

实验二 频率采样型滤波器

实验报告

姓名：Cantjie

学号： 班级：

一、实验目的

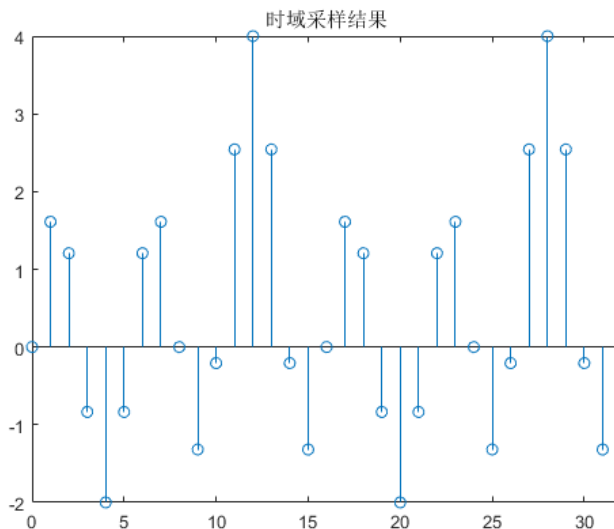
1. 通过该实验学会使用频率采样型结构实现 FIR 滤波器，初步熟悉 FIR 滤波器的线性相位特点。
2. 通过该实验直观体会频率采样型滤波器所具有的“滤波器组”特性，即在并联结构的每条支路上可以分别得到输入信号的各次谐波。
3. 通过该实验学会如何使用周期冲激串检测所实现滤波器的频域响应。

二、实验内容及结果

1. 构造滤波器输入信号 $s(t) = \sum_{k=0}^3 s_k(t)$ ，其中 $s_k(t) = A_k \cos(2\pi k f_0 t + \phi_k)$ ，基波频率 $f_0 = 50\text{Hz}$ ， $A_0 = 0.5$ ， $A_1 = 1$ ， $A_2 = 0.5$ ， $A_3 = 2$ ， $\phi_0 = 0$ ， $\phi_1 = \frac{\pi}{2}$ ， $\phi_2 = \pi$ ， $\phi_3 = -\frac{\pi}{2}$ 。设时域信号 $s(t)$ 的采样频率 $f_s = N f_0$ ，绘制出采样时刻从 0 到 $L-1$ 的采样信号波形，其中采样点数为 $L = 2N$ ，确认时域信号采样正确。

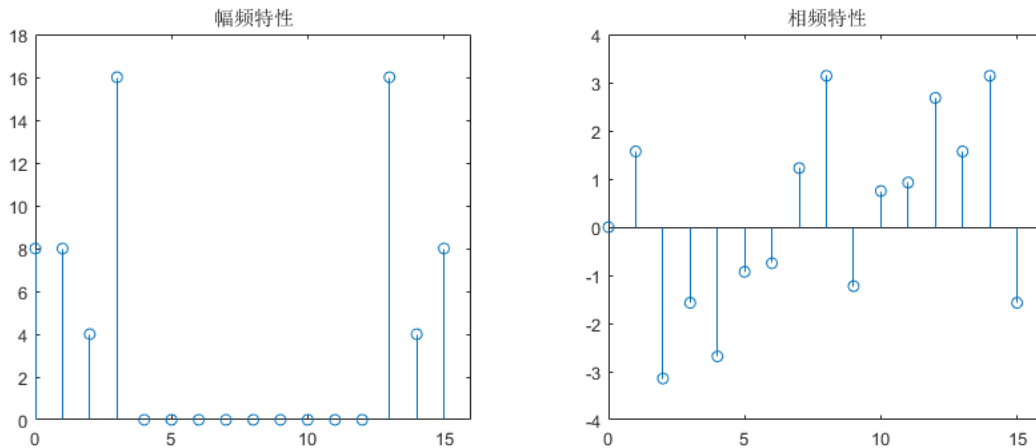
实验结果及分析：

画出图像如下：可以看出周期为 $N=16$ 。



2. 对采样信号的第二个周期 ($n = N, N+1, \dots, L-1$) 进行离散傅里叶变换, 画出幅频特性和相频特性图, 观察并分析其特点。

结果如下图: 幅频特性分析可见, 信号具有直流分量、基频、二次谐波和三次谐波, 因此相频特性中仅有第 0、1、2、3、13、14、15 这几条谱线非 0, 并且幅度与 $A_0=0.5$, $A_1=1$, $A_3=0.5$, $A_4=2$ 一致, 这符合我们构造信号的特点。相频特性奇对称, 这符合正弦信号两根谱线相反的特点。



