

逻辑回归：

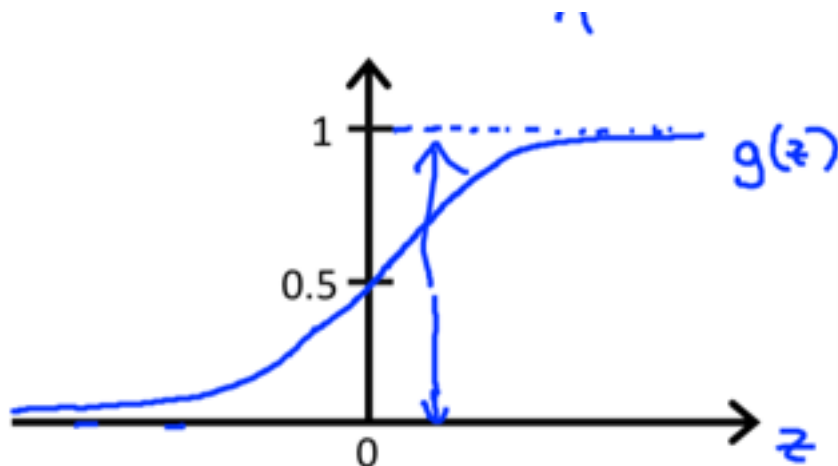
逻辑回归所解决的问题：二元的分类问题。例如：一封邮件是不是垃圾邮件？一张图片中的肿瘤是良性的还是恶性的？

结果的表示方法：是(1) / 否(0)

判断结果的依据： $h_{\theta}(x) \geq 0.5$

判断的函数：Sigmoid function. $h_{\theta}(x) = \frac{1}{1 + e^{-\theta^T x}}$

该函数的图像如下：



其中 z 等于 $\theta^T x$ ，可以看出利用 z 等于0作为判断的分界线，对于一组参数 θ 给定一个 x ， z 是这个 x 的 y 的预期，对于直线上方的点，其 y 会大于0；而对于直线下方的点，其 y 会小于0；据此对整个数据空间一分为二。（实际上强行将问题分为直线上和直线下）

损失函数和参数的更新：

Gradient Descent

$$\rightarrow J(\theta) = -\frac{1}{m} \left[\sum_{i=1}^m y^{(i)} \log h_{\theta}(x^{(i)}) + (1 - y^{(i)}) \log (1 - h_{\theta}(x^{(i)})) \right]$$

Want $\min_{\theta} J(\theta)$:

Repeat {

$$\theta_j := \theta_j - \alpha \frac{\partial}{\partial \theta_j} J(\theta)$$

}

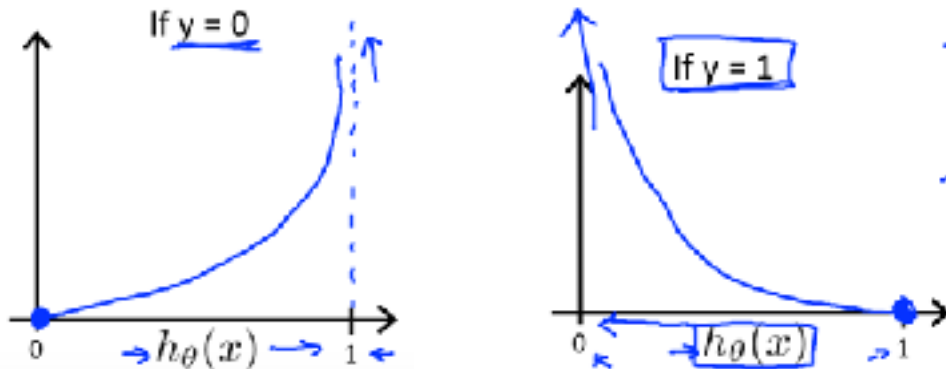
(simultaneously update all θ_j)

$$\frac{\partial}{\partial \theta_j} J(\theta) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)}) x_j^{(i)}$$

损失函数的设计颇为巧妙，按照分类的结果其分为两个部分：

$$\text{Cost}(\underline{h_\theta(x)}, y) = \begin{cases} \boxed{-\log(h_\theta(x))} & \text{if } y = 1 \\ \underline{-\log(1 - h_\theta(x))} & \text{if } y = 0 \end{cases}$$

当y为0的时候，预测的结果越靠近1受到的惩罚越大；当y为1的时候，预测结果越靠近0受到的惩罚越大。



优化器的选择：

除了梯度下降法外，还有一些其他的优化器可供选择：

Optimization algorithm

Given θ , we have code that can compute

$$\begin{cases} -J(\theta) \\ -\frac{\partial}{\partial \theta_j} J(\theta) \end{cases} \quad (\text{for } j = 0, 1, \dots, n)$$

Optimization algorithms:

- - Gradient descent
- Conjugate gradient
- BFGS
- L-BFGS

Advantages:

- No need to manually pick α
- Often faster than gradient descent.

Disadvantages:

- More complex ←

衍生出来的问题：

多元分类问题，使用逻辑回归为 One-vs-all 方法，在对第i组分类的时候，其他组都是异类，反复利用这一方法可以画出k条线，最终将图形两两区分开。