

有一个天体是半径为 $R$ ，密度为 $\rho$ 的均匀球体，球心为 $O$ 点。由于矿物开采，星球内存在一个以星球表面上一点 $A$ 到 $O$ 的距离为直径的球形空腔。现在有一物块从 $A$ 点开始由静止自由下落。求物体到达 $O$ 点所用的时间 $t$ 及到达 $O$ 点时的瞬时速度 $v$ 。（万有引力公式为： $F = G \frac{mM}{r^2}$ ）



有一个天体是半径为 $R$ ，密度为 $\rho$ 的均匀球体，球心为 $O$ 点。由于矿物开采，星球内存在一个以星球表面上一点 $A$ 到 $O$ 的距离为直径的球形空腔。现在有一物块从 $A$ 点开始由静止自由下落。求物体到达 $O$ 点所用的时间 $t$ 及到达 $O$ 点时的瞬时速度 $v$ 。（万有引力公式为： $F = G \frac{mM}{r^2}$ ）



解析：

当物体在 $B$ 点（轨道上任一点）时，则受到的万有引力为

$$F = G \frac{mM}{r_B^2} - G \frac{mM_{BO'}}{8(r_B - \frac{R}{2})^2}$$

$$a = G \frac{\frac{4\rho\pi r_B^3}{3}}{r_B^2} - G \frac{\frac{4\rho\pi (r_B - \frac{R}{2})^3}{3}}{(r_B - \frac{R}{2})^2}$$

$$a = G \frac{2\pi\rho R}{3}$$

有一个天体是半径为 $R$ ，密度为 $\rho$ 的均匀球体，球心为 $O$ 点。由于矿物开采，星球内存在一个以星球表面上一点 $A$ 到 $O$ 的距离为直径的球形空腔。现在有一物块从 $A$ 点开始由静止自由下落。求物体到达 $O$ 点所用的时间 $t$ 及到达 $O$ 点时的瞬时速度 $v$ 。（万有引力公式为： $F = G \frac{mM}{r^2}$ ）



解析：

$\therefore$  物体做加速度为  $a = G \frac{2\pi\rho R}{3}$  的匀加速直线运动

$$\therefore t = \sqrt{\frac{2x}{a}} = \sqrt{\frac{2R}{G \frac{2\pi\rho R}{3}}} = \sqrt{\frac{3}{G\rho\pi}}$$

$$v = \sqrt{2ax} = \sqrt{2R^2 G \frac{2\pi\rho}{3}} = 2R \sqrt{\frac{\pi\rho G}{3}}$$