

## 诚信保证

本人知晓我校考场规则和违纪处分条例的有关规定，保证遵守考场规则，诚实做人。 本人签字：\_\_\_\_\_

编号：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 班号：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

### 西北工业大学考试试题（卷）

2008 - 2009 学年 第 2 学期

成

绩

开课学院：理学院 课程：计算方法 学时 32

2009 年 04 月 24 日 考试时间：2 小时 闭卷（A 卷）

（共 9 道题，注意检查）

1.（每小题 3 分，共 15 分）填空

（1） $2n$  个求积节点的插值型求积公式，其代数精确度至少为\_\_\_\_\_次；

（2）为提高数值计算精度，当正数  $x$  充分小时，应将  $\frac{1 - \cos x}{\sin x}$  改写为  
\_\_\_\_\_；

（3）拟合三点  $A(0, 1)$ ， $B(1, 3)$ ， $C(2, 2)$  的平行于  $y$  轴的直线方程为\_\_\_\_\_；

（4）求积公式  $\int_{-1}^1 f(x)dx \approx 2f(0)$  有\_\_\_\_\_次代数精确度；

（5）求方程  $x = f(x)$  的根的 Newton 迭代格式是\_\_\_\_\_。

2.（15 分）曲线  $y = x^3 - 2.4x^2 - 0.51x + 2.89$  在点  $x_0 = 1.6$  附近与  $x$  轴相切于  $\alpha$  点，

试用 Newton 迭代法求  $\alpha$  的近似值  $x_{n+1}$ ，使  $|x_{n+1} - x_n| \leq 10^{-5}$ 。

3 . ( 10 分 ) 求一经过原点的抛物线 , 使其按最小二乘原理拟合于如下数据

$x_i$	1	2	3	4
$y_i$	0.8	1.5	1.8	2.0

并求平方逼近误差  $\delta^2$  . ( 运算结果小数点后至少保留 4 位 )

解 : ( 1 ) 矛盾方程组为 :

( 2 ) 正规方程组为 :

( 3 ) 所求抛物线为 :

( 4 ) 平方逼近误差  $\delta^2$  :

4.(10分)用乘幂法求矩阵  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$  的按模最大的特征值  $\lambda_1$  的第  $k$  次近似值  $\lambda_1^{(k)}$  及

相应的特征向量  $x_1^{(k)}$ 。要求取初始向量  $u_0 = (1, 1)^T$ ，且

$$|\lambda_1^{(k)} - \lambda_1^{(k-1)}| \leq 0.001。$$

解：乘幂法的计算格式为：

计算过程列表如下：

所以： $\lambda_1^{(k)} =$  ,  $x_1^{(k)} \approx t(1.000, \quad )^T, t \neq 0$

5 (10 分) 试用三角分解求解线性方程组

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 17 \\ 7 \end{pmatrix}$$

(1) 将系数矩阵进行三角分解：

(2) 用三角分解法求该方程组的解：

6 . ( 10 分 ) 已知四阶连续可导函数  $y = f(x)$  的如下数据 :

$x_i$	0	1
$f(x_i)$	0	1
$f'(x_i)$	0	1

试求满足插值条件  $p(x_i) = f(x_i)$  ,  $p'(x_i) = f'(x_i)$

的三次插值多项式  $p(x)$  , 并写出截断误差  $R(x) = f(x) - p(x)$

的导数型表达式 (不必证明)。

7.(15分)若用复化 Simpson 公式求积分  $\int_0^1 e^x dx$  的近似值,为使该近似值有 4 位有效数字,问至少应知道多少个结点的  $e^x$  值?并由此求  $\int_0^1 e^x dx$  的近似值.  
(小数点后至少取 4 位).

解:(1)复化 Simpson 公式的截断误差为:

(2)计算所需要的节点数目:

(3)按(2)中的节点数计算  $\int_0^1 e^x dx$ 。

8 . ( 10 分 ) 给定初值问题

$$y' = x + y^2, y(0) = 1$$

( 1 ) 写出欧拉(Euler)预估- 校正法的计算格式。

( 2 ) 取步长  $h=0.1$  , 求  $y(0.2)$  的近似值 ( 小数点后至少保留 4 位 )。

9.(5分) 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  有二阶连续导数, 试建立如下数值积分公式

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{a-b}{2}[f(a) + f(b)] + \frac{1}{4}(b-a)^2[f'(a) - f'(b)]$$

并证明有余项表达式  $R[f] = \frac{1}{6}(b-a)^3 f''(\xi), \xi \in (a, b)$ .