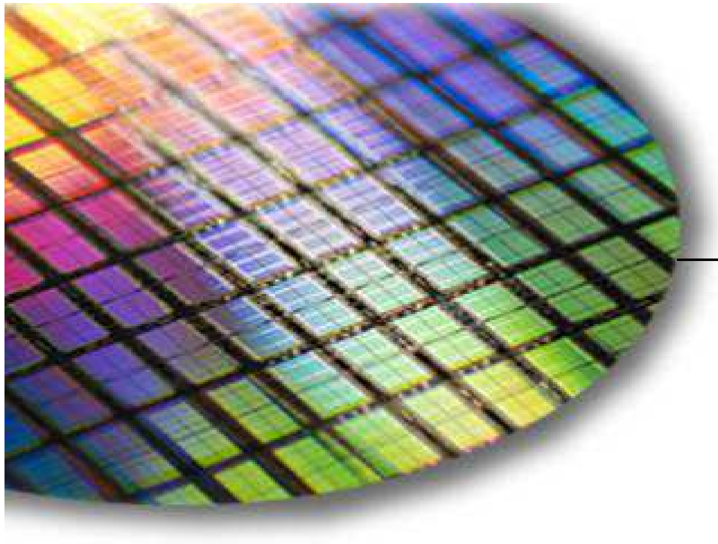
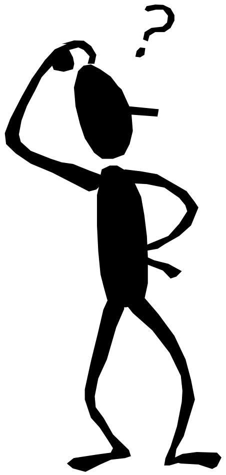


The World Leader in High Performance Signal Processing Solutions

ADC 的性能与指标

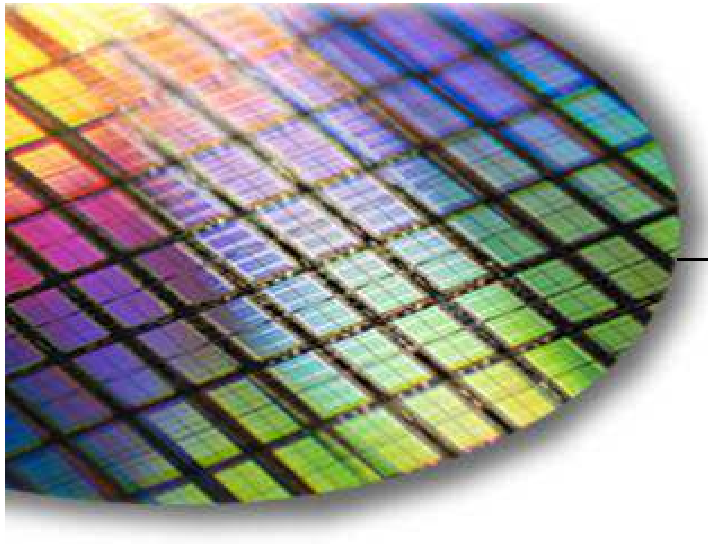
ANALOG DEVICES



$$ENOB = \frac{SINAD - 1.76\ dB}{6.02}$$

Agenda

- 信号的量化与量化噪声
- ADC的性能指标



The World Leader in High Performance Signal Processing Solutions

信号的量化与量化噪声

ANALOG DEVICES

ADC位数与量化电平

相关概念：

1. 转换位数，即，分辨率。用**N**表示；
2. 量化电平（ **Quantized Level** ）。用**Q**表示；
3. 输入模拟信号的满量程电压值。用**FSR**表示；
4. 最高有效位**MSB**；
5. 最低有效位**LSB**；

