Semaine du 28/02 au 04/03

1 Cours

Probabilités

Univers probabilisé Tribu. Stabilité par passage au complémentaire, intersection et union finie ou dénombrable. Espace probabilisable. Probabilité sur un espace probabilisable. Si Ω est fini ou dénombrable, une probabilité $\mathbb{P}$ sur $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$ s'identifie, via la formule $\mathbb{P}(\{\omega\}) = p_\omega$ à une famille $(p_\omega)_{\omega\in\Omega}$ de réels positifs sommable de somme 1. Continuité croissante/décroissante. Si (A_n) est une suite d'événements, $\mathbb{P}\left(\bigcup_{n\in\mathbb{N}} \mathrm{A}_n\right) \leq \sum_{n=0}^{+\infty} \mathbb{P}(\mathrm{A}_n)$. Evénements négligeables/presque sûrs. Une union finie ou dénombrable d'événements négligeables est négligeable. Probabilité conditionnelle. Formule des probabilités composées. Formule des probabilités totales. Formule de Bayes. Evénements indépendants.

Variables aléatoires Définition d'une variable aléatoire. Loi d'une variable aléatoire. Lois usuelles : loi géométrique, loi de Poisson (plus les lois usuelles de première année). Caractérisation de la loi géométrique comme une loi sans mémoire. Approximation d'une loi binomiale par une loi de Poisson : si $\mathrm{X}_n \sim \mathcal{B}(n, p_n)$ et $np_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} \lambda$, alors pour tout $k \in \mathbb{N}$, $\lim_{n\to+\infty} \mathbb{P}(\mathrm{X}_n = k) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$. Couples de variables aléatoires : loi conjointe, loi marginale, loi conditionnelle. Variables aléatoire sindépendantes. Lemme des coalitions.

2 Méthodes à maîtriser

- Savoir récupérer les lois marginales à partir de la loi conjointe.
- Reconnaître un cas concret de loi géométrique : temps d'attente du premier succès lors d'une répétion d'épreuves de Bernoulli indépendantes.
- Partitionner un événement pour en calculer la probabilité.
- Appliquer la formule des probabilités totales : bien souvent, les énoncés donnent des probabilités conditionelles.

3 Questions de cours

Banque CCP Exos 97, 100, 102, 106, 108, 111