课程内容和方法

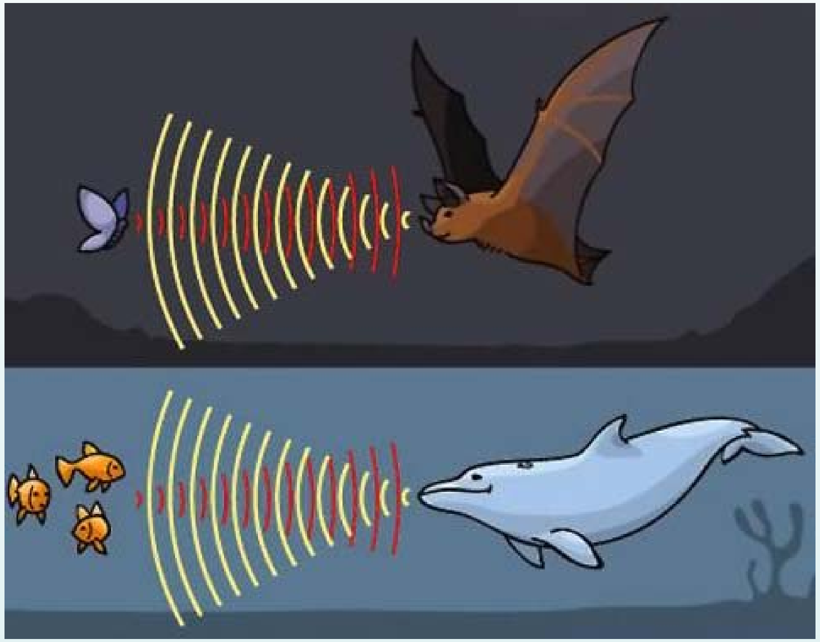
确定性信号

研究对象	研究内容	研究方法
信号：连续时间信号、离散时间信号	信号描述 特性分析 信号运算	时域分析方法
系统：连续时间系统、离散时间系统	系统描述 特性分析 响应求解	频域分析方法
	信号处理	复频域分析方法
		Z域分析方法