量化电平：
$$Q = \frac{FSR}{2^N}$$

相关数学公式：

1. 方差： $$\sigma^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2$$

2. 标准差： $$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}$$

3. 均方根： $$RMS = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}x_i^2}$$

4. 数学期望值： $$E\{f(x)\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)p(x)dx$$

p(x)为函数**f(x)** 的概率密度

量化方法与量化误差

对于实际的ADC总是希望量化电平Q越小越好。实际上，量化电平Q的值总会有一个限度，因此，量化过程引入误差是不可避免的，通常定义其误差为：

误差 = 量化值 — 实际值

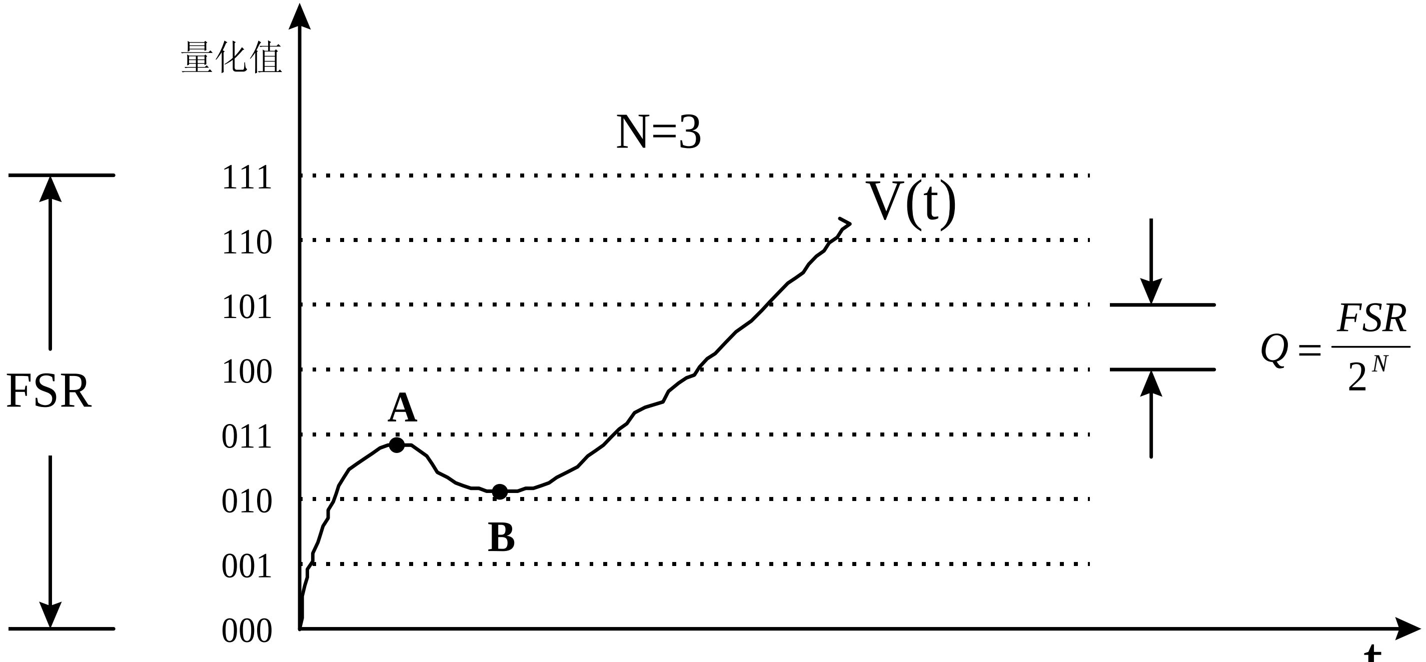
量化的方法基本上可分为两种方法，舍入法和截断法。

① 舍入法：采用最靠近实际采样值的量化值来近似采样值。

② 截断法：采用不大于实际采样值的最大量化值来近似采样值。

量化方法与量化误差(续...)

