Semaine du 13/06/2016 au 17/06/2016

1 Cours

Dénombrement

Ensembles finis et cardinaux Lien entre cardinal d'une union et d'une intersection. Lien entre cardinaux, injectivité, surjectivité, bijectivité. Lemme de Dirichlet.

Arrangements et combinaisons Définitions. Interprétation ensembliste des coefficients binomiaux et des relations classique sur ces coefficients.

Probabilités

Vocabulaire probabiliste Expérience aléatoire. Issue. Événement. Événement impossible. Événement certain. Événement contraire. Événements incompatibles. Système complet d'événements.

Probabilité sur un univers fini Définition d'une probabilité et propriétés. Probabilité uniforme. Probabilité conditionnelle. Formule des probabilités composées. Formule des probabilités totales. Formule de Bayes. Événements indépendants, mutuellement indépendants.

Variables aléatoires sur un espace probabilisé fini Définition d'une variable aléatoire et loi. Loi conditionelle. Lois usuelles : loi uniforme, loi de Bernoulli, loi binomiale. Image d'une variable aléatoire par une application. Couple de variables aléatoires : loi conjointe, lois marginales. Variables aléatoires indépendantes, mutuellement indépendantes. Les images de deux variables aléatoires indépendantes sont indépendantes. Si $(X_1, \dots, X_n)$ est une famille de variables aléatoires mutuellement indépendantes, $f(X_1, \dots, X_m)$ et $g(X_{m+1}, \dots, X_n)$ sont indépendantes. Si $(X_1, \dots, X_n)$ est une famille de variables aléatoires mutuellement indépendantes suivant la loi de Bernoulli de paramètre p, $\sum_{i=1}^{n} X_i$ suit la loi binomiale de paramètres n et p.

2 Méthodes à maîtriser

- Calculer la probabilité d'un événement dans le cadre d'une probabilité uniforme via du dénombrement.
- Utiliser la formule des probabilités totales pour calculer une probabilité connaissant des probabilités conditionnelles.
- Utiliser le théorème de Bayes pour inverser le conditionnement.
- Reconnaître une loi usuelle de variable aléatoire dans des configurations classiques.
- Déterminer les lois marginales connaissant la loi conjointe.
- Montrer que des variables aléatoires sont ou ne sont pas mutuellement indépendantes.

3 Démonstrations classiques

- La somme de n variables aléatoires de Bernoulli de même paramètre p et mutuellement indépendantes suit une loi de binomiale de paramètres n et p.
- Déterminer la loi d'une somme de deux variables aléatoires indépendantes suivant la loi uniforme sur $[\![0, n]\!]$.