习题

1. 计算积分：$\displaystyle\int_{|z-2|=2}\frac{\bar{z}-2}{|\bar{z}-2|}\,\mathrm{d}z$, 曲线沿上半圆周，逆时针方向.

2. 设C为原点到$1+2i$的直线段，估计上界并计算$\displaystyle\int_C\frac{1}{z-i}\,\mathrm{d}z$.

3. 计算积分：$\displaystyle\int_{|z|=1}\frac{z}{(2z+1)(z-2)}\,\mathrm{d}z$ 并判断下述计算是否正确？

曲线 $|z|=1$ 所围区域只包含奇点 $z=-1/2$. 由Cauchy积分公式

$$\int_{|z|=1}\frac{z}{(2z+1)(z-2)}\,\mathrm{d}z=\int_{|z|=1}\frac{z/(z-2)}{2z+1}\,\mathrm{d}z=2\pi i\frac{z}{z-2}\Big|_{z=-\frac{1}{2}}=\frac{2\pi i}{5}.$$

4. 计算积分：$\displaystyle\int_{|z|=1}\frac{\mathrm{d}z}{z}$, $\displaystyle\int_{|z|=1}\frac{\mathrm{d}z}{|z|}$, $\displaystyle\int_{|z|=1}\frac{|\mathrm{d}z|}{z}$ 和$\displaystyle\int_{|z|=1}\left|\frac{\mathrm{d}z}{z}\right|$.

5. 计算积分$I=\displaystyle\int_{|z|=\rho}\frac{\mathrm{d}z}{z^3(z+1)(z+2)}$，其中$\rho>0,\rho\neq1,2$.

习题

6. 计算积分：$\displaystyle\int_{|z|=2}\frac{\sin^2 z}{z^2(z-1)}\,\mathrm{d}z$, 取正方向.
7. 计算积分：$\displaystyle\int_{|z|=2}\frac{z+1}{(z^2+9)(z-1)}\,\mathrm{d}z$, 取正方向.
8. 设 $v(x,y)=e^{px}\sin y$，而 $f(z)=u+iv$ 是解析函数. 试确定p 值并求$f(z)$.

DRAFT

9. 设$f(z)=u+iv$是解析函数，其中 $v(x,y)=\dfrac{x}{x^2+y^2}$ 且 $f(z)$ 在正实轴上的值是纯虚数。试确定$f(z)$.
10. 利用Cauchy 积分公式和估值不等式证明Liouville 定理：有界整函数必为常数.