N=3的**ADC**，并且**FSR**为**10V**。考虑截断法和舍入法两种不同的量化方法对输入模拟信号进行量化

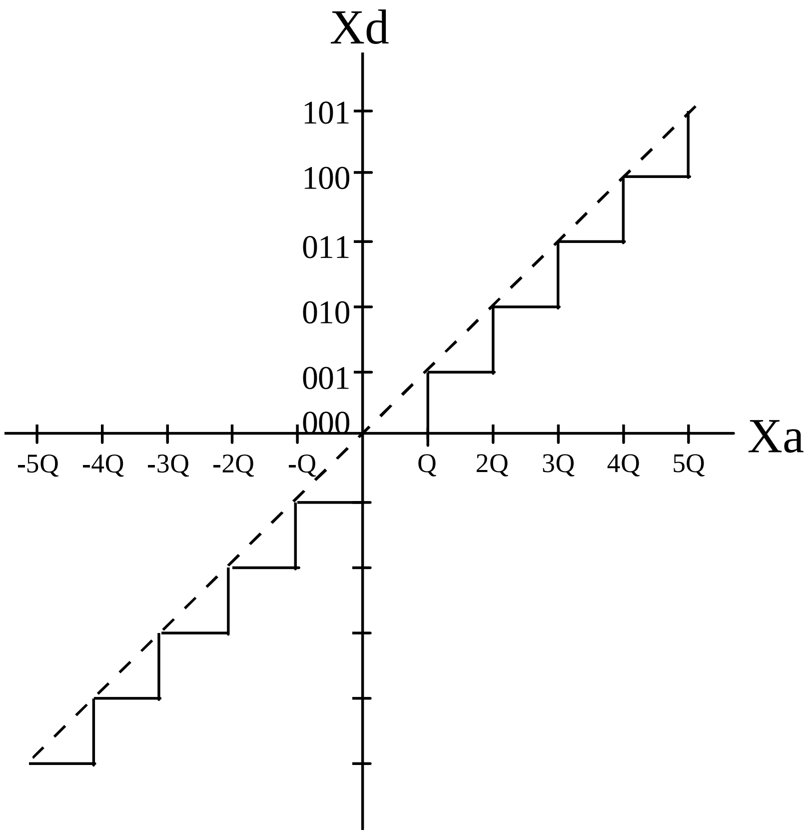


截断法：模拟信号的**A**、**B**两点量化后取值均为**010**，误差的范围为：（**-Q～0**）；

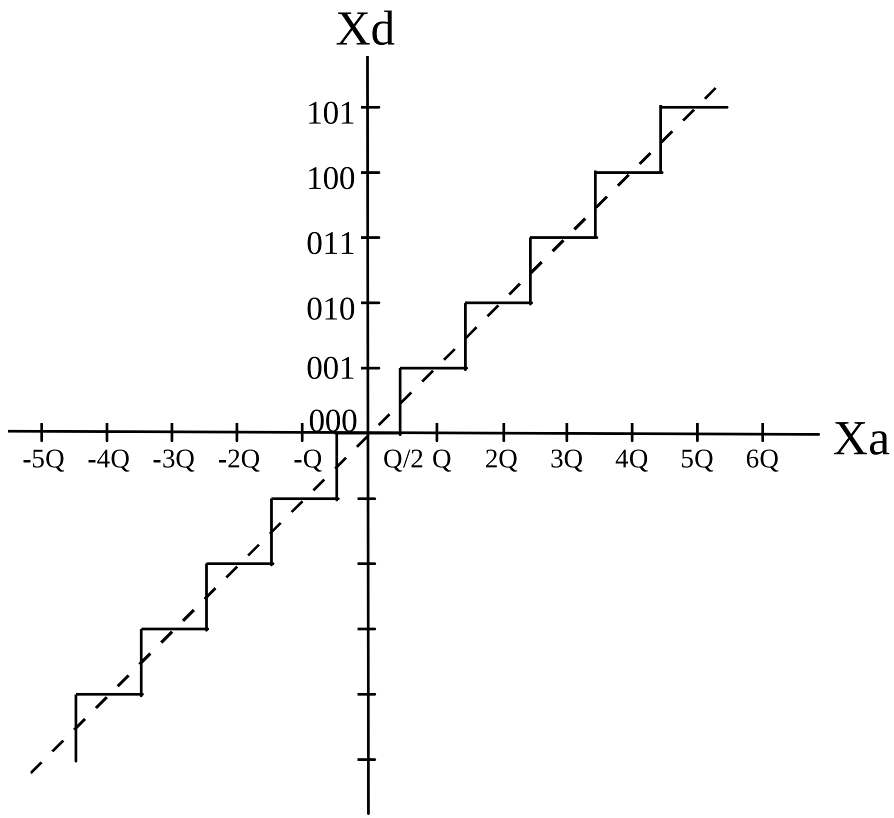
舍入法：**A**点的取值为**011**，误差范围为 $(0\sim Q/2)$；**B**点的取值为**010**，误差范围为 $(-Q/2\sim 0)$。因此，舍入法量化的误差范围为 $(-Q/2\sim Q/2)$。

量化方法与量化误差(续...)

