西北工业大学
NORTHWESTERN POLYTECHNICAL UNIVERSITY

# 第五章：连续时间系统的复频域分析

汪彦婷
西北工业大学 软件学院
Email：yantingwang@nwpu.edu.cn

# 本章内容

# 5.9 线性系统的模拟



## 系统的四种数学表示方法

- 微分方程；
- 系统函数；
- 框图或流图；
- 状态方程；

# 5.9 线性系统的模拟

西北工業大學 NORTHWESTERN POLYTECHNICAL UNIVERSITY

- 系统的四种数学表示方法
  - ➢ 微分方程；
  - ➢ 系统函数；
  - ➢ 框图或流图；
  - ➢ 状态方程；

- 要求掌握：
  - ✓ 微分方程⟷框图；
  - ✓ 系统串并联的实现方式；

# 5.9 线性系统的模拟



## 框图概述

- 通过基本运算单元的组合，实现（高阶）微分方程或者系统函数所表示的线性系统。
  - ✓ 所有的基本运算单元都是物理可实现的，都可以用运放等简单电路加以实现。
  - ✓ 框图仍然是数学意义上的模拟，但是要求这种模拟必须是可以物理实现的。
- 作用：为物理模拟实现该系统提供基础；
  辅助进行系统的特性分析；
- 框图有两类：时域模拟框图和频域框图，即用时（复频）域关系表示的框图。

