1. Factoriser  $X^4+1$  en produit de polynômes irréductibles de  $\mathbb{C}[X]$  puis de  $\mathbb{R}[X]$ .

2. Soit  $n \in \mathbb{N}$ . Déterminer le reste de la division euclidienne de  $X^n$  par  $X^2 - 3X + 2$ .

3. Soient a, b, c les racines complexes du polynôme  $P=X^3-2X^2+5X-3$ . On ne cherchera pas à déterminer ces racines. Calculer  $S=\alpha^2+b^2+c^2$ .

4. Décomposer en éléments simples  $F = \frac{1}{(X^2 - 1)^2}$ .

5. Décomposer en éléments simples  $F = \frac{X}{X^4 - 1}$  dans  $\mathbb{R}(X)$ .