

## INTERROGATION ÉCRITE N°13

NOM :

Prénom :

Note :

---

1. Montrer que les fonctions  $\sin$  et  $\cos$  n'admettent pas de limite en  $+\infty$ .

2. Montrer que  $\arctan$  est 1-lipschitzienne sur  $\mathbb{R}$ .

3. Soit  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  tel que  $0 < x < y$ . Montrer que  $\frac{1}{y} \leq \frac{\ln(y) - \ln(x)}{y - x} \leq \frac{1}{x}$ .

4. Soit  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  décroissante et continue sur  $\mathbb{R}$ . Montrer que  $f$  admet un unique point fixe.

5. Montrer que toute application  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  continue sur  $\mathbb{R}$  et périodique est bornée sur  $\mathbb{R}$ .

6. Soient  $f: x \in \mathbb{R} \mapsto (x^2 + x + 1)e^{2x}$  et  $n \in \mathbb{N}$ . Calculer  $f^{(n)}$ .