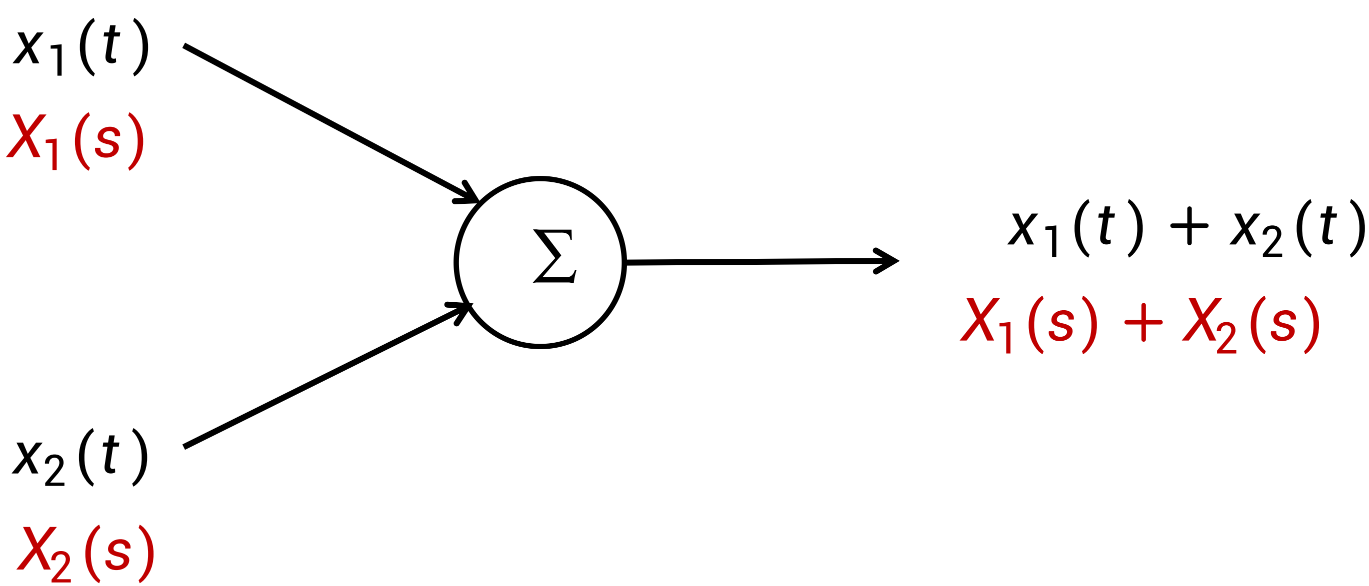
# 5.9 线性系统的模拟

## ■ 基本运算单元

➢ 加法器

✓ 时域： $y(t) = x_1(t) + x_2(t)$

✓ 频域： $Y(s) = X_1(s) + X_2(s)$



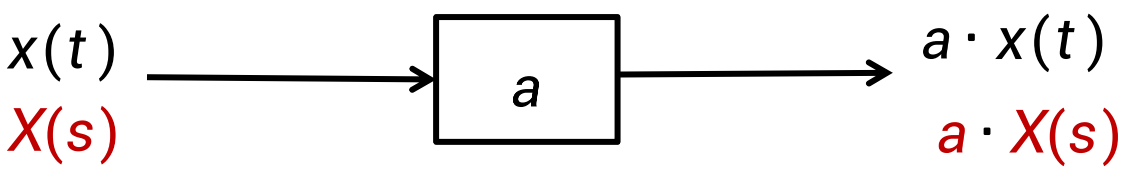
# 5.9 线性系统的模拟

## ■ 基本运算单元

### ➢ 标量乘法器

✓ 时域：$y(t) = a \cdot x(t)$

✓ 频域：$Y(s) = a \cdot X(s)$




标量乘法器

注意：$a$可正可负，可实可虚，是常量，不是变量。

# 5.9 线性系统的模拟

西北工業大學 NORTHWESTERN POLYTECHNICAL UNIVERSITY

## 基本运算单元

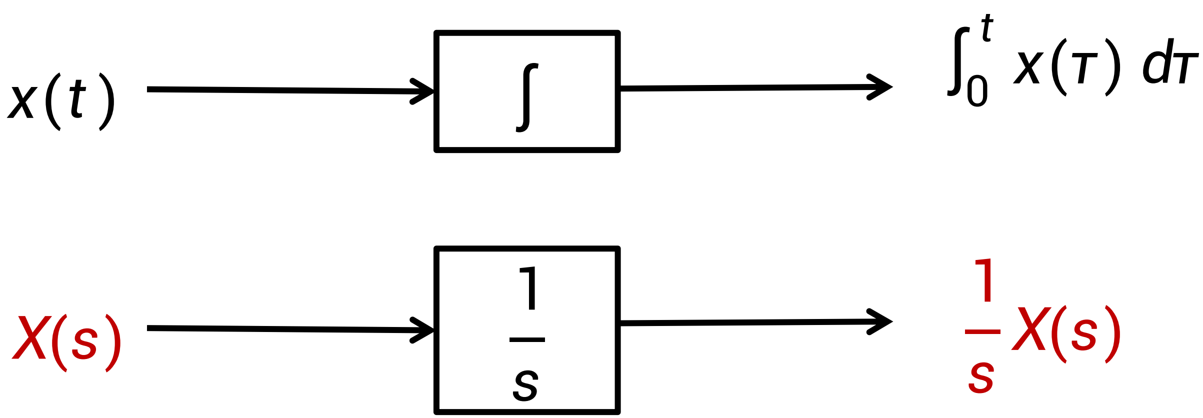
➢ 积分器：$y(t)=\int_{-\infty}^{t}x(\tau)\,d\tau=y(0)+\int_{0}^{t}x(\tau)\,d\tau$

