

诚信保证

本人知晓我校考场规则和违纪处分条例的有关规定，保证遵守考场规则，诚实做人。 本人签字：_____

编号：_____

西北工业大学考试试题（卷）

2013 - 2014 学年 第 1 学期

开课学院：理学院

课 程：计算方法

学 时：32

考试时间：2 小时

日 期：2013 年 11 月 22 日

考试形式：闭卷（B 卷）

成绩	
班号	
学号	
姓名	

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
分数									

一. (7 分) 用 LU 直接分解（紧凑格式）法求解线性代数方程组

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 5 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

解：

二. (8 分) 设有求解初值问题 $y' = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$ 的如下数值方法

$$y_{n+1} = ay_{n-1} + by_n + chf(x_n, y_n) \quad n=0, 1, 2, \dots$$

讨论参数 a, b, c 取多少时能使该方法成为二阶方法, 并求该二阶方法的主局部截断误差.

解:

三. (10 分) 针对方程 $(x-2)e^x = 1$, (1) 确定有根区间 $[a, b]$; (2) 用简单迭代法构造一个迭代格式, 使之对任意初始 $x_0 \in [a, b]$ 都收敛 ($[a, b]$ 为有根区间); (3) 用所构造的格式计算根的近似值, 要求 $|x_k - x_{k-1}| < 10^{-3}$ (最终结果小数点后保留三位).

解:

四. (10 分) 对方程组
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

(1) 用 Jacobi 迭代法求解时是否对任意初始向量都收敛? 为什么?

(2) 取初始向量 $\mathbf{x} = (0,0,0)^T$, 用 Jacobi 迭代法求近似解 $\mathbf{x}^{(k+1)}$, 要求

$$\left| x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)} \right| < 10^{-3} \quad (i = 1, 2, 3) .$$

解:

五. (10 分) 用复化 Simpson 公式求 $\int_1^2 \ln x dx$ 的近似值时, 若要求结果具有四位有效数字, (1) 至少应在区间 $[1, 2]$ 上取多少个节点 (端点计算在内)? (2) 根据已求得的节点个数, 用复化 Simpson 公式计算上述积分.

解:

六(10分)已知函数 $f(x)$ 满足 $f(0) = 0$, $f'(0) = 0$, $f''(0) = 0$, $f(1) = 1$, $f'(1) = 1$, 试构造满足上述条件的插值多项式 $H_4(x)$ (要求化简), 并要求给出其插值余项 .

解 :

七. (5 分×6=30 分) 计算填空题 (答案后面必须写出主要的计算依据).

1. 设 $x^* = 2.4538$ 是 x 的具有五位有效数字的近似值, 用近似值 x^* 计算函数值 $f(x) = x^4$ 的相对误差限约为 _____ % (最终结果小数点后保留四位).

依据:

2. 设关于节点 $\{x_i\}_{i=0}^n$ 的 Lagrange 插值基函数为 $\{l_i(x)\}_{i=0}^n$, 则有

$$\sum_{i=0}^n x_i^3 l_i(3.5) = \underline{\hspace{2cm}} \quad (n \geq 3).$$

依据:

3. 已知试验数据为

x	0	1	2	3
$f(x)$	1	2	4	5

则形如 $y = a + bx$ 的拟合曲线是 _____ .

依据:

4. 设有常微分方程初值问题 $\begin{cases} y' = -2y - 4x, & 0 < x \leq 0.2 \\ y(0) = 2 \end{cases}$, 取步长

$h=0.1$, 用 Euler-梯形预估校正公式可求得 $y(0.1) \approx$ _____ .

依据:

5. 取初始向量 $V^{(0)} = (1 \ 1 \ 1)^T$, 用乘幂法迭代两步求矩阵

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 5 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{按模最大的特征值 } \lambda_1 \text{ 时, 其近似值 } \lambda_1^{(2)} = \frac{V_1^{(2)}}{V_1^{(1)}} =$$

_____ ($V_1^{(k)}$ 为第 k 次迭代向量的第一个分量).

依据 :

6. 当步长 $h \leq$ _____ 时 , 显式 Euler 公式求解初值问题

$$\begin{cases} y' + 20y = 0, x > 1 \\ y(1) = 1 \end{cases} \text{是绝对稳定的 .}$$

依据 :

八. (3 分 \times 5=15 分) 填空题

1. 设 $\sqrt{2} \approx 1.414$, 迭代过程 $y_{n+1} = y_n + 0.1\sqrt{2}$ 是否稳定 ?

_____ (稳定或不稳定).

2. 矛盾方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 - x_2 = 1 \\ x_1 + 2x_2 = -1 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 = 2 \\ x_1 - x_2 = 1 \\ x_1 + 2x_2 = -1 \end{cases}$ 的最小二乘解是否相

同 ? _____ (相同或不相同).

3. 求方程 $x = \cos x$ 的根的 Newton 迭代格式为 _____ .

4. 设 $f(x) = bx^2 + a$, 则二阶差商 $f[1,2,3] =$ _____ .

5. 数值求积公式 $\int_0^1 f(x)dx \approx \frac{1}{4}f(0) + \frac{3}{4}f(\frac{2}{3})$ 的代数精确度为 _____ .