LTI系统

信号与系统的基本概念

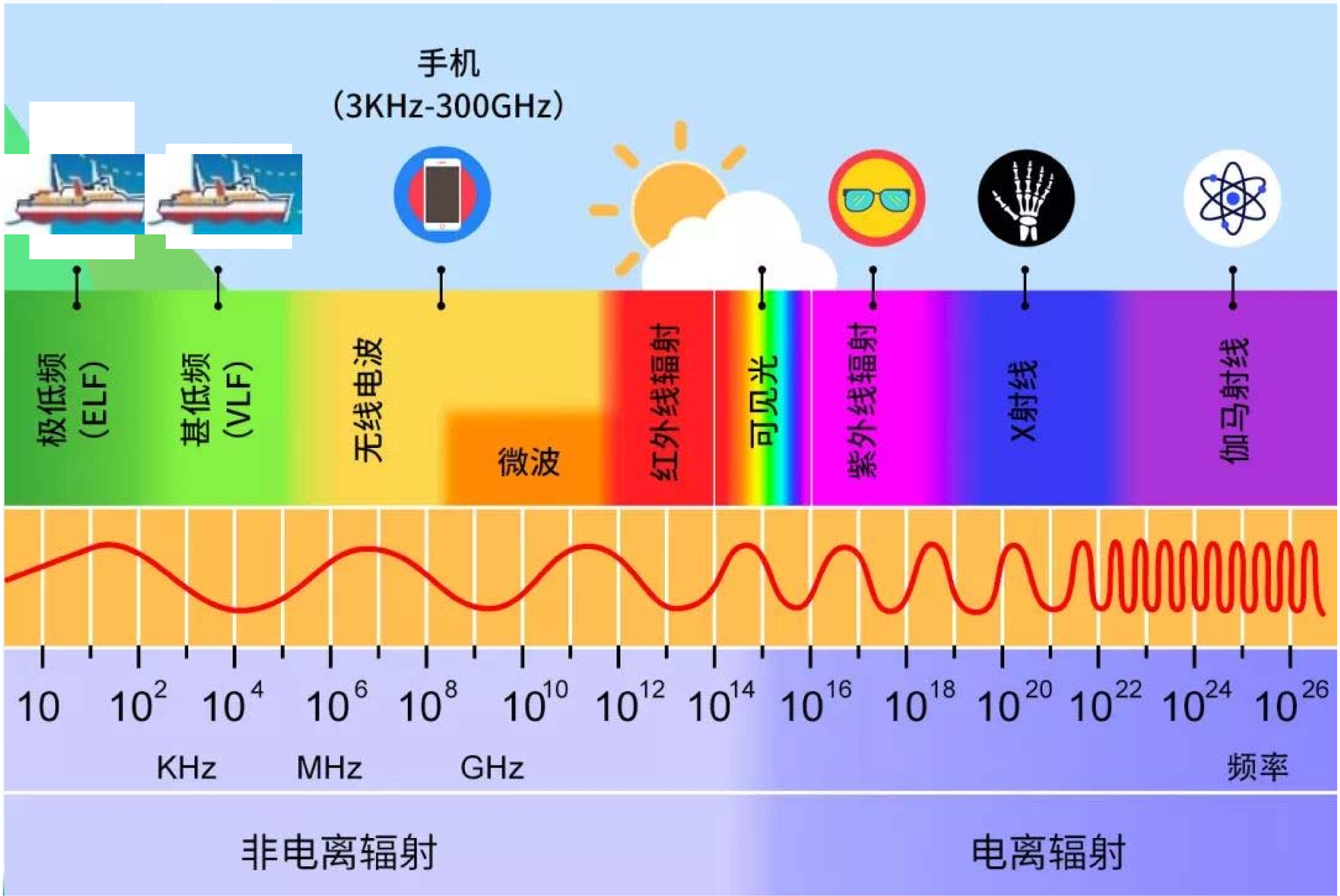
❑ 信号的基本概念　感性认识



听觉范围：20-20000Hz

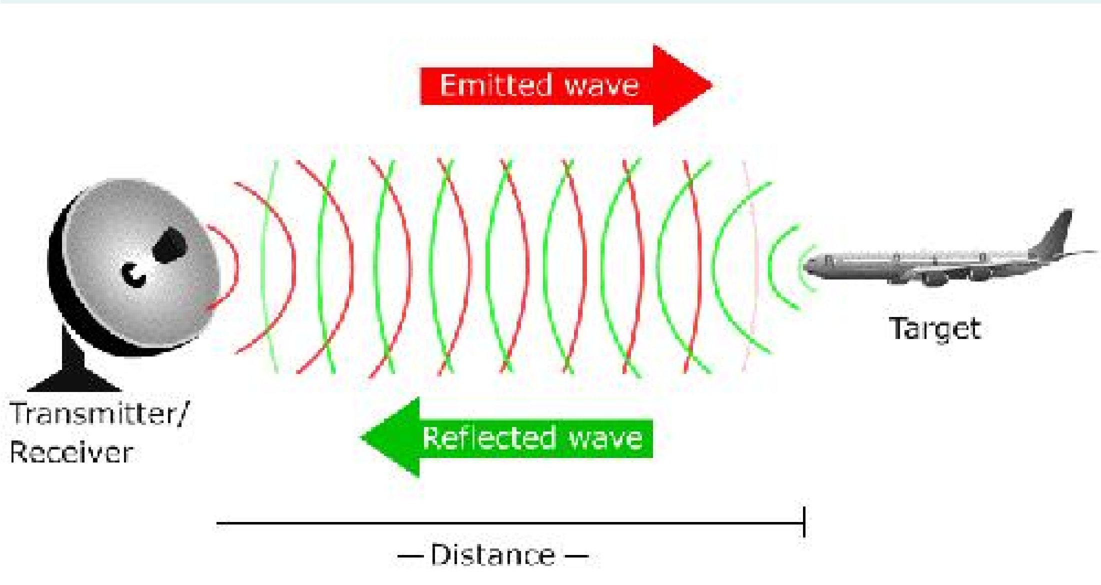
视觉范围：380~750THz

超过这个范围的信号，我们制造实际传感器来获取，比如：雷达天线，声纳水听器


手机
（3KHz-300GHz）
极低频
（ELF）
甚低频
（VLF）
无线电波
微波
红外线辐射
可见光
紫外线辐射
X射线
伽马射线
10
10^2
10^4
10^6
10^8
10^{10}
10^{12}
10^{14}
10^{16}
10^{18}
10^{20}
10^{22}
10^{24}
10^{26}
KHz
MHz
GHz
频率
非电离辐射
电离辐射