初始条件为零时：

✓ 时域：$y(t)=\int_{0}^{t}x(\tau)\,d\tau$

✓ 频域：$Y(s)=\frac{1}{s}X(s)$

积分器的积分限均是从0到t




注意：拉斯域积分器的表示方法与标量乘法器类似，差别是这里“标量”是复数变量。

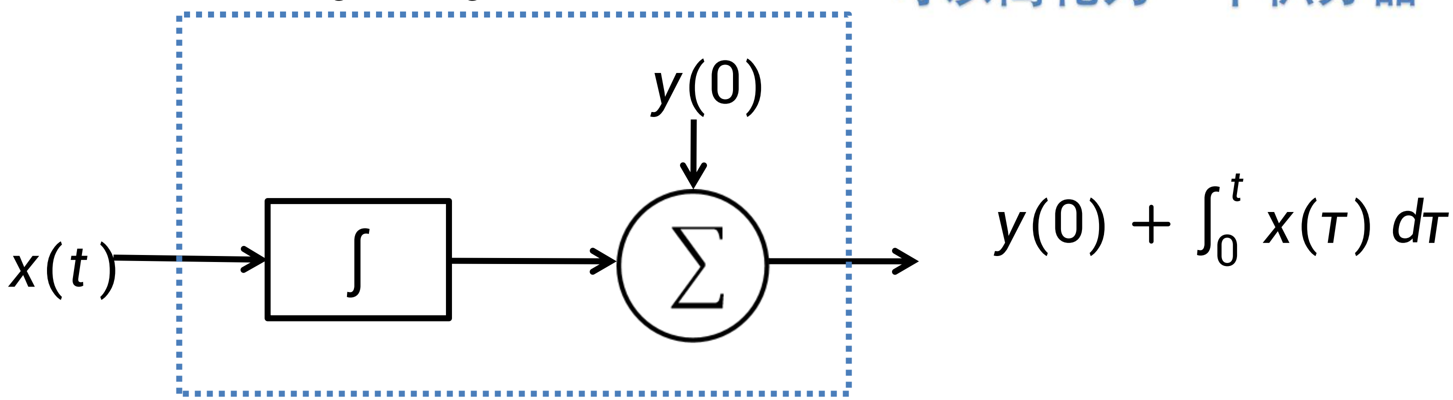
# 5.9 线性系统的模拟

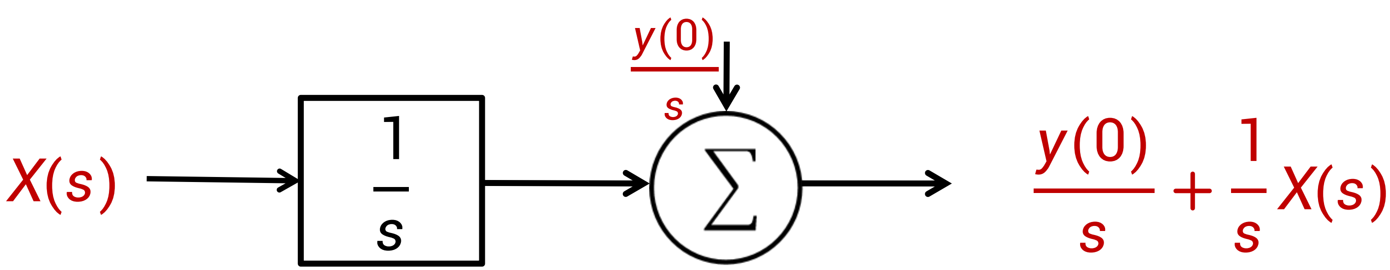


## 基本运算单元

- 积分器：初始条件不为零
  - ✓ 时域： $y(t) = y(0) + \int_0^t x(\tau)\, d\tau$
  - ✓ 频域： $Y(s) = \frac{y(0)}{s} + \frac{1}{s} X(s)$

可以简化为一个积分器



# 5.9 线性系统的模拟



- **框图：基本运算单元**
  - 电路中，如何实现三种基本运算单元呢?
  - MATLAB的simulink中，对应的单元也都可以找到；

思考：为何不用微分器而用积分器作为基本运算单元呢?

# 5.9 线性系统的模拟

西北工业大学 NORTHWESTERN POLYTECHNICAL UNIVERSITY

- 框图：如何依据微分方程构造模拟框图?
  - 简单微分方程的模拟框图

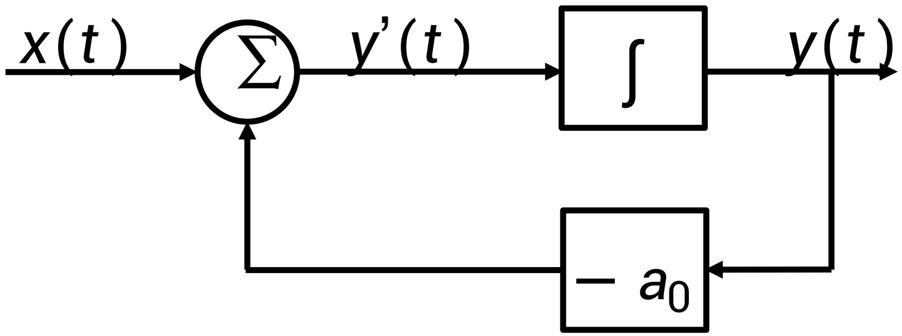
$$\sum_{i=0}^{n} a_i y^{(i)}(t) = x(t)$$

