02-D6

向量

有序向量：插值查找

...那么在最后剩下的一万个猎手中，肯定有人会做出这样的选择：
向那个位置开一枪试试...

邓俊辉
deng@tsinghua.edu.cn

原理与算法

❖ 假设：已知有序向量中各元素随机分布的规律

比如：独立且均匀的随机分布

❖ 于是：[lo, hi]内各元素应大致呈线性趋势增长

$$\frac{mi - lo}{hi - lo} \approx \frac{e - A[lo]}{A[hi] - A[lo]}$$

❖ 因此：通过猜测轴点mi，可以极大地提高收敛速度

$$mi \approx lo + (hi - lo) \cdot \frac{e - A[lo]}{A[hi] - A[lo]}$$

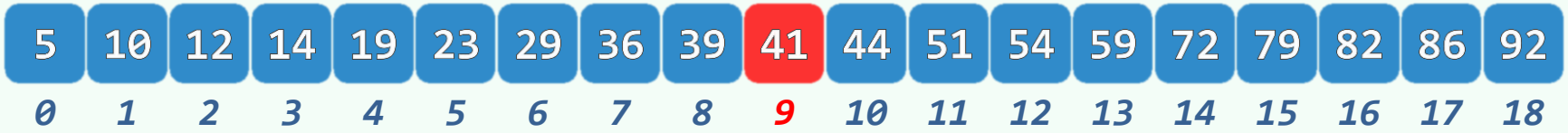
❖ 以英文词典为例： binary大致位于2/26处

search大致位于19/26处

[lo]	0	A	1	[1,53)
	1	B	74	[53,104)
	2	C	158	[104,156)
	3	D	292	[156,208)
	4	E	368	[208,259)
	5	F	409	[259,311)
	6	G	473	[311,363)
	7	H	516	[363,414)
	8	I	562	[414,466)
	9	J	607	[466,518)
	10	K	617	[518,569)
	11	L	628	[569,621)
	12	M	681	[621,673)
	13	N	748	[673,724)
	14	O	771	[724,776)
	15	P	806	[776,827)
	16	Q	915	[827,879)
	17	R	922	[879,931)
	18	S	1002	[931,982)
	19	T	1176	[982,1034)
	20	U	1253	[1034,1086)
	21	V	1271	[1086,1137)
	22	W	1289	[1137,1189)
	23	X	1337	[1189,1241)
	24	Y	1338	[1241,1292)
	25	Z	1341	[1292,1344)
[hi]	26		1344	

