诚信保证
本人知晓我校考场规则和违纪处分条例的有关规定，保证遵守考场规则，诚实做人.　　本人签字：________

编号：158#

成绩	
班号	
学号	
姓名	

西北工业大学考试试题（A卷）

2016－2017 学年　第 1 学期

开课学院：理学院　　　　课　　程：计算方法

学　　时：32　　　　　　考试时间：2 小时

日　　期：2016 年 11 月 1 日　　考试形式：闭卷

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
分数									

一、填空（7×3 分=21 分）

1）近似数 $x^* = 12.48$ 关于真值 $x = 12.49$ 有_____位有效数字；

2）设 $f(x) = x^3 + 1$，则差商 $f[0,1,2,3]$=_____；

3）设关于节点 $\{x_i\}_{i=0}^n$（$n \geq 3$）的 Lagrange 插值基函数为 $\{l_i(x)\}_{i=0}^n$，则

$\sum_{i=0}^{n} x_i^3 l_i(3.5)$=________；

4）写出求立方根 $\sqrt[3]{a}(a>0)$ 的牛顿迭代格式________________；

5）基于 n+1 个互异节点 $\{x_i\}_{i=0}^n$ 构成的插值型求积公式 $\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{k=0}^{n} A_k f(x_k)$，

满足 $\sum_{k=0}^{n} A_k$=______；

6）对任意矩阵 $\mathbf{A} \in R^{n\times n}$，其谱半径 $\rho(\mathbf{A})$ 小于或等于任意一种矩阵范数 $\|\mathbf{A}\|$，该论断____（对/错）；

7）在插值区间内使用插值节点的个数越多，则插值误差越小，该论断____（对/错）。

二、（10 分）用最小二乘法确定 $y = ax^2 + b/x$ 中的常数 a 和 b，使该曲线拟合于如下四个点(1.0,1.01)、(1.5,2.45)、(2.0,4.35)、(2.5,6.71)（计算结果保留到小数点后 4 位）。

三、（12 分）方程 $e^x + x = 2$ 在区间[0,0.8]内有唯一实根，

1）构造一种简单迭代法（非牛顿迭代法），使之对任意初值 $x_0 \in [0, 0.8]$ 都收敛；

2）用 $x_0 = 0$ 计算根的近似值，写出迭代 5 步的结果（计算结果保留到小数点后 4 位）。

四、（12 分）已知如下函数值表：

x	0.1	0.2	0.3	0.4
$f(x)$	-2	0	1	2

用反插值法构造三次插值多项式，求解方程 $f(x)=0.5$ 在区间 $[0.1, 0.4]$ 内根的近似值（计算结果保留到小数点后 4 位）。

五、(13 分) 已知 $x_0=\frac{1}{4}, x_1=\frac{1}{2}, x_2=\frac{3}{4}$，

1）以上述三点为求积节点，试建立计算积分 $\int_0^1 f(x)dx$ 的插值型求积公式；

2）判断该求积公式的代数精确度；

3）用所建立的求积公式计算 $\int_0^1 e^x dx$（计算结果保留到小数点后 4 位）。

六、（12 分）对系数矩阵严格对角占优的如下三对角方程组：

$$\begin{bmatrix} b_1 & c_1 & & & \\ a_2 & b_2 & c_2 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & a_{n-1} & b_{n-1} & c_{n-1} \\ & & & a_n & b_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_{n-1} \\ d_n \end{bmatrix}$$

试用 Doolittle 三角分解法导出求其解。

七、（10 分）对于常微分方程

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = x + y^2 \quad (x > 0) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

取步长 $h = 0.1$，用 Euler 预估校正格式计算在点 0.1 和 0.2 处的近似值。

八、（10 分）用迭代法的思想，证明$\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots}}}}=2$。