  - 一般微分方程的模拟框图

$$\sum_{i=0}^{n} a_i y^{(i)}(t) = \sum_{i=0}^{m} b_i x^{(i)}(t)$$

- **简单**微分方程的模拟框图
  - 一阶微分方程的模拟框图

$$y'(t)+a_0y(t)=x(t)\longrightarrow y'(t)=x(t)-a_0y(t)$$

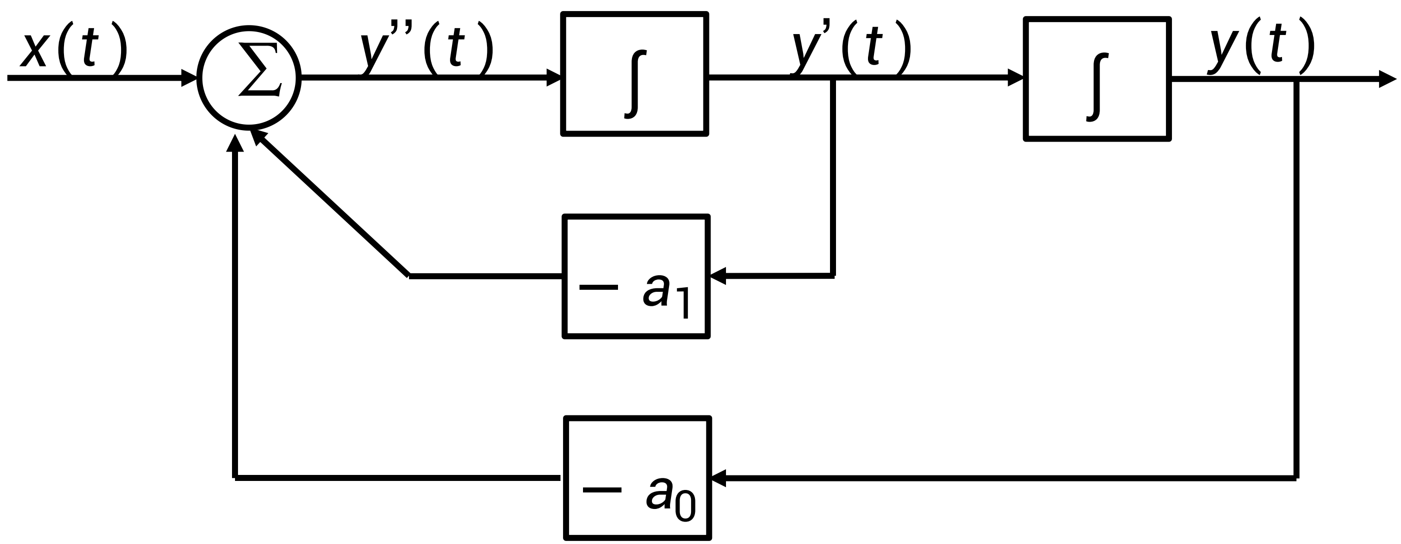


## ■ 简单微分方程的模拟框图

➢ 二阶微分方程的模拟框图

$$y''(t) + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = x(t)$$

$$\longrightarrow y''(t) = x(t) - a_1 y'(t) - a_0 y(t)$$

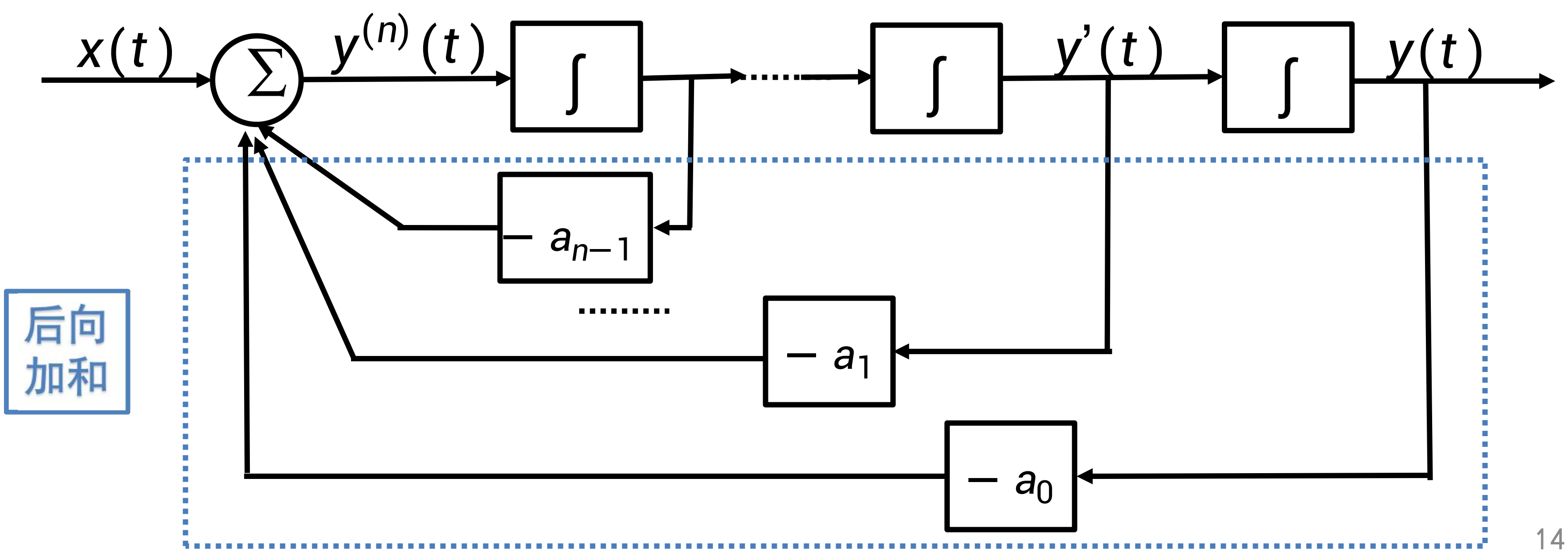


# 5.9 线性系统的模拟

## ■ 简单微分方程的模拟框图

➢ 任意n阶微分方程的模拟框图

$$\sum_{i=0}^{n} a_i y^{(i)}(t) = x(t) \longrightarrow y^{(n)}(t) = x(t) - \sum_{i=0}^{n-1} a_i y^{(i)}(t)$$



