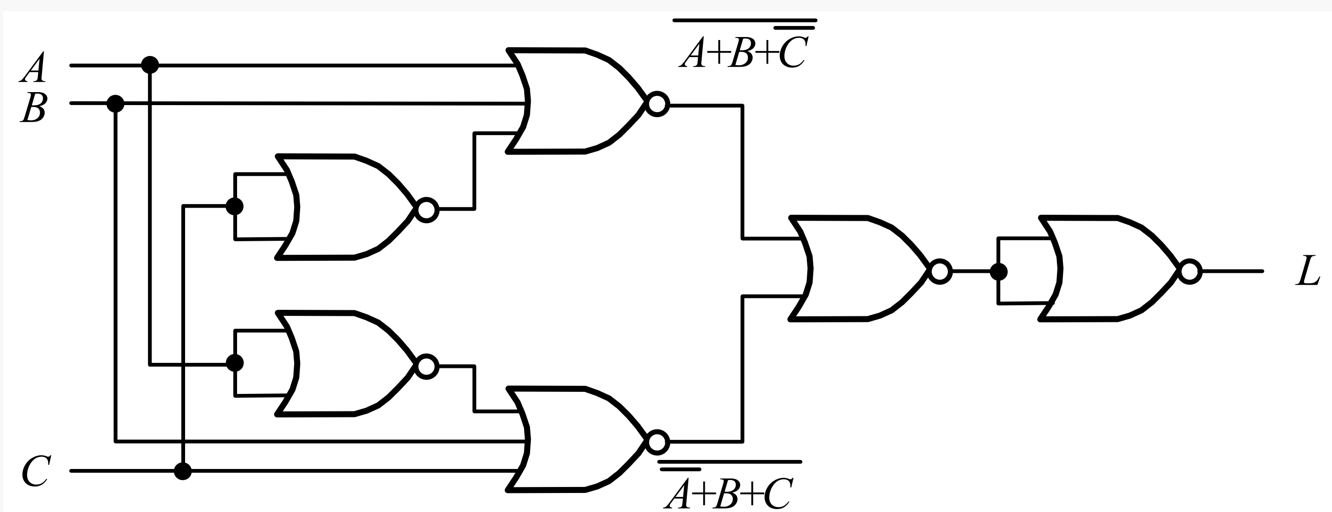
例：对逻辑函数表达式 $L=\bar{A}\bar{B}C+A\bar{B}\bar{C}$

进行变换，仅用**或非门**画出该表达式的逻辑图。

解： $L=\bar{A}\bar{B}C+A\bar{B}\bar{C}=\overline{\overline{\bar{A}\bar{B}C}}+\overline{\overline{A\bar{B}\bar{C}}}$

$$=\overline{A+B+\bar{C}}+\overline{\bar{A}+B+C}$$

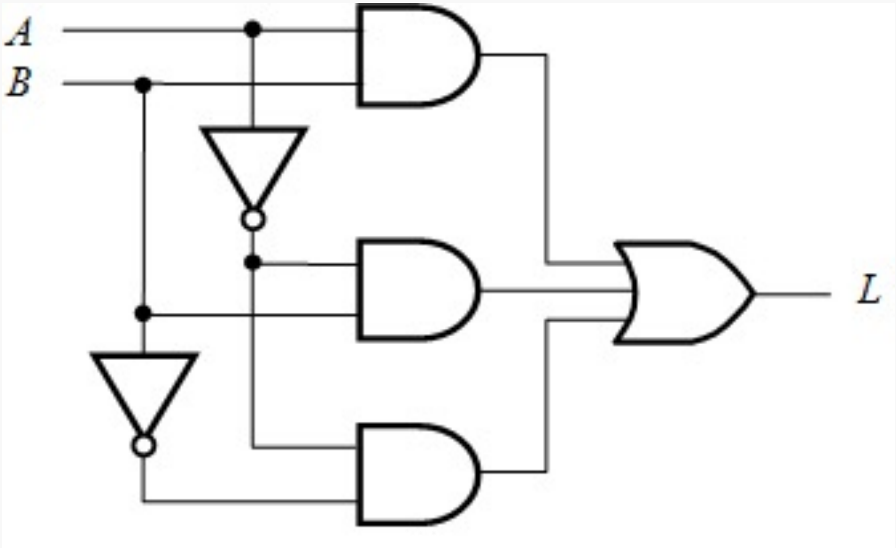
$$=\overline{\overline{\overline{A+B+\bar{C}}+\overline{\bar{A}+B+C}}}$$



2.2.2 逻辑函数的最简形式——化简的意义

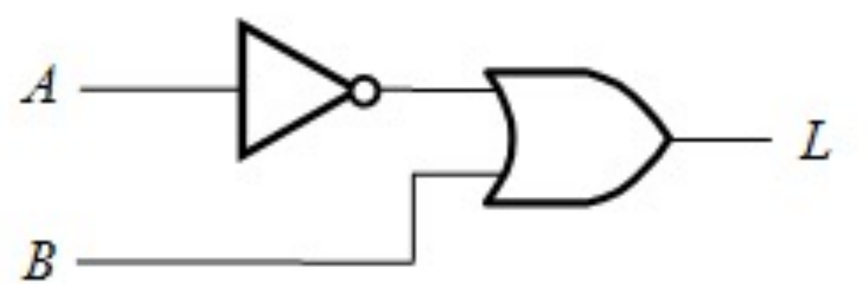
化简逻辑函数

$$
\begin{aligned}
L &= AB + \overline{A}B + \overline{A}\ \overline{B} \\
&= (A + \overline{A})B + \overline{A}\ \overline{B} \\
&= 1 \cdot B + \overline{A}\ \overline{B} \\
&= B + \overline{A}
\end{aligned}
$$



(a)

