

06-A

图

概述

黄药师道：“你拿了这图，到临安府找一家客店或是寺观住下，三月之后，我派人前来取回。图中一切，只许心记，不得另行抄录印摹。”

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

基本术语

❖ $G = (V; E)$

vertex: $n = |V|$

edge|arc: $e = |E|$

❖ 同一条边的两个顶点，彼此邻接 (adjacency)

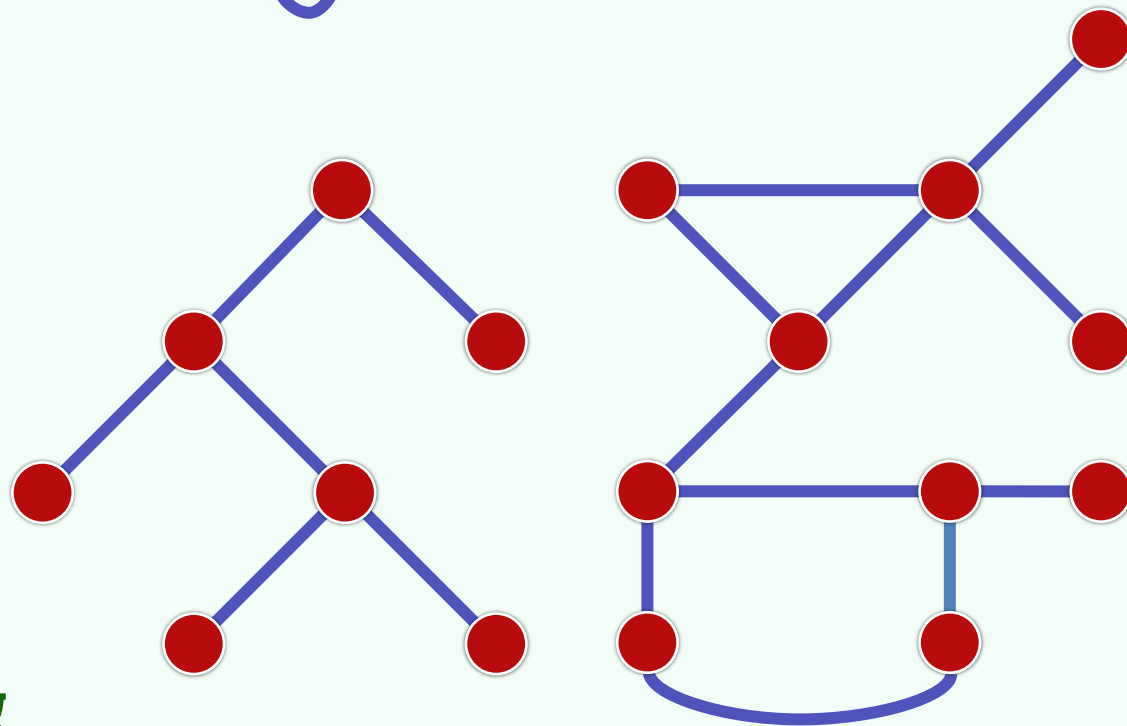
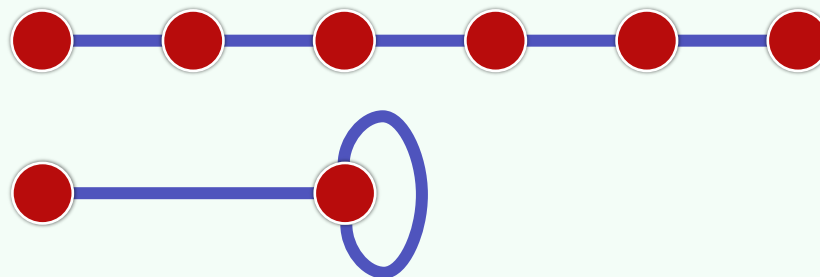
同一顶点自我邻接，构成自环 (self-loop)

不含自环，即为简单图 (simple graph)