实例

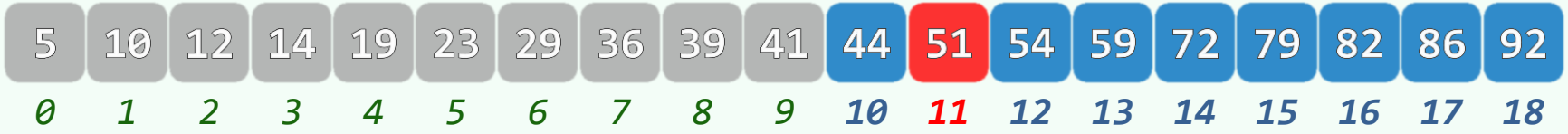
❖ 查找目标：e = 50



❖ lo = 0, hi = 18

插值： mi = 0 + (18 - 0)*(50 - 5)/(92 - 5) = 9

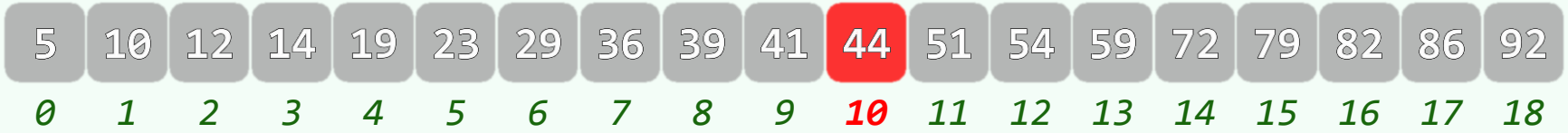
比较：A[9] = 41 < e



❖ lo = 10, hi = 18

插值：mi = 10 + (18 - 10)*(50 - 44)/(92 - 44) = 11

比较：A[11] = 51 > e



❖ lo = hi = 10

插值：mi = 10

比较：A[10] = 44 < e，故返回：NOT_FOUND

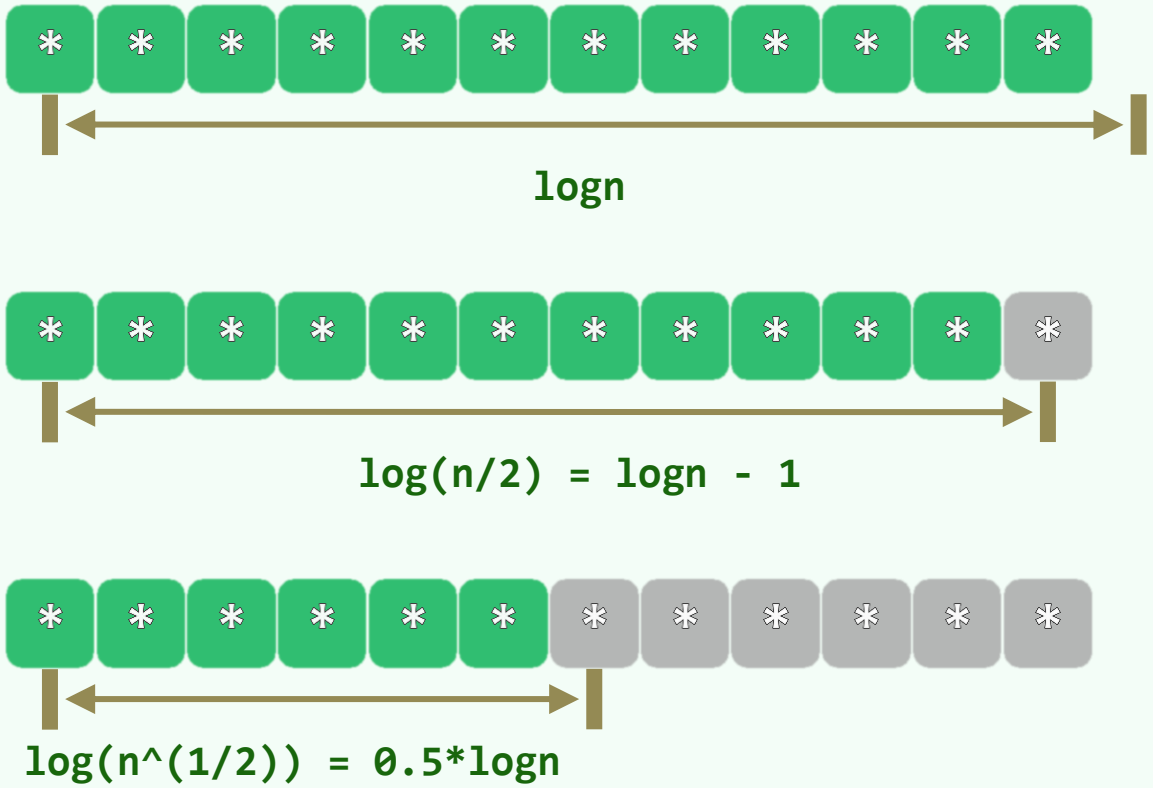
性能

❖ 最坏：$hi - lo = \mathcal{O}(n)$ //具体实例？

❖ 平均：每经一次比较，待查找区间宽度由n缩至$\sqrt{n}$ //[Yao76，PIA78]，习题解析[2-24]

$$n \to \sqrt{n} \to \sqrt{\sqrt{n}} \to \sqrt{\sqrt{\sqrt{n}}} \to \cdots \to 2$$

$$\underbrace{n \to n^{1/2^1} \to n^{1/2^2} \to n^{1/2^3} \to \cdots \to 2}_{\mathcal{O}(\log \log n)}$$



❖ 每经一次比较，

待查找区间宽度的数值n开方，有效字长logn减半

- 插值查找 = 在字长意义上的折半查找
- 二分查找 = 在字长意义上的顺序查找

综合评价

❖ 从$O(\log n)$到$O(\log\log n)$，优势并不明显

（除非查找表极长，或比较操作成本极高）

比如，n = 2^(2^5) = 2^32 = 4G时

- $\log_2(n) = 32$
- $\log_2(\log_2(n)) = 5$

❖ 须引入乘法、除法运算

❖ 易受小扰动的干扰和“蒙骗”

❖ 实际可行的方法

- 首先通过插值查找

  迅速将查找范围缩小到一定的尺度

- 然后再进行二分查找

  进一步缩小范围

- 最后（当数据项只有200～300时）

  使用顺序查找