

第 2 章形式语言的基本知识习题答案

第 1 题

文法 $G = (\{A, B, S\}, \{a, b, c\}, P, S)$ 其中 P 为:

$S \rightarrow Ac|aB$

$A \rightarrow ab$

$B \rightarrow bc$

写出 $L(G[S])$ 的全部元素。

答案: $L(G[S]) = \{abc\}$

第 2 题

文法 $G[N]$ 为:

$N \rightarrow D|ND$

$D \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9$

$G[N]$ 的语言是什么?

答案: 允许 0 开头的非负整数

或者 $G[N]$ 的语言是 V^+ 。 $V = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

第 3 题

为只包含数字、加号和减号的表达式, 例如 $9-2+5$, $3-1$, 7 等构造一个文法。

答案:

$G[S]$:

$S \rightarrow S+D|S-D|D$

$D \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9$

第 4 题

已知文法 $G[Z]$: $Z \rightarrow aZb|ab$

写出 $L(G[Z])$ 的全部元素。

答案: $L(G[Z]) = \{a^n b^n | n \geq 1\}$

第 5 题 (答案不唯一)

写一文法, 使其语言是偶正整数的集合。要求:

(1) 允许 0 打头; (2) 不允许 0 打头。

答案:

(1) 允许 0 开头的偶正整数合的文法

$E \rightarrow NT|D$

$T \rightarrow NT|D$

$N \rightarrow D|1|3|5|7|9$

$D \rightarrow 0|2|4|6|8$

(2)不允许 0 开头的偶正整数集合的文法

$E \rightarrow NT|D$

$T \rightarrow FT|G$

$N \rightarrow D|1|3|5|7|9$

$D \rightarrow 2|4|6|8$

$F \rightarrow N|0$

$G \rightarrow D|0$

第 6 题

已知文法 G:

$\langle \text{表达式} \rangle ::= \langle \text{项} \rangle \mid \langle \text{表达式} \rangle + \langle \text{项} \rangle$

$\langle \text{项} \rangle ::= \langle \text{因子} \rangle \mid \langle \text{项} \rangle * \langle \text{因子} \rangle$

$\langle \text{因子} \rangle ::= (\langle \text{表达式} \rangle) \mid i$

试给出下述表达式的最左推导及语法树。

(1) $i+(i+i)$

(2) $i+i*i$

答案:

(1) $\langle \text{表达式} \rangle$

$\Rightarrow \langle \text{表达式} \rangle + \langle \text{项} \rangle$

$\Rightarrow \langle \text{表达式} \rangle + \langle \text{因子} \rangle$

$\Rightarrow \langle \text{表达式} \rangle + (\langle \text{表达式} \rangle)$

$\Rightarrow \langle \text{表达式} \rangle + (\langle \text{表达式} \rangle + \langle \text{项} \rangle)$

$\Rightarrow \langle \text{表达式} \rangle + (\langle \text{表达式} \rangle + \langle \text{因子} \rangle)$

$\Rightarrow \langle \text{表达式} \rangle + (\langle \text{表达式} \rangle + i)$

$\Rightarrow \langle \text{表达式} \rangle + (\langle \text{项} \rangle + i)$

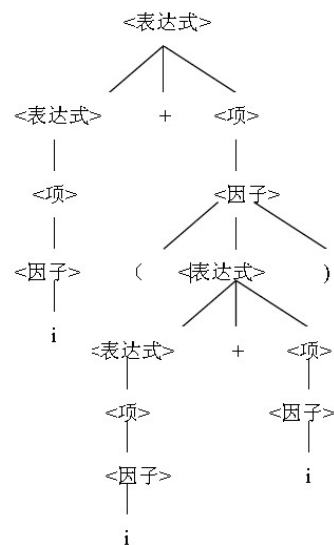
$\Rightarrow \langle \text{表达式} \rangle + (\langle \text{因子} \rangle + i)$

