

DEVOIR SURVEILLÉ N°01

- La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
- On prendra le temps de vérifier les résultats dans la mesure du possible.
- Les calculatrices sont interdites.

EXERCICE 1.

1. Déterminer le terme général de la suite (u_n) de premier terme $u_0 = 2$ et telle que $u_{n+1} = u_n^3$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
2. Soit (u_n) la suite de premier terme $u_0 = 1$ et telle que $u_{n+1} = u_n + u_n^2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Déterminer le sens de variation de (u_n) et déterminer la limite éventuelle de la suite (u_n) .
3. Déterminer la limite de la suite de terme général $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$.
4. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer $S_n = \sum_{k=1}^n (2k-1) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1)$.
5. Soit un entier $n \geq 2$. Calculer $S_n = \sum_{k=2}^n 3^k = 9 + 27 + 81 + \dots + 3^n$.
6. Mettre sous forme algébrique le complexe $z = \overline{\left(\frac{3-4i}{-1+2i} \right)}$.
7. Mettre sous forme trigonométrique le complexe $z = -\sqrt{2} - i\sqrt{6}$.
8. Résoudre sur \mathbb{R} l'équation (E): $\sin(x) = \sin(3x)$.
9. Résoudre sur \mathbb{R} l'inéquation (I): $\frac{3-2x}{3-x} \leq \frac{2-3x}{2-x}$.
10. Résoudre sur \mathbb{R} l'inéquation (I): $|x+1| \leq |2x-5|$.
11. Déterminer les variations de la fonction f telle que $f(x) = (2x^2 - 6x - 27)e^{2x}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
12. Déterminer le nombre de solutions réelles de l'équation (E): $4x^3 - 30x^2 + 72x = 55$. On ne demande pas de déterminer celles-ci.
13. Calculer $I = \int_0^1 \frac{e^t}{e^t + 1} dt$.
14. Soit f la fonction telle que $f(x) = e^{\sin(3x)} \cos(3x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. Déterminer une primitive de f .
15. Soit f la fonction telle que $f(x) = \frac{e^{2x} - 1}{\sin(3x)}$ pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \pi\mathbb{Z}$. Déterminer la limite de f en 0.
16. Un joueur lance deux dés à 6 faces. Calculer la probabilité que l'un des deux dés donne un résultat double de l'autre dé. On donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

17. Un joueur tire deux cartes dans un jeu de 52 cartes. S'il tire une paire, il gagne 10 euros. Sinon, il perd 1 euro. Calculer l'espérance du gain de ce joueur. On donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
18. On note \mathcal{P} le plan passant par les points $A(1, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$ et $C(0, 0, 3)$ et \mathcal{D} la droite passant par les points $I(1, -1, 1)$ et $J(-1, 1, -1)$. Déterminer l'intersection du plan \mathcal{P} et de la droite \mathcal{D} .