Subject: .... امیرمحمد محمدزاده تمرین کنترل اتوماتیک دکتر مهاجری

Year: .... Month: .... Day: .... ( )

$$D(s) = 2s^7 + 9s^6 + 6s^5 + 4s^4 + 8s^3 + 8s^2 + 2s + 6$$

s^7	2	6	8	2
s^6	9	4	8	6
s^5	$\frac{46}{9}$	$\frac{56}{9}$	$\frac{6}{9}$	
s^4	$-\frac{320}{46}$	$\frac{384}{46}$	6	
s^3				
s^2				
s^1				
s^0				

در این ستون نباید تغییر علامت داشته باشیم

$+ \; + \; + \; -$

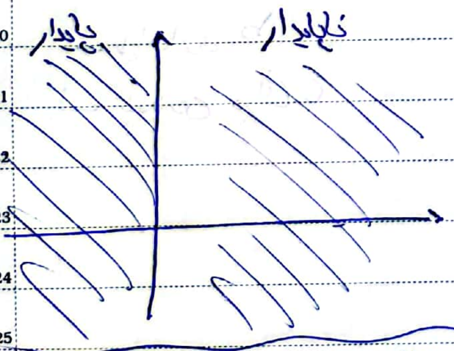
① تغییر علامت: سیستم ناپایدار بوده و حداقل یک ریشه خواهد داشت

$$D(s) = 2s^5 + 4s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 2s + 5$$

s^5	2	2	2
s^4	4	3	5
s^3	$\frac{2}{4}$	$-\frac{2}{4}$	
s^2	7	5	
s^1	$-\frac{6}{7}$		
s^0	5		

② تغییر علامت دارای ۲ ریشه ← سیستم ناپایدار

$+ \; + \; + \; + \; - \; +$



$$D(s) = s^8 + s^7 + 12s^6 + 22s^5 + 39s^4 + 59s^3 + 48s^2 + 38s + 20$$

TANDIS

s^8	۱	۳	۳۹	۴۸	۲۰
s^7	۱	۲۲	۵۹	۳۸	
s^6	-۱۰	-۲۰	۱۰	۲۰	
s^5	۲۰	۶۰	۴۰		
s^4	۱۰	۳۰	۲۰		
s^3	~~۴۰~~ ۲	~~۶۰~~ ۳	۰		
s^2	۱۵	۲۰			
s^1	$\frac{1}{3}$				
s^0	۲۰				

عدد آخر در ضرایب هم ضرایب زوج دار می‌شود.

وقتی یک سطر کامل صفر می‌شود از معادله مشتق سطر بالا استفاده می‌کنیم

$$10s^4 + 30s^2 + 20$$

$$\xrightarrow{d} 40s^3 + 60s$$ جایگذاری در ضرایب $\div 20 = 2, 3$

$+ \; + \; - \; + \; + \; + \; + \; + \; +$ —— ۲ تغییر علامت ← سیستم ناپایدار

۲

k ← پایداری a

← ناپایداری b

← پایداری بحرانی c

تابع تبدیل حلقه بسته

$$T(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} = \frac{\frac{k}{s(s+7)(s+11)}}{1+\frac{k}{s(s+7)(s+11)}}$$

$$\Rightarrow s(s+7)(s+11)+k=0$$

$$s(s^2+18s+77) = s^3+18s^2+77s$$

$$s^3+18s^2+77s+k=0$$

همه ضرایب غیر صفر و هم علامت است پس پایداری باید بررسی شود.

s^3	1	77
s^2	18	k
s^1	b_1	
s^0	c_1	

$$b_1 = \frac{18\times 77 - k}{18} = \frac{1386 - k}{18}$$

$$c_1 = \frac{b_1 k - 0}{b_1} = k \longrightarrow$$

a) پایداری ← تمام عناصر ستون اول جدول ~~روث~~ باید مثبت باشند

$\frac{1386-k}{18} > 0 \Rightarrow k < 1386$

$k>0 \rightarrow 0<k<1386$

b) سیستم ناپایدار است اگر حداقل یک تغییر علامت داشته باشیم

c) پایداری بحرانی ← اگر ریشه روی محور موهومی داشته باشد $\pm j\omega$

← نوسانات پایدار با دامنه ثابت

$k=1386 \longrightarrow s^3+18s^2+77s+1386=0$

$s^2 \qquad (9+18)(s^2+77)=0$

$s_1=-81$

پایداری بحرانی ← $\begin{cases} s_2=+\sqrt{77}\,j \\ s_3=-\sqrt{77}\,j \end{cases}$

س)

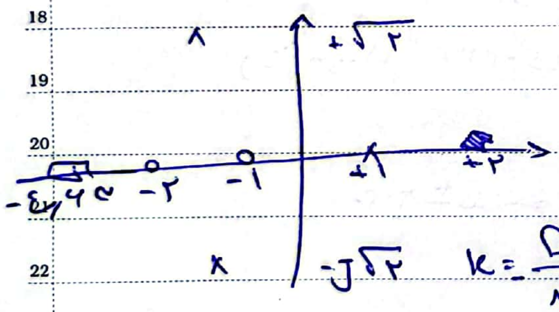
a) $GH(s)=\frac{(s+1)(s+2)}{(s^2+2s+3)(s-1)}$

