

当地平线消失  
躯体保持水平  
大地保持水平  
但别的一切  
都垂直



宝玉终是不安本分之人，竟一味的随心所欲，因此又发了癖性，又特向秦钟悄说道：  
“咱们俩个人一样的年纪，况又是同窗，以后不必论叔侄，只论弟兄朋友就是了。”

二叉树

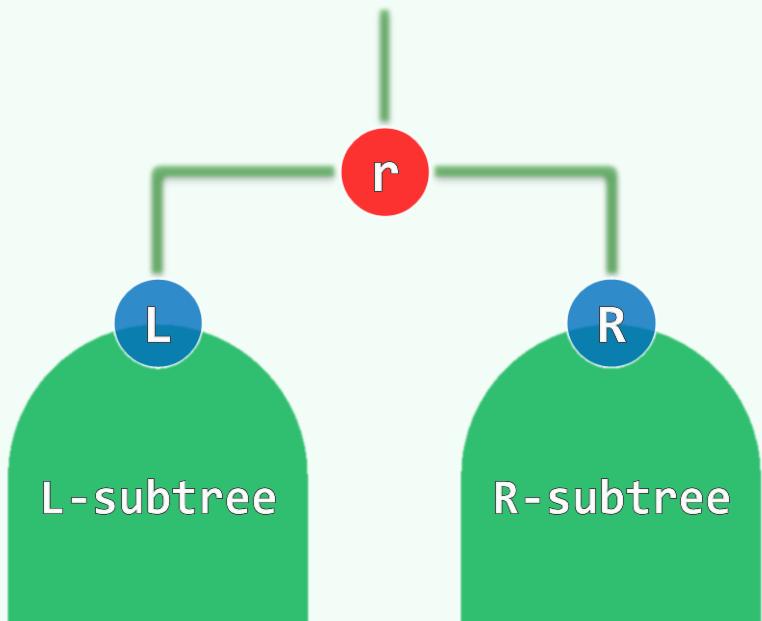
有根有序树 = 二叉树