$\Rightarrow \langle \text{表达式} \rangle + (i+i)$

$\Rightarrow \langle \text{项} \rangle + (i+i)$

$\Rightarrow \langle \text{因子} \rangle + (i+i)$

$\Rightarrow i + (i+i)$



(2) <表达式>

=><表达式>+<项>

=><表达式>+<项>*<因子>

=><表达式>+<项>*i

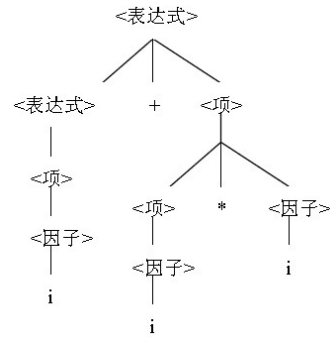
=><表达式>+<因子>*i

=><表达式>+i*i

=><项>+i*i

=><因子>+i*i

=>i+i*i



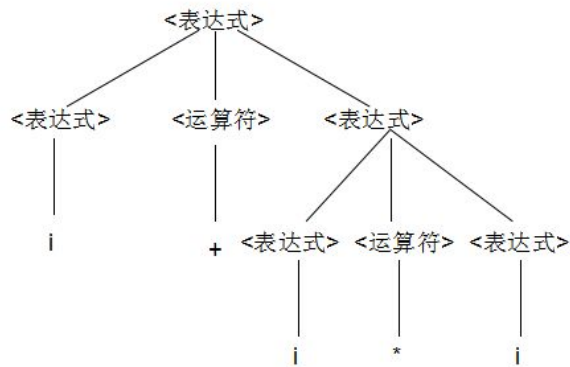
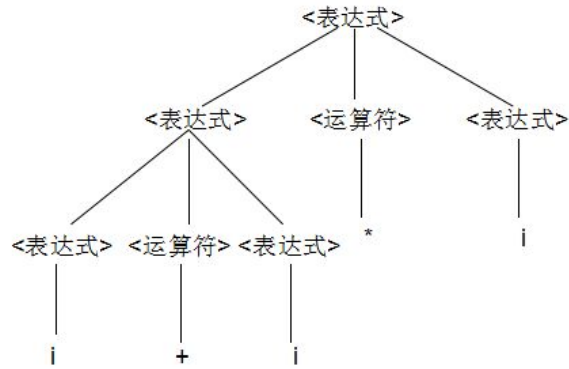
第 7 题

为句子 i+i*i 构造两棵语法树，从而证明下述文法 G[<表达式>]是二义的。

<表达式> ::= i | (<表达式>) | <表达式> <运算符> <表达式>

<运算符> ::= + | - | * | /

答案：为句子 i+i*i 构造两棵不同的语法树如下所示：



第 8 题

文法 $G[S]$ 为:

$S \rightarrow Ac|aB$

$A \rightarrow ab$

$B \rightarrow bc$

该文法是否为二义的? 为什么?

答案:

对于串 abc

(1) $S \Rightarrow Ac \Rightarrow abc$ (2) $S \Rightarrow aB \Rightarrow abc$

即存在两不同的最右推导。所以, 该文法是二义的。

或者: 对输入字符串 abc , 能构造两棵不同的语法树, 所以它是二义的。

第 9 题

考虑下面上下文无关文法:

$S \rightarrow SS^*|SS+|a$

(1) 表明通过此文法如何生成串 $aa+a^*$, 并为该串构造语法树。

(2) $G[S]$ 的语言是什么?

答案:

(1) 此文法生成串 $aa+a^*$ 的最右推导如下

$S \Rightarrow SS^* \Rightarrow SS^* \Rightarrow Sa^* \Rightarrow SS+a^* \Rightarrow Sa+a^* \Rightarrow aa+a^*$

(2) 该文法生成的语言是: $*$ 和 $+$ 的后缀表达式, 即逆波兰式。

第 10 题

文法 $S \rightarrow S(S)S | \varepsilon$

(1) 生成的语言是什么?

