诚信保证

本人知晓我校考场规则和违纪处分条例的有关规定，保证遵守考场规则，诚实做人。 本人签字：________

编号：________

西北工业大学考试试题（卷）

2022 —2023 学年 秋季 学期

开课学院 数学与统计学院 课程 概率论与数理统计 学时 48

考试日期 2022.12.11 考试时间 2 小时 考试形式（开/闭）（A/B）卷

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

考生班级		学 号		姓 名	

一、填空题（每空3分，共30分）

1. 设A,B是两个事件，$P(A\cup B)=0.8$，$P(B)=0.5$，若A,B互斥，则$P(A)=$______；若A,B相互独立，则$P(A)=$________。

2. 设$X\sim U(0,1)$，$Y=1-2X$，则Y的概率密度为________________。

3. 设随机变量X,Y相互独立且都服从参数为1的泊松分布，则$P(X+Y=k)=$________________。

4. 设随机变量Z的分布函数为$F(z)=\begin{cases}1-e^{-3z}-e^{-4z}+e^{-7z}, & z\ge 0\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$，则$E(Z)=$____________。

5. 设$X\sim N(1,4)$，$Y\sim B(100,0.5)$，若X与Y的相关系数为0.5，则$D(2X-Y)=$____________。

注：命题纸上一般不留答题位置，试题请用小四、宋体打印且不出框。

6. 设随机变量 X 服从参数为 0.5 的指数分布，试用切比雪夫不等式估计 $P\{|X-2|\le 6\}\ge$________。

7. 设$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$是来自正态总体$N(\mu,\sigma^2)$的样本，其中μ,σ^2均未知，样本均值记为$\overline{X}$，修正样本方差为S^2，则μ的置信度为$1-\alpha$的置信区间的长度为________________。

8. 设$(X_1,X_2,\cdots,X_{20})$是来自正态总体$N(\mu,\sigma^2)$的样本，$\overline{X}=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}X_i$，$\overline{Y}=\frac{1}{10}\sum_{i=11}^{20}X_i$，

$U=\sum_{i=1}^{10}(X_i-\overline{X})^2$，$V=\sum_{i=11}^{20}(X_i-\overline{Y})^2$，则$\overline{X}-\overline{Y}$服从__________分布，$\frac{U}{V}$服从________________分布。（请写出自由度）

二、（12 分）设某地区移动、电信、联通的用户比例为 4:3:2，一份对运营商的抽样调查数据表明：移动、电信、联通的好评率分别为 80%、60%、70%. 现从这些数据资料中任取一位用户的评价。

（1）求该评价为好评的概率；

（2）若该评价是好评，求该用户是电信用户的概率。

三、（16 分）设二维随机变量(X,Y)在区域$D=\{(x,y)\,|\,x\ge 0,\ y\ge 0,\ x+y\le 1\}$上服从均匀分布. 求：（1）$(X,Y)$关于$X,Y$的边缘概率密度；（2）判断$X$与$Y$是否相互独立？为什么？（3）$Z=X+Y$的概率密度；（4）概率$P\{X>2Y\}$。

四、（10 分）据调查某社区 400 个家庭中，每个家庭购买车辆数为 0，1，2 的概率如下表，

车辆数	0	1	2
概率	0.05	0.8	0.15

假设各个家庭购买的车辆数相互独立，请用中心极限定理近似计算：

（1）全部 400 个家庭购买的车辆数超过 450 部的概率；

（2）购买 1 部车的家庭数不多于 340 的概率.

（$\Phi(2.5)=0.9938$, $\Phi(1.15)=0.8749$）

五、（14 分）总体 X 的概率密度为 $f(x;\theta)=\begin{cases}\theta C^{\theta}x^{-\theta-1}, x>C\\ 0, \quad x\le C,\end{cases}$

其中 $C>0$ 为已知常数，$\theta>1$ 为未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为取自总体 X 的样本，求：

（1）θ 的矩估计量；（2）θ 的最大似然估计量。

六、（12 分）有两箱灯泡，从第一箱中取 9 只测试，算得其平均寿命为 1532 小时，修正样本标准差为 432 小时；从第二箱中取 10 只测试，算得其平均寿命为 1412 小时，修正样本标准差为 380 小时，设两箱灯泡寿命都服从正态分布. 试检验这两箱灯泡是否服从同一分布？（$\alpha=0.05$）

（可用上侧分位数：$t_{0.025}(8)=2.306$，$t_{0.05}(8)=1.8595$，$t_{0.025}(17)=2.1098$，$t_{0.025}(19)=2.093$，$F_{0.025}(8,9)=4.1$，$F_{0.025}(9,10)=3.78$，$F_{0.025}(9,8)=4.36$，$F_{0.025}(10,9)=3.96$.）

七、（6 分）设总体的二阶矩存在，$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 是来自该总体的样本，$\bar{X}$ 为样本均值，令 $Y=X_i-\bar{X}$, $Z=X_j-\bar{X}$，求 Y 与 Z 的相关系数。