

# SEMAINE DU 14/09 AU 18/09

## 1 Cours

### Raisonnements et ensembles

**Logique** Conjonction, disjonction, négation de propositions logiques. Implication et équivalence. Quantificateurs.

**Raisonnements** Double implication. Raisonnement par l'absurde. Contraposition. Récurrence (simple, double). Analyse/synthèse.

**Ensembles** Appartenance, inclusion. Union, intersection, complémentaire. Produit cartésien.

### Sommes et produits

**Techniques de calcul** Symbole  $\sum$  et règles de calcul, sommes télescopiques, changement d'indice, sommation par paquets.

**Sommes classiques** Suites arithmétiques et géométriques, factorisation de  $a^n - b^n$ , coefficients binomiaux et formule du binôme de Newton.

## 2 Méthodes à maîtriser

- Rédiger proprement une récurrence (éventuellement double).
- Montrer une inégalité en raisonnant par équivalence.
- Résolution d'équations et d'inéquations avec valeurs absolues et racines carrées.
- Changement d'indice.
- Calcul de sommes : il n'y a guère que deux techniques a priori :
  - faire apparaître une somme télescopique ;
  - faire apparaître des sommes connues (somme des termes d'une suite arithmétique ou géométrique ou somme provenant d'un développement via la formule du binôme de Newton).

## 3 Questions de cours

**Equation fonctionnelle** Déterminer les applications  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  telles que

$$\forall (m, n) \in \mathbb{N}^2, f(m + n) = f(m) + f(n)$$

**Série «presque» géométrique** Soit  $q \in \mathbb{R}$ . Calculer  $\sum_{k=0}^n kq^k$ .

**Formule de Bernoulli** Énoncer et démontrer la formule de Bernoulli (factorisation de  $a^n - b^n$ ).

**Formule du binôme** Énoncer et démontrer la formule du binôme de Newton par récurrence.

**Coefficients binomiaux** Démontrer les formules suivantes :

$$\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n}{k} \qquad \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} \qquad k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$$