

# SEMAINE DU 05/10 AU 10/10

## 1 Cours

### Complexes

**Corps des nombres complexes** Partie réelle, partie imaginaire, module, conjugué et interprétation géométrique.

**Groupe  $\cup$  des nombres complexes de module 1** Définition, notation  $e^{i\theta}$ , relations d'Euler et formule de Moivre, argument et interprétation géométrique, racines  $n^{\text{èmes}}$  de l'unité et d'un complexe non nul.

**Equations du second degré** Racines carrées d'un complexe, résolution d'une équation du second degré à coefficients complexes, somme et produit des racines.

**Trigonométrie** Linéarisation. Développement. Sommes trigonométriques.

**Géométrie** Angle de vecteurs et complexes. Expression complexe des similitudes.

**Exponentielle complexe** Définition et propriétés.  $e^z = e^{z'} \iff z - z' \in 2i\pi\mathbb{Z}$ .

## 2 Méthodes à maîtriser

- $z \in \mathbb{R} \iff \bar{z} = z, z \in i\mathbb{R} \iff \bar{z} = -z, z \in \cup \iff \bar{z} = \frac{1}{z}$ .
- $z \in \mathbb{R} \iff \arg z \equiv 0[\pi], z \in i\mathbb{R} \iff \arg z \equiv \frac{\pi}{2}[\pi]$ .
- Extraction de racines  $n^{\text{èmes}}$  par méthode exponentielle.
- Extraction de racines carrées, résolution d'équations du second degré à coefficients dans  $\mathbb{C}$ .
- Résoudre dans  $\mathbb{C}$  une équation du type  $e^z = a$ .
- Passage en complexe pour le calcul de sommes trigonométriques.
- Traduire l'alignement ou la perpendicularité via les complexes.

## 3 Questions de cours

**Equations du second degré** Résoudre une équation du second degré à coefficients dans  $\mathbb{C}$  au choix de l'examineur.

**Exponentielle complexe** Résoudre une équation du type  $e^z = a$  au choix de l'examineur.

**Extraction de racines** Résoudre une équation du type  $z^n = a$  au choix de l'examineur.

### BCCP 84

1. Donner la définition d'un argument d'un nombre complexe non nul (on ne demande ni l'interprétation géométrique, ni la démonstration de l'existence d'un tel nombre).
2. Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ . Donner, en justifiant, les solutions dans  $\mathbb{C}$  de l'équation  $z^n = 1$  et préciser leur nombre.
3. Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ . Résoudre l'équation  $(z + i) = (z - i)^n$  d'inconnue  $z \in \mathbb{C}$ . Vérifier que ces solutions sont réelles.

**BCCP 89** Soit  $n \in \mathbb{N}$  tel que  $n \geq 2$ . On pose  $z = e^{\frac{2i\pi}{n}}$ .

1. On se donne  $k \in \llbracket 1, n-1 \rrbracket$ . Déterminer le module et un argument du complexe  $z^k - 1$ .
2. On pose  $S = \sum_{k=0}^{n-1} |z^k - 1|$ . Montrer que  $S = \frac{2}{\tan \frac{\pi}{2n}}$ .