信号与系统的基本概念

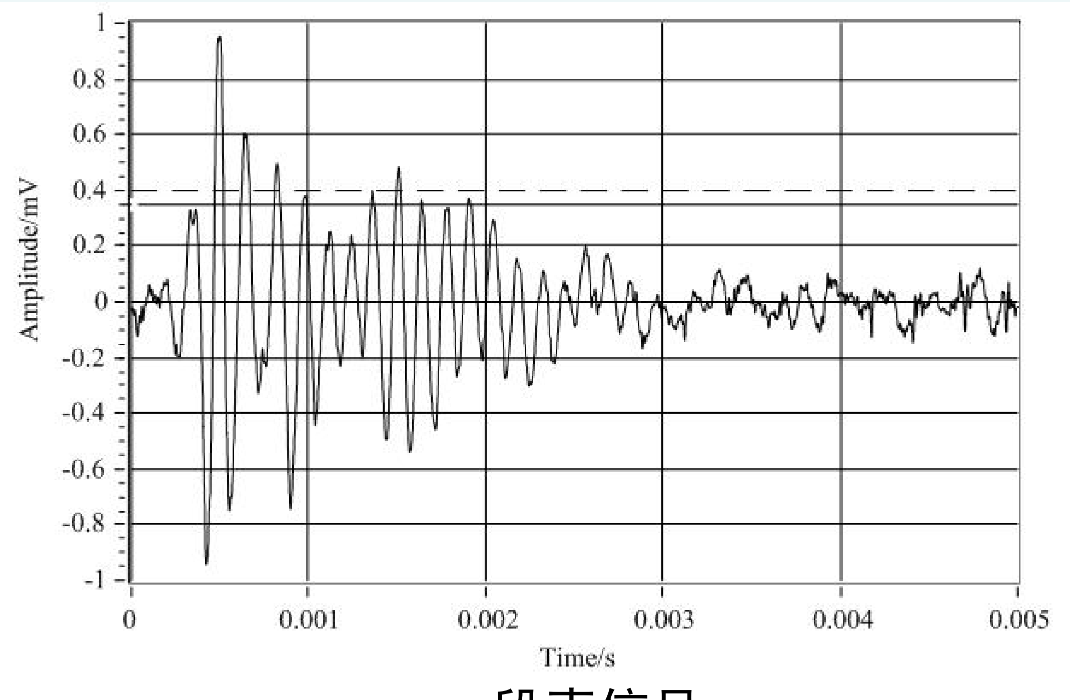

GPRS/3G/4G
基站
互联网
安帕尔网络服务器
互联网
电脑
手机
终端


Emitted wave
Target
Transmitter/
Receiver
Reflected wave
— Distance —

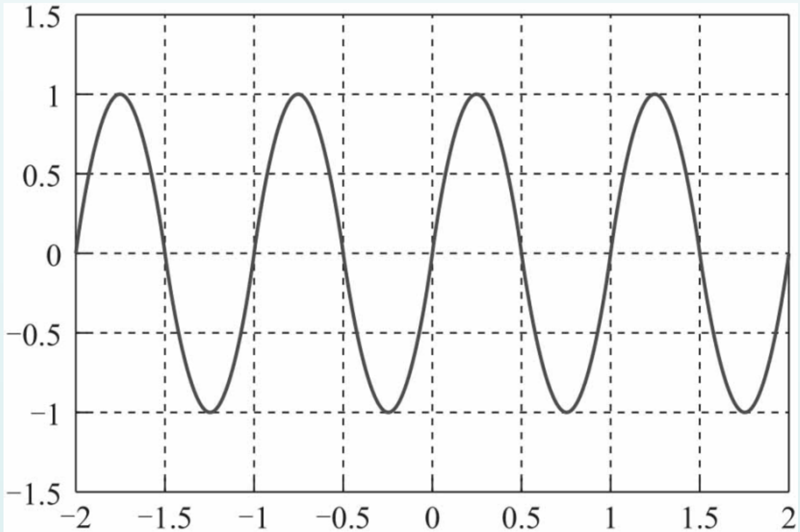
信号与系统的基本概念

通过以上信号，我们可以获知目标物体的方位、类别、还可以进行通信，总之可以获得某种信息。因此信号可以定义为：

- 信号是信息的承载方式，数学上表示为一个或多个变量的函数（自变量通常为时间t，也可以是高度、深度等）。



一段声信号



正弦波信号

- <u>信号处理算法</u>：对传感器接收的数据进行某些变换和数学运算，从而达到提取信息的目的，可以实现目标的探测和识别等。

信号的分类

1. 确定信号和随机信号
2. 连续时间信号和离散时间信号
3. 周期信号和非周期信号
4. 能量信号和功率信号
5. 因果信号和非因果信号
6. 奇信号与偶信号

信号的运算

- 加减
- 乘除
- 平移
- 反褶
- 尺度变换
- 标量乘法
- 综合：所有操作都是对于自变量 t

LTIC系统小结:

数学模型:用常系数微分方程来描述

系统全响应 = 零输入响应 + 零状态响应

零输入响应：系统特征模式的线性组合

单位冲激响应: $h(t) = b_m \delta(t) + [$特征模式项$]\varepsilon(t)$

零状态响应： $e(t) \rightarrow r_{zi}(t) = e(t) * h(t)$

系统全响应 = 零输入响应 + 零状态响应

= 自由响应 + 受迫响应

= 瞬态响应 + 稳态响应

本章内容：

◈分析周期信号（利用傅里叶级数）

——谐波分析法

◈分析非周期信号（$T\to\infty$）

——傅里叶变换

延拓目的：

