

## INTERROGATION ÉCRITE N°12

NOM :

Prénom :

Note :

---

1. Déterminer le reste de la division euclidienne de  $X^n$  par  $X^2 - 1$ .

2. Factoriser  $X^4 + 1$  en produit de polynômes irréductibles de  $\mathbb{C}[X]$  puis de  $\mathbb{R}[X]$ .

3. Soient  $a, b, c$  les racines complexes de  $X^3 - 2X^2 + 5X - 3$ . Calculer  $S = a^2 + b^2 + c^2$ .

4. Décomposer en éléments simples  $F = \frac{X}{X^4 - 1}$  dans  $\mathbb{R}(X)$ .

5. Calculer le PGCD et le PPCM de  $X^2 - 1$  et  $X^3 - 1$  sous forme développée.

6. Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ . Le polynôme  $P_n = \sum_{k=0}^n \frac{X^k}{k!}$  admet-il des racines multiples ?