(2) 该文法是二义的吗? 说明理由。

答案:

(1) 嵌套的括号

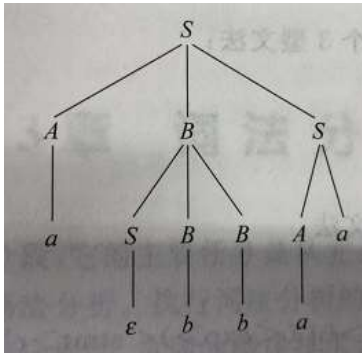
(2) 是二义的, 因为对于 $(())$ 可以构造两棵不同的语法树。

第 11 题

一个上下文无关文法生成句子 $abbbaa$ 的推导树如下:

(1) 给出串 $abbbaa$ 最左推导、最右推导。

(2) 该文法的产生式集合 P 可能有哪些元素?



答案:

(1)串 abbaa 最左推导:

$S \Rightarrow ABS \Rightarrow aBS \Rightarrow aSBBS \Rightarrow aBBS \Rightarrow abBS \Rightarrow abbS \Rightarrow abbAa \Rightarrow abbaa$

最右推导:

$S \Rightarrow ABS \Rightarrow ABaA \Rightarrow ABaa \Rightarrow ASBBaa \Rightarrow ASBbaa \Rightarrow ASbbaa \Rightarrow Abbaa \Rightarrow abbaa$

(2)产生式有: $S \rightarrow ABS \mid Aa \mid \varepsilon$ $A \rightarrow a$ $B \rightarrow SBB \mid b$

第 12 题

给出生成下述语言的三型文法:

(1) $\{a^n \mid n \geq 0\}$

(2) $\{a^n b^m \mid n, m \geq 1\}$

(3) $\{a^n b^m c^k \mid n, m, k \geq 0\}$

答案:

(1) $S \rightarrow aS \mid \varepsilon$

(2)

$S \rightarrow aA$

$A \rightarrow aA \mid B$

$B \rightarrow bB \mid b$

(3)

$A \rightarrow aA \mid B$

$B \rightarrow bB \mid C$

$C \rightarrow cC \mid \varepsilon$

13. 判断下面的陈述是否正确。

(1) 如果一个语言的句子是无穷的, 则定义该语言的文法一定是递归的。✓

(2) 一个语言的文法是不唯一的。✓

(3) 二义性文法是**可以判定**的。×

(4) 语法树描述的是一个**句型**。×

(5) 字母表中的符号就是**字符**。×

(6) 语法规则的左部就是非终结符。×

14. 文法 $G[N]$:

$N \rightarrow SE|E$

$S \rightarrow SD|D$

$E \rightarrow 0|2|4|6|8|10$

$D \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9$

(1) 哪些是终结符, 哪些是非终结符?

(2) 对于句子 110 构造两个不同的最右推导, 并画出语法树。

(3) 此文法所产生的语言是什么?

答案:

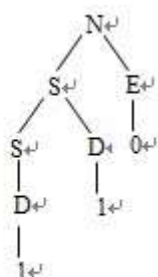
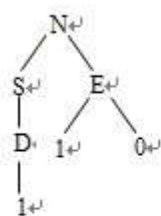
(1) 终结符: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

非终结符: N, S, E, D

(2)

① $N \Rightarrow SE \Rightarrow S10 \Rightarrow D10 \Rightarrow 110$

② $N \Rightarrow SE \Rightarrow S0 \Rightarrow SD0 \Rightarrow S10 \Rightarrow D10 \Rightarrow 110$



110 最右推导的语法树

(3) 偶数的集合

15. 文法 $G[S]$:

