

SEMAINE DU 26/09 AU 30/09

1 Cours

Complexes

Corps des nombres complexes Partie réelle, partie imaginaire, module, conjugué et interprétation géométrique.

Groupe \mathbb{U} des nombres complexes de module 1 Définition, notation $e^{i\theta}$, relations d'Euler et formule de Moivre, argument et interprétation géométrique, racines $n^{\text{èmes}}$ de l'unité et d'un complexe non nul.

Equations du second degré Racines carrées d'un complexe, résolution d'une équation du second degré à coefficients complexes, somme et produit des racines.

Trigonométrie Sommes trigonométriques.

2 Méthodes à maîtriser

- ▶ $z \in \mathbb{R} \iff \bar{z} = z, z \in i\mathbb{R} \iff \bar{z} = -z.$
- ▶ $z \in \mathbb{U} \iff \bar{z} = \frac{1}{z}.$
- ▶ $z \in \mathbb{R} \iff \arg z \equiv 0[\pi], z \in i\mathbb{R} \iff \arg z \equiv \frac{\pi}{2}[\pi].$
- ▶ Extraction de racines $n^{\text{èmes}}$ par méthode trigonométrique.
- ▶ Extraction de racines carrées, résolution d'équations du second degré à coefficients dans \mathbb{C} .
- ▶ Passage en complexes pour le calcul de sommes trigonométriques.

3 Questions de cours

- ▶ Soit $(z_1, z_2) \in \mathbb{C}^2$. Montrer que $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$ puis que $|z_1 - z_2| \geq ||z_1| - |z_2||$.
- ▶ Soit $(n, \theta, \varphi) \in \mathbb{N} \times \mathbb{R}^2$. Calculer $\sum_{k=0}^n \cos(k\theta + \varphi)$ et $\sum_{k=0}^n \sin(k\theta + \varphi)$.
- ▶ Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Résoudre l'équation $(z+1)^n = (z-1)^n$ d'inconnue $z \in \mathbb{C}$.
- ▶ Résoudre une équation du second degré à coefficients dans \mathbb{C} au choix de l'examineur.
- ▶ Soit $z \in \mathbb{C} \setminus \{1\}$. Montrer que $\frac{z+1}{z-1} \in i\mathbb{R}$ si et seulement si $z \in \mathbb{U}$ et que $\frac{z+1}{z-1} \in \mathbb{U}$ si et seulement si $z \in i\mathbb{R}$.