

## 1 Cours

### Trigonométrie

**Congruence** Définition et propriétés.

**Fonctions trigonométriques** Définition de  $\cos$ ,  $\sin$ ,  $\tan$  et propriétés de symétries.

**Formules usuelles** Addition/soustraction, duplication, linéarisation, factorisation.

**Equations et inéquations trigonométriques** Exemples.

### Complexes

**Corps des nombres complexes** Partie réelle, partie imaginaire, module, conjugué et interprétation géométrique.

**Groupe  $\mathbb{U}$  des nombres complexes de module 1** Définition, notation  $e^{i\theta}$ , relations d'Euler, argument et interprétation géométrique.

## 2 Méthodes à maîtriser

- Résolution de  $\cos x = \cos a$ ,  $\sin x = \sin a$ ,  $\tan x = \tan a$ .
- $z \in \mathbb{R} \iff \bar{z} = z$ ,  $z \in i\mathbb{R} \iff \bar{z} = -z$ .
- $z \in \mathbb{U} \iff \bar{z} = \frac{1}{z}$ .
- $z \in \mathbb{R} \iff \arg z \equiv 0[\pi]$ ,  $z \in i\mathbb{R} \iff \arg z \equiv \frac{\pi}{2}[\pi]$ .
- Méthode de l'arc-moitié pour factoriser  $e^{i\theta_1} \pm e^{i\theta_2}$  où  $(\theta_1, \theta_2) \in \mathbb{R}^2$ .

## 3 Questions de cours

**Inégalité triangulaire** Démontrer que

$$\forall (z_1, z_2) \in \mathbb{C}^2, |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$$

**Sommes trigonométriques** Soit  $\theta \in \mathbb{R}$ . Calculer

$$C_n = \sum_{k=0}^n \cos(k\theta) \quad \text{et} \quad S_n = \sum_{k=0}^n \sin(k\theta)$$

**Homographie** Soit  $z \in \mathbb{C} \setminus \{1\}$ . Montrer que

$$(a) \quad \frac{z+1}{z-1} \in \mathbb{U} \iff z \in i\mathbb{R}$$

$$(b) \quad \frac{z+1}{z-1} \in i\mathbb{R} \iff z \in \mathbb{U}$$

**Paramétrage rationnel du cercle trigonométrique** Montrer que

$$(a) \quad \cos \theta = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

$$(b) \quad \sin \theta = \frac{2t}{1+t^2}$$

où  $t = \tan(\theta/2)$ . Pour quelles valeurs de  $\theta$  ces égalités ont-elles un sens ?