Semaine du 16/11 au 20/11

1 Cours

Fonctions usuelles

Fonctions exponentielle, puissances, logarithme Étude générale de ces trois types de fonctions, propriétés algébriques, croissances comparées des fonctions exponentielle, puissances et logarithme.

Fonctions trigonométriques Rappel sur les fonctions trigonométriques. Les formules usuelles de trigonométrie (addition, duplication, factorisation) sont à connaître.

Fonctions trigonométriques réciproques Définition de arcsin, arccos et arctan. Ensembles de départ et d'arrivée. Dérivées. Étude des fonctions. Formules usuelles.

Fonctions hyperboliques Définition et étude de ch, sh et th (les fonctions hyperboliques réciproques ne sont pas au programme).

Primitives et intégrales

Primitives Définition. Théorème fondamental de l'analyse. Application au calcul d'intégral.

Méthodes de calcul d'intégrales Intégration par parties. Changement de variable.

2 Méthodes à maîtriser

- Pour étudier une expression du type $f(x)^{g(x)}$, mettre cette expression sous forme exponentielle $\exp\big(g(x)\ln(f(x))\big)$.
- Savoir utiliser les croissances comparées.
- Connaître les intervalles de validité des identités du type $\arcsin(\sin x) = x$ ou $\sin(\arcsin x) = x$.
- Savoir utiliser l'injectivité des fonctions usuelles sur des intervalles adéquats.
- Savoir établir des identités par dérivation.
- Connaître les graphes de arcsin, arccos, arctan, sh, ch, th pour retrouver parité, dérivées, ensembles de définition, images, …
- Justifier la dérivabilité et dériver une fonction du type $x \mapsto \displaystyle\int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} f(t)\,\mathrm{d}t$.
- Intégrer par parties.
- Changement de variables.
- Employer les techniques de calcul d'intégrales pour le calcul de primitives.

3 Questions de cours

Retour sur le DM n°03 Soit $f : z \in \mathbb{C}^* \mapsto z + \dfrac{1}{z}$. Montrer que $f^{-1}(\mathbb{R}) = \mathbb{U} \cup \mathbb{R}^*$.

Fonction β Pour $(n,p) \in \mathbb{N}^2$, on pose $\mathrm{I}_{n,p} = \displaystyle\int_0^1 t^n(1-t)^p\,\mathrm{d}t$. Montrer que pour tout $(n,p) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}$, $\mathrm{I}_{n,p} = \dfrac{n}{p+1}\mathrm{I}_{n-1,p+1}$. En déduire une expression de $\mathrm{I}_{n,p}$ à l'aide de factorielles.

Fonctions trigonométriques réciproques Montrer que pour tout $x \in [-1,1]$, $\sin(\arccos x) = \cos(\arcsin x) = \sqrt{1-x^2}$.

Forme indéterminée Soit f une fonction continue sur $\mathbb{R}$. Déterminer $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1}{x}\int_0^x f(t)\,\mathrm{d}t$.