Interrogation écrite n°07

NOM : Prénom : Note :

1. Soit (u_n) la suite telle que $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{1+u_n^2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Montrer que (u_n) converge vers 0.

2. Soit (u_n) la suite telle que $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = u_n + e^{-u_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Montrer que (u_n) diverge vers $+\infty$.

3. On pose $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = 3u_n - 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Donner une expression de u_n.

4. Citer la formule de Stirling.

5. On pose $u_0 = 1$, $u_1 = -\frac{1}{2}$ et $u_{n+2} + u_{n+1} + u_n = 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Donner une expression de u_n.

6. On pose pour $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}$ et $v_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!} + \frac{1}{n \cdot n!}$. Montrer que les suites (u_n) et (v_n) sont adjacentes.