

INTERROGATION ÉCRITE N°11

NOM :

Prénom :

Note :

1. Soit E un espace vectoriel de dimension 3 et $u \in \mathcal{L}(E)$ tel que $u^2 = 0$ et $u \neq 0$. Déterminer le rang de u .

2. On note E l'ensemble des fonctions continues sur $[0, 1]$. Montrer que l'ensemble H des fonctions $f \in E$ telles que $\int_0^1 f(t) \, dt = 0$ est un hyperplan de E . Donner un supplémentaire de H dans E .

3. On considère \mathbb{C} comme un \mathbb{R} -espace vectoriel. Montrer que l'application $s: \begin{cases} \mathbb{C} & \longrightarrow \mathbb{C} \\ z & \longmapsto \bar{z} \end{cases}$ est une symétrie par rapport à un sous-espace vectoriel F et parallèlement à un sous-espace vectoriel G que l'on précisera.

4. Déterminer l'ensemble F des polynômes $P \in \mathbb{R}[X]$ tels que $P(X^2) = XP(X)$ puis montrer que F est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}[X]$ dont on déterminera une base.