

图应用

双连通分量：判定准则

$\theta > -D_1$

伤其十指，不如断其一指

帝高阳之苗裔兮，朕皇考曰伯庸

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

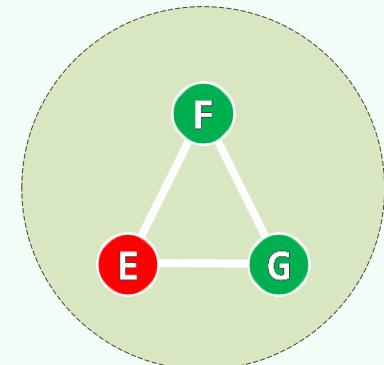
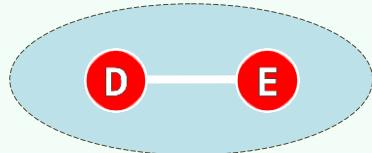
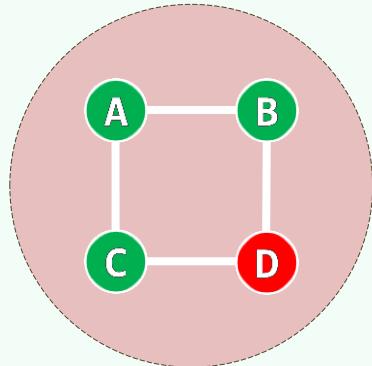
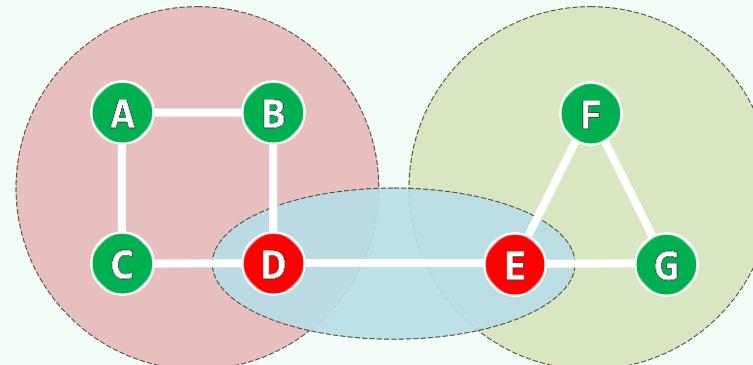
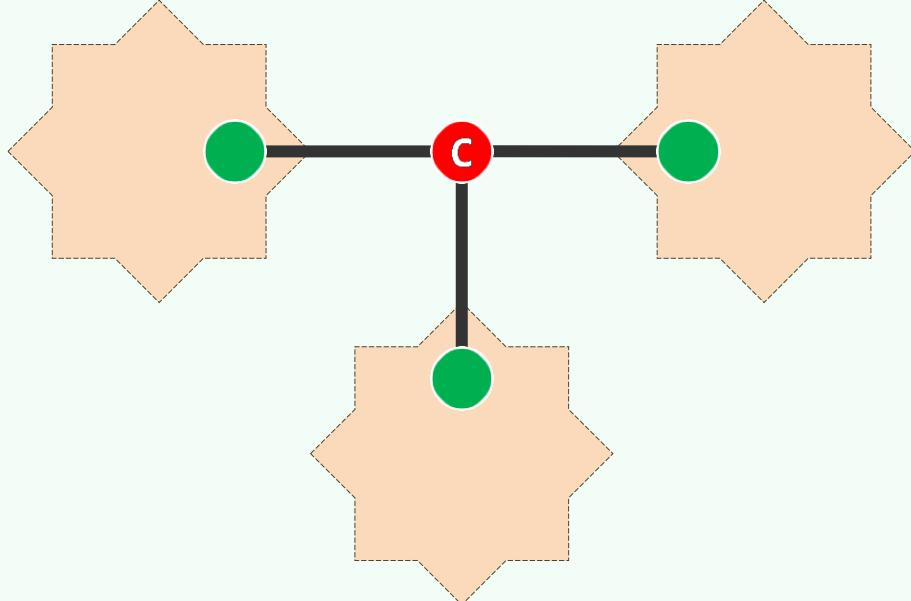
关节点 + 双连通分量

