

# 信息论复习资料\*

CharlesLC<sup>†</sup>

建模小组成员

版本: 1.00

更新: 2020 年 6 月 4 日

## 声明

**本页非正文!!! 本页非正文!!!**

该文档是学长发的资料整理的, 不保证答案的正确性, 使用者在考试时所有的损害, 本人不承担任何伤害。

该文档是学长发的资料整理的, 不保证答案的正确性, 使用者在考试时所有的损害, 本人不承担任何伤害。

该文档是学长发的资料整理的, 不保证答案的正确性, 使用者在考试时所有的损害, 本人不承担任何伤害。

正文内容从**第二页** 开始。正文内容从**第二页**开始。

**如需复制, 请从第二页开始复制!!!**

**未经本人允许, 不得随意传播。**

**未经本人允许, 不得随意传播。**

---

<sup>1</sup>仅供学习使用, 禁止商业用途

<sup>2</sup>CharlesLC制作

<sup>3</sup>感谢pylittlebrat提供资源

<sup>4</sup>推荐大佬jiangjk2000可咨询网络、服务器问题

# 信息论基础复习课

## 基本概念、性质和定理

1. 必然事件的自信息量是\_\_\_\_，对于任一事件  $X_k$ ，其自信息的值越大，说明事件  $X_k$ \_\_\_\_。
2. 当随机变量相互独立时，条件熵  $H(X|Y)$  与信源熵  $H(X)$  的关系是\_\_\_\_。
3. 对于离散无记忆信源，当信源熵有最大值时，满足条件为\_\_\_\_。
4. 对于连续信源来说，当输出幅度受限时，服从\_\_\_\_分布的随机变量具有最大熵；
5. 对于平均功率受限的连续随机变量，服从\_\_\_\_分布时具有最大熵。
6. 按信源发出符号所对应得随机变量之间有无统计依赖关系，可将离散信源分为\_\_\_\_和\_\_\_\_两大类。
7. 当\_\_\_\_时，信源与信道达到匹配。
8. 信源编码得主要目的是\_\_\_\_，信道编码的主要目的\_\_\_\_。
9. 费诺编码比较合适于\_\_\_\_的信源。
10. 设有一离散无记忆平稳信道，其信道容量为  $C$ ，只有待传送的信息传输率  $R$  与信道容量  $C$  满足\_\_\_\_，则存在一种编码，当输入序列长度  $n$  足够大，使译码错误率任意小。
11. 非奇异码是指一种分租码中的所有码字都\_\_\_\_的码。
12. 费诺编码比较合适于\_\_\_\_的信源。

## 信息量的计算

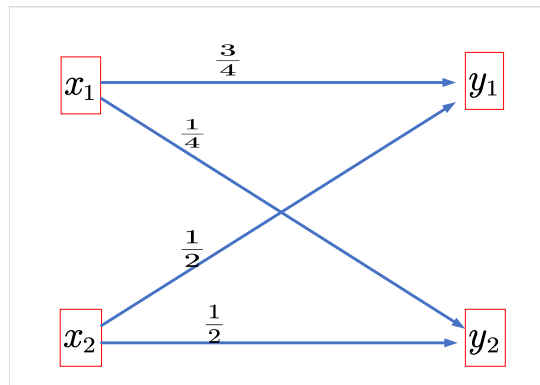
### 一、自信息、条件自信息等的计算

1. 一个布袋内放 100 个球，其中 80 个球为红色，20 个球为白色。若随机摸取一个球，猜测其颜色，求平均摸取一次所获得的信息量。
2. 一副充分洗乱了的牌（52 张），问
  - (a). 任一特定排列所给出的信息量是多少？
  - (b). 从中抽出 13 张牌，所给出的点数都不相同时得到多少信息量？
3. 一个汽车牌照编号系统使用 3 个字母后接 3 个数字作代码，问一个牌照所提供的信息量是多少？如果所有 6 个字符都用字母数字做代码，问一个牌照所提供的信息量是多少？（假定有 26 个字母，10 个数字。）
4. 某地区的女孩中有 20% 是大学生，在女大学生中有 80% 是身高 1.6 米以上的，而女孩中身高 1.6 米以上的占总数的一半。假如我们得知“身高 1.6 米以上的某女孩是大学”的消息，问获得多少信息量？

## 二、离散型随机变量的熵、平均互信息、联合熵、噪声熵、损失熵（信道疑义度）、条件熵

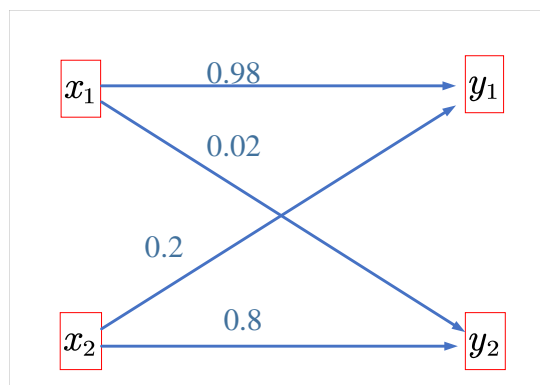
1. 随机掷三颗骰子，以  $X$  表示第一颗骰子抛掷的结果，以  $Y$  表示第一颗和第二颗骰子抛掷之和，以  $Z$  表示三颗骰子的点数之和，试求  $H(X|Y)$ ， $H(Z|X,Y)$  和  $H(X,Z|Y)$ 。

2. 把已知信源  $\begin{bmatrix} X \\ P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$ ，接到如下图所示的信道上，