$Z_1=-1,\ Z_2=-2$

Poles $+1,\ P_2=-1\pm j\sqrt{2}$

$n-m=1,\ \sigma=\frac{\sum P_i-\sum Z_j}{n-m}$

$\sigma=\frac{(+1-1+j\sqrt{2}-1-j\sqrt{2})-(-1-2)}{1}=2$



$k=-\frac{D(s)}{N(s)}=\frac{-(s^2+2s+3)(s-1)}{(s+1)(s+2)}$

$\frac{dk}{ds}=0 \Rightarrow s^4+6s^3+8s^2+10s+110$

$s_{1,2}=0.016\pm j1.3 \rightarrow k=0.032\pm j1.18$

$s_3=-1.4 \rightarrow k=-2.1$

$s_4=-4.43 \rightarrow k=8.45$

$1+kGH(s)=0 \rightarrow s^3+(k+1)s^2+(3k+1)s+2k-3=0$

s^3	1	$3k+1$
s^2	$k+1>0$	$2k-3>0$
s^1	$\dfrac{3k^2+2k+4}{k+1}>0$	
s^0	$2k-3>0$	

$k>-1$ ، $k\in R$ ، $k>\frac{3}{2}$

$0<k<\frac{3}{2}$

اگر قطب روی $S=0$ و $k=\frac{3}{2}$ روی قطب سمت راست می افتد

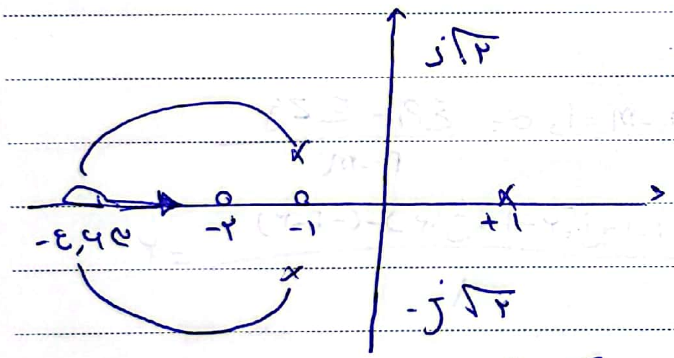
اگر $k<\frac{3}{2}$ باشد هیچ قطبی روی راست نمی افتد

$$\theta_r=\pi+\sum_i \phi_i-\sum_{j\neq r}\theta_j$$

$$\theta_2=\pi+(\phi_1+\phi_2)-(\theta_1+\theta_3)$$

$$\phi_1=90,\ \phi_2=\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{1}\right),\ \theta_1=180-\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

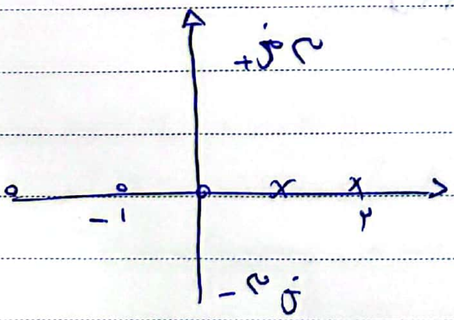
$$\theta_2=180+\left(90+\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{1}\right)\right)-\left(180-\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)=90$$



$$GH(s)=\frac{s(s+1)}{(s+1)(s-2)(s^2+10s+34)}$$

قطبها : $s=1$ و $s=2$ ، $s=-5\pm j3$

صفرها : $s=0$ ، $s=-1$



$$n-m=4-2=2$$

$$\sigma=\frac{(1+2-5+j3-5-j3)-(0-1)}{2}=\boxed{-3}$$

$$k=-\frac{(s-1)(s-2)(s^2+10s+34)}{s(s+1)}\Rightarrow \begin{array}{l}s=-0.4\\ s=1,4\end{array}$$

Year:..........Month:..........Day:..........( )

(4) $G(s) = \dfrac{k}{s(s+3)(s+6)}$, $\zeta = 0.5$

$\dfrac{G(s)}{1+G(s)} \Rightarrow 1 + G(s) = 0$

$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \longrightarrow$ مرتبه ۲

$s(s+3)(s+6) + k = 0 \longrightarrow s^3 + 9s^2 + 18s + k = 0$

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 18 \\ s^2 & 9 & k>0 \\ s^1 & \frac{162-k}{9} > 0 & 0 \\ s^0 & k>0 & \end{array}$$

$0 < k < 162$

$s = \zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$

$s = 0.5\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-0.5^2} = -0.5\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{\frac{3}{4}}$

$s_1 + s_2 + s_3 = -9$

$s_1 = -0.5\omega_n + j\omega_n\frac{\sqrt{3}}{2}$

$s_2 = -0.5\omega_n - j\omega_n\frac{\sqrt{3}}{2}$

$s_1 + s_2 = -\omega_n$, $-\omega_n + s_3 = -9$, $s_3 = \omega_n - 9$

$s_1 s_2 s_3 = -k$, $s_1 s_2 = \omega_n^2$, $\omega_n^2(\omega_n - 9) = -k$

$\omega_n = 3\sqrt{2}$, $(3\sqrt{2})^2(3\sqrt{2} - 9) = -k$

$18(3\sqrt{2} - 9) = -k$

$54\sqrt{2} - 162 = -k$, $k = 162 - 54\sqrt{2} = 85.7$

$k_v = \lim_{s \to 0} s \dfrac{k}{s(s+3)(s+6)} = \dfrac{k}{18}$

$e_{ss} = \dfrac{1}{k_v}$, $e_{ss} = \dfrac{1}{\frac{k}{18}} = \dfrac{18}{k}$

TANDIS

$e_{ss} = \dfrac{18}{85.7} \approx 0.21$