邓俊辉

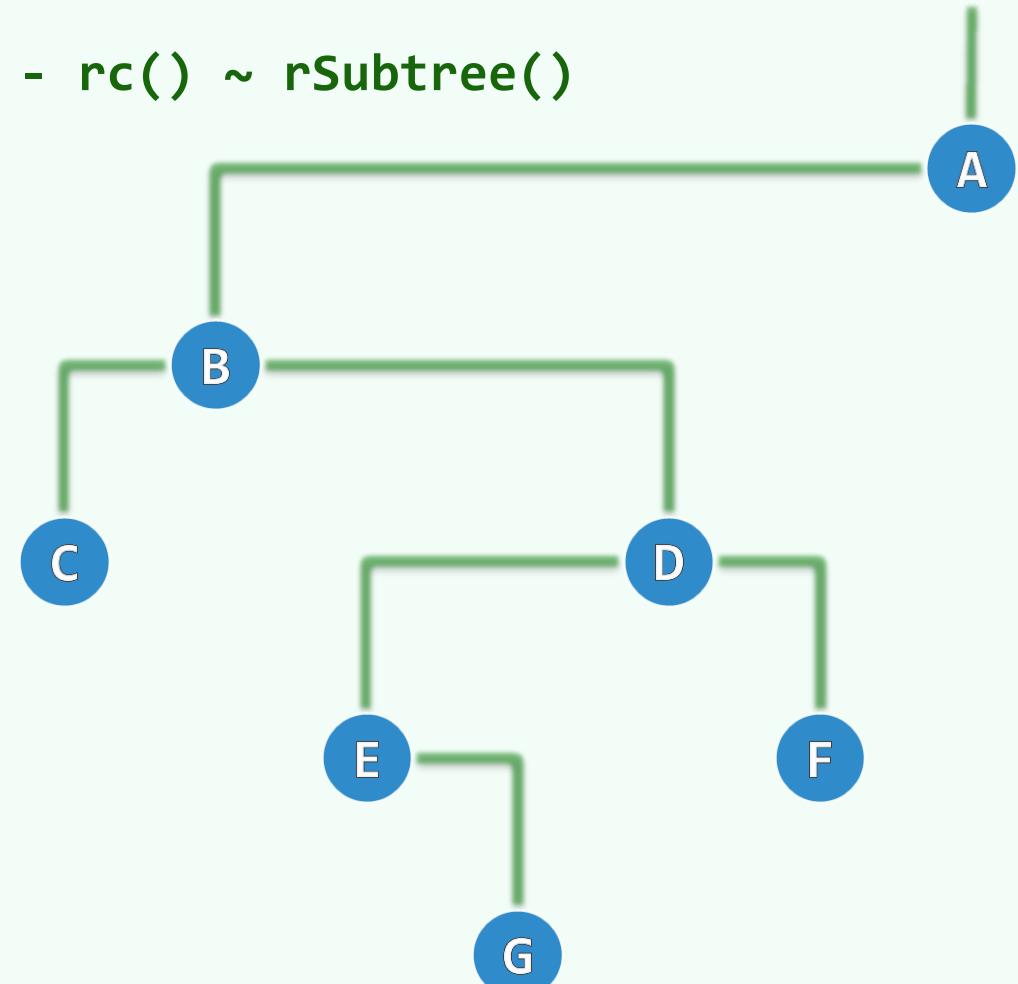
deng@tsinghua.edu.cn

# 二叉树

- ❖ Binary Tree : 节点度数不超过2的树
- ❖ 同一节点的孩子和子树，可以左、右区分  
( 隐含有序 )



- lc() ~ lSubtree()
- rc() ~ rSubtree()