3. 设 $H(0)=1$, $H(1)=\exp\left(-\frac{j\pi(N-1)}{N}\right)$, $H(2)=\exp\left(-\frac{j2\pi(N-1)}{N}\right)$,

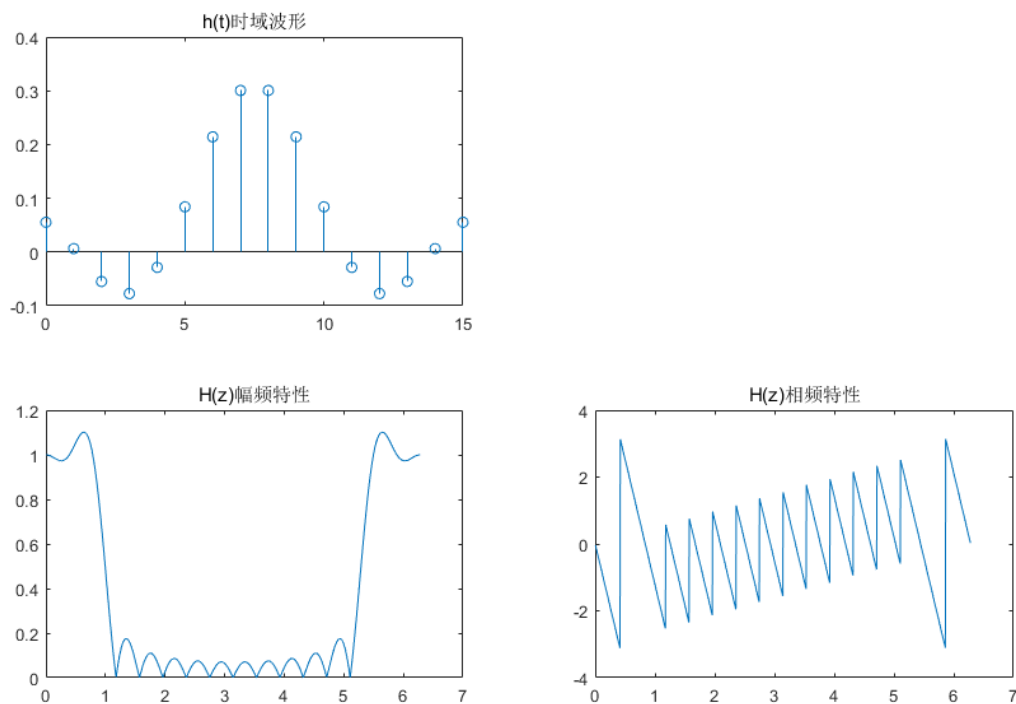
$H(3)=H(4)=\dots=H(13)=0$, $H(14)=-\exp\left(-\frac{j14\pi(N-1)}{N}\right)$,

$H(15)=-\exp\left(-\frac{j15\pi(N-1)}{N}\right)$, 计算滤波器抽头系数 $h(n), n=0, 1, \dots, N-1$,

