

INTERROGATION ÉCRITE N°14

NOM :

Prénom :

Note :

1. Déterminer un équivalent de la suite de terme général $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n^2 + k^2}$.

2. Soit f une fonction continue sur $[a, b]$. Montrer que la fonction $g: x \mapsto \int_a^b f(t) \sin(tx) \, dt$ est lipschitzienne sur \mathbb{R} .

3. Prouver la convergence et calculer la somme de la série $\sum_{n \in \mathbb{N}^*} \frac{1}{n^2 + n}$.
4. Prouver la convergence et déterminer la somme de la série $\sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{(-2)^n}{3^n}$.
5. Citer la formule de Taylor avec reste intégral ainsi que ses hypothèses.
6. Déterminer la nature de la série $\sum_{n \in \mathbb{N}^*} n \left(\sin\left(\frac{1}{n}\right) - \tan\left(\frac{1}{n}\right) \right)$.