

DC 모터의 파라미터 구하기

이기성

Finding the Parameters of a DC Motor

G. S. Lee

ABSTRACT

If the parameters of a low-cost DC motor or changes in parameters due to worn brushes can be measured, reliable control becomes possible. In this paper, experiments were conducted to determine parameters using inexpensive equipment instead of advanced measuring devices, considering the case of purchasing low-cost motors. An MCU was used to calculate encoder values and update the controller. Through PWM control, the time constant, viscous friction coefficient, and torque-proportional current constant were obtained, which ultimately enabled the derivation of the moment of inertia. By using DC input (PWM control), the effect of inductance was eliminated due to minimal current variation, and the system was modeled as a first-order transfer function. To amplify the small transient response of the DC motor, an integral (I) controller was added to the forward path to induce underdamping. During the feedback implementation process, mathematical errors were identified, and it was confirmed that the output of the unit step input diverged within the range where the physical equations hold. The experiment was then concluded.

Keyword: DC motor, Parameter, PID controller

1. 서 론

직류 모터는 오랫동안 다양한 산업 응용 분야에서 활용되어 왔습니다. DC 모터는 SISO 시스템으로 여겨지며, 기계적 부하에 적합한 토크-속도 특성을 가지고 있습니다. 이는 전압 제어를 통해 DC 모터의 속도를 제어할 수 있게 합니다. 정밀 속도, 위치 제어를 구현하기 위해 많이 이용되고 있으며 저렴한 비용과 함께 로봇 등 다양한 분야에서 점점 더 많이 활용되고 있습니다.

제어를 위한 수학적 모델링은 물리 시스템을 이해하고 다루기 위해 가장 중요한 동시에 가장 어려운 단계 중 하나입니다. 물리 법칙을 기반으로 시스템을 구현할 수 있으나, 현실의 물리 시스템이 매우 복잡하여 구현하는 것이 어려워 실험적으로 생성됩니다. DC 모터를 제어하기 위한 시스템은 전압과 속도의 관계를 나타내는 미분 방정식을 찾는 것입니다. 이후 매개변수를 결정할 수

있습니다. 또한 구한 수학적 모델은 시스템에 대한 완전한 설명이 아니며 사용 목적에 맞게 정확성과 적합성을 판단해야 합니다.[1]

여러 추정 방법을 통해 파라미터를 식별하는 연구가 진행되었습니다.[2] 해당 연구에 포함된 방법은 높은 신뢰도의 장비를 기반으로 하였으며, 전압, 전류, 속도 등 주요 전기적 변수의 변화를 기록할 수 있어야 하며, 이를 통해 DC 모터의 주요 특성과 동적 응답을 명확히 평가할 수 있어야 합니다.

본 논문에서는 MCU와 멀티미터, 인코더 DC 모터를 이용하여 측정을 시도하였습니다. MCU에서 정리한 데이터를 UART 통신을 통해 PC에서 수집하여 가공하였습니다. 먼저 멀티미터기를 이용하여 모터의 저항과 전압, 무부하 전류를 측정합니다. 이후, MCU의 PWM을 이용하여 일정한 전압과 각속도의 관계를 정의하고 시정수를 얻어 점성마찰계수와 관성모멘트 값을 얻습니다. 각가

속도, 인덕턴스 등 측정이 어려운 요소는 정상상태에서 측정하여 계산에서 제외하였습니다. 출력의 과도 영역을 해석하여 전달함수의 요소를 예측할 수 있습니다. 하지만 저가 DC 모터의 특성상 비선형적 요소에 의해 과도 부분을 시각적으로 확인하기 어렵고 낮은 PPR의 인코더로 감지하기 어렵습니다. 대신 루프 시스템의 입력에 적분기를 추가할 경우 모터는 부족 감쇠를 보이게 되며, 모터의 과도부분을 명확히 확인할 수 있습니다. 마지막으로 제안된 방법으로 구해진 모터의 모델을 토대로 구한 시뮬레이션 결과와 실제 출력 결과를 비교하고 제안된 방법의 오류를 검토하겠습니다.

2. 모터 파라미터 계산

이 절에서 DC 모터의 모델링을 진행하고 구한 모델과 파라미터 측정 결과를 토대로 파라미터 값을 결정하겠습니다.

