Semaine

Semaine du 02/10 au 06/10

1 Cours

Complexes

Corps des nombres complexes Partie réelle, partie imaginaire, module, conjugué et interprétation géométrique.

Groupe $\mathbb{U}$ des nombres complexes de module 1 Définition, notation $e^{i\theta}$, relations d'Euler et formule de Moivre, argument et interprétation géométrique, racines $n^{\text{èmes}}$ de l'unité et d'un complexe non nul.

Equations du second degré Racines carrées d'un complexe, résolution d'une équation du second degré à coefficients complexes, somme et produit des racines.

Trigonométrie Linéarisation. Développement. Sommes trigonométriques.

Géométrie Interprétation géométrique de l'argument de $\dfrac{c-a}{b-a}$ pour $(a,b,c) \in \mathbb{C}^3$. Conditions d'alignement et de perpendicularité. Interprétation géométrique des applications $z \in \mathbb{C} \mapsto az+b$.

Exponentielle complexe Définition et propriétés. Module et argument de e^z.

2 Méthodes à maîtriser

- $z \in \mathbb{R} \iff \bar{z} = z$, $z \in i\mathbb{R} \iff \bar{z} = -z$.
- $z \in \mathbb{U} \iff \bar{z} = \dfrac{1}{z}$.
- $z \in \mathbb{R} \iff \arg z \equiv 0[\pi]$, $z \in i\mathbb{R} \iff \arg z \equiv \dfrac{\pi}{2}[\pi]$.
- Extraction de racines $n^{\text{èmes}}$ par méthode trigonométrique.
- Extraction de racines carrées, résolution d'équations du second degré à coefficients dans $\mathbb{C}$.
- Les points d'affixes a, b, c sont alignés **si et seulement si** $\dfrac{c-a}{b-a} \in \mathbb{R}$ et forment un angle droit en le point d'affixe a **si et seulement si** $\dfrac{c-a}{b-a} \in i\mathbb{R}$.
- Résoudre dans $\mathbb{C}$ une équation du type $e^z = a$.
- Passage en complexe pour le calcul de sommes trigonométriques.
- Méthode de l'arc-moitié pour factoriser $e^{i\theta_1} \pm e^{i\theta_2}$ où $(\theta_1, \theta_2) \in \mathbb{R}^2$.

3 Questions de cours

- Soit $(n, \theta, \varphi) \in \mathbb{N} \times \mathbb{R}^2$. Calculer $C_n = \sum_{k=0}^{n} \cos(k\theta + \varphi)$ et $S_n = \sum_{k=0}^{n} \sin(k\theta + \varphi)$.
- Soit $(n, \theta, \varphi) \in \mathbb{N} \times \mathbb{R}^2$. Calculer $C_n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \cos(k\theta + \varphi)$ et $S_n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \sin(k\theta + \varphi)$.
- Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Résoudre l'équation $(z+1)^n = (z-1)^n$ d'inconnue $z \in \mathbb{C}$.
- Résoudre une équation du second degré à coefficients dans $\mathbb{C}$ au choix de l'examinateur.