

SEMAINE DU 28/03 AU 01/03

1 Cours

Continuité

Limite et continuité de fonctions

Limite d'une fonction Définition. Unicité de la limite. Toute fonction admettant une limite finie en $a \in \overline{\mathbb{R}}$ est bornée au voisinage de a . Limite à gauche et à droite. Lien entre limite à gauche et à droite et limite simple.

Propriétés des limites Opérations sur les limites. Caractérisation séquentielle de la limite. Passage à la limite.

Théorèmes d'existence de limite Théorèmes d'encadrement, de minoration et de majoration. Théorème de la limite monotone.

Continuité ponctuelle Définition. Continuité à gauche et à droite. Prolongement par continuité. Caractérisation séquentielle de la continuité. Opérations sur la continuité ponctuelle.

Continuité sur un intervalle Opérations sur les fonctions continues sur un intervalle. Théorème des valeurs intermédiaires. L'image d'un intervalle par une application continue est un intervalle. Théorème de la bijection. Une fonction continue et injective sur un intervalle est strictement monotone. La bijection réciproque d'une fonction continue sur un intervalle est continue. Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes. L'image d'un segment par une application continue est un segment.

Continuité uniforme Définition. Continuité uniforme implique continuité. Théorème de Heine. Fonctions lipschitziennes : définition et uniforme continuité.

Limite et continuité des fonctions à valeurs complexes Une fonction à valeurs complexes f admet pour limite $l \in \mathbb{C}$ **si et seulement si** $\operatorname{Re}(f)$ et $\operatorname{Im}(f)$ admettent pour limites respectives $\operatorname{Re}(l)$ et $\operatorname{Im}(l)$. Une fonction f à valeurs complexes est continue **si et seulement si** $\operatorname{Re}(f)$ et $\operatorname{Im}(f)$ le sont.

2 Révisions

Relations de comparaison : équivalence, négligeabilité, domination

Développements limités

3 Méthodes à maîtriser

- Montrer qu'une fonction continue admet un point fixe.
- Pour montrer qu'une fonction continue s'annule, il suffit de prouver qu'elle prend une valeur positive et une valeur négative.
- Savoir au besoin se ramener à la définition de la limite.

4 Questions de cours

Pas de question de cours cette semaine.