

SEMAINE DU 12/12 AU 16/12

1 Cours

Relations binaires

Généralités Réflexivité, symétrie, antisymétrie, transitivité. Exemples.

Relation d'ordre Définition. Ordre total, partiel. Majorant/minorant, maximum/minimum, borne supérieure/inférieure. Unicité du maximum/minimum, de la borne supérieure/inférieure sous réserve d'existence. Un maximum/minimum est une borne supérieure/inférieure.

Relation d'équivalence Définition. Classes d'équivalence. Les classes d'équivalence forment une partition.

Suites numériques

Généralités Définition d'une suite. Modes de définition : explicite ou par récurrence. Vocabulaire : suites constantes, stationnaires, majorées, minorées bornées, croissantes, décroissantes, monotones. Suites classiques : arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques, récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2.

Limite d'une suite Définition. Unicité. Vocabulaire : convergence et divergence. Toute suite de limite strictement positive est minorée par un réel strictement positif à partir d'un certain rang. Deux suites équivalentes sont de même signe à partir d'un certain rang. Toute suite convergente est bornée. Opérations sur les limites. Suites extraites. Si une suite admet une limite, alors toute suite extraite admet la même limite. Passage à la limite.

2 Méthodes à maîtriser

- ▶ Montrer qu'une relation binaire est une relation d'équivalence ou une relation d'ordre.
- ▶ Déterminer le sens de variation d'une suite : signe de $u_{n+1} - u_n$ ou position de $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ par rapport à 1 si les u_n sont **tous strictement positifs**.
- ▶ Prouver qu'une suite n'admet pas de limite en exhibant deux suites extraites de limites différentes.
- ▶ Déterminer le terme général d'une suite récurrente linéaire homogène d'ordre 2 via l'équation caractéristique.

3 Questions de cours

- ▶ Soit \mathcal{R} une relation d'équivalence sur un ensemble E . Rappeler la définition d'une classe d'équivalence. Montrer que deux classes d'équivalence sont soit disjointes soit confondues.
- ▶ Soit E un ensemble. On définit une relation binaire \sim sur E^E de la manière suivante : pour tout couple $(f, g) \in (E^E)^2$, $f \sim g$ **si et seulement si** il existe une bijection $\varphi : E \rightarrow E$ telle que $f = \varphi^{-1} \circ g \circ \varphi$. Montrer que \sim est une relation d'équivalence.
- ▶ Montrer l'unicité de la limite d'une suite réelle. On se restreindra aux cas de limites finies.
- ▶ Soient (u_n) et (v_n) deux suites réelles de limites finies ℓ_1 et ℓ_2 . Montrer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n + v_n = \ell_1 + \ell_2$.
- ▶ Déterminer le terme général d'une suite récurrente linéaire homogène d'ordre 2 au choix de l'examineur.

Bonnes fêtes et bonnes vacances.