两种量化方法的输入/输出特性曲线：



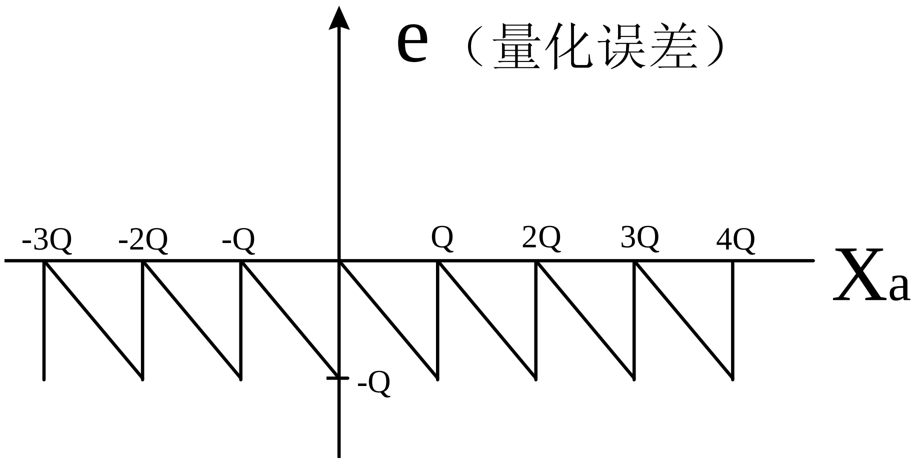
(a) 截断法输入/输出特性曲线



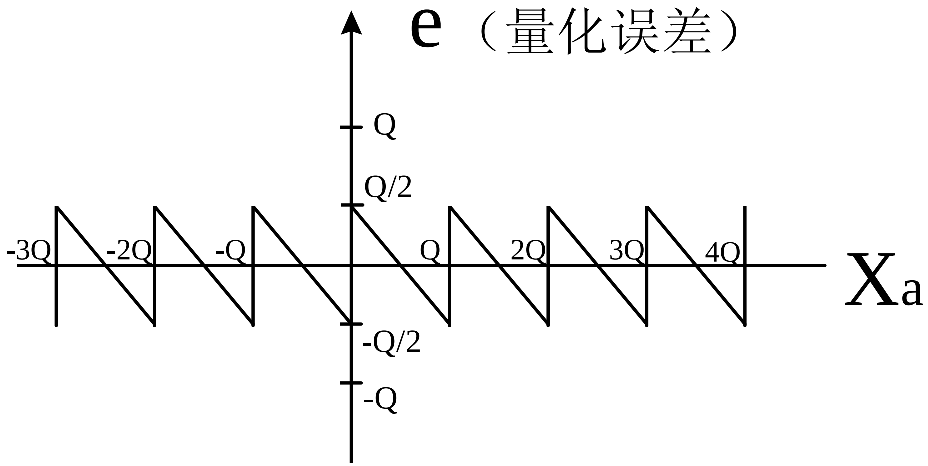
(b) 舍入法输入/输出特性曲线

量化方法与量化误差(续...)

量化误差与输入信号的关系曲线



(a) 截断法



(b) 舍入法

量化方法与量化误差(续...)

对**ADC**而言，输入信号的幅度在它的动态范围内可以是任意的数值，出现各种幅度的概率是随机的，并且是均等的。因而，一般可以认为量化误差是一个随机量、并且均匀分布在（**-Q**～**0**）区域内（截断法）或（**-Q/2**～**Q/2**）区域内（舍入法），当变换位数取得足够大时，量化误差可以做得很小。

但实际量化时，变换位数**N**的取值总是有一个限度，因此带来了一定的误差。由于这种误差是在一定数值范围内随机出现的，类似于电噪声的概率特性。因此这种量化误差通常被称为量化噪声（**Quantification Noise**）。

量化方法与量化误差(续...)

