Devoir à la maison n°05

- Le devoir devra être rédigé sur des copies *doubles*.
- Les copies ne devront comporter ni rature, ni renvoi, ni trace d'effaceur.
- Toute copie ne satisfaisant pas à ces exigences devra être intégralement récrite.

Exercice 1.

1. **a.** Montrer que sh est une bijection de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$. Par la suite, on note f sa bijection réciproque.

b. Montrer que ch induit une bijection de $\mathbb{R}_+$ sur $[1,+\infty[$. Par la suite, on note g sa bijection réciproque.

c. Montrer que th induit une bijection de $\mathbb{R}$ sur $]-1,1[$. Par la suite, on note h sa bijection réciproque.

2. **a.** Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$
$$\operatorname{ch}(f(x)) = \sqrt{x^2+1}$$

b. Montrer que pour tout $x \in [1,+\infty[$
$$\operatorname{sh}(g(x)) = \sqrt{x^2-1}$$

3. **a.** Justifier que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et donner une expression de sa dérivée.

b. Justifier que g est dérivable sur $]1,+\infty[$ et donner une expression de sa dérivée.

c. Justifier que h est dérivable sur $]-1,1[$ et donner une expression de sa dérivée.

4. **a.** Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$
$$f(x) = \ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$$

b. Montrer que pour tout $x \in [1,+\infty[$
$$g(x) = \ln\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$$

c. Montrer que pour tout $x \in]-1,1[$
$$h(x) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{x+1}{1-x}\right)$$