

图应用

Dijkstra算法：最短路径树

邓俊辉

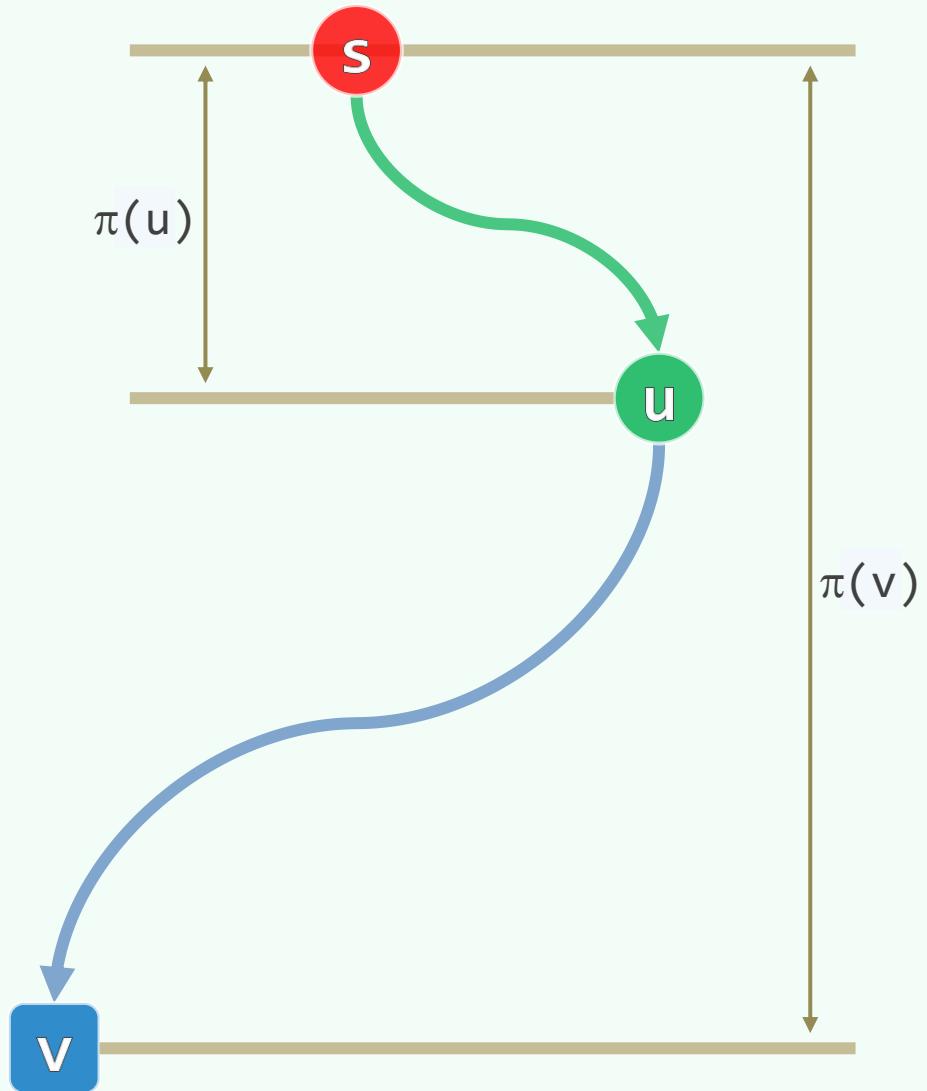
deng@tsinghua.edu.cn

有澹台灭明者，行不由径；非公事，未尝至于偃之室也

单调性 + 假想实验

♦ 任一最短路径的前缀，也是一条最短路径

$$u \in \pi(v) \text{ only if } \pi(u) \subseteq \pi(v)$$



消除歧义

❖ 各边权重均为正，否则

