**2. Задание**

Докажите, что при ортогональном преобразовании сохраняется расстояние между точками.

Даны точки с координатами $(x_1; y_1)$ и $(x_2; y_2)$ расстояние между точками $\mathbf{L^2 = (x_2 - x1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$. При переносе графика на вектор (a; b) и угол A

$x_2' = (x_2-a)\cos A + (y_2-b)\sin A$ пусть $z_2 = (x_2-a)$ $w_2 = (y_2-b)$

$x_1' = (x_1-a)\cos A + (y_1-b)\sin A$ $z_1 = (x_1-a)$ $w_1 = (y_1-b)$

$y_2' = -(x_2-a)\sin A + (y_2-b)\cos A$

$y_1' = -(x_1-a)\sin A + (y_1-b)\cos A$

$L^{2\prime} = ((z_2\cos A + w_2\sin A) - (z_1\cos A + w_1\sin A))^2 + ((w_2\cos A - z_2\sin A) - (w_1\cos A - z_1\sin A))^2 =$

$= (z_2\cos A + w_2\sin A)^2 - 2(z_2\cos A + w_2\sin A)(z_1\cos A + w_1\sin A) + (z_1\cos A + w_1\sin A)^2 + (w_2\cos A - z_2\sin A)^2 - 2(w_2\cos A - z_2\sin A)(w_1\cos A - z_1\sin A) + (w_1\cos A - z_1\sin A)^2 =$

$= \underline{z_2^2\cos^2 A} + \underline{2\, z_2\cos A\, w_2\sin A} + \underline{w_2^2\sin^2 A} - (2z_2\cos A + 2w_2\sin A)(z_1\cos A + w_1\sin A) + \underline{z_1^2\cos^2 A} + \underline{2z_1\cos A w_1\sin A} + \underline{w_1^2\sin^2 A} + \underline{w_2^2\cos^2 A} - \underline{2\, w_2\cos A\, z_2\sin A} + \underline{z_2^2\sin^2 A} - (2w_2\cos A - 2z_2\sin A)(w_1\cos A - z_1\sin A) + \underline{w_1^2\cos^2 A} - \underline{2\, w_1\cos A\, z_1\sin A} + \underline{z_1^2\sin^2 A} =$

$= z_2^2(\cos^2 A + \sin^2 A) + \cos A\sin A(2z_2w_2 - 2w_2z_2) + w_2^2(\sin^2 A + \cos^2 A) + z_1^2(\cos^2 A + \sin^2 A) + \cos A\sin A(2z_1w_1 - 2z_1w_1) + w_1^2(\sin^2 A + \cos^2 A) + z_1^2(\cos^2 A + \sin^2 A) - \underline{2z_2z_1\cos^2 A} \cancel{- 2w_2 z_1\sin A\cos A} \cancel{- 2z_2w_1\cos A\sin A} - 2w_2w_1\sin^2 A - 2w_2w_1\cos^2 A \cancel{+ 2z_2w_1\sin A\cos A} \cancel{+ 2w_2z_1\cos A\sin A} - \underline{2z_2z_1\sin^2 A} =$

$= z_2^2 + w_2^2 + z_1^2 + w_1^2 + z_1^2 - 2z_2z_1 - 2w_2w_1 = (x_2-a)^2 + (y_2-b)^2 + (y_1-b)^2 + (x_1-a)^2 + (2a-2x_2)(x_1-a) + (2b-2y_2)(y_1-b) = \underline{x_2^2} \cancel{- 2x_2a} \cancel{+ a^2} \underline{+ y_2^2} \cancel{- 2y_2b} \cancel{+ b^2} \underline{+ y_1^2} \cancel{- 2y_1b} \cancel{+ b^2} \underline{+ x_1^2} \cancel{- 2x_1a} \cancel{+ a^2} \cancel{+ 2ax_1} \underline{- 2x_1x_2} \cancel{- 2a^2} \cancel{+ 2ax_2} \cancel{+ 2y_1b} \underline{- 2y_2y_1} \cancel{- 2b^2} + \cancel{2y_2b} = x_2^2 - 2x_1x_2 + x_1^2 + y_2^2 - 2y_2y_1 + y_1^2 = \mathbf{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$\mathbf{L^2 = L'^2}$