2.1 DC 모터의 모델링

DC 모터의 모델(그림 1)은 전기적 요소와 기계적 요소를 고려하여 다음의 식으로 표현할 수 있습니다.[3]

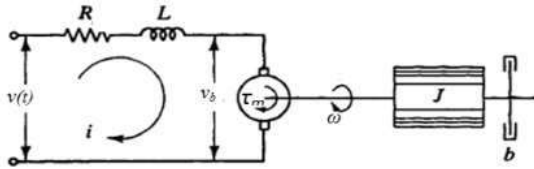


그림 1. diagram of DC motor

먼저, 코일과 저항으로 표현된 모터에 KVL을 적용하면 모터의 총 전압(V)는 다음과 같이 표현할 수 있습니다.

$$v = L \frac{di}{dt} + Ri + e \quad (1)$$

모터의 회전자에 의해 발생하는 역기전력(e)은 다음과 같이 표현할 수 있습니다.

$$e = k_e \omega \quad (2)$$

회전자와 베어링 등 기계적 요소(관성 모멘트와 점성마찰)로 구성된 모터에 뉴턴 제 2 법칙을 적용하면 모터의 총 토크(τ)는 다음과 같이 표현할 수 있습니다.

$$\tau = J \frac{d\omega}{dt} + B\omega + T_L \quad (3)$$

총 토크는 전류에 비례하여 다음과 같이 표현할 수 있습니다.

$$\tau = k_t i \quad (4)$$

모터는 전기 에너지를 기계 에너지로 변환합니다. 전기 에너지는 입력 전력으로 공급되며, 기계 출력 에너지는 운동 에너지로 나타납니다. 에너지 보존 법칙에 의해 다음 관계가 성립합니다.

$$P_E = P_M + \text{Loss} \quad (5)$$

P_E : 입력 전력

P : 출력 전력

Loss : 변환 과정에서 발생하는 손실

손실값이 다른 두 값보다 매우 작아 무시할 수 있습니다. 전기적 전력은 $v \cdot i$ 이며, 기계전력은 $T \cdot \omega$ 입니다. 다음이 성립합니다.

$$v \cdot i = T \cdot \omega \quad (6)$$

역전기력과 토크 관계식(2),(4)를 통해 식(6)을 정리하면 다음이 성립합니다.

$$k_e = k_t \quad (7)$$

따라서 두 파라미터를 통일하여 k로 표현합니다.

2.2 모터 파라미터 결정

앞서 기술한 방식으로 파라미터를 결정하기 위해 속도, 시정수를 바탕으로 다음 주요 파라미터 값을 결정합니다.

2.2.1 저항(R)

모터에 전류 I 가 흐르면 저항 R 에 의해 전압강하가 발생합니다. 여기서 모터는 저항 R 에 해당합니다. 이 값을 멀티미터기를 이용하여 측정합니다.

$$v = iR \quad (12)$$

2.2.2 모터 토크 상수, 역기전력상수(k)

(1) 전압 방정식에서 인덕턴스값이 0 이므로 다음과 같이 표현할 수 있습니다.

$$k\omega = v - Ri \quad (13)$$

4 초에 5%씩 Duty Cycle 을 증가시켰으며 드라이버의 최대 출력 전압을 6V 로 설정하였습니다. 그러나 저가형 모터의 특성으로 인해, 소비체의 입력 전압은 아래 그림 2 과 같이 나타남을 확인하였습니다. 생략된 13 개의 구간은 1v(5v 에서 6v)를 상승하는데 사용됨을 확인할 수 있었습니다. 식 (13)와 그림 2 로부터 기율기의 역수가 k 값을 확인할 수 있습니다.

아래 그림 3 는 PWM 을 일정하게 증가시키며 측정한 결과입니다. 정상 상태의 속도를 확인하기 위해 4 초간 속도를 유지하였습니다.