# 5.9 线性系统的模拟

西北工业大学 NORTHWESTERN POLYTECHNICAL UNIVERSITY

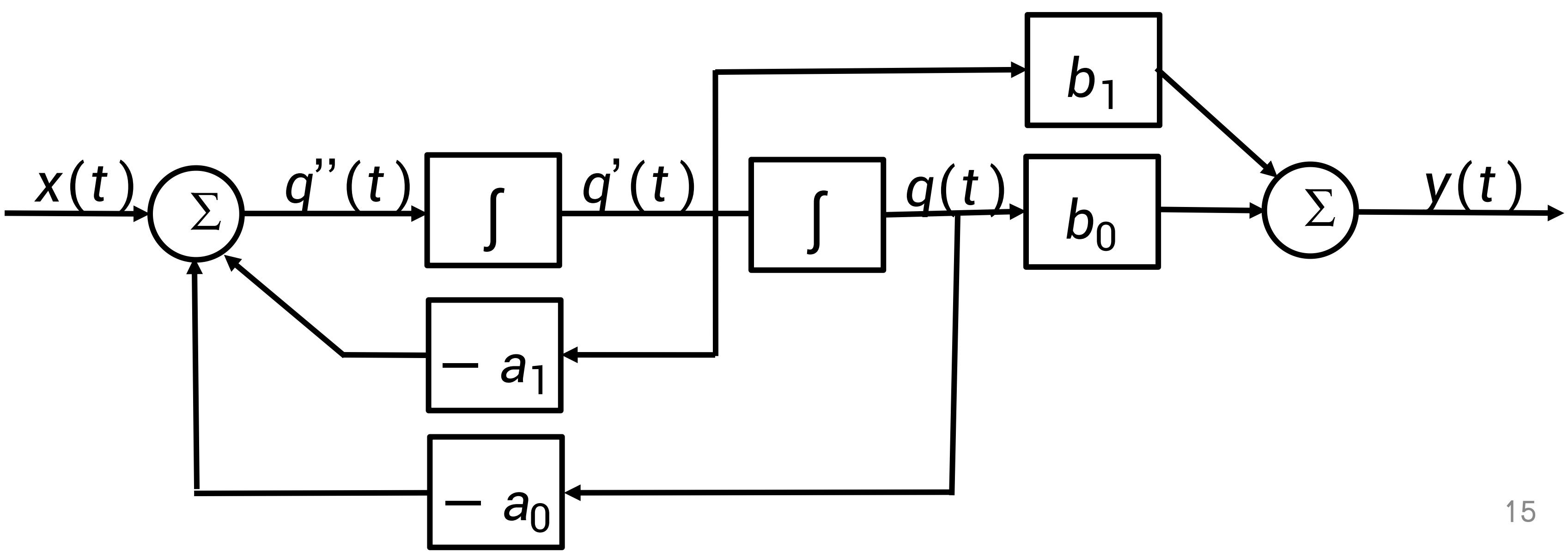
## ■ 一般微分方程的模拟框图

- 二阶微分方程的模拟框图

$$y''(t)+a_1y'(t)+a_0y(t)=b_1x'(t)+b_0x(t)$$

假设：$\boxed{y(t)=b_1q'(t)+b_0q(t)}$　　②前向加和

带入方程，得　$\boxed{q''(t)+a_1q'(t)+a_0q(t)=x(t)}$　　①后向加和



# 5.9 线性系统的模拟

## ■ 一般微分方程的模拟框图

➢ n阶微分方程的模拟框图

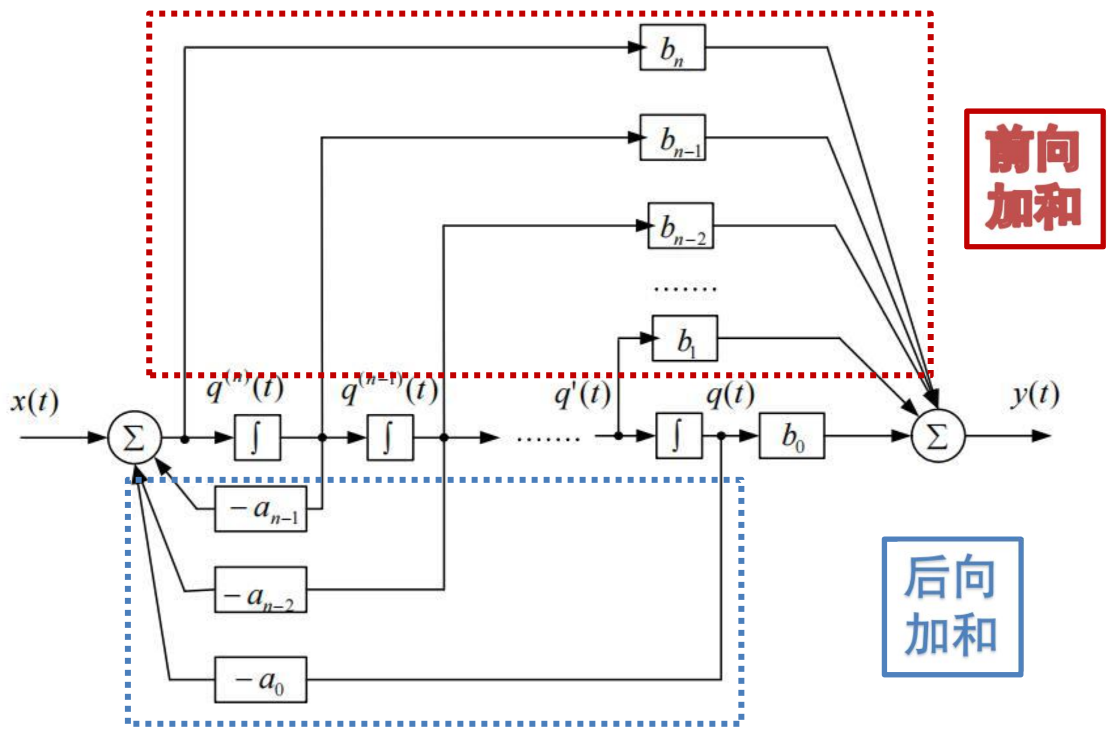
$$\sum_{i=0}^{n} a_i y^{(i)}(t) = \sum_{i=0}^{m} b_i x^{(i)}(t)$$