◈分析系统的I/O特性，并用频率方法求$r_{zi}(t)$

LTIS对周期信号的响应

$$f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\Omega t} \qquad H(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau$$

$$r_{zs}(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n H(jn\Omega)e^{jn\Omega t}$$

LTIS对非周期信号的响应

Ch2. 时域分析⇒ $r_{zs}(t)=h(t)*f(t)$

$$\updownarrow \qquad \updownarrow \qquad \updownarrow$$

Ch4. 频域分析⇒ $R_{zs}(j\omega)=H(j\omega)\cdot F(j\omega)$

$H(j\omega)$为系统频响

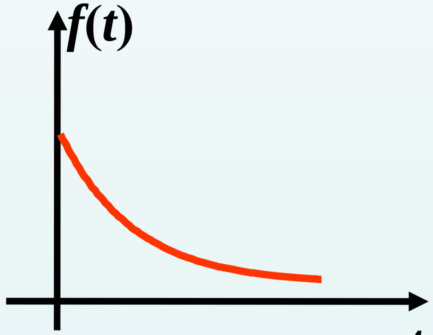
系统可视为一个改变输入信号频谱特性的频谱变换器。

问题的提出

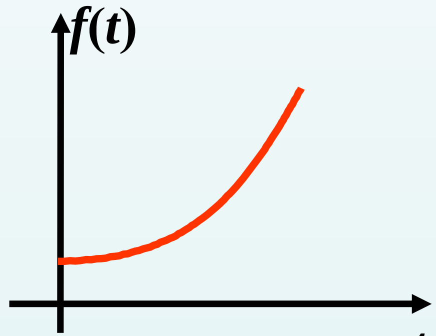
傅里叶变换的绝对可积条件

CTFT：$$F(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\cdot e^{-j\omega t}dt$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}|f(t)|dt<\infty$$



$$e^{-at}u(t)\leftrightarrow\frac{1}{a+j\omega}$$



指数增长信号怎么办？

如果系统的$h(t)$不衰减，导致$H(j\omega)$不存在，如何进行变换域的分析？

二、LT的收敛域(Region of Convergence 记作ROC)

