2.1 逻辑代数的基本公式和规则

2.1.1 逻辑代数的基本公式

1.　基本公式

0、1律：$A+0=A$　　$\boldsymbol{A+1=1}$　　$A\cdot 1=A$　　$A\cdot 0=0$

互补律：$A+\overline{A}=1$　　$A\cdot\overline{A}=0$

交换律：$A+B=B+A$　　$A\cdot B=B\cdot A$

结合律：$A+B+C=(A+B)+C$　　$A\cdot B\cdot C=(A\cdot B)\cdot C$

重叠律：　$\boldsymbol{A+A=A}$　　$\boldsymbol{A\cdot A=A}$

2.1.1 逻辑代数的基本公式

分配律： $A(B+C)=AB+AC$ $A+BC=(A+B)(A+C)$

反演律： $\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$ $\overline{AB}=\overline{A}+\overline{B}$

吸收律： $A+A\cdot B=A$ $A\cdot(A+B)=A$

$$A+\overline{A}\cdot B=A+B$$

其他常用恒等式

$$AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$$

$$AB+\overline{A}C+BCD=AB+\overline{A}C$$

2.1.1 逻辑代数的基本公式

常用恒等式的证明

$$AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C+(A+\overline{A})BC$$

$$=AB+\overline{A}C+ABC+\overline{A}BC$$

$$=AB(1+C)+\overline{A}C(1+B)=AB+\overline{A}C$$

$$AB+\overline{A}C+BCD=AB+\overline{A}C+BC+BCD$$

$$=AB+\overline{A}C+BC(1+D)=AB+\overline{A}C$$

2. 常用公式

$$\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$$

$$\overline{AB}=\overline{A}+\overline{B}$$

$$A+A\cdot B=A$$

$$A+\overline{A}\cdot B=A+B$$

$$A\cdot(A+B)=A$$

$$AB+A\overline{B}=A$$

$$A\oplus 0=A$$

$$A\oplus 1=\overline{A}$$

$$A\odot 0=\overline{A}$$

$$A\odot 1=A$$

2.1.1 逻辑代数的基本公式

3、基本公式的证明（真值表证明法）

例 证明 $\overline{A+B}=\bar{A}\cdot\bar{B}$ ， $\overline{AB}=\bar{A}+\bar{B}$

列出等式、右边的函数值的真值表

A	B	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$\overline{A+B}$	$\bar{A}\cdot\bar{B}$	$\overline{AB}$	$\bar{A}+\bar{B}$
0	0	1	1	$\overline{0+0}=1$	1	$\overline{0\cdot0}=1$	1
0	1	1	0	$\overline{0+1}=0$	0	$\overline{0\cdot1}=1$	1
1	0	0	1	$\overline{1+0}=0$	0	$\overline{1\cdot0}=1$	1
1	1	0	0	$\overline{1+1}=0$	0	$\overline{1\cdot1}=0$	0

2.1.2 逻辑代数的基本运算规则

（1）代入规则：在包含变量A的逻辑等式中，如果用另一个函数式代入式中所有A的位置，则等式仍然成立。这一规则称为代入规则。

例2.1.3　$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$

用$B \cdot C$ 代替B，得

$$\overline{A(BC)} = \overline{A} + \overline{BC} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$$

代入规则可以扩展所有基本公式或定律的应用范围

2.1.2 逻辑代数的基本运算规则

（2）反演规则：对于任意一个逻辑表达式L，若将其中所有的与（·）换成或（+），或（+）换成与（·）；原变量换为反变量，反变量换为原变量；将1换成0，0换成1；则得到的结果就是原函数的反函数。

1、保留原有运算优先级；2、保留反变量以外的非号不变。

例2.1.4　试求　$L=\overline{A}\,\overline{B}+CD+0$　的非函数。

解：按照反演规则，得

$$\overline{L}=(A+B)\cdot(\overline{C}+\overline{D})\cdot 1=(A+B)(\overline{C}+\overline{D})$$

例 2.1.5 试求 $L=A+\overline{B\overline{C}+\overline{D+\overline{E}}}$ 的非函数

解：按照反演规则，得　$\overline{L}=\overline{A}\cdot\overline{(\overline{B}+C)\cdot\overline{\overline{D}\,E}}$

（3）对偶规则：对于任何逻辑函数式，若将其中的与（·）换成或（+），或（+）换成与（·）；并将1换成0，0换成1；那么，所得的新的函数式就是L的对偶式，记作L'。

例2.1.6 逻辑函数 $L=(A+\overline{B})(A+C)$ 的对偶式为

$$L' = A\overline{B} + AC$$

对偶式的性质：

1、当某个恒等式成立时，则恒等式两侧的对偶式也相等；

2、函数表达式的对偶式再进行对偶运算，所得到的表达式就是原函数表达式。