

图

06 - E5

深度优先搜索：性质

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

身后有余忘缩手，眼前无路想回头

DFS树/森林

❖ 从顶点s出发的DFS

- 在无向图中将访问与s连通的所有顶点 (connectivity)
- 在有向图中将访问由s可达的所有顶点 (reachability)

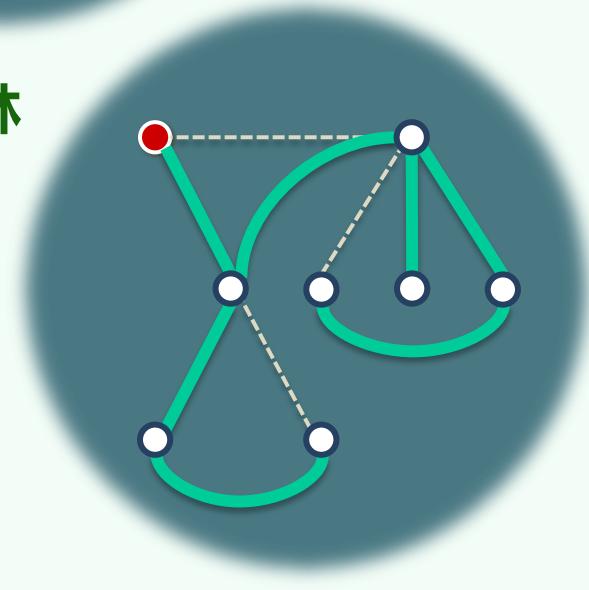
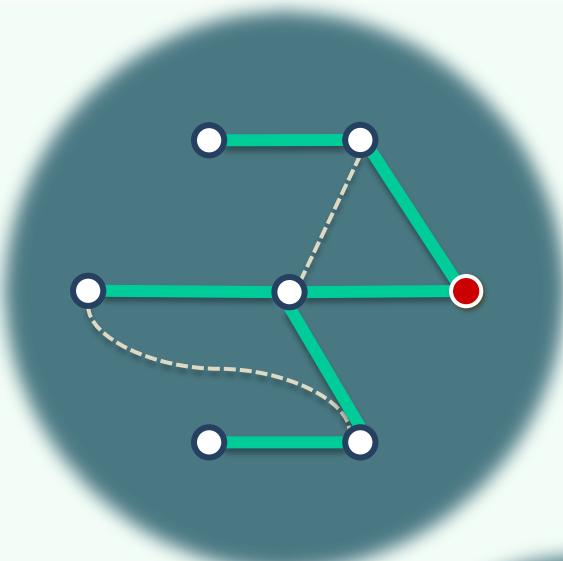
❖ 经DFS确定的树边，不会构成回路

❖ 从s出发的DFS，将以s为根生成一棵DFS树；所有DFS树，进而构成DFS森林

❖ DFS树及森林由parent指针描述（只不过所有边取反向）

❖ DFS之后，我们已经知道森林乃至原图的全部信息了吗？

就某种意义而言，是的...