假设：

$$y(t) = \sum_{i=0}^{m} b_i q^{(i)}(t) \quad ②$$

带入方程，得

$$\sum_{i=0}^{n} a_i q^{(i)}(t) = x(t) \quad ①$$




注意：适用$n \geq m$。

# 5.9 线性系统的模拟



## ■ 系统框图实现方法

➢ 拉斯变换域中，系统可简单用一个“标量乘法器”实现

$$X(s) \longrightarrow \boxed{H(s)} \longrightarrow Y(s)$$

或

$$x(t) \longrightarrow \boxed{H(s)} \longrightarrow y(t)$$

注意：不是固定标量，而是一个函数（系统函数）；

引入：从拆解 $H(s)$的角度，很多系统都可以用一阶电路的串联或并联的形式表示。

# 5.9 线性系统的模拟



## 系统串联

- 若系统可以表示为N个子系统串联，则其系统函数可表示为各个子系统的系统函数的积：

$$H(s) = H_1(s) \cdot H_2(s) \cdot \cdots \cdot H_N(s)$$

- 反之，若系统函数可表示为各个子系统的系统函数的积，则系统可以表示为N个子系统串联：

$$X(s) \longrightarrow \boxed{H_1(s)} \longrightarrow \boxed{H_2(s)} \longrightarrow \cdots \boxed{H_N(s)} \longrightarrow Y(s)$$

