08-B3

二叉搜索树

算法及实现：删除

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

主算法

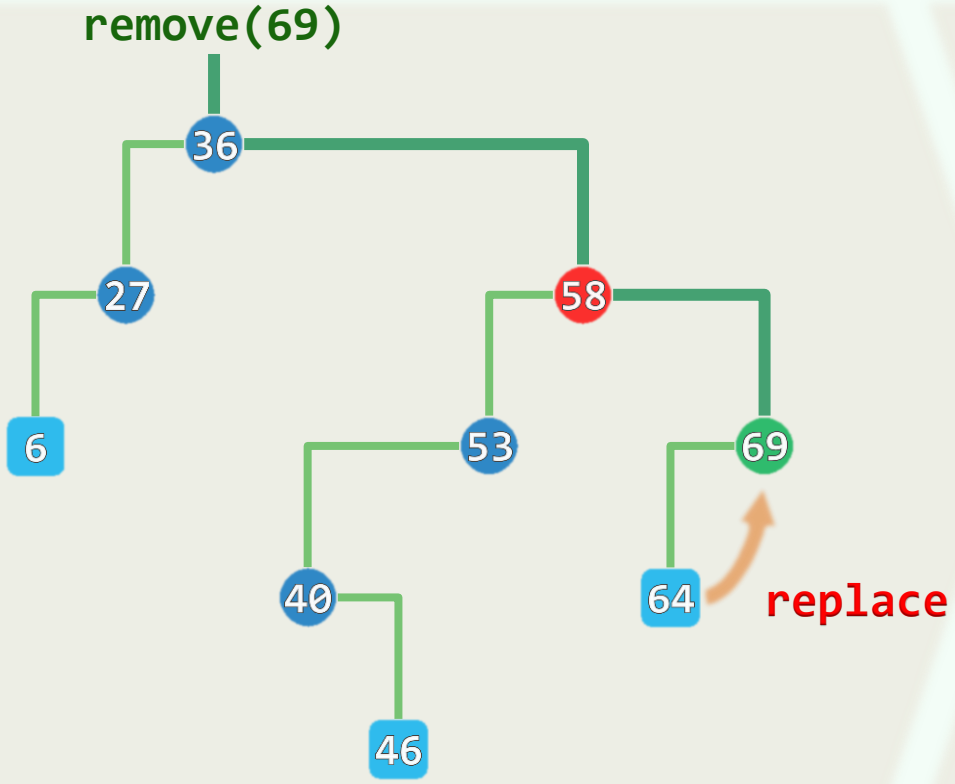
```
❖ template <typename T> bool BST<T>::remove( const T & e ) {
      BinNodePosi(T) & x = search( e ); //定位目标节点
      if ( !x ) return false; //确认目标存在（此时_hot为x的父亲）
      removeAt( x, _hot ); //分两大类情况实施删除，更新全树规模
      _size--; //更新全树规模
      updateHeightAbove( _hot ); //更新_hot及其历代祖先的高度
      return true;
   } //删除成功与否，由返回值指示
```

❖ 累计$O(h)$时间：search()、updateHeightAbove()；还有removeAt()中可能调用的succ()

