

## INTERROGATION ÉCRITE N°09

NOM : \_\_\_\_\_ Prénom : \_\_\_\_\_ Note : \_\_\_\_\_

NOM : \_\_\_\_\_ Prénom : \_\_\_\_\_ Note : \_\_\_\_\_

NOM : \_\_\_\_\_ Prénom : \_\_\_\_\_ Note : \_\_\_\_\_

1. Soient  $(a, b, c) \in \mathbb{Z}^3$ . On pose  $\alpha = bc$ ,  $\beta = ca$  et  $\gamma = ab$ . Montrer que  $a, b, c$  sont premiers entre eux deux à deux *si et seulement si*  $\alpha, \beta, \gamma$  sont premiers entre eux dans leur ensemble.
2. Soient  $F, G, H$  trois sous-espaces vectoriels d'un espace vectoriel  $E$  tels que  $F + G = F + H$ ,  $F \cap G = F \cap H$  et  $G \subset H$ . Montrer que  $H = G$ .

3. Donner une famille génératrice de  $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, 2x - y + 3z = 0\}$  («mettre sous forme d'un vect»).

4. Donner une famille génératrice de  $G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, 2x - y + 3z = x - 2y + 3z = 0\}$  («mettre sous forme d'un vect»).

5. Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{Z}$ , 30 divise  $n^5 - n$ .