1. 收敛域定义

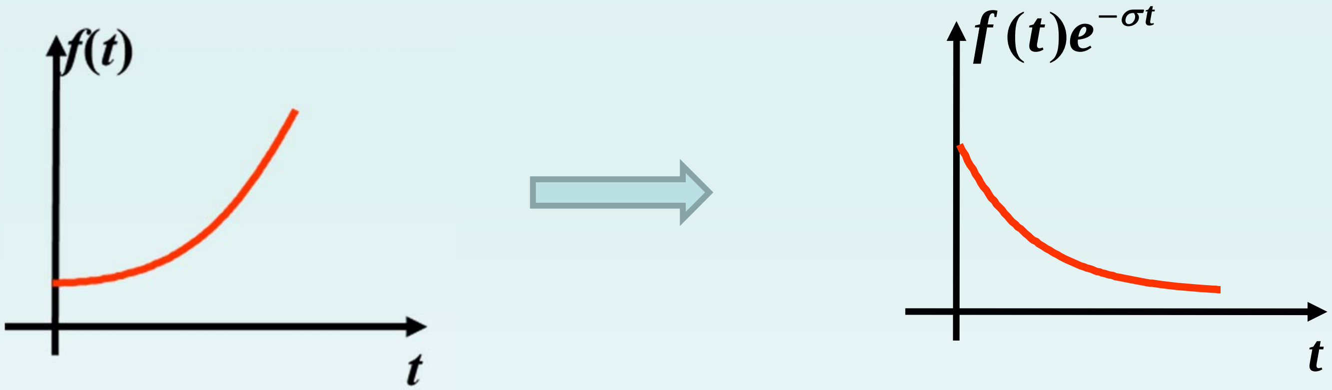
满足 $\lim\limits_{t\to\pm\infty} f(t)e^{-\sigma t}=0$ 的σ范围，即 Re[s] 的范围，

$s=\sigma+j\omega$

称为LT的ROC。

2. 确定收敛域

当 $\lim\limits_{t\to\pm\infty} f(t)e^{-\sigma t}=0$时，求出 σ，即 Re[$s$]的范围



一、拉普拉斯变换（*LT*）

$s=\sigma+j\omega$

s= \sigma +j\omega

$$\boxed{\begin{aligned} F(s) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-st}dt \\ f(t) &= \frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(s)e^{st}ds \end{aligned}}\begin{aligned} &\overset{\Delta}{=} \pounds[f(t)] \\ &\overset{\Delta}{=} \pounds^{-1}[F(s)] \end{aligned}$$

推导

拉普拉斯变换

$$f(t) \overset{LT}{\longleftrightarrow} F(s)$$

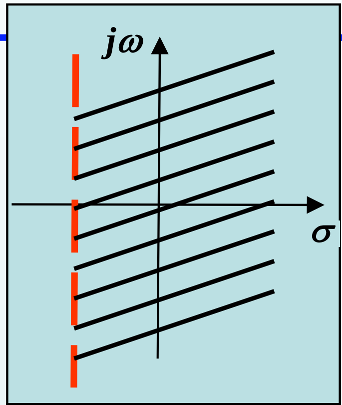
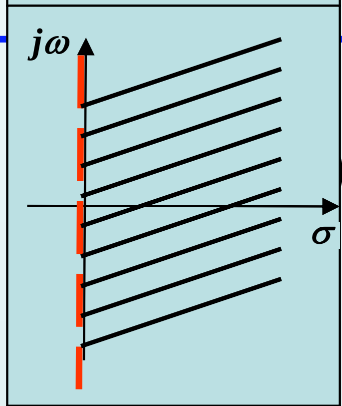
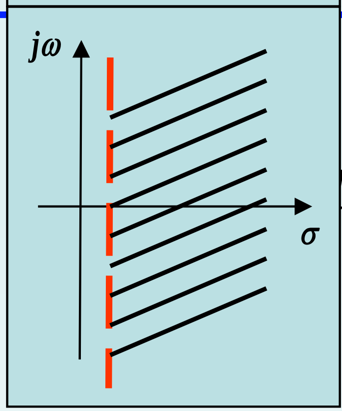
原函数　　复频谱

