

## INTERROGATION ÉCRITE N° 9

NOM :

Prénom :

Note :

---

1. On pose  $\mathbb{Q}[i] = \{a + ib, (a, b) \in \mathbb{Q}^2\}$ . Montrer que  $(\mathbb{Q}[i], +, \times)$  est un corps.

2. Soit  $(a, r) \in (\mathbb{N} \setminus \{0, 1\})^2$  tel que  $a^r - 1$  soit premier. Montrer que  $a = 2$  puis que  $r$  est premier.

3. Déterminer le reste de la division euclidienne de  $2^{2017}$  par 7.

4. Soit  $(a, b, c, d) \in \mathbb{Z}^4$  tel que  $a$  et  $b$  divisent respectivement  $c$  et  $d$  et tel que  $c$  et  $d$  soient premiers entre eux. Montrer que  $a$  et  $b$  sont également premiers entre eux.

5. Donner une partie génératrice de  $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x - 2y + 3z = 0\}$  (mettre sous forme d'un vect).