

INTERROGATION ÉCRITE N°09

NOM :

Prénom :

Note :

1. Soient F, G, H trois sous-espaces vectoriels d'un espace vectoriel E tels que $F + G = F + H$, $F \cap G = F \cap H$ et $G \subset H$. Montrer que $H = G$.
2. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{Z}$, 30 divise $n^5 - n$.
3. Soient F et G deux sous-espaces vectoriels d'un \mathbb{K} -espace vectoriel E . Montrer que $F + G$ est également un sous-espace vectoriel de E .
4. Donner la valuation p -adique de 360 pour tout nombre premier p .

5. Donner une famille génératrice de $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, 2x - y + 3z = 0\}$ («mettre sous forme d'un vect»).

6. Donner une famille génératrice de $G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, 2x - y + 3z = x - 2y + 3z = 0\}$ («mettre sous forme d'un vect»).

7. Montrer que la famille $(\text{ch}, \text{sh}, \cos, \sin)$ est une famille libre de $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$.