Semaine du 08/01 au 12/01

1 Cours

Suites numériques

Généralités Définition d'une suite. Modes de définition : explicite ou par récurrence. Vocabulaire : suites constantes, stationnaires, majorées, minorées bornées, croissantes, décroissantes, monotones. Suites classiques : arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques, récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2.

Limite d'une suite Définition. Unicité. Vocabulaire : convergence et divergence. Toute suite de limite strictement positive est minorée par un réel strictement positif à partir d'un certain rang. Toute suite convergente est bornée. Suites extraites. Si une suite admet une limite, alors toute suite extraite admet la même limite. Si les suites des termes de rangs pairs et de rangs impairs admettent la même limite, alors la suite admet également cette limite.

Théorème d'existence de limites Théorèmes d'encadrement, de minoration et de majoration. Théorème de la limite monotone. Suites adjacentes : définition et convergence. Théorème de Bolzano-Weierstrass.

Suites récurrentes d'ordre un Méthode d'étude de telles suites récurrentes.

Suites implicites Étude de quelques exemples.

Suites complexes Suite bornée. Limite d'une suite complexe. Une suite complexe converge **si et seulement si** ses parties réelle et imaginaire convergent. Théorème de Bolzano-Weierstrass.

2 Méthodes à maîtriser

- Déterminer le sens de variation d'une suite : signe de $u_{n+1} - u_n$ ou position de $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ par rapport à 1 si les u_n sont **tous strictement positifs**.
- Prouver qu'une suite n'admet pas de limite en exhibant deux suites extraites de limites différentes.
- Déterminer le terme général d'une suite récurrente linéaire homogène d'ordre 2 via l'équation caractéristique.
- Montrer qu'une suite monotone converge (point fixe) ou diverge (raisonnement par l'absurde).
- Montrer que deux suites sont adjacentes.
- Étudier une suite récurrente d'ordre un.

3 Questions de cours

Des questions de cours volontairement courtes mais balayant une partie des chapitres vus jusqu'à maintenant.

- Rappeler la formule du binôme de Newton (développement de $(a+b)^n$) et la formule de factorisation de $a^n - b^n$.
- Résoudre dans $\mathbb{C}$ une équation du type $z^n = a$ ($n \in \mathbb{N}^*$ et $a \in \mathbb{C}^*$) et une équation du type $e^z = a$ ($a \in \mathbb{C}^*$) au choix de l'examinateur.
- Résoudre une équation du second degré à coefficients complexes au choix de l'examinateur.
- Résoudre une équation différentielle linéaire homogène d'ordre 2 à coefficients constants au choix de l'examinateur.
- Déterminer le terme général d'une suite vérifiant une relation de récurrence linéaire homogène d'ordre 2 au choix de l'examinateur.
- Rappeler les développements limités en 0 de
  - $x \mapsto \ln(1+x)$, exp, $x \mapsto (1+x)^\alpha$ à l'ordre n ;
  - cos et ch à l'ordre $2n$;
  - sin, sh et arctan à l'ordre $2n+1$.