

INTERROGATION ÉCRITE N°10

NOM :

Prénom :

Note :

1. On pose $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y + z = 0\}$. Montrer que F est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^3 . Donner une base et la dimension de F .
2. On pose $G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - 2y = x + y + z = 0\}$. Montrer que G est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^3 . Donner une base et la dimension de G .
3. Montrer que F et G sont supplémentaires dans \mathbb{R}^3 .

4. Montrer que la famille $(\operatorname{ch}, \operatorname{sh}, \cos, \sin)$ est une famille libre de $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$.

5. Montrer que l'ensemble \mathcal{A} des suites arithmétiques réelles est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$. Donner une base et la dimension de \mathcal{A} . On justifiera sa réponse.

6. Calculer le rang de la famille de vecteurs $(u_1, u_2, u_3, u_4, u_5)$ où

$$u_1 = (1, 1, 1, 1) \quad u_2 = (-1, 2, 0, 1) \quad u_3 = (3, 2, -1, -3) \quad u_4 = (3, 5, 0, -1) \quad u_5 = (3, 8, 1, 1)$$