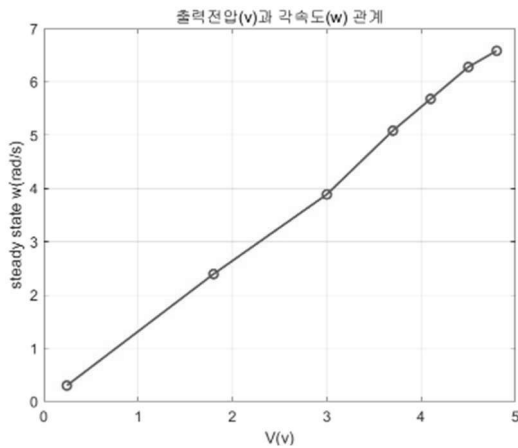


그림 2. Angular Velocity Response of the Motor According to Voltage

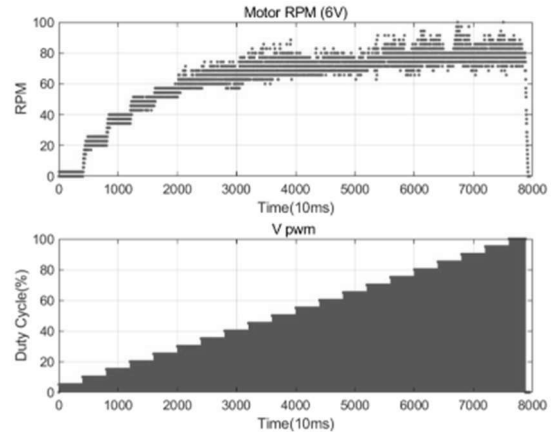


그림 3. Block diagram of multi-modal chatter model of a high speed machining center

2.2.3 점성 마찰 계수(B)

식(3) 모터의 토크 방정식은 정상 상태에서 모터의 각속도(α)는 0 이 되고 무부하 조건으로 $T_L = 0$ 입니다.

$$\tau = k \cdot i \quad (15)$$

식(4)의 모터 토크와 전류의 관계로부터 점성 마찰 계수를 구할 수 있습니다.

$$B = \frac{K \cdot i}{\omega} \quad (16)$$

2.2.4 관성 모멘트(J)

식(11) 모터의 1 차 시스템에서 시정수는 다음과 같음을 알 수 있습니다.

$$J = \tau \cdot \left(B + \frac{k^2}{R} \right) \quad (17)$$

시정수를 구한 후, 앞서 구한 파라미터들을 통해 관성 모멘트를 구할 수 있습니다.

아래 그림 4 는 단위 계단 입력에 따른 출력을 측정한 값입니다.

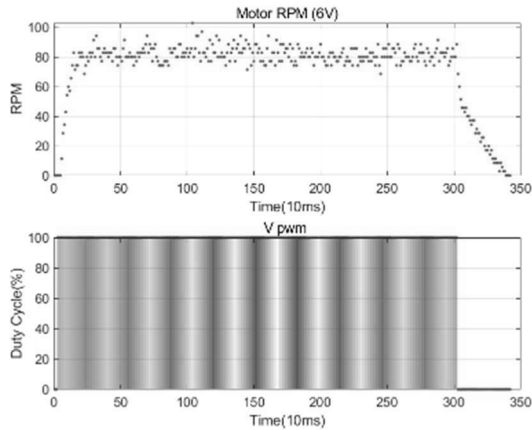


그림 4. DC motor system 의 단위 계단 응답

80RPM 에 대한 시정수 값은 50.56 RPM 이므로 6 개의 포인트를 포함하여 60ms 로 측정하였습니다. 이를 통해 기계적 시정수 값을 확인할 수 있습니다. 앞서 구한 파라미터 값을 종합하여 관성 능력을 구할 수 있습니다. 결과적으로 측정을 통한 파라미터 값은 다음과 같습니다.

측정한 파라미터 값

$K = 0.7659 \text{ V/rad/s}$

$B = 0.0032 \text{ Nm/s}$

$R = 12 \text{ Ohm}$

$J = 0.0031 \text{ kgm}^2$

$I = 0.0346 \text{ A}$

$w = 8.38 \text{ rad/s}$

$\tau = 0.06 \text{ s}$

모터의 과도부분이 매우 작게 나타나 파라미터 결정에 이용하기 어렵습니다. 따라서, 모터의 전방경로에 적분기(1/s)를 추가하여 모터의 과도부분을 증가시킵니다. 그리고 전압과 속도의 관계식으로부터 피드백을 받기 위해 미분기를 추가하였습니다. 다음 그림 5 는 해당 페루프 시스템입니다.

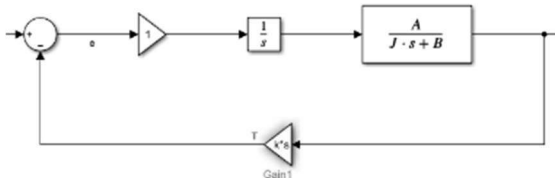


그림 5. Closed Loop System

따라서 모터의 전달함수는 아래와 같습니다.

$$G_{\text{closed}}(s) = \frac{A}{Js^2 + (B + Ak)s} \quad (19)$$

$$A = k \cdot R$$

$$B = B + \frac{k^2}{R}$$

이 식은 모터가 감가속하는데 걸리는 시간에 영향을 나타냅니다. 여기서 분모는 시스템의 총 감쇠 계수를 나타냅니다.