- 有可能出现总权重非正的环路
- 以致最短路径无从定义

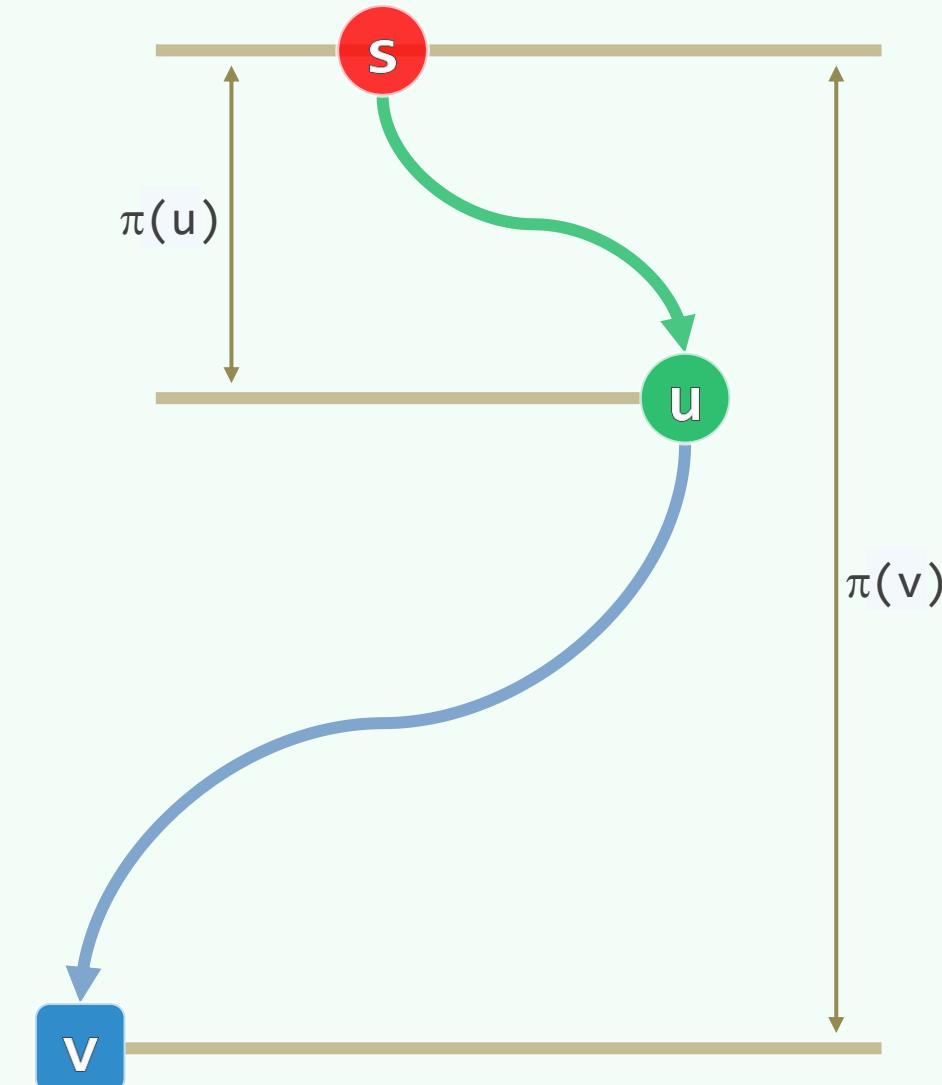
❖ 有负权重的边时，即便所有环路总权重皆为正

以下将介绍的Dijkstra算法依然可能失效

❖ 任意两点之间，最短路径唯一

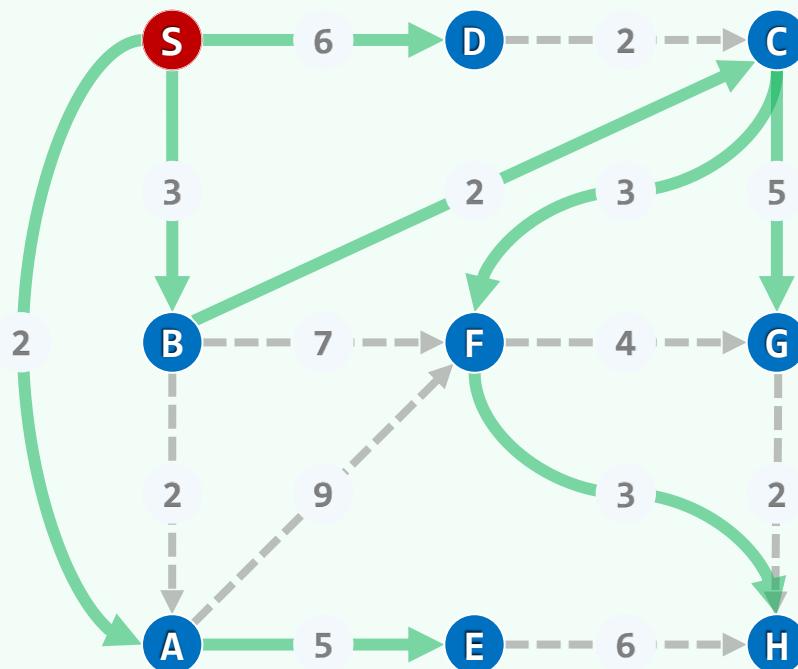
- 在不影响计算结果的前提下

总可通过适当扰动予以保证（习题[6-25]）

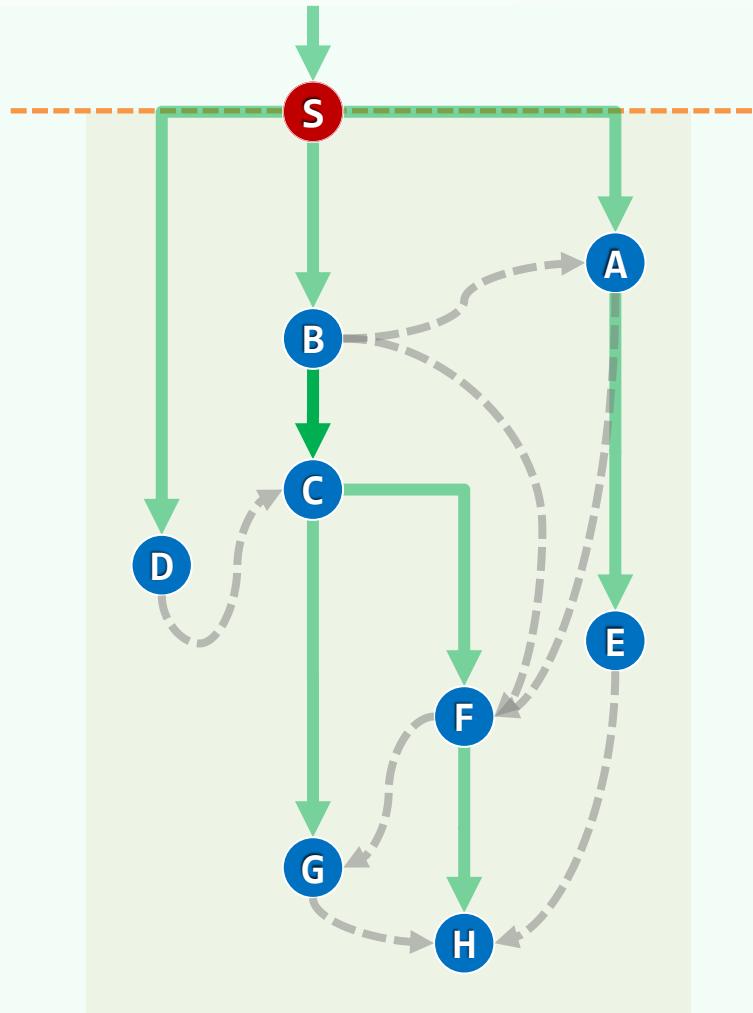


