诚信保证

本人知晓我校考场规则和违纪处分条例的有关规定，保证遵守考场规则，诚实做人． 本人签字：___________

任课教师：__________ 班级序号：_______

成绩	
班号	
学号	
姓名	

西北工业大学考试试题(A 卷)

2018－ 2019 学年 第 2 学期

开课学院：理学院 课 程：计算方法

学 时：32 考试时间：2 小时

日 期：2019 年 5 月 11 日 考试形式：闭卷（A 卷）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
分数									

一． 填空（6*3 分=18 分）

1）近似数 $x^* = -0.999$ 相对于实数 $x = -1.020$ 具有________位有效数字；

2）用乘幂法计算矩阵 $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 的主特征值时，若选取初始迭代向量 $\boldsymbol{V}^0 = (1,1)^T$ 迭代两次，分别得到向量 $\boldsymbol{V}^1$，$\boldsymbol{V}^2$。则这两个向量的第一个分量之比 $\boldsymbol{V}_1^2 / \boldsymbol{V}_1^1$ =________；

3）设 $x_1^* = 0.25$ 是有效数，则相对误差限 $\left| e_r(\sqrt{x_1^*}) \right| \le$______；

4) 在分段线性插值计算时，若相邻的两个小区间上的插值多项式能够表示为

$$\varphi(x) = \begin{cases} 2x+1, & x \in [0, 0.2] \\ ax+3, & x \in [0.2, 0.4] \end{cases}$$，则 $a =$_______；

5）龙格-库塔法等单步法和线性多步法都可以用来求解一阶常微分方程初值问题。但由于线性多步法在计算量方面的优势，在实际计算中，通常单独使用线性多步法，而不使用单步法；该论断________（错或对）；

6）拟合于点 (0, 1) 和 (2, 4) 的两条直线 $x = 1$ 和 $y = 2.5$ 中，拟合效果较好的直线方程是________________。（填写：$x = 1$ 或 $y = 2.5$）

二.（**10** 分）用最小二乘法确定 $y=ax+b$ 中的常数 a 和 b，使该曲线拟合于 **4** 个点 $(-1,\ -1),(1,2),(2,\ 4),(3,\ 5)$ **(**结果保留到小数点后 **4** 位）。

解　将数据代入拟合方程，得矛盾方程组为

正则方程组为

化简得

解之得

$a=$________________　$b=$________________

则拟合方程为：________________

三. （15 分）在非线性方程求根问题中，对于迭代函数 $\varphi(x)=x+c(x^2-1)$，

（1）若所求的根为正值，应如何选取 c 才能使迭代格式 $x_{k+1}=\varphi(x_k)$ 具有局部收敛性？

（2）若所求的根为正值，c 取何值时，这个迭代收敛最快？

（3）取 $x_0=1.5$，$c=-\dfrac{1}{2}$，按迭代格式 $x_{k+1}=\varphi(x_k)$ 进行迭代计算，要求 $|x_{k+1}-x_k|\le 10^{-3}$ 时结束迭代.

解　（1）局部收敛性

（2）收敛速度最快

（3）迭代计算

四．（12 分）已知四阶连续可导函数 $y=f(x)$ 的数据

x_i	1	2	3
$f(x_i)$	2	4	12
$f'(x_i)$		3	

试求满足插值条件 $p(x_i)=f(x_i)$ ，$p'(2)=f'(2)$ 的三次插值多项式 $p_3(x)$，并写出截断误差 $R(x)=f(x)-p_3(x)$ 的导数型表达式（不需证明）。

解

插值多项式 $p_3(x)=$____________________________________。

截断误差 $R(x)=$____________________________________。

五．(15 分) 设 $f(x)\in C^3[a,b]$，$I(f)=\int_a^b f(x)dx$，给定求积分 $I(f)$ 的求积公式

$$Q(f)=\frac{b-a}{4}\left[f(a)+3f(\frac{a+2b}{3})\right]$$

（1）求上述求积公式的代数精度；

（2）用上述求积公式求解定积分 $\int_0^2 e^x dx$ 的近似值 (结果保留到小数点后 4 位)；

（3）采用复化求积思想，将积分区间两等分，构造关于 $Q(f)$ 的复化求积公式，并再次计算定积分 $\int_0^2 e^x dx$ 的近似值(结果保留到小数点后 4 位)．

解　（1）

（2）

（3）将积分区间 n 等分，则

当区间两等分时

六.（10 分）用迭代法求解线性方程组 $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$，其中 $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}3 & 2\\1 & 2\end{pmatrix},\mathbf{b}=\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$，如果采用

迭代公式 $\mathbf{x}^{k+1}=\mathbf{x}^{k}+\omega(\mathbf{Ax}^{k}-\mathbf{b})$ （ω 为实数）进行求解，则

（1） ω 在什么范围取值时，该迭代格式对于任意的初始向量均收敛；

（2）取 $\omega=-0.25$，初始向量 $\mathbf{x}^0=(0,0)^T$，使用上述迭代公式往后迭代 2 步(结果保留到小数点后 4 位)；

解：(1)

根据迭代矩阵谱半径小于 1，则有不等式

因此，ω 的范围取值为______________________________________。

（2）当 $\omega=-0.25$ 迭代格式为

代入初始向量 $\mathbf{x}^0=(0,0)^T$，往后迭代两步得

迭代次数	迭代向量
0	$\boldsymbol{x}^0=(\mathbf{0},\mathbf{0})^T$
1	
2	

七. （10 分）取步长 $h=0.1$，求如下常微分方程初值问题

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = x + y^2, \quad 0 < x \le 0.2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

的解函数在 $x=0.2$ 处的近似值。要求用 Euler 预测校正公式，即每步用 Euler 法进行预估，用梯形法进行一次校正(结果保留到小数点后 4 位)。

解：**Euler 预测校正的计算格式为**

$$\begin{cases} y_{n+1}^{(0)} = \\ \\ y_{n+1} = \end{cases}$$

将 $h=0.1,\ f(x,y)=x+y^2$ 代入，则

$$\begin{cases} y_{n+1}^{(0)} = \\ \\ y_{n+1} = \end{cases}$$

由 $x_0=0,\quad y_0=y(x_0)=1$，$h=0.1$ 求得 $y(x_1)$ 近似值计算如下

$$\begin{cases} y_1^{(0)} = \\ \\ y_1 = \end{cases}$$

求得 $y(x_2)$ 近似值计算如下

$$\begin{cases} y_2^{(0)} = \\ \\ y_2 = \end{cases}$$

八、（10 分）用矩阵三角分解方法求解如下线性方程组

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

解：用紧凑格式求解

解得