

杨辉三角

1 题目描述

```
1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
```

上面的图形熟悉吗？它就是我们中学时候学过的杨辉三角。

1.1 输入描述：

输入数据包含多组测试数据。

每组测试数据的输入只有一个正整数 n ($1 \leq n \leq 128$)，表示将要输出的杨辉三角的层数。

输入以 0 结束

1.2 输出描述：

对应于每一个输入，请输出相应层数的杨辉三角，每一层的整数之间用一个空格隔开，每一个杨辉三角后面加一个空行。

1.3 输入例子：

```
2
3
0
```

1.4 输出例子：

```
1
1 1

1
1 1
1 2 1
```

2 解题思路

2.1 解法一：

假设杨辉三角的使用一个二维数组 **a** 进行表示。**a[i][j]**表示第 **i+1** 行第 **j+1** 列元素的值，有公式：

$$a[i][j] = \begin{cases} 1 & j = 0 \text{ or } j = i \\ a[i-1][j-1] + a[i-1][j] & 0 < j < i \end{cases}$$

2.2 解法二：

将杨辉三角使用一个一维数组 **a** 表示，从下标 **0** 开始，杨辉三角第 **i** 行第 **j** 列个元素对应用到数组 **a** 的下标为 **x(i,j)**：则

$$x(i,j) = \sum_{k=1}^{i-1} k + j - 1 \quad j \geq 1 \text{ and } i \geq j$$

$$x(i,j) = \frac{i(i-1)}{2} + j - 1$$

从而可得

$$a[x(i,j)] = \begin{cases} 1 & j = 1 \text{ or } j = i \\ a[x(i-1,j-1)] + a[x(i-1,j)] & 1 < j < i \end{cases}$$