诚信保证

本人知晓我校考场规则和违纪处分条例的有关规定，保证遵守考场规则，诚实做人．　　本人签字：＿＿＿＿＿＿

任课教师：＿＿＿＿＿＿　班级序号：＿＿＿＿＿

成绩	
班号	
学号	
姓名	

西北工业大学考试试题（B 卷）

2019－2020 学年　第 1 学期

开课学院：理学院　　课　　程：计算方法

学　　时：32　　考试时间：2 小时

日　　期：2019 年 11 月 1 日　　考试形式：闭卷（B 卷）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
分数									

一.（10 分）用最小二乘法确定 $y = ax + b$ 中的常数 a 和 b，使该曲线拟合于 5 个点 $(1,0),(2,2),(3,2),(4,5),(5,4)$．

解：将数据代入拟合方程，得矛盾方程组为：

正则方程组为：

解之得：$a=$＿＿＿＿＿＿，$b=$＿＿＿＿＿＿

则拟合方程为：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿，

平方误差 $\|\delta\|_2^2 =$ ＿＿＿＿＿＿．

二.（13 分）插设有函数 $y=f(x)$ 的如下数据

x_i	$f(x_i)$	$f'(x_i)$	$f''(x_i)$
0	0	0	0
1	1	1	

试求满足插值条件

$$p(0)=f(0),\quad p(1)=f(1)$$
$$p'(0)=f'(0),\ p'(1)=f'(1)$$
$$p''(0)=f''(0)$$

的插值多项式 $p(x)$.

解：

故插值多项式 $p(x)=$____________________ ,

插值余项为：$f(x)-p(x)=$____________________.

三．（12 分）已知 $x_0=\frac{1}{4}, x_1=\frac{1}{2}, x_2=\frac{3}{4}$.

（1）以上述三点为求积节点，试建立计算积分 $\int_0^1 f(x)dx$ 的插值型求积公式；

（2）判断该求积公式的代数精确度；

（3）用所建立的求积公式计算 $\int_0^1 e^x dx$（计算结果小数点后至少保留四位）.

解:（1）

所求插值型求积公式为：$\int_0^1 f(x)dx=$______________________________；

（2）

所以，该求积公式的代数精确度为________次；

（3）

$\int_0^1 e^x dx\approx$______________________.

四．（10分）设有线性方程组

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

（1）讨论松弛因子 $\omega=0.8$ 时，用超松弛迭代(SOR)法求解该方程组的收敛性；

（2）取初始向量 $\mathbf{x}^{(0)}=(0, 0.5, 0)^T$，求该方程组的近似解 $\mathbf{x}^{(k+1)}$，要求迭代 **4** 步，计算结果小数点后至少保留 **4** 位小数.

解：（1）收敛性论证：

（2） SOR 迭代格式为：

取初始向量 $\mathbf{x}^{(0)}=(0, 0.5, 0)^T$，用 SOR 迭代求解方程组之计算过程列表如下：

n	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$x_3^{(k)}$
0	0	0.5	0
1			
2			
3			
4			

五. 填空（7*3 分=21 分）

1）近似数 $x^* = 1.23$ 相对于实数 $x = 1.19$ 具有__________位有效数字；

2）算式 $y^* = x_1^* \sqrt{x_2^*}$ 的相对误差 $e_r(y^*)$ 的近似传播公式，用 $e_r(x_1^*)$ 和 $e_r(x_2^*)$ 可以近似

表示为 $e_r(y^*) \approx$ ______________________________________；

3）矩阵 $\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 15 \end{bmatrix}$ 的 LU 分解式为________________________________；

4）为使数值求积公式 $\int_0^1 f(x)dx \approx \frac{1}{4} f(0) + af(\frac{2}{3})$ 具有尽可能高的代数精确度，则参数

$a =$ ______，代数精确度为______次；

5）求解线性代数方程组 Ax = b 的 Gauss-Seidel 迭代法收敛速度一定比 Jacobi 方法快，该

说法____________（错或对）；

6）在插值区间内，使用插值节点的个数越多，则插值误差越小，该说法____________（错

或对）；

7）解方程 $x^2 - 4x + 4 = 0$ 的 Newton 迭代法格式为______________________________，

收敛阶为______阶.

六．（12 分）按照迭代法的计算步骤，求方程$f(x)=e^x+x-2=0$的根的近似值（小数点后保留四位小数）．

解：（1）验证区间$[0,0.8]$隔根区间：

（2）将方程等价变形为____________________，

则相应的迭代格式为____________________；

（3）验证迭代法在区间$[0,0.8]$内的收敛性：

（4）迭代计算（仅迭代 4 步）：

k	x_k	$\lvert x_{k+1}-x_k\rvert$
0	0.4	
1		
2		
3		
4		

七.（10 分）试建立求解初值问题$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$的如下数值格式

$$y_{n+1} = y_n + h(\alpha f_n + \beta f_{n-1})$$

其中 $f_n = f(x_n, y_n)$，$f_{n-1} = f(x_{n-1}, y_{n-1})$，并给出局部截断误差，指出收敛阶.

解：

从而得到：α =______，β =______，该方法为____阶方法，其局部截断误差为：

R_{n+1} =______________________________________.

八.（**12** 分）用乘幂法求矩阵 $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}10 & 1 & -2\\ 1 & 3 & 1\\ 6 & 1 & -3\end{pmatrix}$ 的按摸最大的特征值及其相应的特征向量，

要求取 $\left(\mathbf{u}^{(0)}\right)^T=(1\quad 1\quad 1)^T$，且 $\left|\lambda_1^{(k+1)}-\lambda_1^{(k)}\right|\le 10^{-1}$．（补充下面的空格）

解：取 $\left(\mathbf{u}^{(0)}\right)^T=(1\quad 1\quad 1)^T$，计算结果列表如下（小数点后保留四位小数）：

k	$\left(\mathbf{u}^{(k)}\right)^T=\left(\mathbf{A}\mathbf{u}^{(k-1)}\right)^T$	$\lambda_1^{(k)}=\dfrac{(\mathrm{u}^{(k)})_1}{(\mathrm{u}^{(k-1)})_1}$
0	(1 , 1 , 1)	
1	(____ , ____ , ____)	9.0000
2	(87 , 28 , 47)	9.6667
3	(804 , 218 , 409)	____
4	(____ , ____ , ____)	____

则矩阵 **A** 按摸最大的特征值为 $\lambda_1\approx$ ________，相应的近似特征向量为：

$\mathrm{x}_1\approx$ ____．