04-D

栈与队列

括号匹配

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

实例

❖ `( a [ i - 1 ] [ j + 1 ] ) + a [ i + 1 ] [ j - 1 ] ) * 2` //失配

`( a [ i - 1 ] [ j + 1 ] + a [ i + 1 ] [ j - 1 ] ) * 2` //匹配

❖ 观察：除了各种括号，其余符号均可暂时忽略

`( [ ] [ ] ) [ ] [ ] )` //失配

`( [ ] [ ] [ ] [ ] )` //匹配

❖ 从简单入手，先来考查只有一种括号的情况...

尝试：由外而内

0）平凡： 无括号的表达式是匹配的

1）减治？ E 匹配，仅当 (E) 匹配

2）分治？ E 和 F 均匹配，仅当 E F 匹配

❖ 然而，根据以上性质，却不易直接应用已知的策略

❖ 究其根源在于，1）和2）均为**充分性**，比如反例：

(( ) ( )) ( ) = (( ) ( )) ( )

(( ) ( )) ( ) = (( )) ( ) ( )

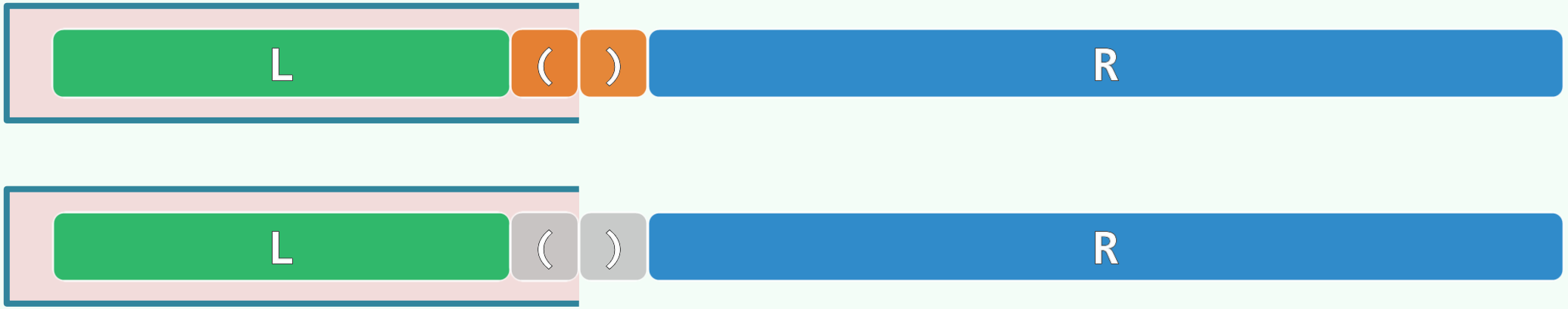
❖ 而为使问题有效简化，必须发现并借助**必要性**

构思：由内而外

❖ 颠倒以上思路：消去一对紧邻的左右括号，不影响全局的匹配判断

亦即： 

❖ 那么，如何找到这对括号？再者，如何使问题的这种简化得以持续进行？



❖ 顺序扫描表达式，用栈记录已扫描的部分　　//实际上只需记录左括号

反复迭代：凡遇"("，则进栈；凡遇")"，则出栈

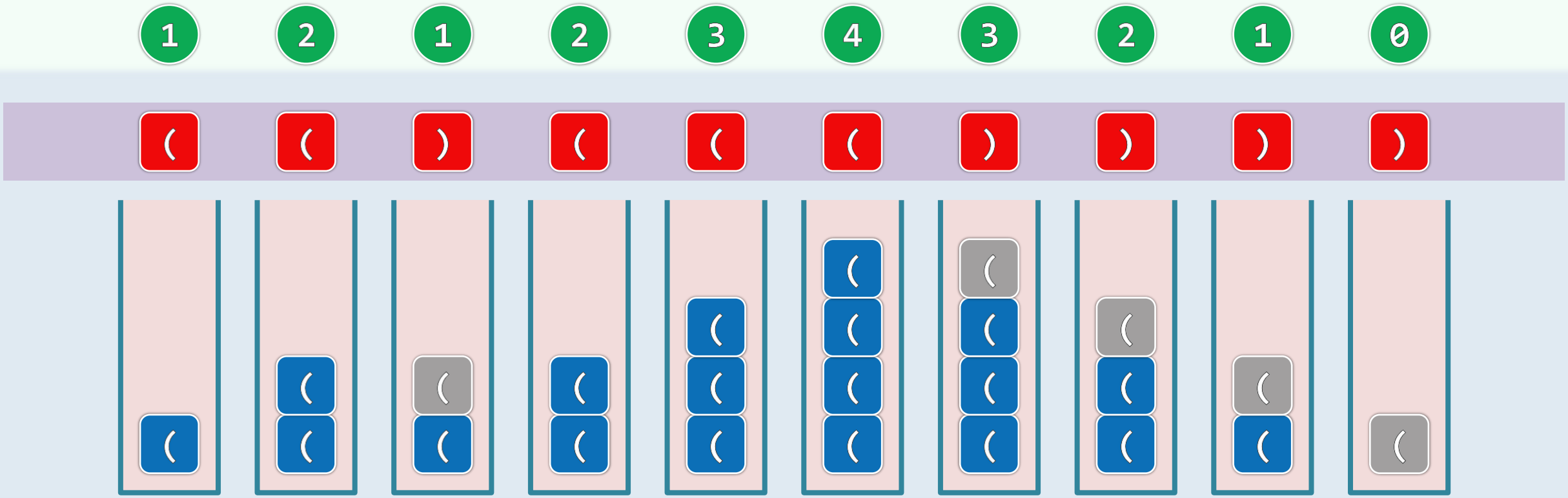
实现

```
bool paren( const char exp[], int lo, int hi ) { //exp[lo, hi)
   Stack<char> S; //使用栈记录已发现但尚未匹配的左括号
   for ( int i = lo; i < hi; i++ ) //逐一检查当前字符
      if ( '(' == exp[i] ) S.push( exp[i] ); //遇左括号：则进栈
      else if ( ! S.empty() ) S.pop(); //遇右括号：若栈非空，则弹出左括号
      else return false; //否则（遇右括号时栈已空），必不匹配
   return S.empty(); //最终栈空，当且仅当匹配
}
```

