Semaine du 23/09 au 27/09

1 Cours

Sommes et produits

Techniques de calcul Symbole $\sum$ et règles de calcul, sommes télescopiques, changement d'indice, sommation par paquets.

Sommes classiques Suites arithmétiques et géométriques, factorisation de $a^n - b^n$, coefficients binomiaux et formule du binôme de Newton.

Sommes doubles Définition, règles de calcul, interversion des signes $\sum$ (cas de sommes triangulaires), sommation par paquets.

Produits Symbole $\prod$ et règles de calcul, produits télescopiques, passage au logarithme.

Systèmes linéaires

Notion de système linéaire Définition et exemples.

Résolution de systèmes linéaires Méthode du pivot de Gauss.

Systèmes linéaires à paramètres Exemples.

Trigonométrie

Congruence Définition et propriétés.

Fonctions trigonométriques Définition de cos, sin, tan et propriétés de symétries.

Formules usuelles Addition/soustraction, duplication, linéarisation, factorisation.

Equations et inéquations trigonométriques Exemples.

2 Méthodes à maîtriser

- Méthode du pivot de Gauss pour la résolution des systèmes linéaires.
- Résolution de $\cos x = \cos a$, $\sin x = \sin a$, $\tan x = \tan a$.
- Changement d'indice.
- Calcul de sommes : il n'y a guère que deux techniques a priori :
  - faire apparaître une somme télescopique ;
  - faire apparaître des sommes connues (somme des termes d'une suite arithmétique ou géométrique ou somme provenant d'un développement via la formule du binôme de Newton).
- Interversion des symboles $\sum$ pour les sommes doubles.

3 Questions de cours

Le formulaire de trigonométrie est à connaître dans son intégralité et pourra faire l'objet de questions à tout moment de la colle.

- Résolution d'un système linéaire de trois équations à trois inconnues au choix de l'examinateur.
- Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Exprimer les produits suivants à l'aide de factorielles.

  $$\mathrm{P}_n = 2 \times 4 \times 6 \times \cdots \times 2n \qquad \mathrm{Q}_n = 1 \times 3 \times 5 \times \cdots \times (2n-1)$$

  En déduire une expression de $\frac{\mathrm{Q}_n}{\mathrm{P}_n}$ à l'aide d'un coefficient binomial.
- Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer $\mathrm{S}_n = \sum_{k=0}^{n} k\binom{2n}{2k}$ et $\mathrm{T}_n = \sum_{k=0}^{n-1} k\binom{2n}{2k+1}$.
- Soit $n \in \mathbb{N}$. Calculer $\mathrm{S}_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1}\binom{n}{k}$.