Trigonométrie inverse

Bijection et variations

- arcsin est une bijection strictement croissante de [-1,1] sur $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$
- arccos est une bijection strictement décroissante de [-1,1] sur $[0,\pi]$
- arctan est une bijection strictement croissante de \mathbb{R} sur $\left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$

Parité -

$$\arcsin(-x) = -\arcsin x$$

$$arccos(-x) = \pi - arccos x$$

$$\arctan(-x) = -\arctan x$$

Liens avec les fonctions trigonométriques directes

$$\forall x \in [-1, 1], \ \sin(\arcsin x) = x$$

$$\forall x \in [-1, 1], \cos(\arccos x) = x$$
 $\arccos(\cos x) = x \iff x \in [0, \pi]$

$$\forall x \in \mathbb{R}, \tan(\arctan x) = x$$

$$\arctan(\tan x) = x \iff x \in \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$$

 $\arcsin(\sin x) = x \iff x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

Dérivation

$$\forall x \in]-1,1[, \arcsin'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad \forall x \in]-1,1[, \arccos'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad \forall x \in \mathbb{R}, \arctan'(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\forall x \in]-1,1[,\arccos'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, \ \arctan'(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

Identités

$$\forall x \in [-1, 1], \quad \sin(\arccos x) = \cos(\arcsin x) = \sqrt{1 - x^2}$$

$$\forall x \in [-1, 1], \quad \arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}^*, \qquad \arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \operatorname{signe}(x) \frac{\pi}{2}$$