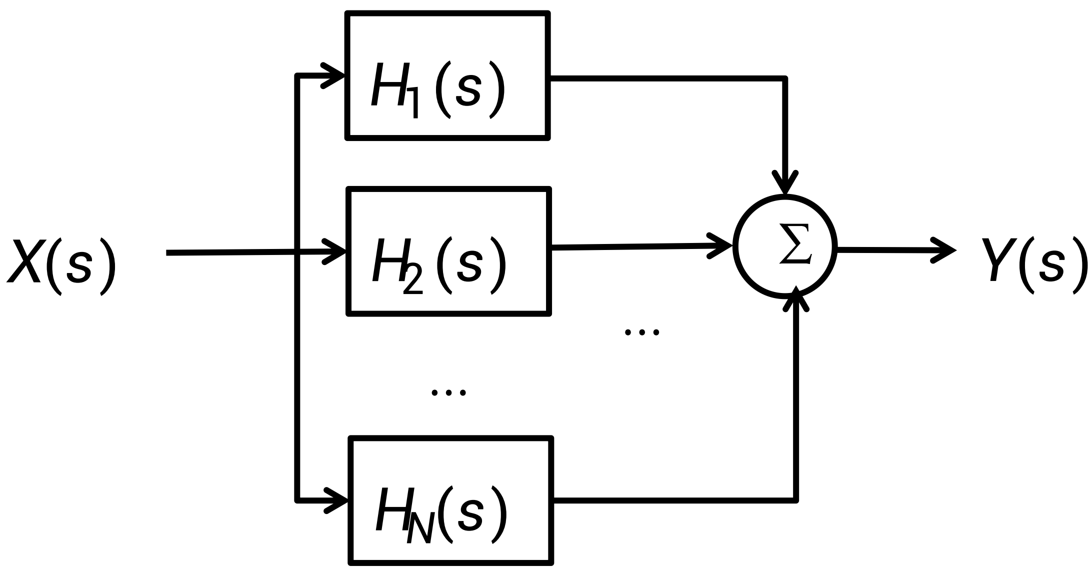
NORTHWESTERN POLYTECHNICAL UNIVERSITY

## 系统并联

- 若系统可以表示为N个子系统并联，则其系统函数可表示为各个子系统的系统函数的和：

$$H(s)=H_1(s)+H_2(s)+\cdots+H_N(s)$$

- 反之，若系统函数可表示为各个子系统的系统函数的和，则系统可以表示为N个子系统并联：



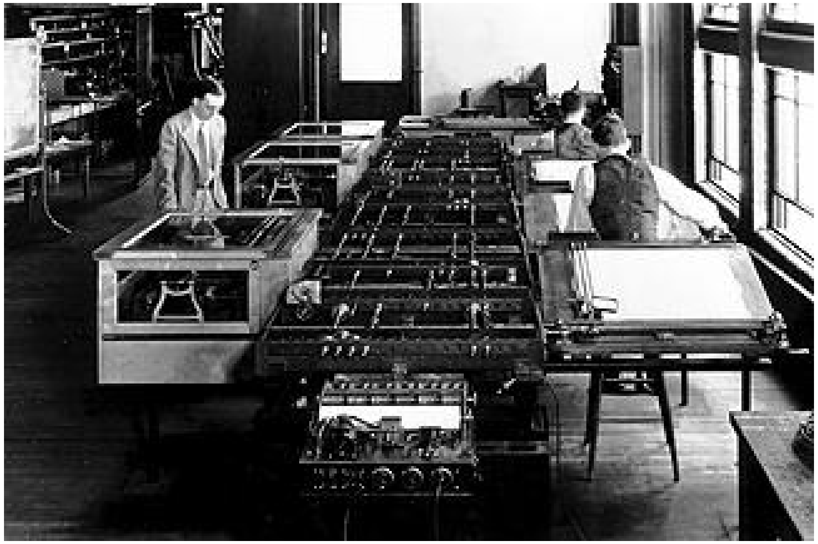
# 5.9 线性系统的模拟

- 例：已知系统函数为$H(s)=\frac{s+3}{s^2+3s+2}$,给出该系统的直接实现以及串并联实现方法。

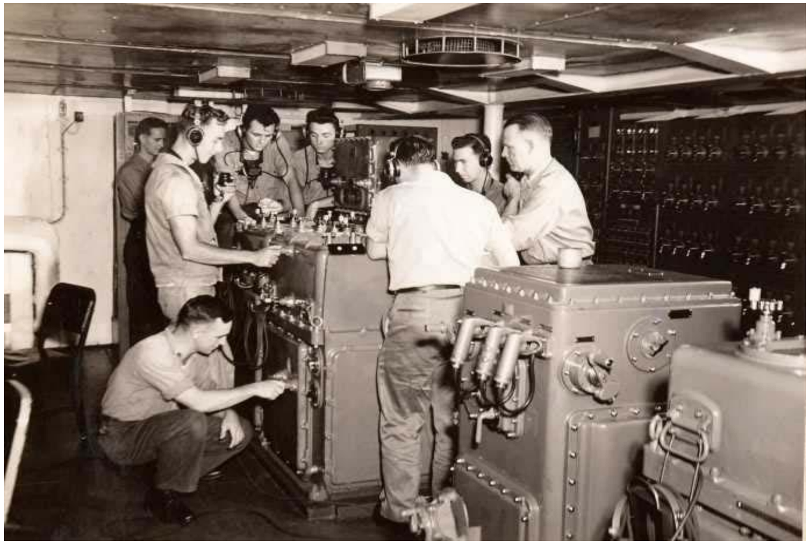