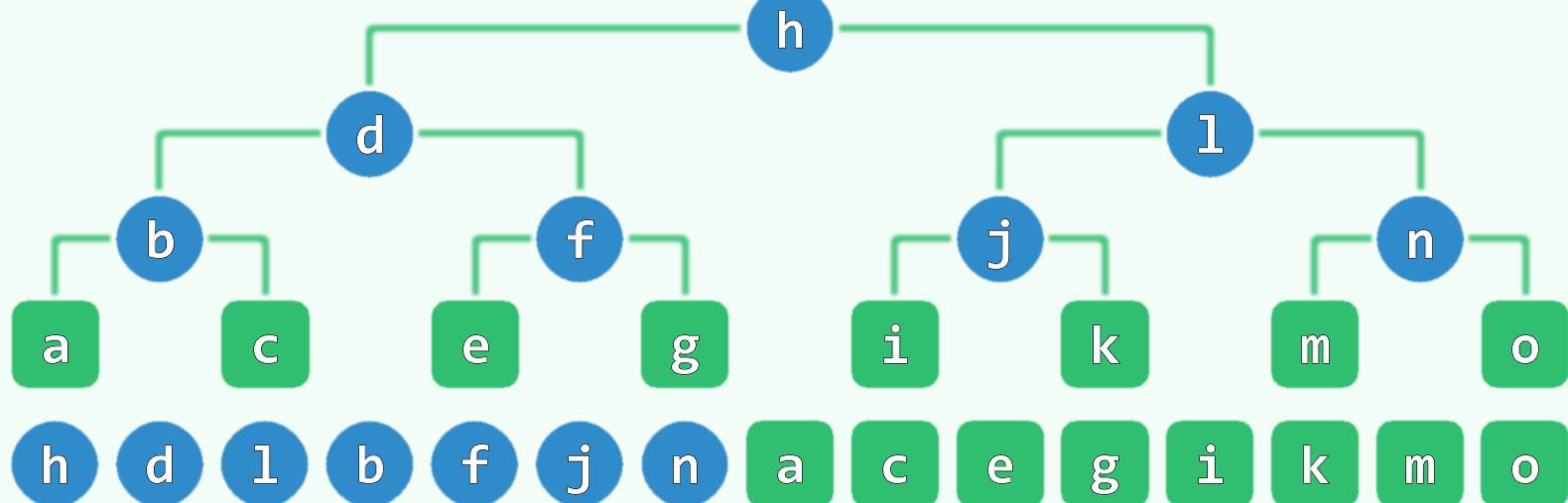


# 基数 ~ 满树

❖ 深度为 $k$ 的节点，至多 $2^k$ 个

❖  $n$ 个节点、高 $h$ 的二叉树满足

$$h + 1 \leq n \leq 2^{h+1} - 1$$

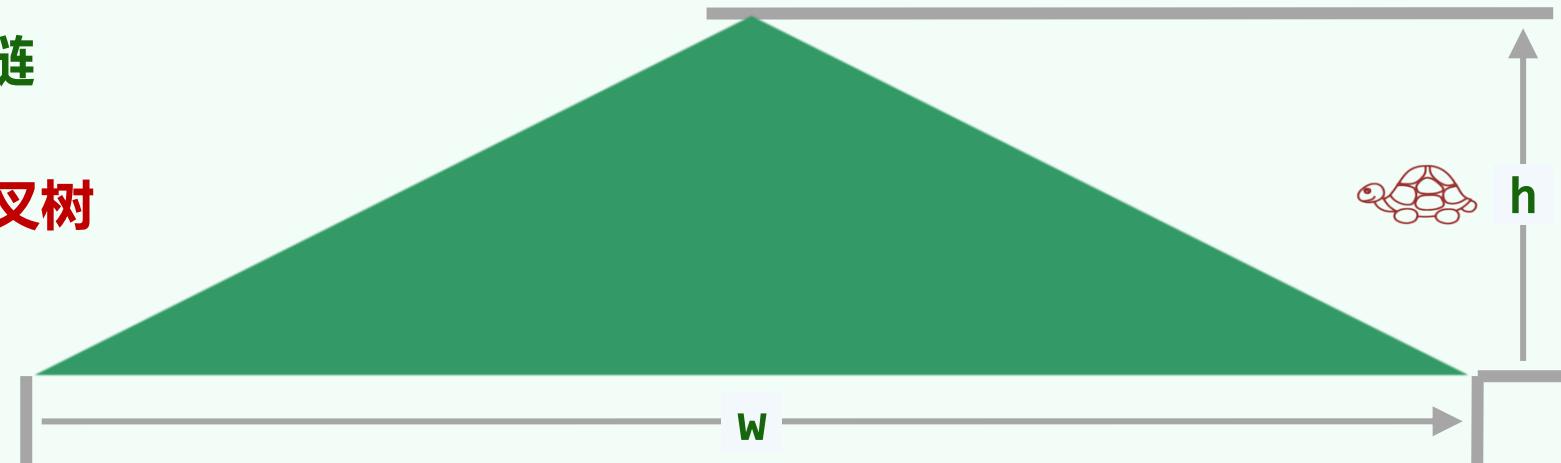


❖ 特殊情况

-  $n = h + 1$ ：退化为一条单链

-  $n = 2^{h+1} - 1$ ：即所谓满二叉树

full binary tree



# 基数

设度数为0、1和2的节点，各有 $n_0$ 、 $n_1$ 和 $n_2$ 个

边数  $e = n - 1 = n_1 + 2n_2$