❖ 无向图的关节点： //articulation point, cut-vertex

其删除之后，原图的连通分量增多 //connected components

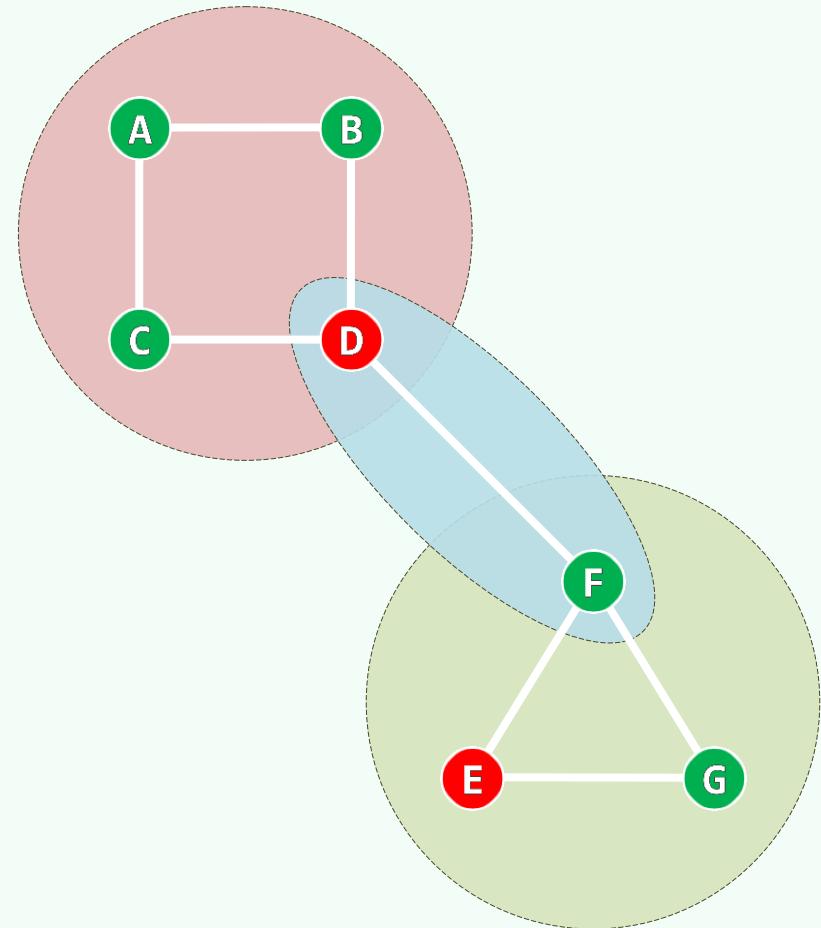
❖ 无关节点的图，称作双（重）连通图 //bi-connectivity

❖ 极大的双连通子图，称作双连通分量 //Bi-Connected Components

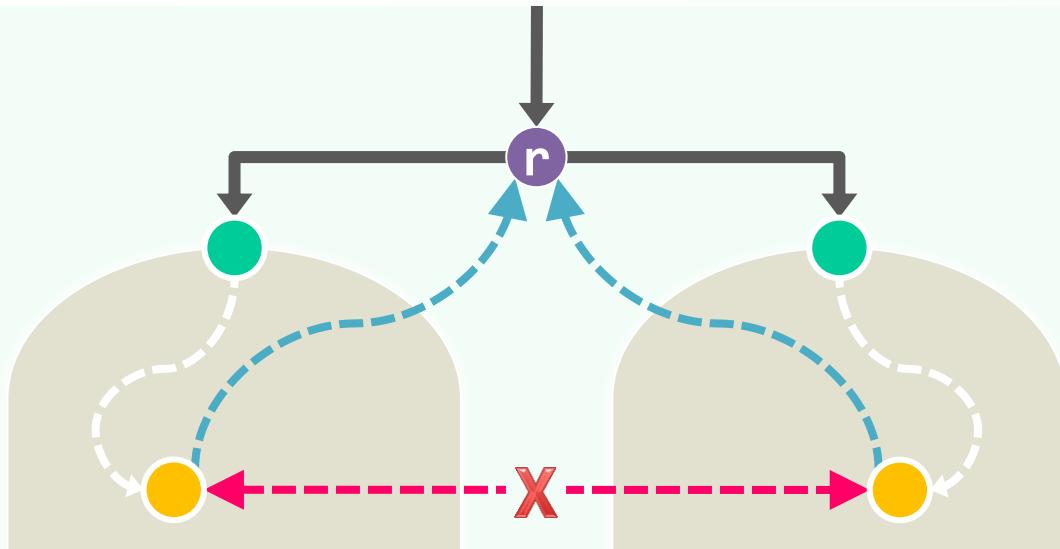


Brute-Force

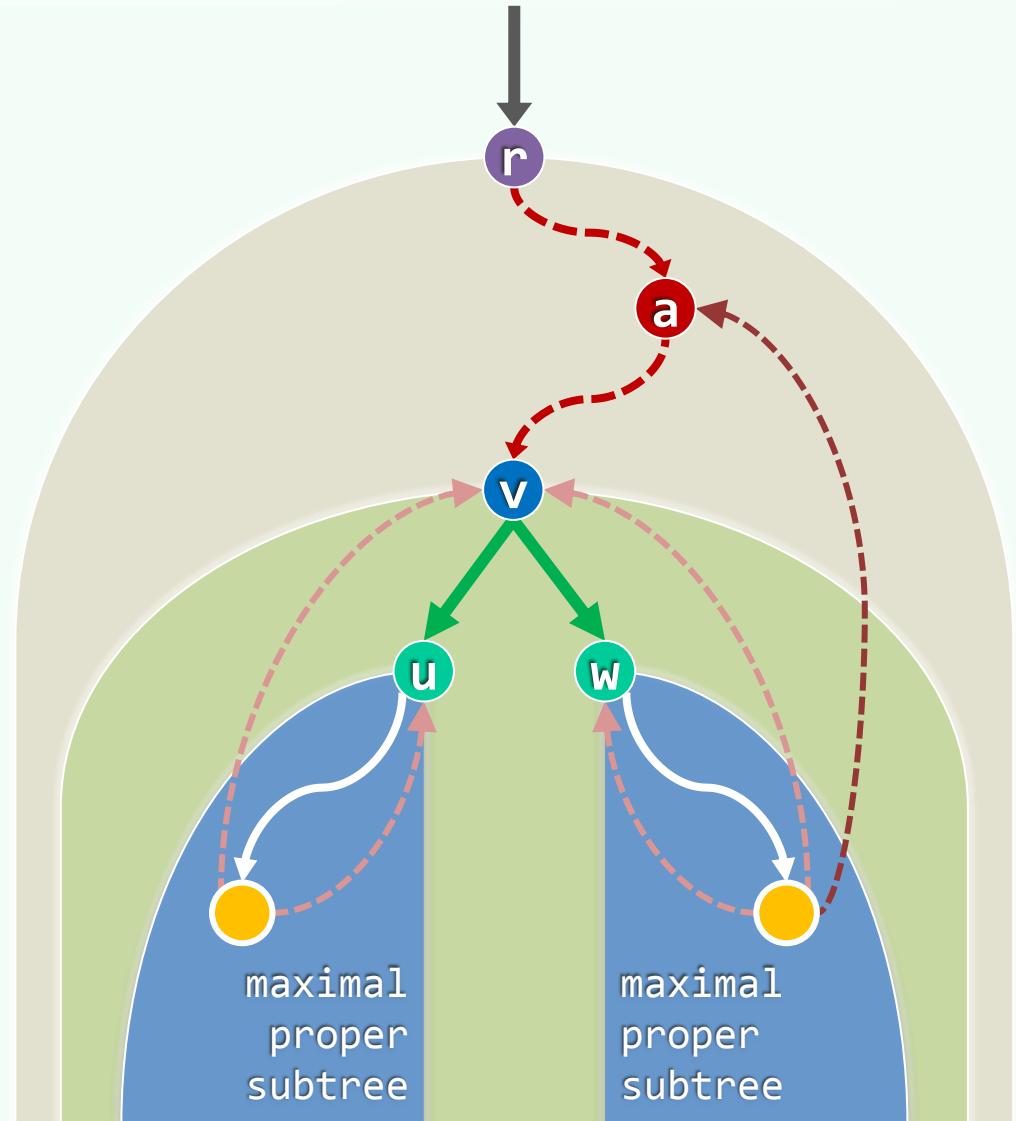
- ❖ 给定无向图，如何确定各BCC？
- ❖ 先考察简单的版本：如何确定关节点？
- ❖ 蛮力： 对每一顶点 v ，通过遍历检查 $G \setminus \{v\}$ 是否连通
- ❖ 共需 $\Theta(n * (n + e))$ 时间，太慢！
- 而且，即便找出关节点，各BCC仍需确定
- ❖ 改进： 从任一顶点出发，构造DFS树
- 根据DFS留下的标记，甄别是否关节点
- ❖ 比如，叶节点绝不可能是关节点 //为什么？



非叶节点



- ❖ 根 r ：必须至少有2棵子树
- ❖ 内部节点 v ：
 - 有某个孩子 u ，而 $\text{subtree}(u)$ 不能经由BACKWARD边，联接到 v 的任何真祖先 a
- ❖ 此时， $\{v\} = \text{BCC}(u) \cap \text{BCC}(\text{parent}(v))$



Highest Connected Ancestor

- ❖ $\text{hca}(v) = \text{subtree}(v)$ 经后向边能抵达的最高祖先
- ❖ 由括号引理： $d\text{Time}$ 越小的祖先，辈份越高
- ❖ DFS过程中，一旦发现后向边(v, u)
即取： $\text{hca}(v) = \min(\text{hca}(v), d\text{Time}(u))$
- ❖ DFS(u)完成并返回 v 时
若有： $\text{hca}(u) < d\text{Time}(v)$
即取： $\text{hca}(v) = \min(\text{hca}(v), \text{hca}(u))$
- ❖ 否则，即可断定： v 系关节点，且
 $\{v\} + \text{subtree}(u)$ 即为一个BCC