非简单 (non-simple) 图，暂不讨论

❖ 顶点与其所属的边，彼此关联 (incidence)

度 (degree/valency) : 与同一顶点关联的边数

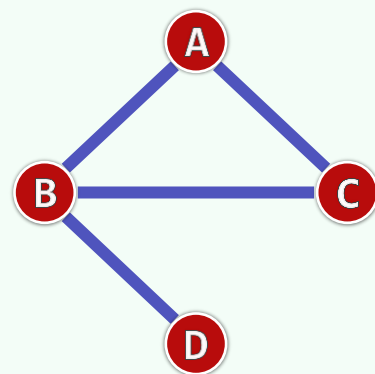


无向图 + 有向图

❖ 若邻接顶点 u 和 v 的次序无所谓

则 (u, v) 为无向边 (**undirected edge**)

❖ 所有边均无方向的图，即无向图 (**undigraph**)

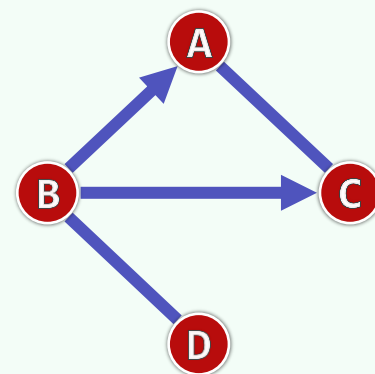


(a) undigraph

❖ 反之，有向图 (**digraph**) 中均为有向边 (**directed edge**)

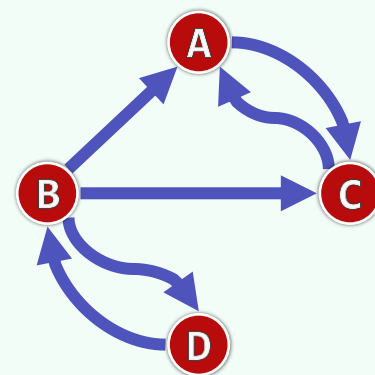
u 、 v 分别称作边 (u, v) 的尾 (**tail**)、头 (**head**)

❖ 无向边、有向边并存的图，称作混合图 (**mixed graph**)



(b) mixed graph

❖ 有向图通用性更强，故本章主要针对**有向图**介绍相关结构及算法



(c) digraph

路径 + 环路

❖ 路径 $\pi = \langle v_0, v_1, \dots, v_k \rangle$

长度 $|\pi| = k$

❖ 简单路径: $v_i \neq v_j$ 除非 $i = j$

❖ 环/环路: $v_0 = v_k$

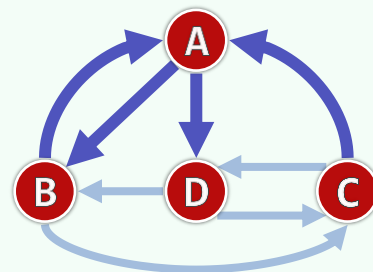
❖ 有向无环图 (DAG)