1/2度节点各对应于1/2条入边

叶节点数  $n_0 = n_2 + 1$

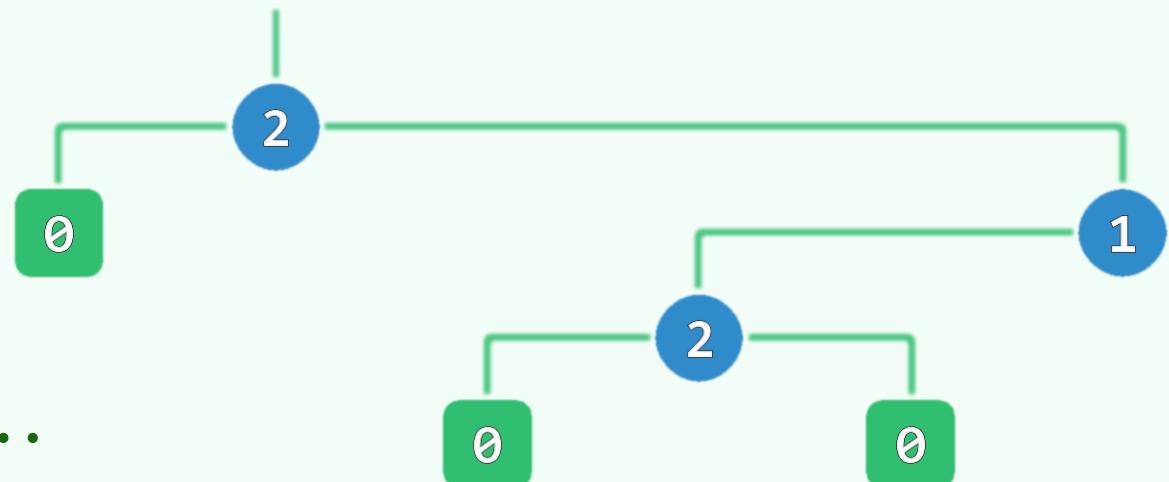
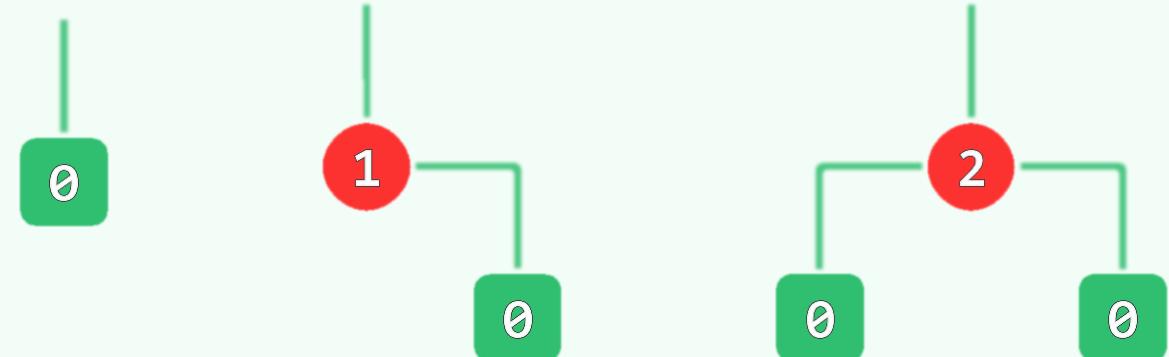
$n_1$ 与 $n_0$ 无关： $h = 0$ 时， $1 = 0 + 1$ ；此后， $n_0$ 与 $n_2$ 同步递增

节点数  $n = n_0 + n_1 + n_2 = 1 + n_1 + 2n_2$

特别地，当 $n_1 = 0$ 时，有

$$e = 2n_2 \text{ 和 } n_0 = n_2 + 1 = (n + 1)/2$$

此时，节点度数均为偶数，不含单分支节点...



