

信号与系统实验 2-----

连续时间信号与系统的频域分析

一、实验目的

- 掌握傅里叶变换正反变换的定义及求解方法；
- 掌握非周期信号的频谱密度函数的求解方法，并用 Matlab 绘制频谱图；
- 掌握频域系统函数的概念和物理意义；
- 利用 Matlab 实现连续时间系统的频域分析。

二、实验原理

➤ FT 变换的定义

正变换： $F(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt$;

逆变换： $f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(j\omega)e^{j\omega t} d\omega$;

数值计算方法：为实现计算机编程，需对 $f(t)$ 进行抽样。假设在非周期信号 $f(t)$ 的主要取值区间 $[t_1, t_2]$ 内抽样了 N 个点，则抽样间隔 $T_s = \frac{t_2 - t_1}{N}$ 。此时，

$$F(j\omega) \approx T_s \sum_{n=0}^{N-1} f(t_1 + nT_s) e^{-j\omega(t_1 + nT_s)}$$

用上式可以计算出任意频点的傅里叶变换值。假设非周期信号频谱的主要取值区间为 $[\omega_1, \omega_2]$ ，在其间均匀抽样了 M 个值，则频谱抽样间隔 $\omega_s = \frac{\omega_2 - \omega_1}{M}$ ，可以采用同样的方法近似计算傅里叶反变换，

$$f(t_1 + nT_s) \approx \frac{\omega_s}{2\pi} \sum_{m=0}^{M-1} F[j(\omega_1 + m\omega_s)] e^{j(\omega_1 + m\omega_s)(t_1 + nT_s)}$$

➤ 非周期信号的频谱密度函数

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt = |F(j\omega)|e^{-j\varphi(\omega)}$$

其中， $|F(j\omega)|$ 为 $f(t)$ 的幅度频谱，是 ω 的偶函数， $\varphi(\omega)$ 为 $f(t)$ 的相位频谱，为奇函数。

➤ 频率响应

频率响应函数 $H(j\omega)$ 的定义为系统的零状态响应的傅里叶变换 $R(j\omega)$ 与输入激励信号的傅里叶变换 $X(j\omega)$ 之比，即：

$$H(j\omega) = \frac{R(j\omega)}{X(j\omega)} = |H(j\omega)|e^{-j\varphi(\omega)}$$

其中， $|H(j\omega)|$ 是响应与激励信号幅度之比，称为幅频特性（响应）； $\varphi(\omega)$ 是响应和激励信号的相位差，成为相频特性（响应）。

三、实验涉及的部分 MATLAB 函数

1、syms

功能：声明符号变量

调用格式：syms x,y; 声明 x、y 为符号变量。

2、fourier

功能：计算符号函数的傅里叶变换

调用格式：fourier(f); 计算符号函数 f 的傅里叶变换。

3、ifourier

功能：计算符号函数的傅里叶反变换

调用格式：ifourier(F); 计算符号函数 F 的傅里叶反变换。

4、angle

功能：求幅角

调用格式：P = angle(Z); 计算复数 Z 的幅角，返回结果在 $[-\pi, \pi]$ 之间。

5、freqs

功能：计算连续时间系统的频率响应

调用格式：

freqs(b,a); 在当前窗口绘制幅频和相频曲线。

[h,w]= freqs(b,a); 自动设定 200 个频率点来计算频率响应 h，将 200 个频率点记录在 w 中。

[h,w]=freqs(b,a,n); 设定 n 个频率点计算频率响应。

h = freqs(b,a,w); 计算 w 上的频率响应。

四、实验内容

➤ 实验 1：非周期信号的 FT 实验

1. 利用符号求解方法，求 $e^{-t}\varepsilon(t)$ 的傅里叶变换，并绘制其频谱（幅度谱和相位谱）。
2. 利用符号求解方法，求 $\frac{1}{\omega^2+1}$ 的傅里叶反变换，并绘制其波形图。
3. 用数值计算的方法，求 $e^{-t}\varepsilon(t)$ 的傅里叶变换，并绘制其频谱（幅度谱和相位谱）。就幅度谱，将数值解与理论值进行对比，观察误差，思考提升数值计算精度的方法。

➤ 实验 2：傅里叶变换性质验证实验（要求采用数值求解方法进行 FT）

1. （奇偶特性）分别画出 $G_4(t)$ 、 $\Lambda_4(t)$ 、 $e^{-t}\varepsilon(t)$ 、 $e^{-t}\varepsilon(t) - e^t\varepsilon(-t)$ 的时域波形图及其幅度谱和相位谱。结合图像，给出奇偶特性相关结论。
2. （展缩特性）假设 $x(t) = G_4(t)$ ，分别画出 $x(t)$ ， $x(t/2)$ ， $x(2t)$ 的时域波形图及其幅度谱和相位谱。结合图像，给出展缩特性相关结论。
3. （时移特性）假设 $x(t) = \Lambda_4(t)$ ，分别画出 $x(t)$ ， $x(t - 0.1)$ ， $x(t - 1)$ 的时域波形图及其幅度谱和相位谱。结合图像，给出时移特性相关结论。
4. （频移特性）假设 $x(t) = G_4(t)$ ，分别画出 $x(t)$ ， $x(t)\cos(20t)$ 的时域波形图及其频谱图。结合图像，给出频移特性相关结论。

➤ 实验 3：连续时间系统频域分析实验

1. 已知某系统微分方程为： $y''(t) + y'(t) + y(t) = x(t)$ ，画出该系统的幅频和相频响应曲线。
2. 对于上题中的二阶系统，当输入信号为 $f(t) = \cos t + \cos(10t)$ 时，求系统输出 $y(t)$ ，绘制时域波形。结合实验结果，分析该系统的滤波特性。

五、评分细则

结合实验过程（10%）、实验报告（90%）两方面给出实验总成绩。

实验报告评分细则：

实验 1（24 分）：题 1（6 分，其中命令窗口显示 FT 结果 2 分，幅度谱 2 分，相位谱 2 分）；题 2（4 分，其中命令窗口显示 IFT 结果 2 分，时域波形图 2 分）；题 3（14 分，其中**数值计算关键代码** 6 分，幅度谱 2 分，相位谱 2 分，提升精度方法 4 分）。

实验 2（50 分）：题 1（16 分，其中每个信号的时域波形、幅度谱、相位谱各 1 分，共计 12 分，结论 4 分）；题 2（13 分，其中每个信号的时域波形、幅度谱、相位谱各 1 分，共计 9 分，结论 4 分）；题 3（13 分，其中每个信号的时域波形、幅度谱、相位谱各 1 分，共计 9 分，结论 4 分）；题 4（8 分，其中每个信号的时域波形、频谱各 1 分，共计 4 分，结论 4 分）。

实验 3（20 分）：题 1（8 分，其中幅频曲线 4 分，相频曲线 4 分）；题 2（12 分，其中输出信号的时域波形 8 分，系统滤波特性 4 分）。

实验总结（6 分）：实验整体总结以及感悟。

六、实验要求

- 遵守实验纪律，不迟到早退；
- 认真撰写实验报告，在报告中附源代码、最终图像结果、问题分析、实验感悟等内容，**不要抄袭！**
- 实验结束两周内提交实验报告。