

## INTERROGATION ÉCRITE N°08

NOM :

Prénom :

Note :

---

1. Soit  $H = \{z \in \mathbb{C}, \exists n \in \mathbb{N}^*, z^n = 1\}$ . Montrer que  $(H, \times)$  est un sous-groupe de  $(\mathbb{C}^*, \times)$ .
2. On admet que  $(\mathbb{R}^{\mathbb{N}}, +, \times)$  est un anneau. Cet anneau est-il intègre ? Justifier.
3. On note  $\mathbb{D}$  l'ensemble des nombres décimaux i.e.  $\mathbb{D} = \left\{ \frac{k}{10^n}, (k, n) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{N} \right\}$ .  $(\mathbb{D}, +, \times)$  est-il un corps ? Justifier.

4. Déterminer le reste de la division euclidienne de  $3^{2019}$  par 10.

5. Soit  $(a, b, q, r) \in \mathbb{Z}^4$  tel que  $a = bq + r$ . Montrer que  $a \wedge b = b \wedge r$ .

6. Soit  $(a, b, c) \in \mathbb{Z}^3$ . Montrer qu'il existe  $(u, v) \in \mathbb{Z}^2$  tel que  $au + bv = c$  *si et seulement si*  $a \wedge b$  divise  $c$ .