

## 诚信保证

本人知晓我校考场规则和违纪处分条例的有关规定，保证  
遵守考场规则，诚实做人。 本人签字：\_\_\_\_\_

编号：\_\_\_\_\_

### 西北工业大学考试试题（卷）

2012 - 2013 学年 第 2 学期

开课学院：理学院

课 程：计算方法

学 时：32

考试时间：2 小时

日 期：2013 年 4 月 26 日

考试形式：闭卷（A 卷）

成 绩	
班 号	
学 号	
姓 名	

一、简答题（每小题 6 分，共 36 分）

1. 已知有效数  $x_1^* = 3.100$ ， $x_2^* = -1.530$ ， $x_3^* = 2.731$ ，计算  $y^* = x_1^* x_2^* + x_3^*$  的相对误差限。

解：

2. 已知非线性方程  $f(x) = 0$  在  $[a, b]$  有唯一实根，对任意的  $x \in [a, b]$ ， $f'(x) \neq 0$ ， $f''(x) \neq 0$ ，且对应的牛顿迭代法收敛，试证明该牛顿迭代法具有二阶收敛速度。

证明：

3. 已知线性方程组求解问题 
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 2 & 5 & 15 \\ 6 & 15 & 46 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix}$$
，请将系数矩阵进行 LU 分解。

解：

4.在区间 $[-4, 4]$ 上给出 $f(x) = e^x$ 的等距节点函数表,若用分段线性插值求 $e^x$ 的近似值,要使截断误差不超过 $10^{-4}$ ,问使用函数表的步长 $h$ 至少应取多少?

解:

5.试确定求积公式 $\int_0^1 f(x)dx \approx A_1 f(0) + A_2 f(\frac{2}{3})$ 中的参数 $A_1$ 、 $A_2$ ,使得该求积公式代数精度尽可能高,并说明其代数精度阶数。

解:

6. 取初值  $u^{(0)} = (1,1)^T$  , 用乘幂法计算矩阵  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$  主特征值及对应的特征向量。迭代

终止条件为  $|\lambda^{(k+1)} - \lambda^{(k)}| \leq 10^{-2}$ 。(计算过程无需规范化)。

解：

$k$	$(u^{(k)})_1$	$(u^{(k)})_2$	$\lambda^{(k)} = (u^{(k)})_1 / (u^{(k-1)})_1$
0	1	1	
1			
2			
3			
4			

近似特征向量为： $(\quad, \quad)^T$ ，近似主特征值为  $\quad$ 。

二、(10 分) 用牛顿迭代法求解  $\sqrt[3]{13}$  的近似值，要求首先验证方法关于初值  $x_0 = 2$  的收敛性，然后进行迭代，并最终满足误差限  $|x_k - x_{k-1}| \leq 10^{-3}$ 。

解：(1) 牛顿迭代格式

(2) 关于初值  $x_0 = 2$  的收敛性验证

(3) 取初值  $x_0 = 2$ ，迭代

三、(10 分) 考察用高斯-赛德尔迭代法解方程组 
$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = -12 \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 20 \\ 2x_1 - 3x_2 + 10x_3 = 3 \end{cases}$$
 的收敛性, 若

收敛, 取  $x^{(0)} = (-3, 1, 1)^T$ , 求近似解  $x^{(k+1)}$ , 使得  $|x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)}| \leq 10^{-2}$  ( $i=1, 2, 3$ )。

解: (1) 高斯-赛德尔迭代格式为:

(2) 收敛性证明:

(3) 取  $x^{(0)} = (-3, 1, 1)^T$ , 计算结果如下

四、(10 分) 用最小二乘法确定经验公式  $y = ax + be^x$  中的参数, 使该函数曲线与以下数据拟合 (小数点后至少保留四位)。

$x_i$	1	2	3
$y_i$	4.7	8.4	20.75

解：(1) 代入数据，得矛盾方程组：

(2) 法方程组为

(3) 求解得  $a = \underline{\hspace{2cm}}$  ,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

五、(10 分) 已知函数  $f(x)$  满足  $f(0) = 0, f'(0) = 1, f''(0) = 2$  以及  $f(1) = 1$ ，试构造满足上述条件的插值多项式  $H_3(x)$ 。

解：

六、(10 分) 设有求解初值问题 
$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} - xy - y^2 = 0, & x > 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$
, 取步长  $h = 0.2$ , 请用欧拉

预测-校正公式分别计算函数  $y(x)$  在节点  $x_1 = 0.2$  和  $x_2 = 0.4$  处的近似值。

解：欧拉预测-校正公式为

将  $f(x, y) =$  \_\_\_\_\_ 代入得

取步长  $h = 0.2$  进行计算 (计算结果保留四位小数), 得

$x_i$	预测公式计算结果	校正公式计算结果
<b>0.2</b>		
<b>0.4</b>		

七、(14 分) 设有定积分  $I = \int_0^4 e^x dx$  , 按要求求解以下问题 :

(1) 取定 9 个等距节点 ( 包括端点 0 和 4 ), 列出被积函数在这些节点上的函数值表 ;  
解 :

(2) 根据上表用复化 Simpson 求积公式求  $I$  的近似值 ;  
解 :

(3) 若仍用复化 Simpson 求积公式对上述定积分进行近似求解 , 要求计算的截断误差控制在  $10^{-4}$  , 则至少应取多少个求积节点 ?

解 :