1. Déterminer le reste de la division euclidienne de  $X^n$  par  $X^2-1$ .

2. Factoriser  $X^4+1$  en produit de polynômes irréductibles de  $\mathbb{C}[X]$  puis de  $\mathbb{R}[X]$ .

3. Soient a,b,c les racines complexes de  $X^3-2X^2+5X-3$ . Calculer  $S=\alpha^2+b^2+c^2$ .

4. Décomposer en éléments simples  $F = \frac{X}{X^4 - 1}$  dans  $\mathbb{R}(X).$ 

5. Calculer le PGCD et le PPCM de  $X^2-1$  et  $X^3-1$  sous forme développée.

6. Soit  $n\in\mathbb{N}^*.$  Le polynôme  $P_n=\sum_{k=0}^n\frac{X^k}{k!}$  admet-il des racines multiples?