❖ 欧拉环路: $|\pi| = |E|$

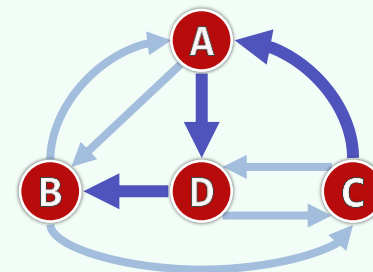
各边恰好出现一次

❖ 哈密尔顿环路: $|\pi| = |V|$

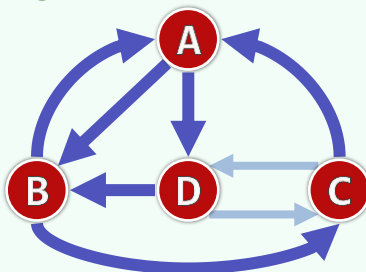
各顶点恰好出现一次



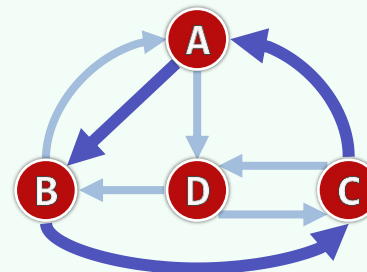
(i) path



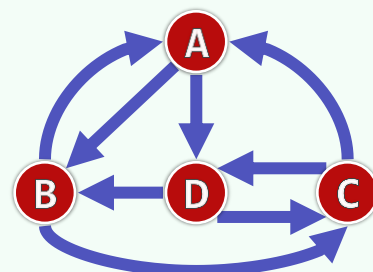
(ii) simple path



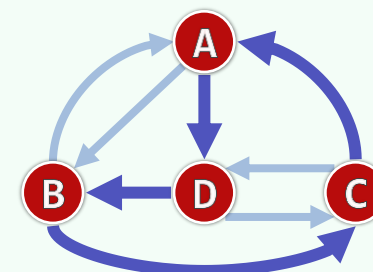
(i) cycle



(ii) simple cycle



(i) Eulerian tour

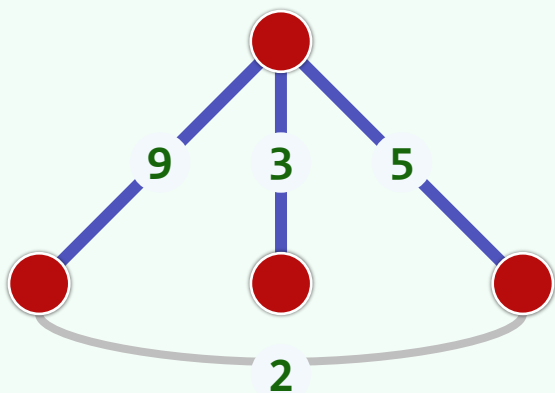


(ii) Hamiltonian tour

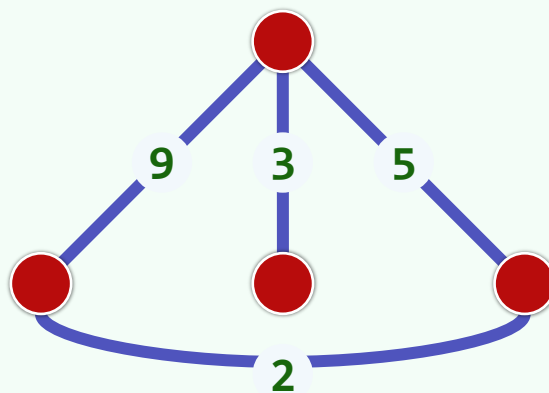
支撑树 + 带权网络 + 最小支撑树

❖ 图 $G = (V; E)$ 的子图 $T = (V; F)$ 若是树，即为其支撑树 (**spanning tree**)

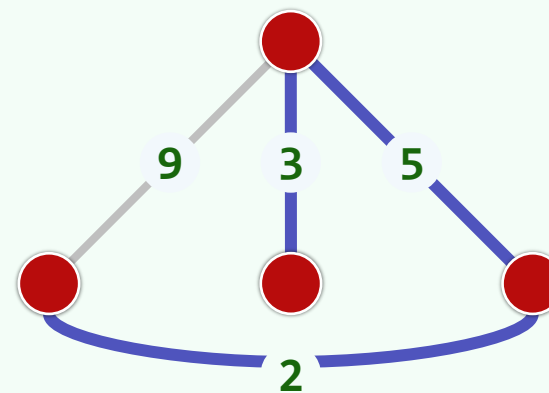
同一图的支撑树，通常并不唯一



spanning tree



weighted network
(triangle inequality?)



minimum spanning tree

❖ 各边 e 均有对应的权值 $wt(e)$ ，则为带权网络 (**weighted network**)

❖ 同一网络的支撑树中，总权重最小者为最小支撑树 (MST)