

向量

有序向量：二分查找（版本C）

e2-d5

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

Outward failure may be a manifested variant of inward success.

# 实现

```
❖ template <typename T> static Rank binSearch( T * S, T const & e, Rank lo, Rank hi ) {  
    while ( lo < hi ) { //不变性 : A[0, lo) <= e < A[hi, n)  
        Rank mi = (lo + hi) >> 1;  
        e < S[mi] ? hi = mi : lo = mi + 1; // [lo, mi) 或 (mi, hi)  
    } //出口时，必有 S[lo = hi] = M  
    return lo - 1; // 故， S[lo-1] = m  
} //留意与版本B的差异...
```

❖ 待查找区间宽度缩短至0而非1时，算法才结束 //lo == hi

转入右侧子向量时，左边界取作 $mi+1$ 而非 $mi$  // $A[mi]$ 会被遗漏？

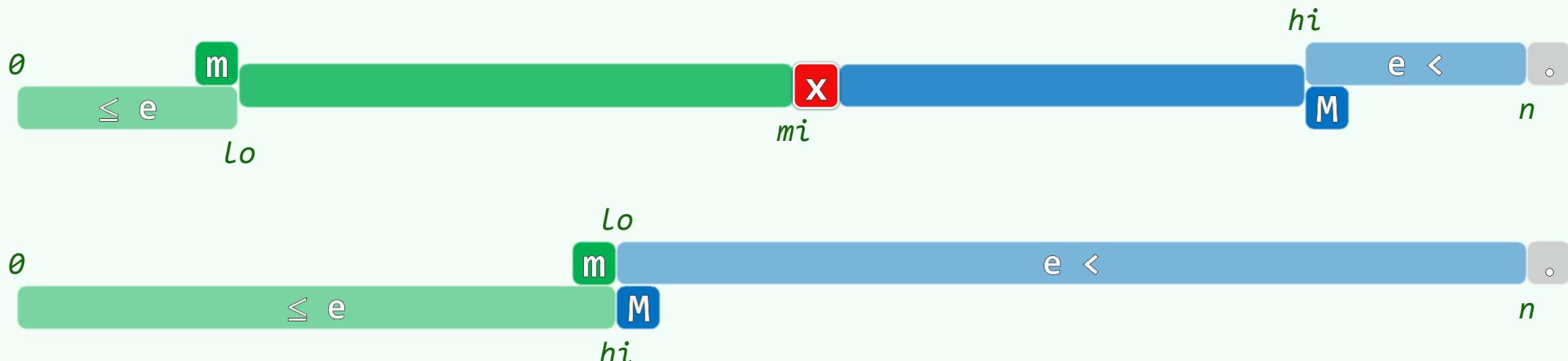
无论成功与否，返回的秩严格符合接口的语义约定... //如何证明？

Loop Invariant:  $A[0, \text{lo}) \leq e < A[\text{hi}, n)$

❖ 在算法执行过程中的任意时刻

- $A[\text{lo}-1]$  总是（截至当前已确认的）不大于e的最大者（ $m$ ）
- $A[\text{hi}]$  总是（截至当前已确认的）大于e的最小者（ $M$ ）

❖ 当算法终止时， $A[\text{lo}-1] = A[\text{hi}-1]$ 即是（全局）不大于e的最大者



## Loop Invariant: $A[0, \text{lo}) \leq e < A[\text{hi}, n)$

♦ 初始时， $\text{lo} = 0$ 且 $\text{hi} = n$ ,  $A[0, \text{lo}) = A[\text{hi}, n) = \emptyset$ , 自然成立

♦ 数学归纳：假设不变性一直保持至(a)

以下无非两种情况...