# 5.9 线性系统的模拟

西北工业大学 NORTHWESTERN POLYTECHNICAL UNIVERSITY

- 延伸…
  - 实际上，框图是早期出现的模拟计算机的原型；
  - 在电子技术尚不成熟的早期，模拟计算机原型是用机械系统实现的（对应不同的基本单元）；
  - 电子技术发展改变了这种机械模拟计算机；



早期机械式的模拟计算机



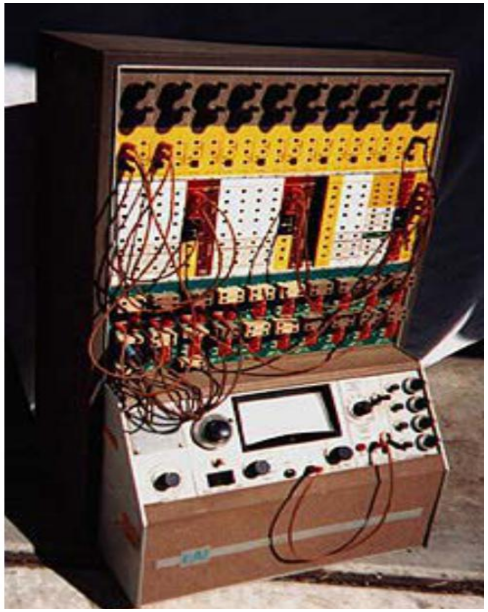
美国舰艇实用的火控模拟计算机：MK1

## 5.9 线性系统的模拟



- 延伸…
  - 实际上，框图是早期出现的模拟计算机的原型；
  - 在电子技术尚不成熟的早期，模拟计算机原型是用机械系统实现的（对应不同的基本单元）；
  - 电子技术发展改变了这种机械模拟计算机；

- 1960′纽马克模拟计算机（基于电系统）



- 通过连接进行任务设置的小型模拟计算机
- 似Simulink