画出该滤波器的频谱图, 观察并分析其幅频特性和相频特性。

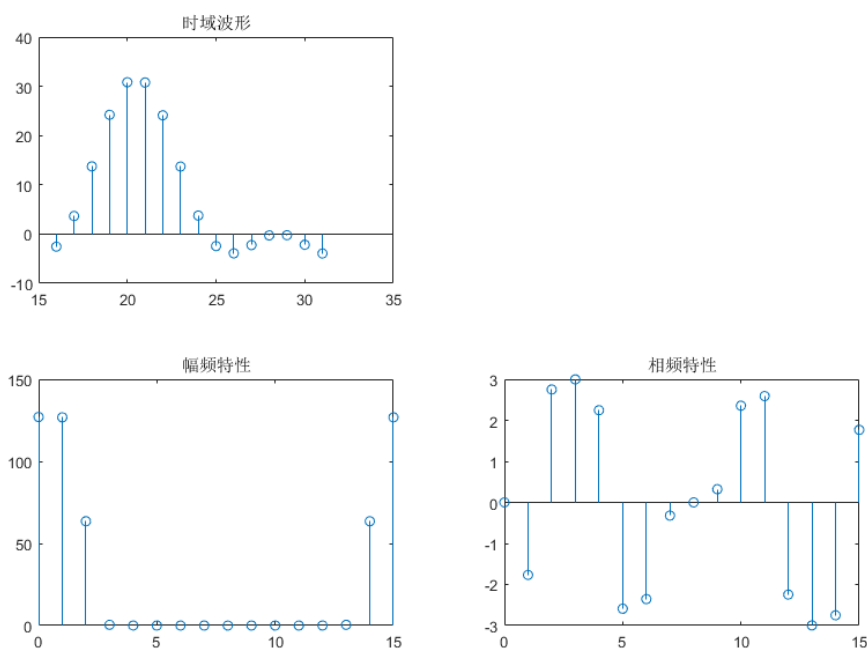
实验结果及分析: 由 IDFT 可求得滤波器抽头系数 $h(n)$ 如下。 $h(n)$ 均为实数。再由抽头系数构造级联系统或直接由 $H(k)$ 经内插公式 $H(z) \doteq \frac{1-r^N z^{-N}}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{H(k)}{1-rW_N^{-k} z^{-1}}$ 计算 $H(z)$ 。计算出的 $H(z)$, 在单位圆上取值时的幅频和相频特性如下。由图易得 $H(z)$ 的特性关于 $\omega=\pi$ 对称, 且符合低通特性, 其在 $H(k)$ 处取值为精确值, 其他点处为经内插函数叠加得到。

| | | | |
|--------|---------|---------|---------|
| $h(0)$ | 0.0554 | $h(8)$ | 0.3006 |
| $h(1)$ | 0.0064 | $h(9)$ | 0.2143 |
| $h(2)$ | -0.0548 | $h(10)$ | 0.0841 |
| $h(3)$ | -0.0774 | $h(11)$ | -0.0286 |
| $h(4)$ | -0.0286 | $h(12)$ | -0.0774 |
| $h(5)$ | 0.0841 | $h(13)$ | -0.0548 |
| $h(6)$ | 0.2143 | $h(14)$ | 0.0064 |
| $h(7)$ | 0.3006 | $h(15)$ | 0.0554 |



4. 编程实现图 1 所示的频率采样型滤波器结构，其中 $r = 0.999$ ， $H(k)$ 取第 3 步中的值。为了简化编程，梳状滤波器可以调用 `CombFilter.m`，谐振器可以调用 `Resonator2.m`，使用 `help CombFilter` 和 `help Resonator2` 查看如何配置参数。将第 1 步生成的采样信号通过该滤波器，画出输出信号第二个周期（ $n = N, N+1, \dots, L-1$ ）的时域波形和频谱，并与第 2 步的频谱进行对比，观察并分析二者的区别。