求在该信道上传输的平均互信息量  $I(X;Y)$ 、噪声熵  $H(Y|X)$  和联合熵  $H(X,Y)$ 。

3. 把已知信源  $\begin{bmatrix} X \\ P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$  接到如下图所示的信道上，



求在该信道上传输的平均互信息量  $I(X;Y)$ 、噪声熵  $H(Y|X)$  和联合熵  $H(X,Y)$ 。

4. 有两个二元随机变量  $X$  和  $Y$ ，它们的联合概率为

$Y \backslash X$	$x_1 = 0$	$x_2 = 1$
$y_1 = 0$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$
$y_2 = 1$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

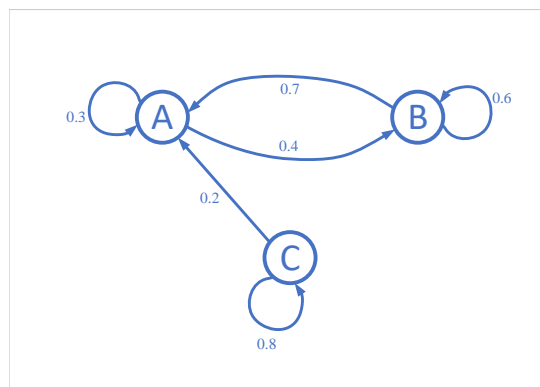
并定义另一随机变量  $Z = XY$ （一般乘积），试计算： $I(Y; Z|X)$  和  $I(X; Z|Y)$ 。

### 三、连续型随机变量及随机变量函数的熵

1. 设  $X$  是  $[-1,1]$  上的均匀分布随机变量，试求  $H_C(X)$ ,  $H_C(X^2)$ 。
2. 设一个连续随机变量的概率密度为： $p(x) = \begin{cases} A \cos x & |x| \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ ，又有  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} p(x) = 1$ ，求此随机变量的熵。

### 四、马尔科夫信源：状态转移概率矩阵、状态转移图、过渡状态、遍历状态、状态平稳分布、极限熵（符号熵）

1. 一马氏链如图所示：

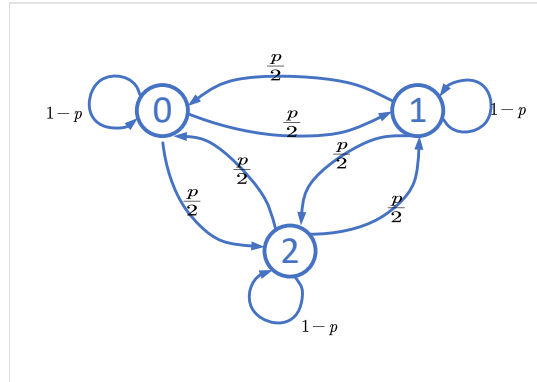


- (a). 写出状态转移概率矩阵；
  - (b). 确定过渡状态和遍历状态；
  - (c). 求状态平稳分布。
2. 一个三状态马尔科夫信源的转移概率矩阵  $P = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 \end{bmatrix}$ 
    - (a). 绘制状态转移图；

(b). 求该马尔科夫信源的稳态分布;

(c). 求极限熵;

3. 一个一阶马氏源的状态转移图如下图所示，信源的符号集为  $\{0, 1, 2\}$



(a). 求信源的平稳分布;

(b). 求信源的符号熵;

(c). 当  $p$  为何值时，信源的符号熵达到最大值?

## 五、信源编码：香农编码、哈夫曼编码、平均码长、信息传输率、编码效率

1. 信源空间为

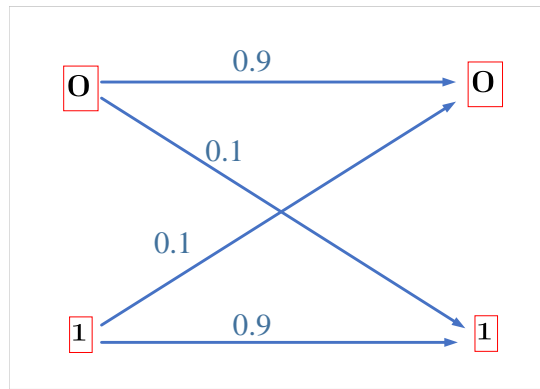
$$\begin{bmatrix} X \\ P(X) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ 0.2 & 0.19 & 0.18 & 0.17 & 0.15 & 0.1 & 0.01 \end{bmatrix}$$

试分别构造二元香农码何二元霍夫曼码，写出编码过程并计算其平均码长、编码后的信息传输率何编码效率。

2. 信源符号  $X$  有六钟字母，概率为 0.32, 0.22, 0.18, 0.16, 0.08, 0.04。试分别构造二元香农码和二元霍夫曼码，写出编码过程并计算其平均码长、编译后的信息传输率和编码效率。

## 六、信道编码：信道容量、最佳入口分布

1. 在干扰离散对称信道上传输符号 1 和 0，已知  $P(0) = \frac{1}{4}$ ,  $P(1) = \frac{3}{4}$ ，试求:



- (a). 该信道的转移概率矩阵  $P$ ;
  - (b). 信道疑义度  $H(X|Y)$ ;
  - (c). 该信道的信道容量以及其输入概率分布。
2. 信源发送端有 2 种符号  $x_i(i = 1, 2)$ ,  $p(x_1) = a$ ; 接收端有 3 种符号  $y_j(j = 1, 2, 3)$ , 其概率矩阵为  $P = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 \end{bmatrix}$ 。
- (a). 计算接收端的平均不确定度  $H(Y)$ ;
  - (b). 计算由于噪声产生的不确定度  $H(Y|X)$ ;
  - (c). 计算信道容量以及最佳入口分布。