

## INTERROGATION ÉCRITE N°11

NOM :

Prénom :

Note :

---

1. Soit  $E$  un espace vectoriel de dimension 3 et  $u \in \mathcal{L}(E)$  tel que  $u^2 = 0$  et  $u \neq 0$ . Déterminer le rang de  $u$ .

2. On note  $E$  l'ensemble des fonctions continues sur  $[0, 1]$ . Montrer que l'ensemble  $H$  des fonctions  $f \in E$  telles que  $\int_0^1 f(t) \, dt = 0$  est un hyperplan de  $E$ . Donner un supplémentaire de  $H$  dans  $E$ .

3. On considère  $\mathbb{C}$  comme un  $\mathbb{R}$ -espace vectoriel. Montrer que l'application  $s: \begin{cases} \mathbb{C} & \longrightarrow \mathbb{C} \\ z & \longmapsto \bar{z} \end{cases}$  est une symétrie par rapport à un sous-espace vectoriel  $F$  et parallèlement à un sous-espace vectoriel  $G$  que l'on précisera.

4. Déterminer l'ensemble  $F$  des polynômes  $P \in \mathbb{R}[X]$  tels que  $P(X^2) = XP(X)$  puis montrer que  $F$  est un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}[X]$  dont on déterminera une base.