类似于噪声，我们关心它的均值、均方差值，它们可以用概率统计的期望值公式来计算：

$$E\{f(x)\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)p(x)dx$$

其中：**p(x)**为函数**f(x)** 的概率密度。

所以，计算量化噪声的平均值公式为：

$$\overline{e} = E\{e\} = \int_{-\infty}^{\infty} e \cdot p(x)dx$$

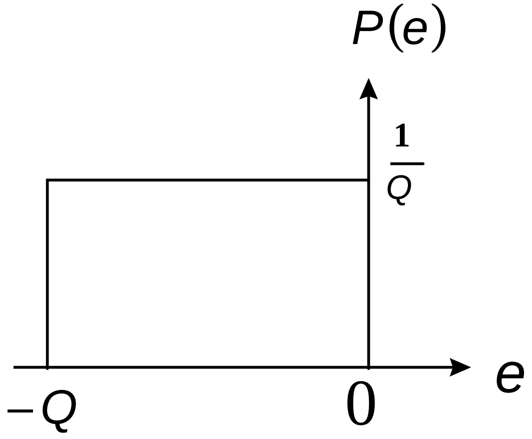
计算量化噪声的均方差值公式为：

$$\sigma_e^2 = E\left\{\left(e-\overline{e}\right)^2\right\} = \int_{-\infty}^{\infty} (e-\overline{e})^2 \cdot p(x)dx$$

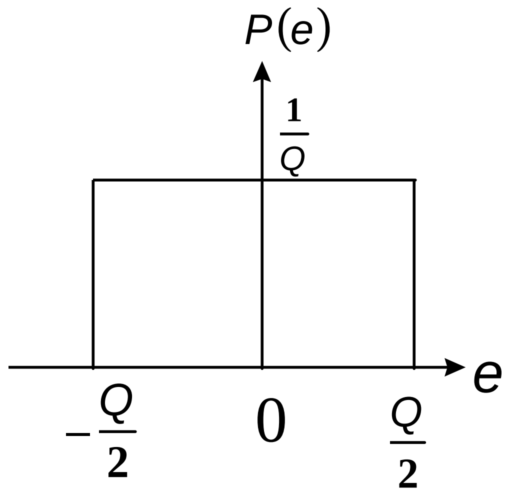
量化方法与量化误差(续...)

量化噪声的大小随模拟信号的大小呈周期性变化， 而且两种量化方法的变化规律是类似的。在每一个周期内，产生不同大小的量化噪声的几率是均等的。

两种量化方法每个周期内量化噪声的概率分布：



截断法



舍入法

量化方法与量化误差(续...)

对于量化噪声e来说，在每一个量化电平内，输入信号出现的概率是相等的，均值推导如下：

$$P(e)=\frac{1}{Q}\qquad \begin{cases} -Q<e<0 & \text{截断法} \\ -Q/2<e<Q/2 & \text{舍入法} \end{cases}$$

所以，误差的平均值为：

$$\bar{e}=E\{e\}=\int_{-\infty}^{\infty} e\cdot p(e)de=\frac{1}{2Q}e^2\Big|_{-\infty}^{\infty}$$

$$=\frac{1}{2Q}e^2\Big|_{-Q}^{0}=-\frac{Q^2}{2Q}=-\frac{Q}{2}\qquad \text{截断法}$$

$$\text{或者}\ =\frac{1}{2Q}e^2\Big|_{-Q/2}^{Q/2}=0\qquad \text{舍入法}$$

量化方法与量化误差(续...)