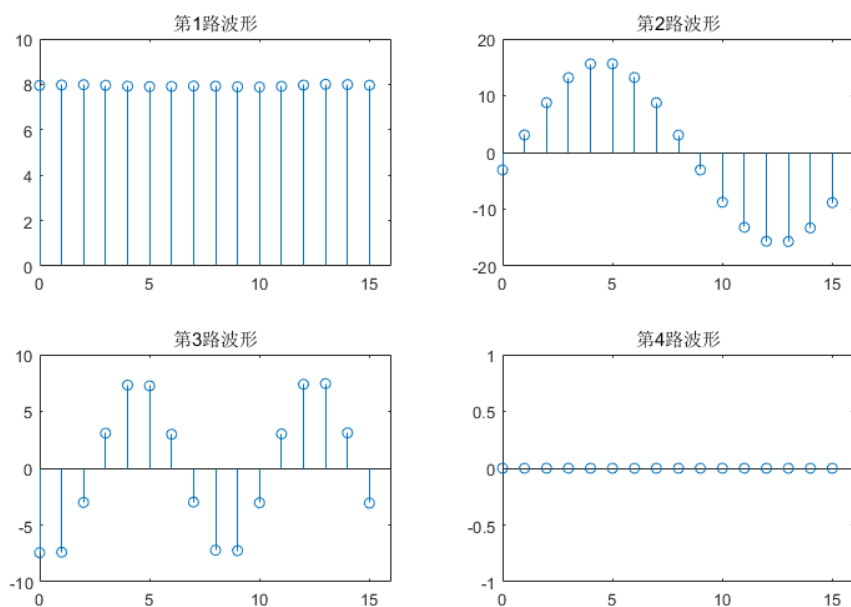
实验结果如下图：由幅频特性图易得，输出信号中已没有三次谐波分量，这是因为 $H(3)=H(4)=\dots=H(13)=0$ ，因此三次谐波分量被滤除。且各谐波的相位也依次发生了变化。



5. 分别画出图 1 中前 4 路谐振器的输出信号第二个周期 ($n = N, N+1, \dots, L-1$)

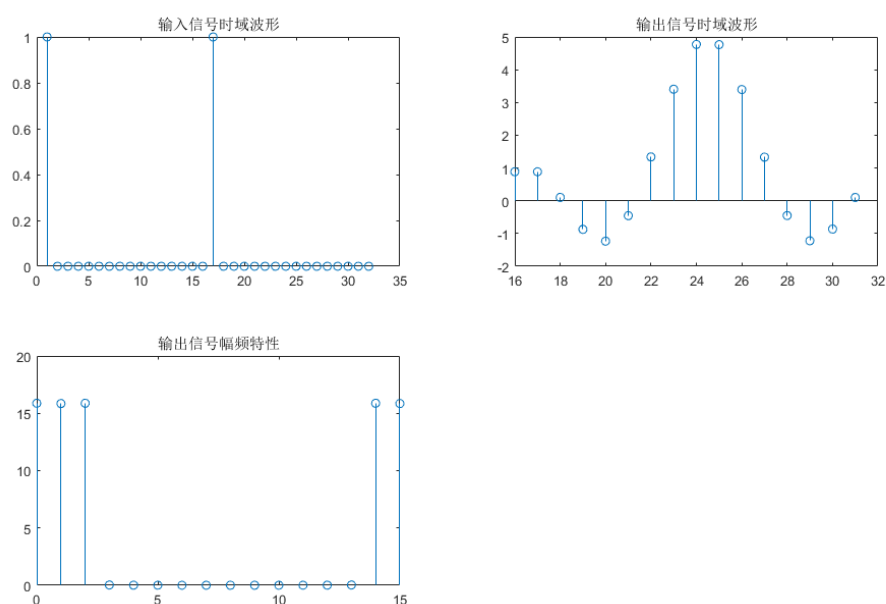
的时域波形, 观察并分析输出信号的特点。

前四路波形分别对应第 1 到 4 个谐振器输出的波形, 第 1 路波形是直流分量的输出, 因 $H(0)=1$, 幅度没有改变, 第 2、3 路分别是基波以及二次谐振输出的波形, 信号波形 4 观察到为零, 原因是 $H(3)=0$, 三次谐波被滤波器滤掉了



6. 将输入信号换成周期为 N 的冲激串, 画出输出信号第二个周期 ($n = N, N+1, \dots, L-1$) 的幅频特性, 并与第 3 步的滤波器幅频特性进行对比, 观察并分析二者的关系。

