

DEVOIR À LA MAISON N°5

EXERCICE 1.

1.
 - a. Montrer que sh est une bijection de \mathbb{R} sur \mathbb{R} . Par la suite, on note f sa bijection réciproque.
 - b. Montrer que ch induit une bijection de \mathbb{R}_+ sur $[1, +\infty[$. Par la suite, on note g sa bijection réciproque.
 - c. Montrer que th induit une bijection de \mathbb{R} sur $] -1, 1[$. Par la suite, on note h sa bijection réciproque.

2.
 - a. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$

$$\text{ch}(f(x)) = \sqrt{x^2 + 1}$$

- b. Montrer que pour tout $x \in [1, +\infty[$

$$\text{sh}(g(x)) = \sqrt{x^2 - 1}$$

3.
 - a. Justifier que f est dérivable sur \mathbb{R} et donner une expression de sa dérivée.
 - b. Justifier que g est dérivable sur $]1, +\infty[$ et donner une expression de sa dérivée.
 - c. Justifier que h est dérivable sur $] -1, 1[$ et donner une expression de sa dérivée.

4.
 - a. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$

$$f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

- b. Montrer que pour tout $x \in [1, +\infty[$

$$g(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$$

- c. Montrer que pour tout $x \in] -1, 1[$

$$h(x) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{x+1}{1-x}\right)$$