图应用

Kruskal算法：算法

07-E1

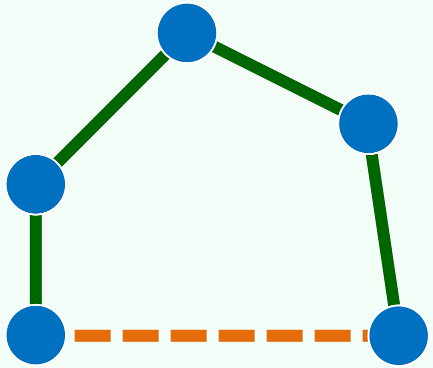
煮豆持作羹，漉菽以为汁
萁在釜下燃，豆在釜中泣
本是同根生，相煎何太急

邓俊辉
deng@tsinghua.edu.cn

贪心策略

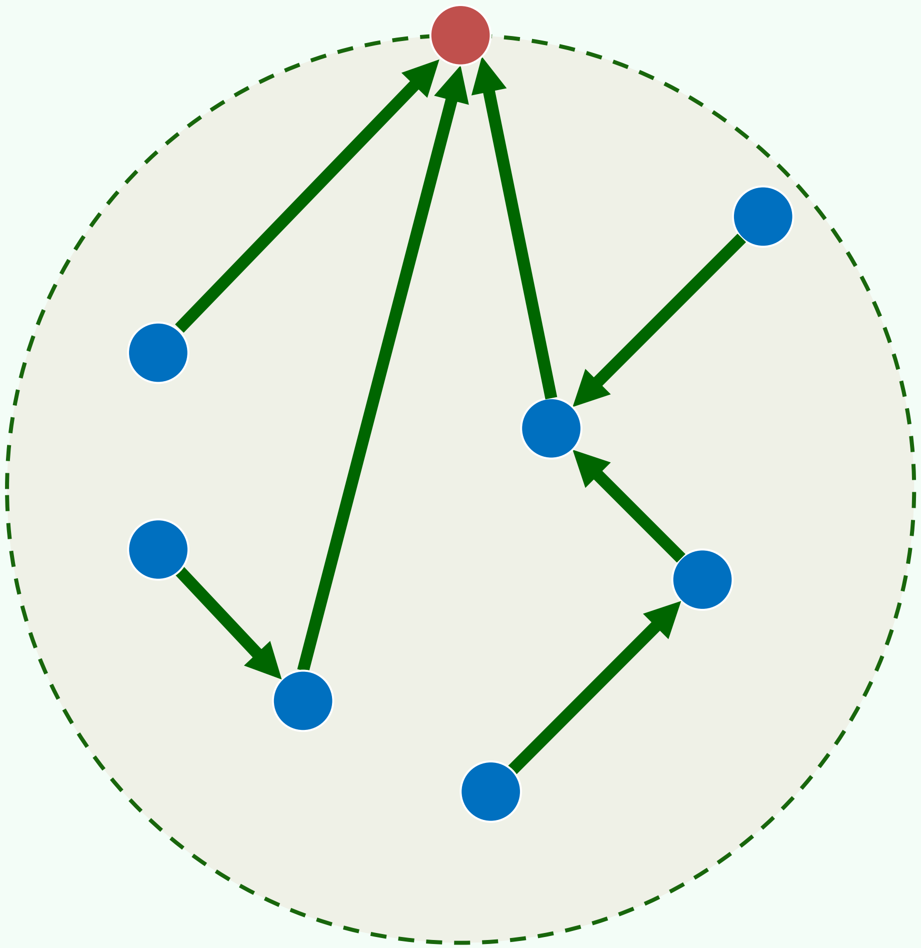
❖ 回顾Prim算法

- 最短边，迟早会被采用
- 次短边，亦是如此
- 再次短者，则未必 //回路！



❖ Kruskal：贪心原则

- 根据代价，从小到大依次尝试各边
- 只要“安全”，就加入该边



❖ 但是，每步局部最优 = 全局最优？

❖ 确实，Kruskal很幸运...

