Semaine du 16/12 au 20/12

1 Cours

Relations binaires

Généralités Réflexivité, symétrie, antisymétrie, transitivité. Exemples.

Relation d'ordre Définition. Ordre total, partiel.

Relation d'équivalence Définition. Classes d'équivalence. Les classes d'équivalence forment une partition.

Suites numériques

Suites classiques Suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques, récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2.

Limite d'une suite Définition. Unicité. Vocabulaire : convergence et divergence. Toute suite convergente est bornée. Passage d'inégalité à la limite.

Théorèmes d'existence de limites Opérations sur les limites. Théorèmes d'encadrement, de minoration et de majoration. Théorème de convergence monotone.

2 Méthodes à maîtriser

- On ne parle de la limite d'une suite qu'**après** avoir justifié son **existence**.
  - Certains théorèmes donnent l'**existence** <u>et</u> la **valeur** de la limite : opérations, encadrement, minoration, majoration.
  - D'autres ne donnent que l'**existence** de la limite : théorème de convergence monotone.
- On ne passe pas à la limite «par morceaux» : quand on «passe à la limite» une expression dépendant d'un entier n, **tous** les n tendent vers l'infini **en même temps**.
- La limite d'une suite ne peut pas dépendre de l'indice de la suite !
- Déterminer le sens de variation d'une suite :
  - signe de $u_{n+1}-u_n$ (adapté aux sommes) ;
  - position de $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ par rapport à 1 (adapté aux produits) si les u_n sont **tous strictement positifs** (mais on peut évidemment adapter si on a compris comment fonctionne ce critère).
- Déterminer le terme général d'une suite vérifiant une relation de récurrence linéaire homogène d'ordre 2 via l'équation caractéristique.
- Montrer qu'une suite monotone converge ou diverge (raisonnement par l'absurde éventuel pour le cas de divergence).

3 Questions de cours

- **Conjugaison** Soit E un ensemble. On définit une relation binaire $\sim$ sur E^E de la manière suivante : pour tout couple $(f,g)\in(E^E)^2$, $f\sim g$ **si et seulement si** il existe une bijection $\varphi\in E^E$ telle que $f=\varphi^{-1}\circ g\circ\varphi$. Montrer que $\sim$ est une relation d'équivalence.
- **Retour sur le DM n°05**
  1. Montrer que ch induit une bijection de $\mathbb{R}_+$ sur $[1,+\infty[$.
     On note argch sa bijection réciproque.
  2. Montrer que pour tout $x\in[1,+\infty[$, $\mathrm{sh}(\mathrm{argch}(x))=\sqrt{x^2-1}$.
  3. Justifier que argch est dérivable sur $]1,+\infty[$ et calculer sa dérivée.
- **BCCP 01**
  1. On considère deux suites (u_n) et (v_n) telles que $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est non nulle à partir d'un certain rang et $u_n \underset{n\to+\infty}{\sim} v_n$.
     Montrer que u_n et v_n sont de même signe à partir d'un certain rang.
  2. Déterminer le signe, au voisinage de l'infini de $u_n=\mathrm{sh}\left(\frac{1}{n}\right)-\tan\left(\frac{1}{n}\right)$.
- Déterminer le terme général d'une suite suivant une relation de récurrence linéaire homogène d'ordre deux à coefficients constants au choix de l'examinateur.

- Déterminer le terme général d'une suite arithmético-géométrique au choix de l'examinateur.

Bonnes fêtes et bonnes vacances.