

## INTERROGATION ÉCRITE N° 10

NOM :

Prénom :

Note :

---

1. On pose  $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y + z = 0\}$ . Montrer que  $F$  est un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^3$ . Donner une base et la dimension de  $F$ .
2. On pose  $G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - 2y = x + y + z = 0\}$ . Montrer que  $G$  est un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^3$ . Donner une base et la dimension de  $G$ .
3. Montrer que  $F$  et  $G$  sont supplémentaires dans  $\mathbb{R}^3$ .

4. Montrer que la famille  $(\text{ch}, \text{sh}, \cos, \sin)$  est une famille libre de  $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ .

5. Montrer que l'ensemble  $\mathcal{A}$  des suites arithmétiques réelles est un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ . Donner une base et la dimension de  $\mathcal{A}$ . On justifiera sa réponse.

6. Calculer le rang de la famille de vecteurs  $(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4, \mathbf{u}_5)$  où

$$\mathbf{u}_1 = (1, 1, 1, 1) \quad \mathbf{u}_2 = (-1, 2, 0, 1) \quad \mathbf{u}_3 = (3, 2, -1, -3) \quad \mathbf{u}_4 = (3, 5, 0, -1) \quad \mathbf{u}_5 = (3, 8, 1, 1)$$