单分支：实例

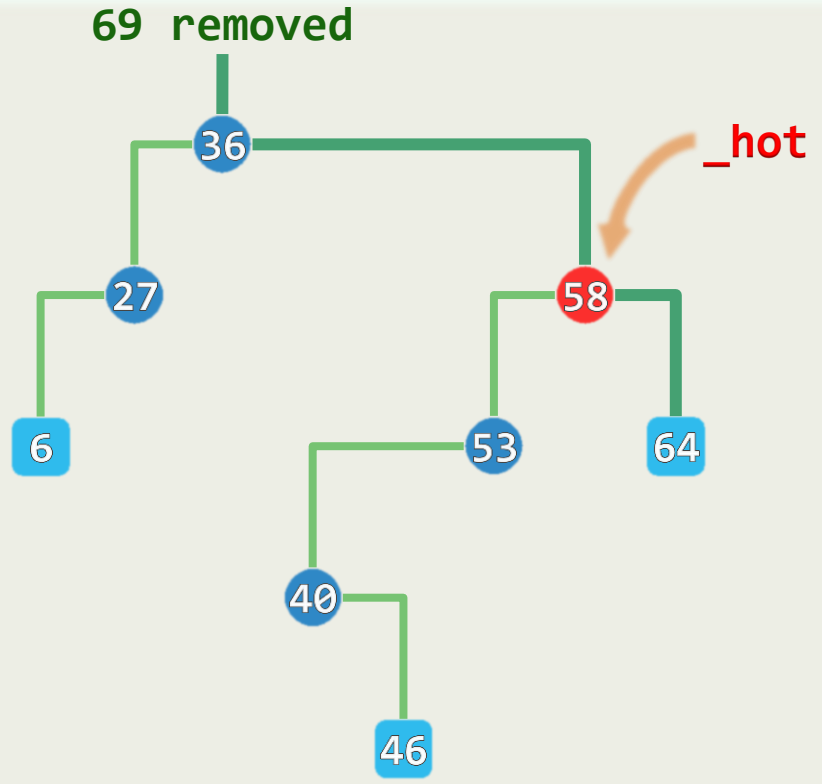
❖ 若*x（69）的某一子树为空，则可

将其替换为另一子树（64） //可能亦为空



❖ 验证：如此操作之后，二叉搜索树的

拓扑结构依然完整；顺序性依然满足



单分支：实现

```
❖ template <typename T> static BinNodePosi(T)
  removeAt( BinNodePosi(T) & x, BinNodePosi(T) & hot ) {
     BinNodePosi(T) w = x; //实际被摘除的节点，初值同x
     BinNodePosi(T) succ = NULL; //实际被删除节点的接替者
     if      ( ! HasLChild( *x ) ) succ = x = x->rChild; //左子树为空
     else if ( ! HasRChild( *x ) ) succ = x = x->lChild; //右子树为空
     else { /* ...左、右子树并存的情况，略微复杂些... */ }
     hot = w->parent; //记录实际被删除节点的父亲
     if ( succ ) succ->parent = hot; //将被删除节点的接替者与hot相联
     release( w->data ); release( w ); return succ; //释放被摘除节点，返回接替者
  } //此类情况仅需O(1)时间
```

双分支：实例

❖ 若：*x（36）左、右孩子并存

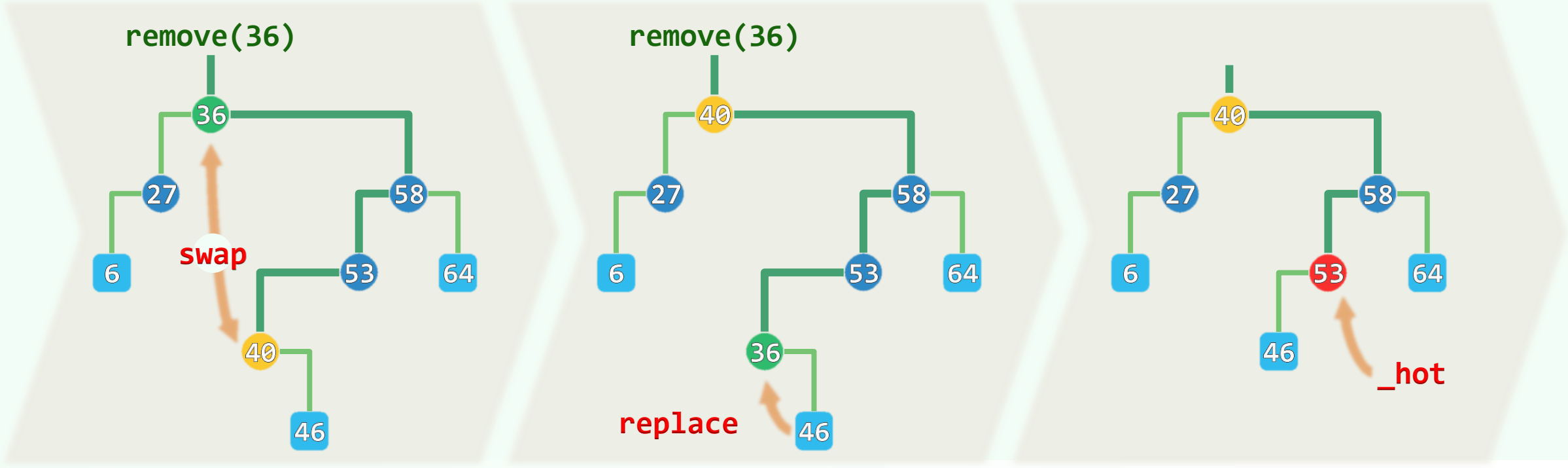
则：调用BinNode::succ()找到x的直接后继

（必无左孩子）；交换*x（36）与*w（40）

❖ 于是问题转化为删除w，可按前一情况处理

❖ 尽管顺序性在中途曾一度不合

但最终必将重新恢复



双分支：实现

```
❖ template <typename T> static BinNodePosi(T)
  removeAt( BinNodePosi(T) & x, BinNodePosi(T) & hot ) {
     /* ..... */
     else { //若x的左、右子树并存，则
        w = w->succ(); swap( x->data, w->data ); //令*x与其后继*w互换数据
        BinNodePosi(T) u = w->parent; //原问题即转化为，摘除非二度的节点w
        ( u == x ? u->rc : u->lc ) = succ = w->rc; //兼顾特殊情况：u可能就是x
     }
     /* ..... */
  } //时间主要消耗于succ()，正比于x的高度——更精确地，search()与succ()总共不过O(h)
```