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \quad (20)$$

구한 페루프 전달함수는 부분 전개를 통해 해를 구할 수 있으며 해는 다음과 같습니다.

$$Y(s) = \frac{A}{s \cdot s \cdot (Js + (B + Ak))} = \frac{A}{s^2 (Js + (B + Ak))} \quad (21)$$

$$\frac{A}{s^2 (Js + (B + Ak))} = \frac{C_1}{s} + \frac{C_2}{s^2} + \frac{C_3}{Js + (B + Ak)} \quad (22)$$

따라서 식(22)로부터 첫번째 항은 단위 계단 응답, 두번째 항은 단위 램프 응답, 세번째 항은 감쇠를 보여주는 것을 확인할 수 있었습니다.

아래 그림 6 은 출력을 시뮬레이션한 결과입니다. 발산하는 것을 확인할 수 있습니다.

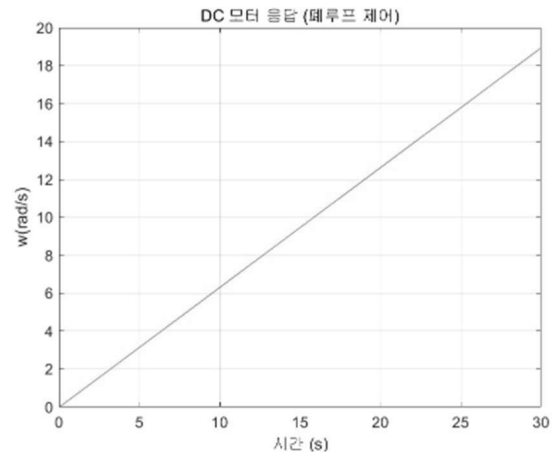


그림 6. 모터 출력 시뮬레이션 결과

실제 모터에 적분기를 추가하고 물리 관계식에 맞게 구성할 경우 위와 같은 결과가 도출됩니다.

이는 가정 설정에 실패한 것으로 실험을 중단하게 되었습니다.

3. 원인 분석

이 절에서는 페루프 시스템에 적분기를 추가하며 궤환 루트에 미분기를 넣은 근거를 설명하겠습니다.

3.1 궤환 루트에 미분기

페루프 시스템에서 궤환 루트에 미분기를 추가한 것은 적분기를 통해 출력이 각변위가 되었기 때문에 물리적 차원을 일치시키기 위함입니다. 이는 전기적 모터 식(1), 식(2)를 통해 알 수 있습니다. 식(19)의 전달함수를 출력에 대해 정리하면 식(23)과 같음을 확인할 수 있습니다. 단위 램프함수의 입력과 각변위 출력입니다. 따라서 그림 6의 램프 발산을 이해할 수 있습니다.

$$\Theta(s) = \frac{\frac{k}{R}}{Js+B+\frac{k^2}{R}} \cdot \frac{V(s)}{s} \quad (23)$$

마지막으로 결론에서 출력의 의미를 설명하고 실제 이용되고 있는 PID 제어기에서 I 제어기와 비교함으로써 물리적 차원 일치가 제어 시스템 설계에 미치는 영향을 설명하겠습니다.

4. 결 론

PID 컨트롤러는 물리적으로 서로 다른 단위를 갖음에도 궤환 루트는 이득만 가하는 형태로 사용됩니다. 여기서 I 제어기는 정상 상태 오차를 제거하는 용도로 사용되지만 실제로는 모든 구간에서 영향을 미치고 있습니다. 이는 물리적 차원과 불일치가 있더라도 제어 시스템의 본질이 수학적 신호 처리에 있음을 보여줍니다. 입력과 출력 사이 오차 신호를 최소화하도록 동작할 뿐 물리적 차원의 일치 여부는 제어 구조상 필수 조건이 아니기 때문입니다. 즉, 위 시스템에 대한 선형 증분을 제거하기 위해 출력에 비례하는 값의 피드백이 필요함을 알 수 있습니다.

[1] Basilio, J. C., "A Laboratory for a First Course in Control Systems," *International Journal of Electrical Engineering Education*, vol. 39, no. 1, pp. 54–70, 2002

[2] S. Galijašević, Š. Mašić, S. Smaka, A. Akšamović, and D. Balić, "Parameter identification and digital control of speed of a permanent magnet DC motors," in *Proceedings of the 2011 XXIII International Symposium on Information, Communication and Automation Technologies (ICAT)*, Sarajevo, Bosnia and Herzegovina, 2011, pp. 1-7,

[3] S. Adewusi, "Modeling and Parameter Identification of a DC Motor Using Constraint Optimization Technique," 2016.

참고문헌