# Comparaison de fonctions

### Croissances comparées

### Au voisinage de +∞

- Soit  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ . Alors  $\alpha < \beta \iff x^{\alpha} = o(x^{\beta})$ .
- Soit  $a, b \in \mathbb{R}_+^*$ . Alors  $a < b \iff e^{ax} = o(e^{bx})$ .
- Soit  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}_+^*$ . Alors  $(\ln x)^{\alpha} = o(x^{\beta})$ .
- Soit  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}_+^*$ . Alors  $x^{\alpha} = o(e^{\alpha x})$ .

#### Au voisinage de 0

- Soit  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ . Alors  $\alpha > \beta \iff x^{\alpha} = o(x^{\beta})$ .
- Soit  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}_+^*$ . Alors  $|\ln x|^{\alpha} = o\left(\frac{1}{x^{\beta}}\right)$ .

#### Au voisinage de $-\infty$

- Soit  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}_+^*$ . Alors  $e^{\alpha x} = o\left(\frac{1}{|x|^{\beta}}\right)$ .
- Soit  $a, b \in \mathbb{R}_+^*$ . Alors  $a > b \iff e^{ax} = o(e^{bx})$ .

# Équivalents usuels -

### Logarithme, exponentielle, puissance

Un polynôme est équivalent en 0 (resp. en  $\pm \infty$ ) à son monôme de plus bas (resp. haut) degré.

$$\ln(1+x) \underset{x \to 0}{\sim} x$$

$$\ln(1+x) = x + o(x)$$

$$e^x - 1 \sim x$$

$$\ln(1+x) = x + o(x)$$
$$e^{x} = 1 + x + o(x)$$

$$(1+x)^{\alpha} - 1 \underset{x \to 0}{\sim} \alpha x$$

$$(1+x)^{\alpha} = 1 + \alpha x + o(x)$$

#### **Fonctions circulaires**

$$\sin(x) \sim x$$

$$\sin x = x + o(x)$$

$$\sin(x) \underset{x \to 0}{\sim} x$$
$$1 - \cos(x) \underset{x \to 0}{\sim} \frac{x^2}{2}$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$$

$$\tan(x) \sim x$$

$$\tan x = x + o(x)$$

# Fonctions circulaires réciproques

$$\arcsin(x) \sim_{x \to 0} x$$

$$\arcsin x = x + o(x)$$

$$\arctan(x) \sim x$$

$$\arctan x = x + o(x)$$

# **Fonctions hyperboliques**

$$sh(x) \sim_{x\to 0} x$$

$$\operatorname{sh} x = x + o(x)$$

$$\operatorname{ch}(x) - 1 \underset{x \to 0}{\sim} \frac{x^2}{2}$$

$$ch x = 1 + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$$

$$th(x) \underset{x \to 0}{\sim} x$$

$$th x = x + o(x)$$