

# SEMAINE DU 28/09 AU 02/10

## 1 Cours

### Complexes

**Corps des nombres complexes** Partie réelle, partie imaginaire, module, conjugué et interprétation géométrique.

**Groupe  $\mathbb{U}$  des nombres complexes de module 1** Définition, notation  $e^{i\theta}$ , relations d'Euler et formule de Moivre, argument et interprétation géométrique, racines  $n^{\text{èmes}}$  de l'unité et d'un complexe non nul.

**Equations du second degré** Racines carrées d'un complexe, résolution d'une équation du second degré à coefficients complexes, somme et produit des racines.

**Trigonométrie** Linéarisation. Développement. Sommes trigonométriques.

**Exponentielle complexe** Définition et propriétés. Module et argument de  $e^z$ .

**Géométrie** Interprétation géométrique de l'argument de  $\frac{c-a}{b-a}$  pour  $(a, b, c) \in \mathbb{C}^3$ . Conditions d'alignement et de perpendicularité. Interprétation géométrique des applications  $z \in \mathbb{C} \mapsto az + b$ .

## 2 Méthodes à maîtriser

- ▶  $z \in \mathbb{R} \iff \bar{z} = z, z \in i\mathbb{R} \iff \bar{z} = -z.$
- ▶  $z \in \mathbb{U} \iff \bar{z} = \frac{1}{z}.$
- ▶  $z \in \mathbb{R} \iff \arg z \equiv 0[\pi], z \in i\mathbb{R} \iff \arg z \equiv \frac{\pi}{2}[\pi].$
- ▶ Extraction de racines  $n^{\text{èmes}}$  par méthode trigonométrique.
- ▶ Extraction de racines carrées, résolution d'équations du second degré à coefficients dans  $\mathbb{C}$ .
- ▶ Linéariser  $\cos^k \theta$  ou  $\sin^k \theta$ , développer  $\cos k\theta$  et  $\sin k\theta$  pour  $(k, \theta) \in \mathbb{N} \times \mathbb{R}$ .
- ▶ Résoudre dans  $\mathbb{C}$  une équation du type  $e^z = a$ .

## 3 Questions de cours

- ▶ On pose  $\omega = e^{\frac{2i\pi}{5}}$  et  $\alpha = \omega + \omega^{-1}$ . En considérant une équation du second degré vérifiée par  $\alpha$ , calculer  $\cos \frac{2\pi}{5}$  et  $\sin \frac{2\pi}{5}$ .
- ▶ Soit  $(\theta, \varphi) \in \mathbb{R}^2$ . Calculer  $\sum_{k=0}^n \cos(k\theta + \varphi)$  et  $\sum_{k=0}^n \sin(k\theta + \varphi)$ .
- ▶ Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ . Montrer par double inclusion que  $\mathbb{U}_n = \left\{ e^{\frac{2ik\pi}{n}}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .
- ▶ Résoudre une équation du second degré à coefficients dans  $\mathbb{C}$  au choix de l'examinateur.