实例：一种括号

❖ 实际上，若仅考虑一种括号，只需一个计数器足矣 //S.size()

❖ 一旦转负，则为失配（右括号多余）；最后归零，即为匹配（否则左括号多余）

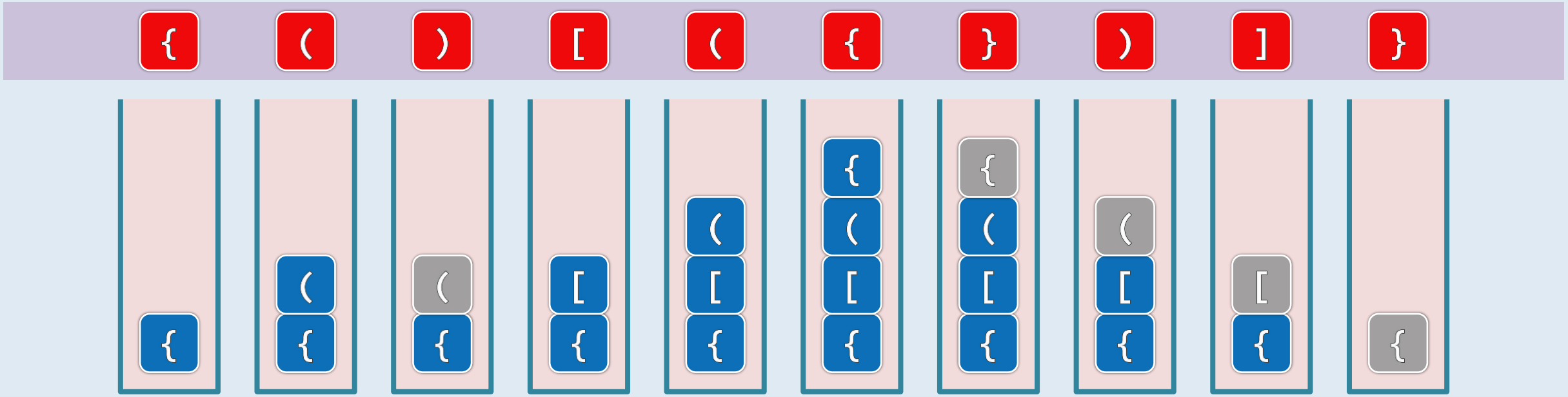


拓展：多类括号

❖ 以上思路及算法，可否推广至多种括号并存的情况？反例：[( ])

❖ 甚至，只需约定“括号”的通用格式，而不必事先固定括号的类型与数目

比如：<body>|</body>，<h1>|</h1>，|， | ， |，...



拓展：更多

- 按字典序，**枚举**由n对匹配括号组成的所有表达式

  ACP-v4-f4-p5, Algorithm P, I. Semba, 1981

- 在由n对匹配括号组成的所有表达式中，按字典序取出**第N个**

  ACP-v4-f4-p14, Algorithm U, F. Ruskey, 1978

- 在由n对匹配括号组成的所有表达式中，**等概率**地随机任选其一

  ACP-v4-f4-p15, Algorithm W, D. B. Arnold & M. R. Sleep, 1980

- 由算法U，不是可以直接实现算法W的功能吗？后者的意义何在？