从噪声的统计性质出发，应该更关注量化噪声的均方差值。由前面提到的均方差值的期望值计算公式，可以计算两种量化方法产生的量化噪声的均方差值。

对于截断法，有：

$$\sigma_e^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\left(e+\frac{Q}{2}\right)^2 \cdot p(e)de = \int_{-\infty}^{\infty}\left(e^2+eQ+\frac{Q^2}{4}\right)\cdot\frac{1}{Q}de$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{e^2}{Q}+e+\frac{Q}{4}\right)de = \left(\frac{e^3}{3Q}+\frac{e^2}{2}+\frac{Qe}{4}\right)\Bigg|_{-Q}^{0} = \frac{Q^2}{12}$$

对于舍入法，有：

$$\sigma_e^2 = \int_{-\infty}^{\infty} e^2 \cdot p(e)de = \frac{1}{Q}\int_{-\infty}^{\infty} e^2 de = \frac{e^3}{3Q}\Bigg|_{-\frac{Q}{2}}^{\frac{Q}{2}}$$

$$= \frac{Q^2}{3\times 8}+\frac{Q^2}{3\times 8} = \frac{Q^2}{12}$$

ANALOG DEVICES

量化方法与量化误差(续...)

无论是截断法，还是舍入法，其量化噪声的均方差值的大小是一样的。

$$\sigma_e^2 = \frac{Q^2}{12}$$

$$\sigma_e = \sqrt{Q^2 / 12} = \frac{Q}{2\sqrt{3}} = 0.29Q$$

这表明，即使模拟信号 本身是一个无噪声的信号，但经过量化后，相当于在输入信号的频率范围内，也就是在**Nyquist**频率（ $f_s/2$ ）内，数字信号包含着一个量化噪声，量化噪声的均方根值为

$$\frac{FSR}{2^N \cdot \sqrt{12}}$$

ADC的信噪比与有效位

信噪比

$$SNR_{dB} = 10\log\left(\frac{\sigma_x^2}{\sigma_e^2}\right)$$

这里对输入信号 作归一化处理，即**FSR=1**

$$\sigma_e^2 = \frac{Q^2}{12} = \frac{\frac{1}{2^{2N}}}{12} = \frac{1}{12\times 2^{2N}}$$

ADC的信噪比与有效位(续...)

所以

$$SNR_{dB}=10\log\left[\frac{\sigma_x^2}{1/(12\times 2^{2N})}\right]=10\log(12\times 2^{2N}\times\sigma_x^2)$$

$$=10\log(2^{2N})+10\log(12\times\sigma_x^2)$$

$$=6.02N+10\log(12\times\sigma_x^2)$$

ADC的信噪比与有效位(续...)

设归一化的 $X_a(t)$ 为 $X_a = \frac{1}{2}\sin(\omega t + \theta)$ 。则，$\overline{X_a} = 0$

则信号的均方差值为：

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1}{4}Sin^2(\omega t+\theta)d\omega t = \frac{1}{8\pi}\int_0^{2\pi}\left(\frac{1-Cos(2(\omega t+\theta))}{2}\right)d\omega t$$

$$= \frac{1}{16\pi}\omega t\Big|_0^{2\pi} - \frac{1}{32\pi}\int_0^{2\pi}Cos(2\omega t+2\theta)d2\omega t$$

$$= \frac{1}{8}$$

带入到信噪比公式里：

$$SNR_{db} = 6.02N + 10\log(12\times\sigma_x^2) = 6.02N + 10\log\frac{3}{2} = 6.02N + 1.761$$

ADC的信噪比与有效位(续...)

模拟/数字变换的位数N和信噪比的对应换算

N	分辨率（量化电平）	SNR(dB)	估算值（dB）
6	1/64	37.88	36
8	1/256	49.92	48
10	1/1024	61.96	60
12	1/4096	74.0	72
16	1/65332	98.08	96

ADC的信噪比与有效位(续...)

