

SEMAINE DU 11/01 AU 15/01

1 Cours

Suites numériques

Généralités Définition d'une suite. Modes de définition : explicite ou par récurrence. Vocabulaire : suites constantes, stationnaires, majorées, minorées bornées, croissantes, décroissantes, monotones. Suites classiques : arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques, récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2.

Limite d'une suite Définition. Unicité. Vocabulaire : convergence et divergence. Toute suite de limite strictement positive est minorée par un réel strictement positif à partir d'un certain rang. Toute suite convergente est bornée. Suites extraites. Si une suite admet une limite, alors toute suite extraite admet la même limite. Si les suites des termes de rangs pairs et de rangs impairs admettent la même limite, alors la suite admet également cette limite.

Théorème d'existence de limites Théorèmes d'encadrement, de minoration et de majoration. Théorème de la limite monotone. Suites adjacentes : définition et convergence. Théorème de Bolzano-Weierstrass.

Suites récurrentes d'ordre un Méthode d'étude de telles suites récurrentes.

Suites implicites Etude de quelques exemples.

Suites complexes Suite bornée. Limite d'une suite complexe. Une suite complexe converge **si et seulement si** ses parties réelle et imaginaire convergent. Théorème de Bolzano-Weierstrass.

Groupes

Notion de loi interne Définition. Associativité, commutativité. Définition d'un élément neutre, unicité sous réserve d'existence. Inversibilité, unicité de l'inverse si la loi est associative.

Groupes Définition. Sous-groupe : définition et caractérisation.

2 Méthodes à maîtriser

- ▶ Déterminer le sens de variation d'une suite : signe de $u_{n+1} - u_n$ ou position de $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ par rapport à 1 si les u_n sont **tous strictement positifs**.
- ▶ Prouver qu'une suite n'admet pas de limite en exhibant deux suites extraites de limites différentes.
- ▶ Déterminer le terme général d'une suite récurrente linéaire homogène d'ordre 2 via l'équation caractéristique.
- ▶ Montrer qu'une suite monotone converge (point fixe) ou diverge (raisonnement par l'absurde).
- ▶ Montrer que deux suites sont adjacentes.
- ▶ Étudier une suite récurrente d'ordre un.
- ▶ Établir qu'une partie d'un groupe en est un sous-groupe.

3 Questions de cours

- ▶ Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, l'équation $\tan x = x$ admet une unique solution u_n dans l'intervalle $\left] -\frac{\pi}{2} + n\pi, \frac{\pi}{2} + n\pi \right[$. Donner un développement asymptotique à trois termes de u_n .
- ▶ Soit $q \in \mathbb{C}$. Montrer que la suite $(q^n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge **si et seulement si** $|q| < 1$ ou $q = 1$.
- ▶ Montrer que \mathbb{U} est un sous-groupe de (\mathbb{C}^*, \times) .
- ▶ Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Montrer que \mathbb{U}_n est un sous-groupe de (\mathbb{C}^*, \times) .