

## INTERROGATION ÉCRITE N°11

NOM :

Prénom :

Note :

---

1. On note  $E$  l'ensemble des fonctions continues sur  $[0, 1]$  à valeurs dans  $\mathbb{R}$ . Montrer que l'ensemble  $H$  des fonctions  $f \in E$  telles que  $\int_0^1 f(t) dt = 0$  est un hyperplan de  $E$ .

2. Soit  $s : \begin{cases} \mathbb{K}[X] & \longrightarrow & \mathbb{K}[X] \\ P & \longmapsto & P(-X) \end{cases}$ . On admet que  $s$  est un endomorphisme de  $\mathbb{K}[X]$ . Montrer que  $s$  est une symétrie. Préciser par rapport à quel sous-espace vectoriel  $F$  et parallèlement à quel sous-espace vectoriel  $G$ .

3. Déterminer le PGCD et le PPCM de  $X^2 - 1$  et  $X^3 - 1$  sous forme développée.

4. Déterminer le reste de la division euclidienne de  $X^n$  par  $X^2 - 1$ .

5. Factoriser  $X^4 + 1$  en produit de polynômes irréductibles de  $\mathbb{C}[X]$  puis de  $\mathbb{R}[X]$ .