# 真二叉树

通过引入  $n_1 + 2n_0$  个外部节点

可使原有节点度数统一为 2

如此，即可将任一二叉树

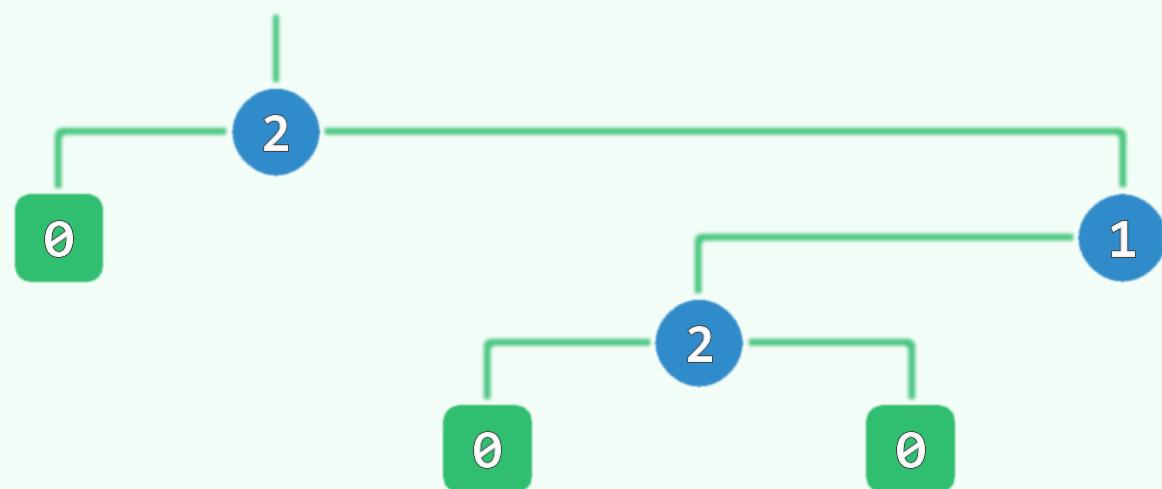
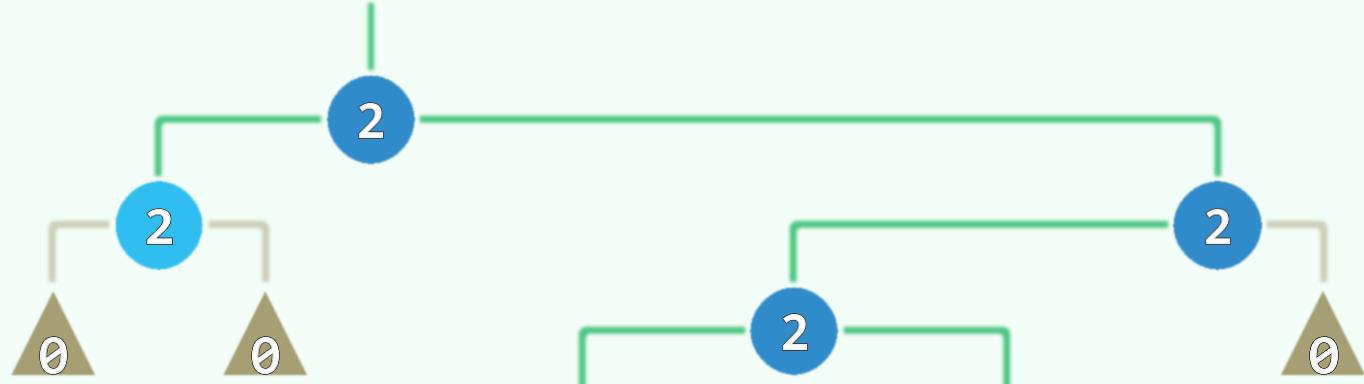
转化为真二叉树 (proper binary tree)

验证：如此转换之后，

全树自身的复杂度并未实质增加

对于红黑树之类的结构，真二叉树

可以简化描述、理解、实现和分析



# 描述多叉树

❖ 有根且有序时的多叉树，均可转化并表示为二叉树

——回忆长子-兄弟表示法...

❖ 长子 ~ 左孩子      `firstChild()` ~ `lc()`

兄弟 ~ 右孩子      `nextSibling()` ~ `rc()`