$S \rightarrow aSbS|bSaS|\epsilon$

(1) 证明文法 $G[S]$ 是二义性文法。

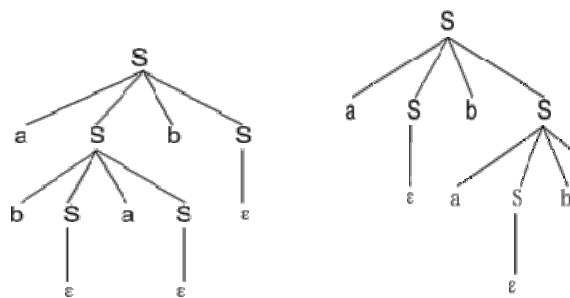
(2) 此文法所产生的语言是什么?

答案:

(1) 证明: 句子 abab 的两个相应的最右推导:

$S \Rightarrow aSbS \Rightarrow aSbaSbS \Rightarrow aSbaSb \Rightarrow aSbab \Rightarrow abab$

$S \Rightarrow aSbS \Rightarrow aSb \Rightarrow abSaSb \Rightarrow abSab \Rightarrow abab$



(2) 此文法产生的语言是：所有 a 的个数与 b 的个数相等的由 a 和 b 组成的字符串。

16. 构造一文法,其定义的语言是由算符+, *, (,)和运算对象 a 构成的算术表达式的集合。

答案一:

$G[E] \ E \rightarrow E+T|T$

$T \rightarrow T*F|F$

$F \rightarrow (E)|a$

答案二:

$G[E] \ E \rightarrow E+E|E*E|(E)|a$

17. 写一个上下文无关文法,使其语言是能被 5 整除且不以 0 开头的无符号整数的集合。

答案:

能被 5 整除的数从形式上看,是以 0, 5 结尾的数字串。题目要求不以 0 开头,注意 0 不是该语言的句子。

所求文法 $G[S]$:

$S \rightarrow NF|5$

$F \rightarrow 5|0$

$N \rightarrow ND|M$

$D \rightarrow M|0$

$M \rightarrow 1|2|3|4|5|6|7|8|9$

其中, S 代表能被 5 整除且不以 0 开头的无符号整数;

F 代表可以出现在个位上的数字;

N 代表不以零开头的数字串;

D 代表所有数字;

M 代表所有非零数字。

18. 按照乔姆斯基对文法的分类,指出下述文法的所属类型。

(1) $S \rightarrow abcA|Aabc$

$B \rightarrow eC|Af$

$A \rightarrow \epsilon$

$Aa \rightarrow Sa$
 $cA \rightarrow cS$
 (2) $S \rightarrow Be$
 $B \rightarrow eC | Af$
 $A \rightarrow Ae | e$
 $C \rightarrow Cf$
 $D \rightarrow fDA$
 (3) $S \rightarrow aA | a$
 $A \rightarrow bS | b$

答案：(1) 1 型 (2) 2 型 (3) 3 型

19. 通过阅读 PL/0 语言的文法描述，指出下列 PL/0 程序中的错误。

```

vara,b,c;
begin
read(a,b);
  c=100
if(a>0) then{b=b+1;write(b);}  else write(c);
write(a,b,c);
end.

```

答案：

正确的程序为：

```

vara,b,c;
begin
read(a,b);
c:=100;
ifa>0 then
  begin
    b:=b+1;
    write(b)
  end;
write(a,b,c)
end.

```

20. 给出对 PL/0 语言作如下功能扩充时的 EBNF 的语法描述。

(1) 扩充条件语句的功能使其为：if 〈条件〉 then 〈语句〉 [else 〈语句〉]

(2) 扩充 repeat 语句为：repeat 〈语句〉 {; 〈语句〉 }until 〈条件〉

答案：

(1) 〈条件语句〉 ::= if 〈条件〉 then 〈语句〉 [else 〈语句〉]

(2) 〈repeat 循环语句〉 ::= repeat 〈语句〉 {; 〈语句〉 }until 〈条件〉