

## INTERROGATION ÉCRITE N°13

NOM :

Prénom :

Note :

---

1. Déterminer un équivalent de la suite de terme général  $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n^2 + k^2}$ .

2. Soit  $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Calculer  $M^n$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

3. Prouver la convergence et calculer la somme de la série  $\sum_{n \in \mathbb{N}^*} \frac{1}{n^2 + n}$ .

4. A l'aide d'une comparaison à une intégrale, déterminer un équivalent *simple* de la somme partielle de la série  $\sum_{n \in \mathbb{N}} n\sqrt{n}$ .

5. On pose  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ . Montrer que  $A$  est inversible et calculer son inverse.