Interrogation écrite n°3

NOM : Prénom : Note :

1. L'application $f\colon \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{C} & \longrightarrow & \mathbb{C} \\ z & \longmapsto & e^z \end{array} \right.$ est-elle injective ? surjective ? Justifier.

2. Quelle est l'image de l'application $f\colon \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{C} \\ x & \longmapsto & e^{ix} \end{array} \right.$?

3. Soit $f\colon \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x^2 \end{array} \right.$. Donner sans justification $f([-1,3])$ et $f^{-1}([-3,9])$.

4. Montrer que $f\colon \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R}\setminus\{-1\} & \longrightarrow & \mathbb{R}\setminus\{1\} \\ x & \longmapsto & \dfrac{x-2}{x+1} \end{array} \right.$ est bijective et déterminer sa bijection réciproque.

5. Déterminer le sens de variation de $f : x \in \mathbb{R} \mapsto \sqrt{1+e^{-x^3}}$ *sans calculer sa dérivée.*

6. Soit E un ensemble. L'application $f\colon \left\{ \begin{array}{ccc} \mathcal{P}(E) & \longrightarrow & \mathcal{P}(E) \\ X & \longmapsto & \overline{X} \end{array} \right.$ est-elle injective ? surjective ? Justifier.

7. Montrer que l'application $f : x \in \mathbb{R} \mapsto \ln(1+e^x)$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ puis qu'elle induit une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle à déterminer.