

1导数部分

导数概念

实例

直线运动的瞬时速度

$v = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{f(t) - f(t_0)}{t - t_0}$

切线问题(斜率)

$k = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

定义

$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

(在x0处导数) $\Delta x = x - x_0 \Rightarrow \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \Rightarrow \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$

导函数(把x0替换为x)

$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

单侧导数

右极限-右导数

左极限-左导数

x0处极限存在,称在x0可导

左右导数(左右极限)存在可导

几何意义

曲线的切线,斜率

切线方程

$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

法线方程

$y - y_0 = -1/f'(x_0)(x - x_0)$

可导与连续性

在x0处可导一定连续

求导举例: $f(x) = c, f(x) = x^n, f(x) = x^u, f(x) = a^x, f(x) = \log_a(x), f(x) = \sin x$

求导法则

函数的和差积商求导

证明

反函数的求导法则

$f^{-1}'(x) = 1 / f'(x)$

复合函数的求导法则

证: $y = f[g(x)] \Rightarrow y = f(u), u = g(x) \Rightarrow dy/dx = f'(u) * g'(x)$

$dy/dx = dy/du * du/dv * dv/dx$

基本求导法则和导数公式

常数和基本初等函数的导数公式

函数的和差积商求导法则

反函数的求导法则

复合函数的求导法则

高阶导数

一阶导数

速度 $v = ds/dt$

dy/dx

高阶

二阶导数

加速度 $a = dv/dt \Rightarrow d^2s/dt^2$

$d^2y/dx^2 = d/dx * (dy/dx)$

三阶导数

四阶导数

n阶导数

高阶导数的运算法则

加减乘除

莱布尼茨公式

$(u+v)^n$

k次幂

$(uv)^n$

k阶导数

其它导数及应用

隐函数的导数

显函数

$y = \sin x$

左端为因变量符号,右端为自变量的符号

隐函数

$x + y^3 - 1 = 0$

隐函数的显化

方程的解

隐式函数求导

隐函数的求导可以看成复合函数的求导

对数求导法

两边同时取对数

由参数方程确定的函数的导数

研究抛物线的运动

$x = v_1 t$

$y = v_2 t - 1/2 g t^2$

参数方程

$x = g(t)$

$y = f(t)$

也可看成复合函数求导

相关变化率

$x = x(t), y = y(t)$

$dx/dt, dy/dt$

两个变化率之间的关系

应用

导数的几何意义