结果如下图: 冲激串信号含有全部频率, 故输出信号的时域特性和第三步中 $h(n)$ 相同, 幅频特性和第三步中的幅频特性在特定点的采样, 近似为窗型。



三、思考题

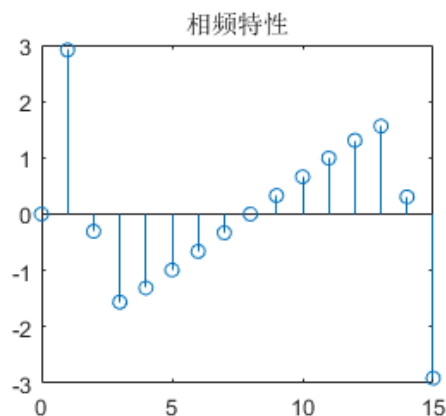
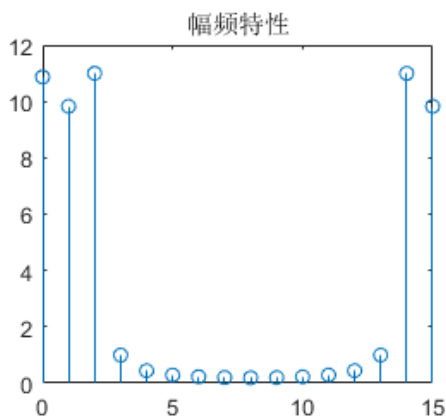
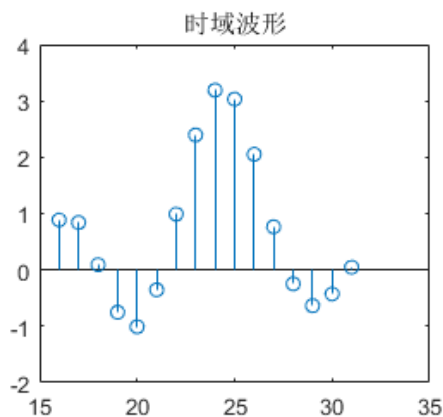
(1) 在第 2 步的幅频特性中, 各次谐波的幅度与相应的时域信号幅度有什么关系?

零频分量的幅度等于时域波形中直流的幅度, 基频和二次、三次谐波的谱线的幅度为时域波形相应谐波对应幅度的一半。因为正弦信号的频谱中有两根谱线: $e^{j\omega}$ 和 $e^{-j\omega}$, 每一根的幅度为信号的一半。

(2) 实验中为什么要观察第二个周期, 如果直接观察第一个周期会怎么样
第二个周期信号输入进系统后不会发生失真, 与系统的单位脉冲响应卷积后, 输出信号开始变得周期, 进入稳态。直接观察第一个周期, 信号还没有完全进入系统, 卷积出的信号不够完整, 输出的就不是一个完整的周期信号, 有一段过渡段, 故输出会发生失真。

(3) 如果取 $r=0.95$, 观察会出现什么情况?

取 $r=0.95$ 重新做第四步。结果如图所示。因谐振器的极点从单位圆向内收缩, 同时梳状滤波器的零点也向内收缩到 $r=0.95$ 的圆上, 可以发现滤波器的幅频特性的幅度减小, 但通带内的仍然保持线性相位特性。同时可发现三次谐波无法被完全滤除, 即在输出信号幅频特性的第四个点处仍有非零值。



