# Semaine du 18/09 au 22/09

## 1 Cours

### Raisonnements et ensembles

**Logique** Conjonction, disjonction, négation de propositions logiques. Implication et équivalence. Quantificateurs.

**Raisonnements** Double implication. Raisonnement par l'absurde. Contraposition. Récurrence (simple, double, forte). Analyse/-synthèse.

**Ensembles** Appartenance, inclusion. Union, intersection, complémentaire. Produit cartésien.

### Sommes et produits

**Techniques de calcul** Symbole $\sum$ et règles de calcul, sommes télescopiques, changement d'indice, sommation par paquets.

**Sommes classiques** Suites arithmétiques et géométriques, factorisation de $a^n - b^n$, coefficients binomiaux et formule du binôme de Newton.

**Sommes doubles** Définition, règles de calcul, interversion des signes $\sum$ (cas de sommes triangulaires), sommation par paquets.

**Produits** Symbole $\prod$ et règles de calcul, produits télescopiques, passage au logarithme.

### Systèmes linéaires

**Notion de système linéaire** Définition et exemples.

**Résolution de systèmes linéaires** Méthode du pivot de Gauss.

**Structure de l'ensemble des solutions** Système homogène associé à un système linéaire. L'ensemble des solutions d'un système linéaire est la somme d'une solution particulière et de la solution du système homogène associé.

## 2 Méthodes à maîtriser

- Rédiger proprement une récurrence.
- Montrer une inégalité en raisonnant par équivalence.
- Résolution d'équations et d'inéquations avec valeurs absolues et racines carrées.
- Changement d'indice.
- Calcul de sommes : il n'y a guère que deux techniques a priori :
  - faire apparaître une somme télescopique ;
  - faire apparaître des sommes connues (somme des termes d'une suite arithmétique ou géométrique ou somme provenant d'un développement via la formule du binôme de Newton).
- Interversion des symboles $\sum$ pour les sommes doubles.
- Résolution d'un système par pivot de Gauss avec paramètre éventuel.

## 3 Questions de cours

- Déterminer les applications $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ telles que

$$\forall (m, n) \in \mathbb{N}^2,\ f(m+n) = f(m) + f(n)$$

- Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k\binom{n}{k}$.

- Énoncer et démontrer la formule du binôme de Newton par récurrence.
- Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{2n}{2k}$ et $\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} \binom{2n}{2k+1}$.
- Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2$ sous forme **factorisée**.
- Résolution d'un système de trois équations à trois inconnues au choix de l'examinateur.