化简的意义：根据化简后的表达式构成的逻辑电路简单，可节省器件，减少连线，减小体积，降低成本，提高电路的可靠性。



2.2.2 逻辑函数的最简形式——化简的标准

简化标准（最简的与 - 或表达式）

1．乘积项的个数最少（与门的个数少）

2．每个乘积项中包含的变量数最少（与门的输入端个数少）

$$L = \bar{A}\ \bar{C}\ D + AC\bar{D} + AD \qquad\qquad L = AC + \bar{C}D$$

化简的主要方法

1、公式法（代数法）

2、图解法（卡诺图法）

2.2.3 逻辑函数的代数法化简

运用逻辑代数的基本定律和恒等式进行化简的方法。

并项法: $A+\overline{A}=1$

$$L=\overline{A}\,\overline{B}\,C+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}=\overline{A}\,\overline{B}(C+\overline{C})=\overline{A}\,\overline{B}$$

吸收法： $A+AB=A$

$$L=\overline{A}B+\overline{A}BCD(E+F)=\overline{A}B$$

消去法： $A+\overline{A}B=A+B$

$$L=AB+\overline{A}C+\overline{B}C=AB+(\overline{A}+\overline{B})C$$

$\overline{A}+\overline{B}=\overline{AB}$

$$=AB+\overline{AB}C=AB+C$$

$A+\overline{A}B=A+B$

配项法： $1=A+\overline{A}$

$$L=AB+\overline{A}\,\overline{C}+B\overline{C}=AB+\overline{A}\,\overline{C}+(A+\overline{A})B\overline{C}$$

$$=AB+\overline{A}\,\overline{C}+AB\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}$$

$$=(AB+AB\overline{C})+(\overline{A}\,\overline{C}+\overline{A}\,\overline{C}B)$$

$$=AB+\overline{A}\,\overline{C}$$

例 已知逻辑函数表达式为

$$L = \overline{A}B\overline{D} + A\,\overline{B}\,\overline{D} + \overline{A}BD + A\,\overline{B}\,\overline{C}D + A\,\overline{B}CD$$

要求：（1）最简的**与-或逻辑函数**表达式，并画出逻辑图；

（2）仅用**与非门**画出最简表达式的逻辑图。

解：

$$L = \overline{A}B(\overline{D}+D) + A\overline{B}\overline{D} + A\overline{B}(\overline{C}+C)D$$

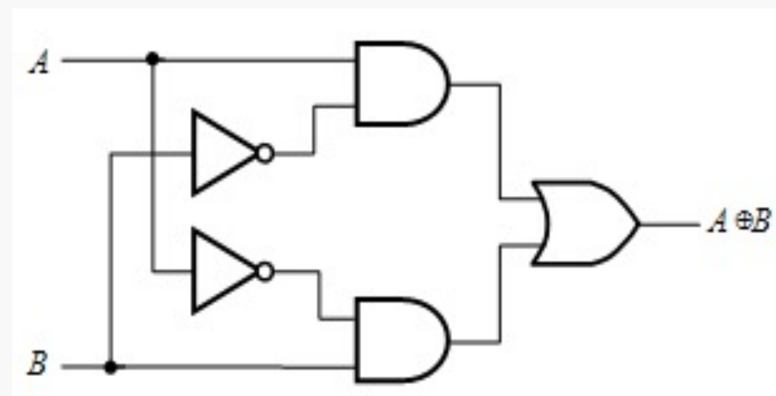
$$= \overline{A}B + A\overline{B}\overline{D} + A\overline{B}D$$

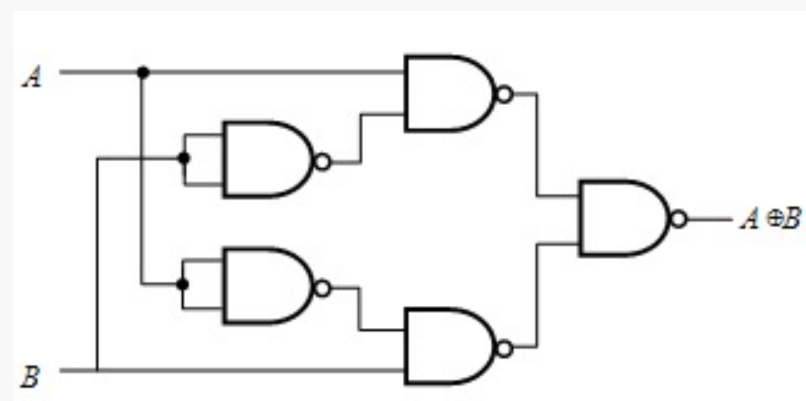
$$= \overline{A}B + A\overline{B}(D+\overline{D})$$

$$= \overline{A}B + A\overline{B}$$ **(与-或表达式)**

$$= \overline{\overline{\overline{A}B + A\overline{B}}}$$

$$= \overline{\overline{\overline{A}B}\cdot\overline{A\overline{B}}}$$ **(与非-与非表达式)**





2.2.3 逻辑代数法化简存在的**问题**

1.**逻辑代数与普通代数的公式易混淆**，化简过程要求对所有公式熟练掌握；

2.代数法化简无一套完善的方法可循，它依赖于人的**经验和灵活性**；

3.用这种化简方法技巧强，较难掌握。特别是对代数化简后得到的逻辑表达式**是否是最简式**判断有一定困难。

$$F = B\overline{C} + \overline{B}C + B\overline{D} + \overline{B}D$$

$$= \underline{B\overline{C}} + \underline{\underline{\overline{B}C}} + \underline{B\overline{D}} + \underline{\underline{\overline{B}D}} + \underline{\underline{\underline{\overline{C}D}}} \quad = \overline{B}C + B\overline{D} + \overline{C}D$$