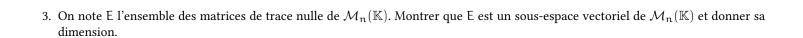
NOM: Prénom: Note:

1. Déterminer la nature de la série  $\sum_{n\in\mathbb{N}^*}\sin\frac{1}{\sqrt{n}}-\frac{1}{\sqrt{n}}\cos\frac{1}{\sqrt{n}}.$ 

2. Écrire la matrice A de l'endomorphisme  $u: \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R}_2[X] & \longrightarrow & \mathbb{R}_2[X] \\ P & \longmapsto & XP'-X^2P(1) \end{array} \right.$  dans la base canonique de  $\mathbb{R}_2[X]$ . Donner des bases du noyau et de l'image de A et en déduire des bases du noyau et de l'image de u.



4. Soit 
$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
. Calculer  $M^n$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

5. Prouver la convergence et calculer la somme de la série  $\sum_{n\in\mathbb{N}^*}\frac{1}{n^2+2n}.$