算法

❖ 维护N的一个森林：F = (V; E') ⊆ N = (V; E)

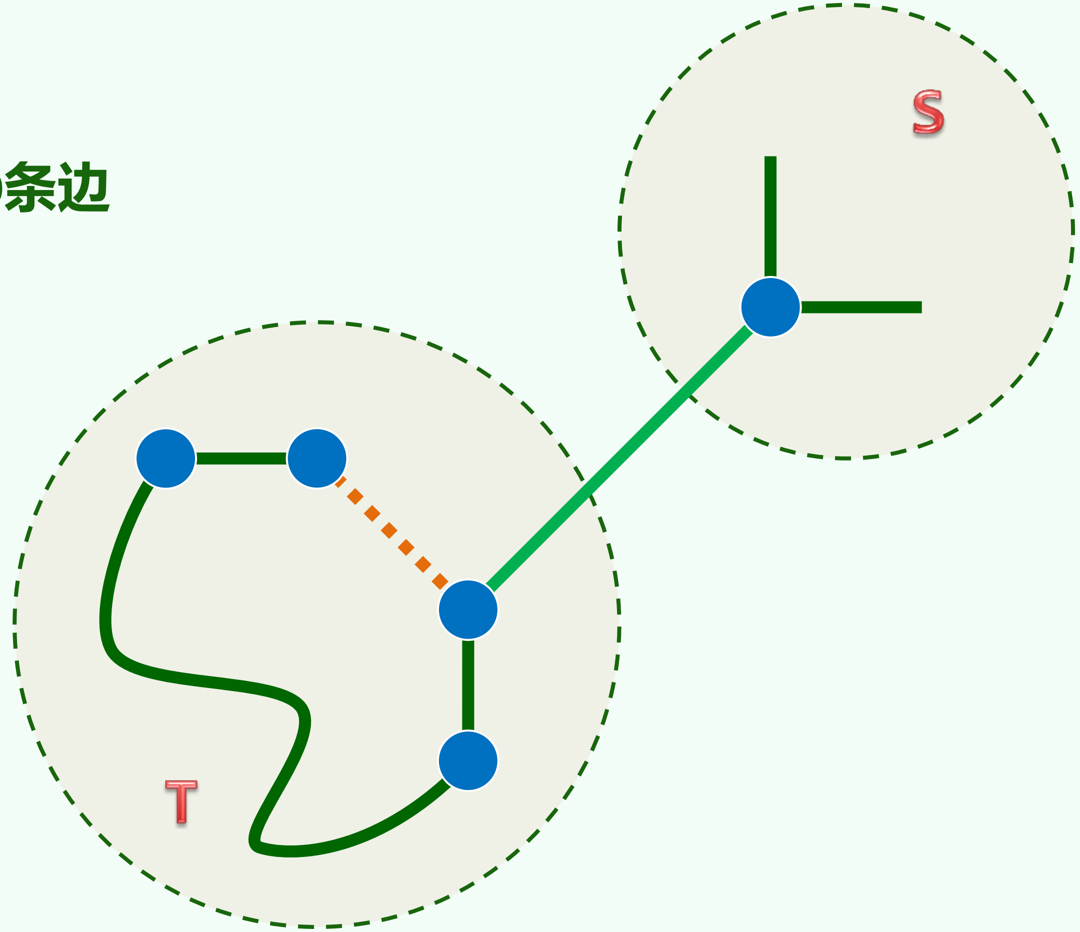
❖ 初始化

- F = (V; ∅)包含n棵树（各含 1 个顶点）和0条边
- 将所有边按照代价排序

❖ 迭代，直到F成为1棵树

- 找到当前最廉价的边e
- 若e的顶点来自F中不同的树，则
  - 令E' = E' ∪ {e}，然后
  - 将e联接的2棵树合二为一

❖ 整个过程共迭代n-1次，选出n-1条边



正确性

- 定理：Kruskal引入的每条边都属于某棵MST
- 设：边e = (u, v)的引入导致树T和S的合并
- 若：将(T; V\T)视作原网络N的割

  则：e当属该割的一条跨边
- 在确定应引入e之前
  - 该割的所有跨边都经Kruskal考察
  - 且只可能因不短于e而被淘汰
- 故：e当属该割的一条极短跨边
- 与Prim同理，以上论述也不充分

  为严格起见，仍需归纳证明：Kruskal算法过程中不断生长的森林，总是某棵MST的子图