# 一笔画

## 1 题目描述

咱们来玩一笔画游戏吧，规则是这样的：有一个连通的图，能否找到一个恰好包含了所有的边，并且没有重复的路径。

### 1.1 输入描述:

输入包含多组数据。每组数据的第一行包含两个整数n和m (2≤n, m≤1000)，其中n是顶点的个数，m是边的条数。紧接着有m行，每行包含两个整数from和to (1 ≤ from, to ≤ n, from != to)，分别代表边的两端顶点。**边是双向的，并且两个顶点之间可能不止一条边**。

### 1.2 输出描述:

对应每一组输入，如果能一笔画则输出“Yes”；否则输出“No”。

### 1.3 输入例子:

3 3

1 2

2 3

1 3

4 7

1 2

2 1

1 3

1 4

1 4

2 3

4 3

### 1.4 输出例子:

Yes

No

## 2 解题思路

题目要求一个连通的有向图是否可以一笔画完。这是一个**可行遍性问题**，即从图中一个顶点出发不重复地遍历完所有的边并回到起始顶点，这种回路是**欧拉回路**。在解答该问题前先对欧拉回路相关的内容进行介绍。

### 2.1 欧拉回路

#### 2.1.1 欧拉通路、欧拉回路、欧拉图

**无向图：**

1. 设G 是连通无向图，则称经过G 的每条边一次并且仅一次的路径为欧拉通路；
2. 如果欧拉通路是回路（起点和终点是同一个顶点），则称此回路为欧拉回路（Euler circuit）；
3. 具有欧拉回路的无向图G 称为欧拉图（Euler graph）。

**有向图：**

1. 设D是有向图，D的基图连通，则称经过D的每条边一次并且仅一次的有向路径为有向欧拉通路；
2. 如果有向欧拉通路是有向回路，则称此有向回路为有向欧拉回路（directed Euler circuit）；
3. 具有有向欧拉回路的有向图D称为有向欧拉图（directed Euler graph）。

图1是有向图和无向图。



图1 有向图和无向图

#### 2.1.2 定理及推论

欧拉通路和欧拉回路的判定是很简单的，请看下面的定理及推论。

**定理2.1**　无向图G存在欧拉通路的充要条件是：

G为连通图，并且G仅有两个奇度结点（度数为奇数的顶点）或者无奇度结点。

**推论2.1：**

1. 当G是仅有两个奇度结点的连通图时，G的欧拉通路必以此两个结点为端点。
2. 当G是无奇度结点的连通图时，G必有欧拉回路。
3. G为欧拉图（存在欧拉回路）的充分必要条件是G为无奇度结点的连通图。

例如图2-1(a)所示的无向图，存在两个奇度顶点v2和v5，所以存在欧拉通路，且欧拉通路必以这两个顶点为起始顶点和终止顶点；该无向图不存在欧拉回路。图2-1(b)所示的无向图为欧拉图。

**定理2.2**有向图D存在欧拉通路的充要条件是：

D为有向图，D的基图连通，并且所有顶点的出度与入度都相等；或者除两个顶点外，其余顶点的出度与入度都相等，而这两个顶点中一个顶点的出度与入度之差为1，另一个顶点的出度与入度之差为-1。

**推论2.2**：

1. 当D除出、入度之差为1，-1的两个顶点之外，其余顶点的出度与入度都相等时，D的有向欧拉通路必以出、入度之差为1的顶点作为始点，以出、入度之差为-1的顶点作为终点。
2. 当D的所有顶点的出、入度都相等时，D中存在有向欧拉回路。
3. 有向图D为有向欧拉图的充分必要条件是D的基图为连通图，并且所有顶点的出、入度都相等。

例如图2-1(c)所示的有向图，顶点v2和v4入度和出度均为1；顶点v1的出度为2、入度为1，二者差值为1；顶点v3的出度为1、入度为2，二者相差为-1；所以该有向图只存在有向欧拉通路，且必须以顶点v1为始点，以顶点v3为终点。图2-1(d)所示的有向图不存在有向欧拉通路。

### 2.2 解题步骤

首先根据输入构造图的邻接矩阵，通过邻接矩阵判断图是否连通，不连通说明不可以一笔画完，如果连通，再判断图是否有奇度顶点，有就不能一笔画完，没有就说明可以一笔画完。