括号引理

❖ 活跃期 : $\text{active}[u] = (\text{dTime}[u], \text{fTime}[u])$

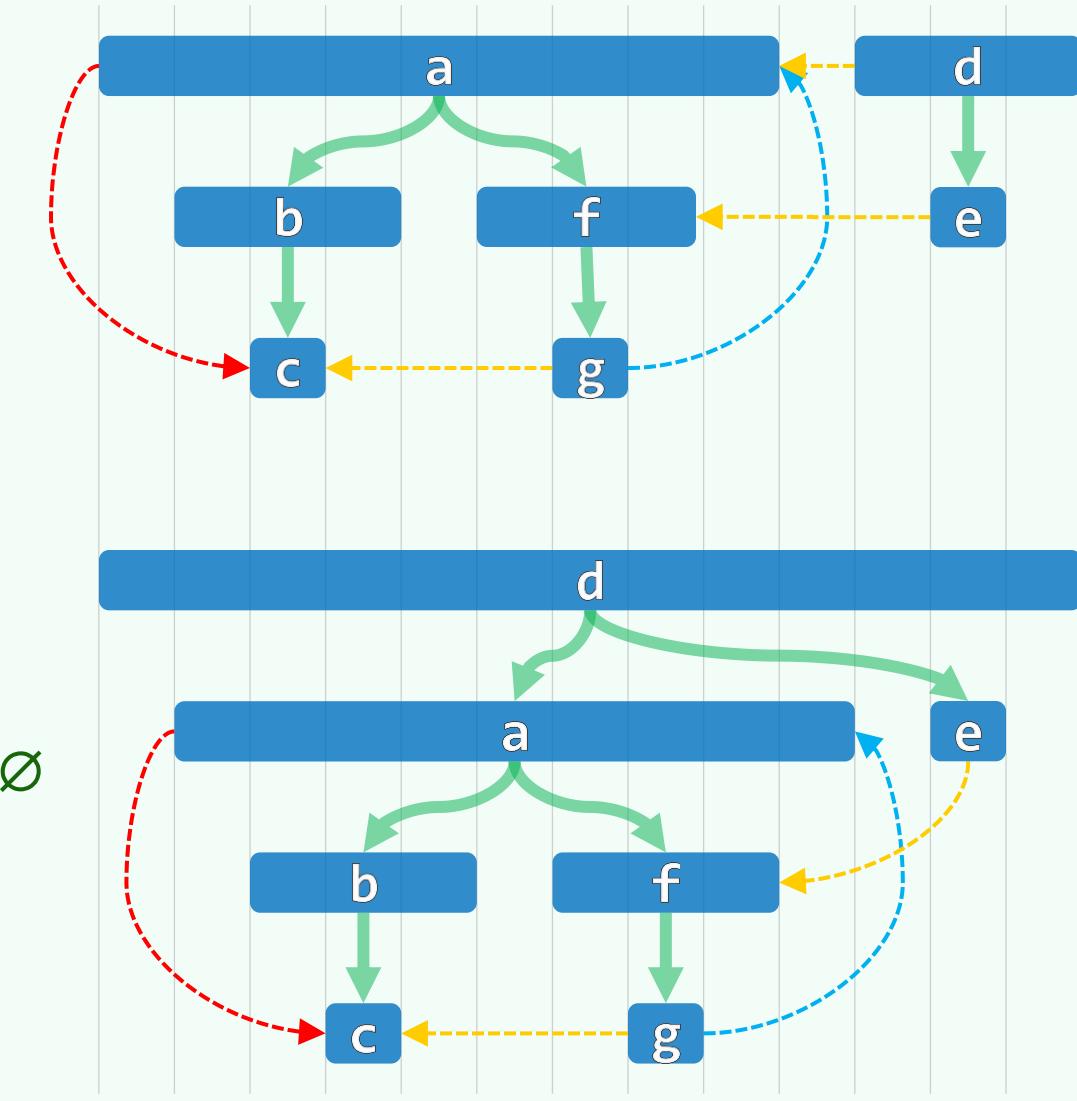
❖ 【Parenthesis Lemma】

给定有向图 $G = (V, E)$ 及其任一DFS森林，则

- u 是 v 的后代 iff $\text{active}[u] \subseteq \text{active}[v]$
- u 是 v 的祖先 iff $\text{active}[u] \supseteq \text{active}[v]$
- u 与 v “无关” iff $\text{active}[u] \cap \text{active}[v] = \emptyset$

❖ 仅凭 $\text{status}[]$ 、 $\text{dTime}[]$ 和 $\text{fTime}[]$

即可对各边分类...



边分类

❖ TREE(v, u) :



可从当前 v 进入处于UNDISCOVERED状态的 u

❖ BACKWARD(v, u) :



试图从当前 v 进入处于DISCOVERED状态的 u

DFS发现后向边 iff 存在回路

//后向边数 == 回路数 ?

❖ FORWARD(v, u) :



试图从当前顶点 v 进入处于VISITED状态的 u ，且 v 更早被发现

❖ CROSS(v, u) :



试图从当前顶点 v 进入处于VISITED状态的 u ，且 u 更早被发现

遍历算法应用举例

连通图的支撑树 (DFS/BFS Tree)	DFS/BFS
非连通图的支撑森林	DFS/BFS
连通性检测	DFS/BFS
无向图环路检测/二部图判定	DFS/BFS
有向图环路检测	DFS
顶点之间可达性检测/路径求解	DFS/BFS
顶点之间的最短距离	BFS
直径/半径/围长/中心	BFS
欧拉回路	DFS
拓扑排序	DFS
双连通分量、强连通分量分解	DFS
...	...