Semaine du 09/01 au 13/01

1 Cours

Équations différentielles (révision)

Groupes, anneaux, corps

Notion de loi interne Définition. Associativité, commutativité. Définition d'un élément neutre, unicité sous réserve d'existence. Inversibilité, unicité de l'inverse si la loi est associative. Puissances.

Groupes Définition. Sous-groupe : définition et caractérisation.

Morphismes de groupes Définition, image de l'élément neutre et d'un inverse, composition de morphismes. Images directe et réciproque d'un sous-groupe par un morphisme de groupes. Noyau et image d'un morphisme de groupes. Caractérisation de l'injectivité par le noyau (et de la surjectivité par l'image). Le noyau et l'image sont des sous-groupes. Isomorphisme : définition, la bijection réciproque d'un isomorphisme est un isomorphisme.

2 Méthodes à maîtriser

- Pour montrer qu'un ensemble est un groupe, on peut montrer que c'est un sous-groupe d'un groupe/anneau/corps déjà connu ou que c'est l'image directe ou réciproque d'un sous-groupe par un morphisme de groupes.

3 Questions de cours

- Montrer que $(\mathbb{U}, \times)$ est un groupe.
- Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Montrer que $(\mathbb{U}_n, \times)$ est un groupe.
- Soient $(G, \star)$ et $(G', .)$ deux groupes et $f : G \to G'$ un morphisme de groupes. Montrer que si H est un sous-groupe de $(G, \star)$, alors $f(H)$ est un sous-groupe de $(G', .)$.
- Soient $(G, \star)$ et $(G', .)$ deux groupes et $f : G \to G'$ un morphisme de groupes. Montrer que si H est un sous-groupe de $(G', .)$, alors $f^{-1}(H)$ est un sous-groupe de $(G, \star)$.