

COMPARAISON DE FONCTIONS

Croissances comparées

Au voisinage de $+\infty$

- Soit $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Alors $\alpha < \beta \iff x^\alpha = o(x^\beta)_{x \rightarrow +\infty}$.
- Soit $a, b \in \mathbb{R}_+^*$. Alors $a < b \iff e^{ax} = o(e^{bx})_{x \rightarrow +\infty}$.
- Soit $\alpha, \beta \in \mathbb{R}_+^*$. Alors $(\ln x)^\alpha = o(x^\beta)_{x \rightarrow +\infty}$.
- Soit $\alpha, \beta \in \mathbb{R}_+^*$. Alors $x^\alpha = o(e^{ax})_{x \rightarrow +\infty}$.

Au voisinage de 0

- Soit $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Alors $\alpha > \beta \iff x^\alpha = o(x^\beta)_{x \rightarrow 0}$.
- Soit $\alpha, \beta \in \mathbb{R}_+^*$. Alors $|\ln x|^\alpha = o\left(\frac{1}{x^\beta}\right)_{x \rightarrow 0}$.

Au voisinage de $-\infty$

- Soit $\alpha, \beta \in \mathbb{R}_+^*$. Alors $e^{ax} = o\left(\frac{1}{|x|^\beta}\right)_{x \rightarrow -\infty}$.
- Soit $a, b \in \mathbb{R}_+^*$. Alors $a > b \iff e^{ax} = o(e^{bx})_{x \rightarrow -\infty}$.

Équivalents usuels

Logarithme, exponentielle, puissance

Un polynôme est équivalent en 0 (resp. en $\pm\infty$) à son monôme de plus bas (resp. haut) degré.

$\ln(1+x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$	i.e.	$\ln(1+x) \underset{x \rightarrow 0}{=} x + o(x)$
$e^x - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$	i.e.	$e^x \underset{x \rightarrow 0}{=} 1 + x + o(x)$
$(1+x)^\alpha - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \alpha x$	i.e.	$(1+x)^\alpha \underset{x \rightarrow 0}{=} 1 + \alpha x + o(x)$

Fonctions circulaires

$\sin x \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$	i.e.	$\sin x \underset{x \rightarrow 0}{=} x + o(x)$
$1 - \cos x \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x^2}{2}$	i.e.	$\cos x \underset{x \rightarrow 0}{=} 1 - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$
$\tan x \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$	i.e.	$\tan x \underset{x \rightarrow 0}{=} x + o(x)$

Fonctions circulaires réciproques

$\arcsin x \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$	i.e.	$\arcsin x \underset{x \rightarrow 0}{=} x + o(x)$
$\arctan x \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$	i.e.	$\arctan x \underset{x \rightarrow 0}{=} x + o(x)$

Fonctions hyperboliques

$\operatorname{sh} x \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$	i.e.	$\operatorname{sh} x \underset{x \rightarrow 0}{=} x + o(x)$
$\operatorname{ch} x - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x^2}{2}$	i.e.	$\operatorname{ch} x \underset{x \rightarrow 0}{=} 1 + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$
$\operatorname{th} x \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$	i.e.	$\operatorname{th} x \underset{x \rightarrow 0}{=} x + o(x)$