

INTERROGATION ÉCRITE N°01

NOM :

Prénom :

Note :

1. Soit (u_n) la suite telle que $u_0 = 0$, $u_1 = 1$ et $u_{n+2} = 5u_{n+1} - 6u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = 3^n - 2^n$.

2. Résoudre l'inéquation $x - 2 \leq \sqrt{|x + 1|}$.

3. Effectuer les changements d'indice suivants (remplir les pointillés).

$$\sum_{k=1}^{n+2} a_k = \sum_{j=0}^{\dots} a_{\dots}$$

$$\sum_{k=2}^{n-1} a_{k+1} = \sum_{j=\dots}^{n+1} a_{\dots}$$

$$\sum_{k=0}^{n-2} a_{k+3} = \sum_{j=\dots}^{\dots} a_{j-2}$$

4. Soit $a \in \mathbb{R}$. Montrer *rigoureusement* l'implication $(\forall \varepsilon \in \mathbb{R}_+^*, |a| \leq \varepsilon) \implies a = 0$.

5. Soient A, B et C trois ensembles tels que $A \cup B = B \cap C$ et $B \cup C = C \cap A$. Montrer que $A = B = C$.

6. Calculer $S_n = \sum_{k=1}^n \ln \left(1 + \frac{1}{k} \right)$.