Semaine du 31/01 au 04/02

1 Cours

Révisions de probabilités MPSI

Expérience aléatoire Univers, issue, événement, événement élémentaire, événement contraire, événement impossible, événements incompatibles, système complet d'événements.

Espaces probabilisés finis Probabilité. Définition et propriétés. Probabilité uniforme.

Probabilités conditionelles Définition. Formule des probabilités composées. Formule des probabilités totales. Formule de Bayes.

Evénements indépendants Couple d'événements indépendants. Famille d'événements mutuellement indépendants.

Variable aléatoire Définition. Loi. Lois usuelles : loi uniforme, loi de Bernoulli, loi binomiale.

Couples et n-uplets de variables aléatoires Loi conjointe, lois marginales. Loi conditionnelle. Extension aux n-uplets de variables aléatoires. Couples de variables aléatoires indépendantes. Variables aléatoires mutuellement indépendantes. Si $X_1, \dots, X_n$ sont des variables aléatoires mutuellement indépendantes suivant la loi de Bernoulli de paramètre p, alors $\sum_{i=1}^{n} X_i$ suit la loi binomiale de paramètres n et p.

Espérance, covariance, variance Définition et propriétés de l'espérance. Espérance des lois usuelles. Formule de transfert. Si X et Y sont indépendantes, alors $\mathbb{E}(XY) = \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)$. Définition et propriétés de la covariance. La covariance de deux variables indépendantes est nulle. Variance et écart-type : définition et propriétés. Variance des lois usuelles.

Inégalités Inégalité de Markov. Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

2 Méthodes à maîtriser

- Modéliser une expérience aléatoire à l'aide d'événements et de variables aléatoires.
- Partitionner un événement pour en calculer la probabilité.
- Calculer les lois marginales à partir de la loi conjointe.
- Utiliser la formule de transfert pour calculer l'espérance de l'image d'une variable aléatoire.
- Calculer la variance d'une variable aléatoire à l'aide de la formule de transfert.
- Appliquer la formule des probabilités totales à un système complet d'événements, typiquement $\{X = x\}_{x \in X(\Omega)}$ où X est une variable aléatoire. Application aux chaînes de Markov.

3 Questions de cours

Banque CCP Exercices 95, 98, 99, 102, 104, 106, 107, 109