有效位：

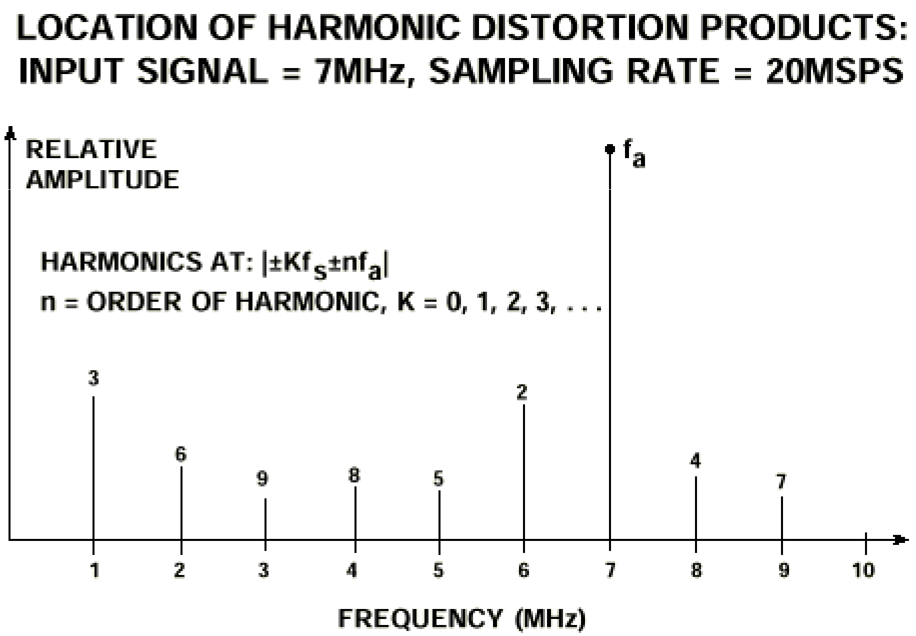
从另一角度看，当从一个实际的模数/变换系统中测量出其信噪比SNR时，可以将实际系统中的电噪声、外界干扰和模拟电路的非线性畸变等因素都按量化噪声折算，可以推出系统实际达到的位数，即系统的有效位ENOB（Effective Number of Bits）。这就导出了如下公式，注意：这里的SNRACT 表示从系统中实际测到的信噪比。

$$ENOB = \frac{SNR_{ACT} - 1.761}{6.02}$$

ADC的信噪比与有效位(续...)

总谐波失真（THD）

实际的ADC还会产生谐波，如下图所示，当以 f_s 的采样频率采模拟频率为 f_a 的信号时，会在 $|\pm K f_s \pm n f_a|$ 的频率上产生谐波，式中n是谐波的次数，K=0，1，2，3……。



ADC的信噪比与有效位(续...)

谐波失真的存在当然也会影响**ADC**的性能，因此定义总谐波失真（**THD**）来确定谐波失真对**ADC**性能的影响。总谐波失真是指信号幅度的均方根值与其谐波的均方根值（一般只计算前**5**次谐波）的比值。

$$THD = 20\lg \frac{RMS_{signal}}{RMS_{(first\ 5th\ HD)}}$$

$$= 20\lg \frac{\sigma_s}{\sqrt{\sigma_{HD2}^2 + \sigma_{HD3}^2 + \sigma_{HD4}^2 + \sigma_{HD5}^2 + \sigma_{HD6}^2}}$$

ADC的信噪比与有效位(续...)

信号与噪声加畸变比（**SINAD或S/N+D**）

$$SINAD = 20\lg \frac{RMS_{signal}}{RMS_{(noise+distortion)}}$$

$$= 20\lg \frac{\sigma_s}{\sqrt{\sigma_{HD2}^2 + \sigma_{HD3}^2 + \sigma_{HD4}^2 + \sigma_{HD5}^2 + \sigma_{HD6}^2 + \sigma_N^2}}$$

ADC的信噪比与有效位(续...)

总谐波失真加噪声（**THD+N**）

$$THD+N=20\lg\frac{RMS_{signal}}{RMS_{(first\ 5th\ HD\ +noise)}}$$

从定义上看来，**THD+N**和**SINAD**是类似的，实际上，如果测量噪声的带宽是一样的，即若确定测量**THD+N**的噪声也是在从直流到 的带宽内，则**THD+N**与前面说的**SINAD**相等。

ADC的信噪比与有效位(续...)

有效位（**ENOB**）

$$ENOB = \frac{SINAD - 1.76\ dB}{6.02}$$

SINAD，**ENOB**都是输入信号频率的函数，而且还是输入信号幅度的函数

$$\mathrm{SINAD} = 20\log\left(\frac{\mathrm{S}}{\mathrm{N}+\mathrm{D}}\right) = -10\log\left[10^{-\mathrm{SNR}/10} + 10^{-\mathrm{THD}/10}\right]$$