$$f(t) \overset{FT}{\longleftrightarrow} F_1(j\omega)$$

原函数　　频谱

二、LT的收敛域(Region of Convergence 记作ROC)

LT与FT关系

信号	LT	ROC	FT	关系
$e^{at}\varepsilon(t)$ $a<0$	$\frac{1}{s-a}$		$\frac{1}{j\omega-a}$	$X(j\omega)=X(s)\big\|_{s=j\omega}$
$\varepsilon(t)$	$\frac{1}{s}$		$\pi\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega}$	$X(j\omega)\neq X(s)\big\|_{s=j\omega}$
$e^{at}\varepsilon(t)$ $a>0$	$\frac{1}{s-a}$		不存在	

结论：

(1) 当$F(s)$收敛域包含虚轴时，拉氏变换和傅氏变换都存在

$$F(j\omega)=F(s)\big|_{s=j\omega}$$

如单边指数衰减信号 $f(t)=e^{at}\varepsilon(t),a<0$

(2) 当$F(s)$收敛域不包含虚轴，但以虚轴为界时，

拉氏变换和傅氏变换都存在 $F(j\omega)\neq F(s)\big|_{s=j\omega}$

如阶跃信号 $\varepsilon(t)\leftrightarrow\dfrac{1}{s}$ $\quad\varepsilon(t)\leftrightarrow\dfrac{1}{j\omega}+\pi\delta(\omega)$

(3) 当$F(s)$收敛域不包含虚轴而且不以虚轴为界时，

拉氏变换存在，但傅氏变换不存在

如单边指数增长信号 $f(t)=e^{at}\varepsilon(t),a>0$

微分方程的变换解

$$D(p)y(t) = N(p)f(t)$$

step1 方程两边取单边LT，利用LT为微分性质（代入初始状态）

$$y^{(n)}(t) \leftrightarrow s^n Y(s) - s^{n-1}y(0^-) - s^{n-2}y^{(1)}(0^-) - \cdots - y^{(n-1)}(0^-)$$

$$f^{(n)}(t) \leftrightarrow s^n F(s) - s^{n-1}f(0^-) - s^{n-2}f'(0^-) - \cdots - f^{(n-1)}(0^-)$$

若为因果信号 $f^{(i)}(0^-) = 0,\quad i = 0, \cdots, n-1$

step2 代数运算，求出 $Y(s)$

step3 $y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)]$

复习

Ch2 时域分析法

$$a_n y^{(n)}(t)+a_{n-1}y^{(n-1)}(t)+\ldots+a_1 y'(t)+a_0 y(t)=b_m f^{(m)}(t)+\ldots+b_1 f'(t)+b_0 f(t)$$

算子方程：$D(p)y(t)=N(p)f(t)$

分别求零输入响应和零状态响应，得到全响应。

Ch4 频域分析法

$$y_{zs}(t)=f(t)*h(t)$$

$$Y_{zs}(j\omega)=F(j\omega)\cdot H(j\omega)$$

只能求零状态响应。

傅氏变换的时域微分定理：$\boxed{\dfrac{d}{dt}f(t)\leftrightarrow j\omega F(j\omega)}$

本章

$$f(t)\leftrightarrow F(s)\Rightarrow \frac{df(t)}{dt}\leftrightarrow sF(s)-f(0^-)$$

$$\boxed{\frac{d^n f(t)}{dt^n}\leftrightarrow s^n F(s)-s^{n-1}f(0^-)-s^{n-2}f^{(1)}(0^-)-\cdots-f^{(n-1)}(0^-)}$$