

诚信保证

本人知晓我校考场规则和违纪处分条例的有关规定，保证遵守考场规则，诚实做人。

本人签字：_____

编号____, 学号____, 班号____, 姓名____, 任课教师_____

西北工业大学考试试题 (B 卷)

2015 — 2016 学年 第 2 学期

成	
绩	

开课学院：理学院

课程名称：计算方法

课程学时：32

考试日期：2016 年 05 月 06 日

考试时间：2 小时

考试形式：闭卷

1. (13 分) 用最小二乘法确定 $y = a\frac{1}{x} + bx^2$ 中的常数 a 和 b ，使该函数曲线拟合

于下列四个点：(1, 1.01), (2, 7.04), (3, 17.67), (4, 31.74)

(计算结果至少保留到小数点后第 4 位)。

2. (13 分) 已知求解线性方程组 $\begin{pmatrix} 10 & a & 0 \\ b & 10 & b \\ 0 & a & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ 的 Jacobi 迭代法对任意初始

近似是收敛的, 试讨论参数 a 和 b 应满足的充分必要条件。

(1) 写出 Jacobi 迭代法的迭代矩阵:

(2) 讨论 a 和 b 应满足的条件:

3. (每小题 3 分, 共 15 分) 填空:

(1) 设近似数 $x_1^* = 1.2250$, $x_2^* = 0.5168$ 都是“四舍五入”得来的,

则相对误差 $|e_r(x_1^*, x_2^*)| \leq$ _____;

(2) 矛盾方程组 $\begin{cases} x_1 = 2.8 \\ x_1 = 3.4 \end{cases}$ 的最小二乘解为 _____;

(3) 近似数 $x^* = 0.01999$ 关于真值 $x = 0.02000$ 有 _____ 位有效数字;

(4) 设 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$, 则差商 $f[1, 2, 3, 4] =$ _____;

(5) 求积公式 $\int_1^3 f(x) dx \approx 2f(2)$ 有 _____ 次代数精确度。

4. (13 分) 用牛顿迭代法求方程 $x + e^x = 3$ 在 $(0, 1)$ 内的根的近似值 x_{n+1} , 要求:

(1) 论证收敛性

(2) 写出迭代格式

(3) 求近似值 x_{n+1} , 当 $|x_{n+1} - x_n| \leq 10^{-4}$ 时停止迭代。

5. (14 分) 对求解初值问题 $\begin{cases} \frac{dy}{dx} = f(x, y), x > 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$ 的数值格式

$$y_{n+1} = y_n + h(af(x_n, y_n) + bf(x_{n-1}, y_{n-1}))$$

试用 Taylor 展开法确定其中的参数 a 和 b ，使该方法成为二阶方法。

(1) 推导 a 和 b 应满足的代数方程组：

(2) 方程组的解为： $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$

6. (5分) 设矩阵 A 对称正定。考虑迭代格式

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \omega \left[A \left(\frac{x^{(k+1)} + x^{(k)}}{2} \right) - b \right], \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

其中参数 $\omega > 0$ 。对任意初始向量 $x^{(0)}$, $x^{(k+1)}$ 是否收敛到方程组 $Ax = b$ 的解?

为什么?

7. (13 分) 设有函数 $y = f(x)$ 的如下数据

x_i	$f(x_i)$	$f'(x_i)$
0	1	0
1	0	1

试求满足插值条件

$$p_3(0) = f(0), p_3'(0) = f'(0), p_3(1) = f(1), p_3'(1) = f'(1)$$

的不超过 3 次的插值多项式 $p_3(x)$ 。

根据以上求解过程, 得到: $p_3(x) =$ _____

8. (14 分) 设有积分 $I = \int_0^1 \frac{dx}{4+x}$

(1) 取五个等距节点 (包括端点 0 和 1), 列出被积函数在这些节点上的函数值表 (小数点后至少保留 4 位);

(2) 用复化 Simpson 公式求该积分的近似值;

(3) 由截断误差公式估计误差大小。