四、源代码

```
%exp2.m 实验 2
clc,clear
A_vec = [0.5;1;0.5;2];
phase_vec = [0;pi/2;pi;-pi/2];
F0 = 50;
W0 = 2 * pi * F0;
N = 16;
L = 2 * N;
Fs = N * F0;
Ws = 2 * pi * Fs;

t_vec = 0 : (1/Fs) : (L-1) * (1/Fs);

% 画出时域采样点
s = zeros(4,L); % 四行 L 列
for col = 1:L
    for k = 0:3
        s(k+1,col) = A_vec(k+1) .* cos(2*pi*k*F0*t_vec(col) + phase_vec(k+1));
    end
end
S = sum(s);
figure(1);
% stem(t_vec,S);
stem(0:L-1,S);
title('时域采样结果');
xlim([0,L]);

%%
% task2 对采样信号的第二个周期进行离散傅里叶变换，画出幅频特性和相频特性图，观察并分析其特点。
result_fft = fft(S(N+1:L));
% 幅频特性
A_fft_vec = abs(result_fft);
figure(2)
subplot(1,2,1);
stem(0:N-1,A_fft_vec);
xlim([0,N]);
title('幅频特性');
% 相频特性
angle_fft_vec = angle(result_fft);
subplot(1,2,2);
stem(0:N-1,angle_fft_vec);
```

```

title('相频特性');
xlim([0,N]);

%%
% task3 计算滤波器抽头系数,画出该滤波器的频谱图, 观察并分析其幅频特性和
相频特性
H = zeros(1,N);
H(1) = 1;
H(2) = exp(-1i * pi * (N-1)/N);
H(3) = exp(-1i * 2 * pi * (N-1)/N);
H(15) = -exp(-1i * 14 * pi * (N-1)/N);
H(16) = -exp(-1i * 15 * pi * (N-1)/N);
% 抽头系数
h = ifft(H);
figure(3);
subplot(2,2,1);
stem(0:N-1,real(h));
title('h(t)时域波形');
% H(Z)频率特性
% 插值函数
k = 1:N;
Hz = zeros(1,N);
index = 0;
for w = 0:0.005:2*pi;
    index = index + 1;
    z = exp(1i*w);
    Hz(index) = 1/N * (1 - power(z,-N)) * sum(H(k) ./ (1 - exp(1i * 2*pi/N *
(k-1)) / z ));
end
% 幅频特性
subplot(2,2,3);
plot(0:0.005:2*pi,abs(Hz))
title('H(z)幅频特性');
% 相频特性
subplot(2,2,4);
plot(0:0.005:2*pi,angle(Hz))
title('H(z)相频特性');

%%
% task4
r = 0.999;
S_inter_4 = CombFilter(S,N,r);
S_out_vec = zeros(N/2 + 1, L+N);
for order = 0:N/2

```

```

        S_out_vec(order + 1,:) = Resonator2(S_inter_4,N,r,order,H(order+1));
    end
    S_out = sum(S_out_vec);
    S_out = S_out(N+1:L);
    figure(4);
    subplot(2,2,1);
    % 时域特性
    stem(N:L-1,S_out);
    title('时域波形');
    % 幅频特性
    subplot(2,2,3);
    result_fft_4 = fft(S_out);
    stem(0:N-1,abs(result_fft_4));
    title('幅频特性');
    % 相频特性
    subplot(2,2,4);
    stem(0:N-1,angle(result_fft_4));
    title('相频特性');

%%
% task5
S_out_first_4 = S_out_vec(1:4,N+1:L);
figure(5)
for index = 1:4
    subplot(2,2,index);
    stem(0:N-1,S_out_first_4(index,:));
    xlim([0 N]);
    tempText = ['第', num2str(index),'路波形' ];
    title(tempText);
end

%%
% task6

S = zeros(1,L);
S(1) = 1; S(N+1) = 1;

r = 0.999;
S_inter_4 = CombFilter(S,N,r);
S_out_vec = zeros(N/2 + 1, L+N);
for order = 0:N/2
    S_out_vec(order + 1,:) = Resonator2(S_inter_4,N,r,order,H(order+1));
end
S_out_uncut = sum(S_out_vec);

```



```

S_out = S_out_uncut(N+1:L);
figure(6);
% 输入时域特性
subplot(2,2,1);
stem(S);
title('输入信号时域波形');
% 输出时域特性
subplot(2,2,2);
stem(N:L-1,S_out);
title('输出信号时域波形');
% 幅频特性
subplot(2,2,3);
result_fft_4 = fft(S_out);
stem(0:N-1,abs(result_fft_4));
title('输出信号幅频特性');

%%

r = 0.95;
S_inter_7 = CombFilter(S,N,r);%为啥通过梳妆滤波器后长度变了?
S_out_vec = zeros(N/2 + 1, L+N);
for order = 0:N/2
    S_out_vec(order + 1,:) = Resonator2(S_inter_7,N,r,order,H(order+1));
end
S_out = sum(S_out_vec);
S_out = S_out(N+1:L);
figure(7);
subplot(2,2,1);
% 时域特性
stem(N:L-1,S_out);
title('时域波形');
% 幅频特性
subplot(2,2,3);
result_fft_4 = fft(S_out);
stem(0:N-1,abs(result_fft_4));
title('幅频特性');
% 相频特性
subplot(2,2,4);
stem(0:N-1,angle(result_fft_4));
title('相频特性');

```