Shortest Path Tree

所有最短路径的并，既连通亦无环

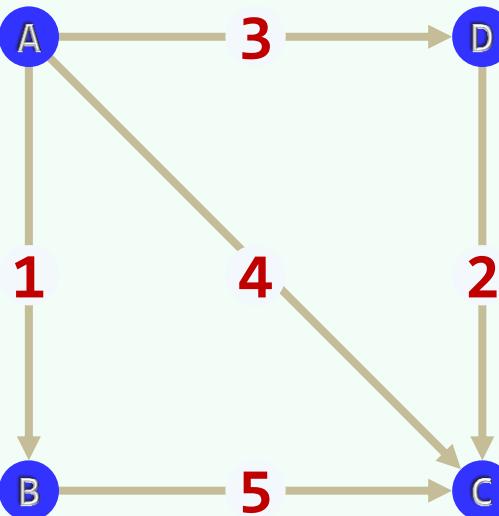
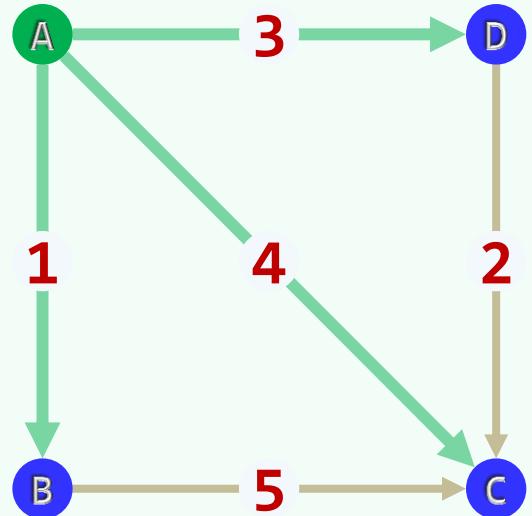


于是， $\mathcal{T} = \mathcal{T}_{n-1} = \bigcup_{0 \leq i < n} \pi(u_i)$ 构成一棵树



SPT \neq MST

SPT



G

MST

