

## INTERROGATION ÉCRITE N° 14

NOM :

Prénom :

Note :

---

1. On pose  $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{n}{n^2 + k^2}$  pour  $n \in \mathbb{N}^*$ . Déterminer la limite de la suite  $(u_n)$ .

2. Prouver la convergence et calculer la somme de la série  $\sum_{n \in \mathbb{N}^*} \frac{1}{n^2 + 2n}$ .

3. Déterminer la nature de la série  $\sum_{n \in \mathbb{N}^*} \sin \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n}} \cos \frac{1}{\sqrt{n}}$ .

4. A l'aide d'une comparaison à une intégrale, déterminer un équivalent de la somme partielle de la série  $\sum_{n \in \mathbb{N}} \sqrt{n}$ .

5. Soit  $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Calculer  $M^n$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .